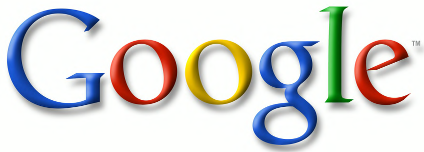



HARVARDIANAE
ACADEMIAE
SIGILLVM
NOV ANG
CHRISTO
ET
ECCLESIAE
VE RI
TAS

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

NEGENDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1876.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

NEGENDE DEEL

TWEEDE REEKS.

VERSLAGEN.

Rapport van de heeren L. COHEN STUART en G. F. W. BAEHR . . . . blz. 87.

MEDEDEELINGEN.

D. BIERENS DE HAAN, Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlanden. (Met Plaat) . . . . 1, 90, 322.

P. HARTING, Bijdrage tot de kennis der geologische gesteldheid van den bodem onder Utrecht en van het Eemdal . . . . „ 42.

TH. MAC GILLAVRY, De snijtanden van Mus decumanus, proeve eener ontwikkelings-geschiedenis van het tandglazuur. (Met plaat) . . . . „ 51.

C. H. C. GRINWIS, Over de vrije uitbreiding van het geluid. blz. 75.
A. W. M. VAN HASSELT, De geregtelijke geneeskunde en de lijken-verbranding . . . . " 113.
J. A. C. OUDEMANS, Sur une meilleure méthode pour faire les mesures héliométriques à l'occasion d'un passage de Vénus sur le Soleil. (Avec une planche) . . . . " 127.
P. BLEEKER, Description de quelques espèces insulindiennes inédites des genres Oxyurichthys, Paroxyurichthys et Cryptocentrus . . . . " 138.
———— Notice sur les genres Gymnocaesio, Pterocaesio, et Liocaesio . . . . " 149.
———— Sur la pluralité des espèces insulindiennes de Toxotes . . . . " 155.
C. H. D. BUIJS BALLOT, Nog iets over de temperatuurwisseling naar eene periode van 27.682 ± 000.4 dag. " 168.
———— De gemiddelde temperatuur voor elken datum des jaars aan den Helder, uit waarnemingen van dertig jaren, en hare veranderlijkheid in Nederland . . . . " 182.
A. C. OUDEMANS JR., Over de zamenstelling en de constitutie van het Plumierazuur. . . . . " 207.
C. H. C. GRINWIS, Over cylindervormige geluidgolven . . " 229.
L. COHEN STUART, Over een geval van discontinuiteit. (Met plaat . . . . " 238.
R. A. MEES, Over den invloed van de beweging der trillingsbron op de intensiteit der door haar uitgezonden trillingen. (Met plaat) . . . . " 248.
J. BOSSCHA, Over het evenwicht van een druppel tusschen twee horizontale platen . . . . " 259.
J. A. BOGAARD, Persistentie der Müllersche gangen bij een volwassen man. (Met plaat) . . . . " 266.

P. BLEEKER, Révision des Sicydiini et Latrunculini de l'Insulinde . . . . blz. 271.

——— Generum familiae Scorpaenoideorum conspectus analyticus . . . . „ 294.

CH. M. SCHOLS, De interpolatie-formule van Tchébychef volgens de methode der kleinste vierkanten . . . . „ 301.

L. BLEEKRODE, Onderzoek omtrent electromachines met ebonietschijven . . . . „ 312.

A. C. OUDEMANS JR., Over de quantitative bepaling van kinine in kinabasten met behulp van den polaristrobometer . . . . „ 370.

TH. MAC GILLAVRY, Kunstmatige digestie van cellulose . „ 380.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

VI. DE LOGARITHMEN VAN ADOLPH FREDERIK MARCI. HET GEZELSCHAP DER KONST-REEKENAARS TE HAMBURG.

1. Wanneer het waar is dat de theorie en de bruikbaarheid van logarithmentafels veel verschuldigd zijn aan ADRIAAN VLACK (zie de eerste en derde nummers dezer bouwstoffen) — en ook aan CLAAS JANSZ. VOOGHT Geometra (zie het vijfde nummer) — dan mogen wij ook de pogingen en uitkomsten op dit gebied van ADOLPH FREDERIC MARCI niet vergeten. Deze behoorde tot de Hamburgsche kunstrekenaars: en daar dit gezelschap nauw met de Nederlandsche rekenkundigen van dien tijd verwant was, en geheel in denzelfden geest werkte, zal ik beginnen met eenige bijzonderheden daaromtrent mede te deelen.

2. De Kunst-Rechnungs-Societät te Hamburg werd in 1690, onder een octrooi van den roomschen keizer opgericht, met eene zekere wet, die straks nader ter sprake zal komen; een artikel daarvan bepaalde, dat ieder lid een bijnaam zoude ontvangen, waaronder hij bij de societeit bekend was.

De oprichters waren de volgende.

1) HINRICH MEISSNER, bestallter Schul-, Rechen- und Ober-Meister der Schulen S. Jacobi in Hamburg [der Mehrende]; overleden 1716.

2) VALENTIN HEINSZ, Aelter Collega an der Schule zu St Michaelis in Hamburg [der Hoffende]; overleden 1704.

3) MAGISTER JOHANN JACOB ZIMMERMANN, Vaybinga-Wurtemburgicus, Theol. Philos. Mathes. & Poeseos Cultor in Hamburg [der Zierende]; overleden 1693 zu Roterodami, waar hij toenmaals eene betrekking schijnt gehad te hebben,

4) PAUL HALCKE, bestallter Schreib- und Rechenmeister in Buxtehude [der Haltende]; overleden in 1731.

5) JOHANN BALTHASAR REMER, bestallter Arithm. Buchhalter und Schreibmeister in der alten Stadt Braunschweig [der Reichende]; overleden in 1718.

6) MICHAEL SCHARFF, E. ordin. Schreib- und Rechenmeister in Hamburg, beym neuen Bauhoff [der Schärfende]; overleden in 1703.

7) PETER ANDREAS GRAHN, E. ordin. Schreib- und Rechenmeister in Hamburg, im Bleker-Gang [der Grünende]; overleden 1710 te Moskau.

8) JOHANN HALCKE, Ihro Königl. Majest. zu Dännemark und Norwegen bestallter Schreib- und Rechen-Meister in Utersen [der Harrende]; leefde nog in 1719.

9) JOHANN BÖKMANN, E. E. Rahts bestallter Arithm. Buchh. und Schreib-Meister in der Fürstl. Residentz-Stadt Zelle [der Blühende]; overleed in 1710.

10) HARMS GRIMM, verordneter Schreib- und Rechen-meister in Gottenburg [der Gründende]; overleden in 1692.

11) PETER TIDEMANN, verordneter Schreib- und Rechen-meister in Lubeck [der Tragende]; leefde nog in 1719.

12) HEINRICH CORDES, des löblichen Waisenhauses Praeceptor n Lubeck [der Continuirende]; overleden in 1707.

13) CORD. DANXT, bey der Königl. Octroijrten Dänischen, Ost-Indischen Compagnie bestallter Buchhalter, in Copenhagen [der Denkende]; leefde nog in 1719.

14) LUDOWIG JOHANN RUST, Buchbinder zu Zelle [der Rüstende]; overleed in 1719.

15) BARTHOLD HINRICH WITTE in Hamburg [der Wehrende]; overleed in 1712.

Men ziet, dat deze oprichters voor het meerendeel schoolmeesters waren; er waren vele daaronder die door hunne ge-

schriften getracht hebben de wiskundige wetenschappen, vooral de reken-, stel- en meetkunde, het boekhouden, het schoonschrijven naar meetkundige regels, enz. voor de liefhebbers meer toegankelijk te maken.

Zoo schreef H. MEISSNER (in chronologische volgorde):

„Arithmetischer-Bluhmen-Gärtlein;" waarvan eene tweede uitgave onder den titel „Arithmetica Tyronica" in 1701 [1]) het licht zag.

„Arithm. Algebrai- und geometrischer Kunst-Spiegel."

„Solutiones über Herrn MARTIN WILKENS EMBDENS. Algebraische Flores" in 1684 [2]).

„Arithmetischer Rosen-Crantz" (100 Aufgaben) in 1687.

„Arithmetische Kunst-Schule."

En verder onder zijn bijnaam, der Mehrende,

„Arithm. Geometr. & Algebr. Kunst-Kette" in 1690 [3]).

„Stern und Kern der Algebrae" 1692.

„Algebra Tyronica" 1695; waarvan eene tweede uitgave in 1724 [4]).

„Geometria Tyronica" 1696 [5]).

„Des Deutschen Euclidis erstes und zweites Buch (tusschen 1696 en 1699) [6]). De verdere boeken werden wegens de kosten niet gedrukt: maar bleven ter raadpleging in het archief der Societeit bewaard.

„Kunst-Weckerlein" in 1710 (16 bladzijden).

VAL. HEINSZ. gaf uit:

„Informatorium Arithmetico-Problemat. in regula Alligat." in 1691.

„Deliciae Mercatorio-Arithmeticae" (Appendix ad Informat.)" in 1693.

„Tyrocinium Mercatorio-Arithmeticum" in 1694.

„Schatz-kammer der Kaufmanns-Rechnung" in 1698.

„Abyssus Mercatorio Arithmetico-Problematica" in 1698.

„Siebenfaches Alphabet."

„Gewinn- und Verlust-Rechnung."

M. ZIMMERMANN gaf in het licht:

„Auf alle Hypotheses applicable Fundamental-Aufgaben von denen Sonn- & Mond-Finsternissen" in 1691.

„Theoria Sacra Telluris" in 1693.

Paul halcken schreef:

„Solvirter Meissnerianischer Kunst-Spiegel" in 1694 bij gottfried liebzeiten.

„Raritäten & Curiositäten Kalender" für 1697 etc. (viele Jahre).

„Mathematisches Sinnen–Confect" in 1719 [7]), waarvan later jacob oostwoud een hollandsche vertaling bezorgde.

„Dreyfache Schnur," die echter nimmer is gedrukt geworden.

j. b. remers leverde:

„Compendium Arithmeticum" in 1690.

Van m. scharff heeft men:

„Arithmetica Joco-seria" 1693.

„Solvirter Lambechischer Appendix." Latere uitgave in 1731.

„Fünfzig solvirte Meisznerianische Röselein."

Van p. a. grahn:

„Den Kluge Steuermann."

Van johann halcken:

„Speculum Mathematicum betreffend die Sonnenfinsterniss 1699, 23 September" in 1698.

„Calender."

Van p. tidemann:

„Versteckte und Verdeckte Algebra."

Van h. cordes:

„Neu angelegter historischer Algebraischer Garten-Bau" in 1692; in 1696 verscheen er een „Zweiter Theil."

„Historisch algebraische Neben-Stunden" in 1707 [8]).

„Neu angelegter historischer algebraischer Blumen-Garte" in 1708 [9]).

„Historisches Algebraisches Zeit-Vertreib" in 1714 [10]).

c. danxt gaf uit:

„Arithmetische geometrische Algebraische & Historische Ergetzlichkeiten," waarvan een „Zweiter Theil, in der Buch-Stab-Rechen-Kunst" in 1691.

„Fruchtbringendes Gespräch-Spiel."

„Kurze Instruction von Handels-Buchhalten" in 1691.

„Ein nach Mercatorischen Stylo eingerichtetes Handels–Memorial" (hoogduitsch, deensch en hollandsch) in 1692.

Eindelijk schreef l. j. rust zijn:

„Solvirter Curtius" in 1704.

3. De wetten, waaronder de Societät in 1690 werd opgericht, en die in 1718 eenigzins veranderd werden, ademden geheel den eensdeels gemoedelijken, andersdeels weder eenigzins pedanten geest des toenmalige schoolmeesters. De oorspronkelijke wet bevatte 13 Artikelen.

Het 1ste begint dus:

„Es wird keiner in diese Societät ein- oder an-ge- ‖ nommen/der nicht zum allerwenigsten Cossam ‖ quadratam & cubicam verstehe/dabey aber auch ‖ die vornehmsten und nöhtigsten Fundamenta Euclidéa, ‖ nebst sattem Verstande numerorum irrationalium & bi- ‖ nomiorum, &c: (ohn welcher gründliche Wissenschafft ‖ keiner ein guter Rechner oder Mäsz-Künstler seyn kann) ‖ wohl gefasset habe:"

Daarom moest een nieuw lid ook als specimen of Probe, een algebraisch, geometrisch en Polygonalisch vraagstuk indienen, die irrationale of binomische uitkomsten leverde.

Het 2de Artikel verplicht tot wetenschappelijk werken „dann die ‖ Nachläszige und Lasz-Dünkel dienen nicht hieher."

Art. 3 eischt „einen redlichen Geburt . . . einen Gottsfürchtigen/tugendhafften und ehrbaren Wandel"

Art. 4 verplicht den uitvinder van iets nieuws, dit met den datum der uitvinding aan de Societeit mede te deelen: ook kan dit geschieden door zamenwerken van velen.

Art 5 waakt tegen plagiaat: in 1718 kwam daarbij de verplichting, om de vreemde schrijvers aan te halen, indien men hun arbeid ten deele vertaald en gebruikt had.

Art. 6 spreekt over het bestuur „zweene Verwaltere ‖ oder Vorstehere sammt einem Adjuncto jährlich erwehlet", die te Hamburg woonden.

Art. 7 bespreekt het geval, dat de Hamburger leden zouden uitsterven, en de zetel der Societät naar eene naburige plaats zoude moeten verlegd worden. Een toevoegsel in 1718 geeft aan, hoe en wanneer men na zulk geval, dien zetel weder casu quo te Hamburg zoude terugbrengen.

Art. 8 stelt als Antrittsgeld een dukaat en als jaarlijksche bijdrage een Reichsthaler vast: in 1718 werden die sommen drie Reichsthaler en $\frac{2}{3}$ of 16 β respective.

Art. 9 bepaalt, dat ieder werk door eenig lid uitgegeven

eene naamlijst der leden moet bevatten „So will sich auch geziemen/dasz || der verstorbenen Glieder Namen nach Tode nicht || gar weg gelassen/sondern nur mit dem Signo † und || denatus AO.... bemärket werden." In 1718 werd bepaald, dat de schrijver van het boek „den ersten Locum oder Vorstand in besagtem seinem Scripto nehmen solle."

Uit deze lijsten heb ik grootendeels de statistieke opgaven geput, die in deze korte schets voorkomen.

Art. 10 bespreekt de bibliotheek, waarin o. a. ieder schrijver verplicht wordt „wann || bey der Societät etwas zum Drukk kommt/davon ein || Exemplar zierlich gebunden beygeleget und verehret || werde." Ook wordt melding gemaakt van „Donativen (es seyn nützliche Bücher/ || Manuscripta oder Instrumenta.)"

In Art. 11 wordt de aanwerving en ook de voorbereiding van nieuwe leden besproken.

Art. 12 handelt over de „Praemia & Paenas."

„Wann jemand von denen || Mit-Gliedern/wieder Verhoffen/ ausz dem Geschirr || schlagen/sich von Gott/von der Tugend und Fleisz/ || abkehren/denen Lastern und Misziggang aber sich er- || geben sollte; Imgleichen/da jemand aus blosser Halls- || starrigkeit/und wiederspänstigem Fried haszigem Ge- || müht (da alles allein nach seinem Kopf gehen soll/) || wieder die gnug- und reiflich-gepflogene Schlüsse der || Societät/verdrieszlich und unverständig zu arguiren, || und immer Zank zu erregen trachtet: Dieses oder jenes || Mit-Glied/(das gleichwoll beym Antritt seine unver- || werffliche Proben bey der Societät abgeleget hat) schmäh- || lich verachtet und verkleinert/" zoo moest zulk iemand na herhaalde, vruchtelooze, vermaning, „aus dieser || löblichen Societät gestossen/ und dessen Name ausz || den nechsten folgenden Drukk gelassen werden. Und || ...soll niemand der übrigen || Glieder Macht haben mit demselben einige Correspon- || dentz oder Conferentz, wegen der Societät gepflogener || Schlüsse/zu haben/viel weniger deren Handlungen und || Angelegenheiten zu übertragen/bey Straffe offentlicher || Beschimpfung/oder aber/nach Befindung/gleich- || mäsziger Ausztossung: Massen man desfals Niemands || schonen oder Person ansehen wird/dann es heisset: || Qui parcit malis, nocet bonis. || Kann also/nach dem vorstehenden 9ten Punct der Tod || selber so kräfftig nicht seyn/ein Mit-Glied dieser Socie-


Was gefunden Ich verwahr:
Und noch finde immerdar.

tät ‖ gar auszustossen/als doch woll das übele Verhalten eines ‖ Zanksüchtigen Glieder zu thun vermag."

Art. 13 behelst de formaliteiten om lid der Societeit te worden.

Al spoedig traden er ook vreemdelingen in deze Hamburgsche Societeit; vandaar dat er in 1718 na Art. 10 een nieuw artikel 11 werd ingelascht: waardoor de volgende 11—13, de nummers 12—14 verkregen Dit Art. 11 luidt dus:

„Die auswärtigen Zunfft-Glieder sollen gehalten ‖ seyn/ Jährlich zum wenigsten einmahl und zwar zwischē ‖ Ostern und Pfingsten/ von ihrem Leben und Verrich- ‖ tung an einem derer Jahr Verwaltern in Hamburg ‖ durch Schreiben Bericht abzustatten/ dabey als nur ei- ‖ ne kleine Zulage/ wegen der Societät unumgängliche ‖ Unkosten/ den ⅓ Theil eines Rthl. oder 16 β/ (wovon ‖ im 8ten Punct gedacht/) Franco einzusenden/ zu wel- ‖ cher Zulage sich die hiesige Collegen ebenfalls willig ‖ verstehen/ umb mit der Zeit/ zum Verlag ein oder an- ‖ der Tractat etwas Mittel zu haben/ als auch bey ‖ Gelegenheyt/ sich ein oder ander Kunst-Instrument anzu- ‖ schaffen. Dagegen verpflichten sich die Jahr-Verwalte- ‖ re/ dasz sie alle Jahr auf Johannis durch einen gedruckten ‖ Brieff an alle und jede Zunfft-Genossen Nachricht geben ‖ wollen, was unterdessen bey der Societaet passiret/ ob ‖ etliche mit Tode abgangen/ oder neue eingetreten/ was ‖ dieser oder jener verfertiget/ oder speculiret, &c. Die- ‖ jenige nun/ die zur solcher begehrten Nachricht, und so ‖ geringen Zulage einzusenden säumhafft seyn/ die bleiben ‖ von der Societaet mit einen Gegen-Bericht nicht nur un- ‖ beehret: sondern werden auch auff einmahliges Er- ‖ innern/ als widrige caprice Köpffe aus der Socie- ‖ taet ausgeschlossen, und soll solches in nechtsfolgenden ‖ Jahr denen andern Gliedern kund gethan werden."

Met deze Jaarbrieven zullen wij naderhand nog nadere kennis maken.

4. Het zegel of „Sinn-Bild" was een Janus-beeld (zie de plaat) met het opschrift:

Was gefunden Ich verwahr: Und noch finde immerdar.

Het oude deftige gezicht en kleeding met den sleutel, stel de reeds bekende, goed te bewaren, wetenschap voor: het jeugdige gezicht en kleeding met den brandenden fakkel vertegenwoordigt het zoeken naar nieuwe kennis.

5. In 1696 waren reeds als nieuwe leden toegetreden:

16) MICHAEL HÖNECKE, Not. C. publicus, bestallter Schreib- und Rechenmeister in Hamburg; am Dohm [der Hebende]; overleden in 1707.

17) ANDREAS GEORGIUS SCHUTZE, bestallter Schreib- und Rechen-Meister in Stokholm [der Schützende]; overleden in 1718.

18) JOHANN HENNING BÖHLKE, Windhusâ-Brunsvicensis, wohlverordneter Buchhalter auf dem Churfürstl. Verhandelungs-Comptoir zu Hannover [der Bringende]; overleden in 1708 zu Goszlar

19) HEINRICH HOHNEMANN, bestallter Schreib- und Rechen-Meister, nachher Kriegsschaffts–Schreiber und Senateur der Königl. und Chur-fürstl. Freyen Hannoverischen Berg-Stadt Clausthal [der Höhende]; leefde nog in 1719.

20) CHRISTOPHOR. SCHLIFFEL, Naumburgensis, Not. Publ. Buchhalter und Rechen-Meister A. B. in Hamburg [der Schlichtende]; overleden in 1708.

21) JOHANN GUDE, Schreib- und Rechen-Meister in Hamburg, beym sogenannten Strohause [der Gebende]; leefde nog in 1719.

22) EBERHARD EBERUS, Studiosus der Mathem. Wissenschaften, in Hamburg [der Ebende]; overleed in 1706.

23) JOHANN CHRISTIAN FERBER, Schreib- und Rechen-Meister in Hamburg, an der H. Geist Kirchen [der Forschende]; leefde nog in 1719.

24) DIETERICH BEYENBURG, bey der Königl. privilegirten Teutschen Schule in Aalburg auf Jutland [der Bessernde]; leefde nog in 1719.

25) JURGEN RIEGE, E. Ordin. Schreib- und Rechen-Meister in Hamburg, beym Zippeln-Hause [der Reiffende]; overleed in 1717.

Van deze leden schreef J. H. BÖHLKE:

„Wohl-solvirte und schön ausgearbeitete (Meisznerianische) Algebrai- und Geometrische Kunst-Kette" 169 . (?).

En J. C. FERBER leverde:

„Excerpirte & calcul. Meisnerianische Uebungs-Zusatz und Beschlusz–Aufgaben aus der Arithmetischen Kunst-Schule" 1699.

Terwijl J. RIEGE uitgaf:

„Lapis Lydius Mercatorius" 1697.

6. In het jaar 1708 vindt men dezelfde leden; maar in 1719 waren er de volgende bijgekomen:

26) Philipp jacob oswald, Frey–Herr von Ochsenstein, &c. Weil. Käyserliche Hoff-Mathem. in Wien [der Oeffnende]; overleden in 1713.

27) Johann georg von göritz, Römisch-Käyserl. Majest. General-Kriegs Commissariat-Ambts Cantzley-Verwandter in Wien [der Glänzende].

28) Theobald schottel, Ihro Römisch. Käyserl. Majest. Antecamerae Thür-Hüter in Wien [der Schirmende]; overleed in 1720.

29) Dieterich peter hinnerking, zu Hamburg [der Häuffende]; overleden in 1714.

30) Wilhelm benedict, in Breszlau [der Bahnende]; overleden in 1715.

31) Johann leonhard grafe, bestallter Schreib- und Rechenmeister, Not. Caesar. Publ., nachher Land-Almosz-Ambts-Secretarius in Nürnberg [der Gefliessene].

32) Johann georg meckenhäuser, Fürstl. Stiffts-Hoff Organisten wie auch der Kirchen St. Wiperti zu Quedlinburg [der Märckende].

33) Christian partite, Schol. Cathol. Lüb. Arithmetica in Lübeck [der Prüfende].

34) Johann götsche, Schreib- und Rechenmeister in Itzehoe [der Gönnende].

35) Joachim michael brandt, bestallter Schreib- und Rechenmeister zu Stade, nachher an der Schulen St. Nicolai zu Flensburg [der Bauende].

36) Johann hinrich wolgemuht, bestallter Schreib- und Rechenmeister an den Schulen zu St. Nicolai in Hamburg [der Wissende]; overleden in 1720.

37) Georg reszler, Schreib- und Rechen-Meister in Breszlau [der Reitzende].

38) Adam friederich müller, aus Thüringen [der Mässende]; overleed 1718.

39) Gottfried faber, zu Breszlau [der Folgende].

40) Georg hinrich paricius, Extra Ord. Schreib- und Rechen-Meister in Regensburg [der Practicirende].

41) GEORG RUHMBAUM, Schreib- und Rechen-Meister und Organisten zu Allerheiligen in Breszlau [der Rathende].

42) JOHANN HERMANN WESTERKAMP, Schreib- und Rechen-Meister in Osznabrügge [der Wachende].

43) NICOLAUS ROHLAFFS, Schreib- und Rechen-Meister zu Neuenbruck in Hollstein, nachher bestallter Kirch- und Schuel-Bedienter zu Hohenfelde im Ampt Steinburg in Hollstein [der Ringende].

44) JOHANN ANDRESSEN, Schreib- und Rechen-Meister zu Horst in Hollstein [der Arbeitende].

45) JOHANN CHRISTIAN FERBER JUNIOR, bestallter Buchhalter in Husum [der Findende]; overleed in 1719.

46) RUDOLPH CARSTENS, bestallter Schreib- und Rechen-Meister an der Schulen zu St. Petri in Hamburg [der Confirmirende].

47) HINRICH MATTHIAS WOLGEMUHT, E. E. Rahts der Stadt Zelle verordneter Schreib-, Rechen- und Wage-Meister [der Wirckende].

48) BEREND ANDREAS WODARCH, bestallter Schreib- und Rechen-Meister an der Schulen zu St. Catharinen in Hamburg [der Wohlmeinende].

49) HARMS JACOB SEEHUSEN, bestallter Schreib- und Rechen-Meister an der Schulen St. Nicolai in Hamburg [der Säende], was de opvolger van J. H. WOLGEMUHT (N°. 36).

Onder deze leden zijn wederom vele bekend als schrijvers.

W. BENEDICT gaf uit:

„Drey gute Dinge. Reduction der Muntze, Gewicht & Maasse."

„Arithmetischer Trichter" 1699.

J. L. GRAFE schreef:

„Nürnbergische Vorraths-Kammer."

J. GÖTSCHE gaf in het licht:

„Tractat, so wohl zum Schul- als Kunst-Gebrauch verfertiget."

Van J. H. WOLGEMUHT heeft men:

„Wohlgegründete Buchhaltungs-Schule" 1711.

„Vermehr- und Verbesserung des Lambeckischen Rechenbuchs" 1717.

„Handgriffe der Edlen Schreibkunst, II Th."

Van G. RESZLER:

„Arithmetischer Trichter" 1713.

Terwijl G. H PARICIUS leverde:

„Cambio-Mercatoria" 1717.

„Allzeit fertiger Getreyd-, Gewicht- & Getränk-Rechner" 1720.

J. H. WESTERKAMP:

„Tyrocinium Arithmeticum."

En eindelijk N. ROHLAFFS:

„Trigonometrische Calculation der in Anno 1724, den 22 Maji einfallenden grossen Sonnen-Finsterniss."

„Calender."

7. In het jaar 1724 vinden wij nog bij de vorige, de nieuwe leden:

50) JOSEPH SCHOTTEL, Ihro Röm.-Käyserl. Majest. hoch wohlbetrauter Feld-Kriegs-Concipirten in Wien [der Scheinende].

51) CARSTEN DOSE, Schreib- und Rechen-Meister an der Stadt-Schule in Crempe [der Dienende].

52) JOHANN NICOLAUS LAMPE, Ord. Schreib- und Rechen-Meister in Lubeck [der Leuchtende]

53) JOHANN CHRISTOPH OEHLERS, Not. Caesar. Publicus, Buchhalter, bestallter Schreib-, Rechen- und Ober-Meister der Schulen zu St. Jacobi in Hamburg [der Observirende], was opvolger van H. MEISZNER (N°. 1).

54) GERLOF HIDDINGA, Informator der Mathematic und Zeichen-Kunst in Hamburg [der Helffende]; overleed 1 April 1766, in den ouderdom van 83 jaren.

55) JOACHIM FRANCK, Schreib-Rechen-Meister und Collega der neuen Michaelis-Schule in Hamburg [der Fassende], opvolger van V. HEINTSZ (N°. 2).

56) HERMANN WAHN, Extra-Ordinair Schreib- und Rechen-Meister in Hamburg [der Wählende].

57) SCHWEDER HARMSEN, Handels-Buchhalter auf ein berühmtes Comptoir in Lübeck [der Hurtige].

58) SAMUEL GUNTHER, Schreib- und Rechen-Meister an der Gast-Haus-Schule in Emden [der Geltende].

59) JOHANN CARL PARICIUS, Treufleissiger Paedagogus am Waysenhause in Regensburg [der Probirende].

60) JOHANN HINRICH STÜVE, Handels-Buchhalter in Hamburg [der Suchende].

61) CHRISTIAN STEPHAN REMER, bestallter Schreib- und Rechen-

Meister, Provisor bey St. Martini Kirch und Schule, und Contestamentarius beym Wäysenhause St. Annen in Braunschweig [der Rennende].

Onder deze nieuwe leden kent men slechts J. C. OEHLER, als schrijver, namelijk van:

„Offene Schreib-Schule" 1718.

„Der itzlebende Flensburg" 1721.

„Das erste Halb-Dutzend Buchstaben" 1723.

En G. HIDDINGA, wiens geschriften zeer gezocht en later door J. OOSTWOUD in het hollandsch werden vertaald:

„Erste Samenlung von hundert Algebraischer Aufgaben," Hamburg. Een tweede druk verscheen in 1744.

„Anleytung zur Algebra" 1735, met een herdruk van 1766.

„Zweyte Samenlung von hundert Algebraischer Aufgaben" 1736.

„Anleytung zur Geometrie," Hamburg 1746.

„Dritte Samenlung von hundert Algebraischer Aufgaben" 1771; na zijn dood door zijnen zoon uitgegeven als „Opus posthumum."

8. In het vorige jaar 1743 besloten de leden der Hamburger Societeit tot het uitgeven van een gezamenlijken bundel, waartoe ieder lid het zijne konde bijbrengen. Daaruit ontstond de verzameling, getiteld: „Kunst-Früchte. Erste Sammlung" [11]), die een mengeling van allerhande verschillende onderwerpen en opmerkingen bevat, dewijl ieder lid in den regel daarvoor een vel druks leverde. Men vindt daarin vijftien verhandelingen van de leden P. TIDEMANN, J. G. MECKENHAUSER, J. M. BRANDT, G. H. PARICH, N. ROHLFS, R. CARSTENS, B. A. WODARCH, H. J. SEEHUSEN, C. DOSE, J. N. LAMPE, van DER MEDITIRENDE (wiens waren naam ik niet heb kunnen opsporen), G. HIDDINGA, J. FRANCK, H. WAHN, S. HARMSEN, S. GUNTHER. Deze stukken loopen voornamelijk over reken-, stel- en meetkunde, maar ook over muziek, sterrekunde en boekhouden; zij vormen derhalve eene bijeenvoeging van allerlei onderwerpen zonder eenig onderling verband. Die verzameling is wel getiteld „Erste Sammlung" ten bewijze, dat er zeker plan bestond om dit voort te zetten, maar er is, mijns wetens, nimmer eene volgende of tweede verzameling op gevolgd.

9. Tot dezen tijd is het mij, meen ik, gelukt een eenigzins getrouw beeld te schetsen van den toestand der „Hamburgische

Kunst-Rechnungs-Societaet". Van nu af daarentegen moet ik mij tevreden stellen met het mededeelen van slechts twee bijzonderheden.

In het jaar 1742 waren er van de andere leden nog overgebleven:

N°. 11, 33, 39, 42, 43, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 55, 56, 57, 59, 60, 61.

En bovendien waren er toegetreden:

NICOLAAS MAGERN te London.

PIETER LORENTZEN te Tundern.

JOHANN DANIEL BOHLKEN te Torga, in het sticht Walkenried.

JOHANN ELIAS GRESNER te Hamburg.

JOHANN BERNER HELD te Zoltz-Oeffelen.

HERMANN REIMER te Bremen.

ALBERT AHRENT te Ritsbuttel.

JOHANN NICOLAS STEDING te Stadthagen, in het Reichs-Grafschaft Schaumburg.

ADOLPH FREDERIK MARCI, boekhouder en vertaalder te Amsterdam [der Meritirende].

JOHANN GEORG RESSING te Hamburg.

JOHANN DANIEL INTELMANN te Revel.

CHRSTIFAAN CROESE te Swijndorp in Oost-Vriesland.

POUSSETTE te Luneburg.

AUGUST ERNST BROYER te Marne in Zuider-Ditmarschen.

Als schrijvers zijn hieronder bekend:

H. REIMER door zijne:

„Arithmetica Curiosa" 1739.

J. N. STEDING die uitgaf:

„Mathematisches Kunst-Kabinet." Oldenburg 1736.

Terwijl wij van A. F. MARCI kennen:

„Gründliche Anzeige des streitigen Lubeckischen Problematis wieder Clausberg" 1731.

„Quadrata Magica" 1744 [12]); hiervan verscheen een tweede druk in 1790 [13]).

„Uitvoerige tafelen van de ondeelbaare of Prim-getallen." 1742. [14]).

„De verworpene Annihilatio Ultimi Termini (Vaderl. Letteroefeningen Dl. II. 1762". [15]).

„Methodus de maximis et minimis (Vaderl. Letteroefeningen Dl. III. 1763." [16]).

En van J. G. RESSING:

„Zahlen-Verwechselungs-Lust oder Bereitung der geraden und ungeraden sogenannten Zäuber-Tabellen" 1737.

„Arithmetischer und Algebraischer Zeitvertreiber" Hamburg 1745.

10. Verder vindt men in 1776 als leden:

JACOB OOSTWOUD, leermeester der wiskunde te Oost-Zaandam.

ALBERT VRIJER, leeraar der Doopsgezinden te Wormerveer.

JOSEPH CRUMMEL, leermeester der Mathesis te Aken.

C. KROESE te Amsterdam.

J. G. PLATE te Sattrum in het Ambt Rotenburg.

Van J. OOSTWOUD kent men de geschriften:

„Mathematische Liefhebberij." III Deelen, waarvan ieder deel duizend voorstellen bevat, met de namen der opgevers [17]).

„Mathematisch Zinnen-Confect" 1767 [18]), eene vertaling van de Deliciae Mathematicae van PAUL HALCKEN (zie de Noot (7)).

„Bundel van wiskundige Uytspanningen" in 1776 [19]), die de vertalingen bevat van eenige werkjes van J. CRUMMEL, G. HIDDINGA, H. MEISSNER, zoo, dat het een vrij volledige verhandeling over stelkunde is geworden.

„Maandelijkse Mathematische Liefhebberij" [20]), waarvan hij van 1754 tot 1765 de redacteur was: en dat naderhand tot aan het einde December van 1769 door LOUIS SCHUT werd voortgezet. Dit tijdschrift, bestaande derhalve uit 17 deelen of jaargangen, is uit een dubbel oogpunt belangrijk. Vooreerst wegens de menigte uitgezochte vraagstukken met hunne oplossingen, die daarin voorkomen: waarbij nog een groot aantal opgaven op vergelijkende examens, gedurende dien tijd gehouden. Ten anderen wegens de vele bijzonderheden omtrent de vervulling van vacante schoolonderwijzers-betrekkingen in het tweede gedeelte van elk maandelijksch nummer, „het Maandelijks Nieuws der Fransche en Duytsche Schoolen," genaamd. De oproepingen tot de vergelijkende examens, met de voorwaarden van beroeping, de opgegevene vragen en opgaven, de voordracht en de benoeming zelve, — leveren dikwerf menige wetenswaardige en ook opmerkenswaardige gegevens voor de geschiedenis van het school-

wezen in die dagen, en den toestand van de beoefening, inzonderheid der wiskundige, ook toegepaste wetenschappen door deze onderwijzers, waarmede de werkkring en de richting der Hamburgsche Societeit zoo geheel in overeenstemming was.

11. Zoo als reeds gezegd werd, leveren de beide laatste § slechts eenige losse trekken, niets meer: alleen de hoop, dat een ander deze omtrekken nader mogt uitwerken, deed mij besluiten, die te vermelden. Thans hebben wij verder alleen te maken met ADOLPH FREDERIK MARCI en diens werken; aangehaald onder Noot (12), (13), (14), (15) en (16).

Uit de opdracht van dit werkje blijkt, dat MARCI zich met der woon te Hamburg had gevestigd, doch aldaar door zijne bemoeijingen in 1731 met het zoogenaamde Lübecksche vraagstuk, zich vele vijanden had gemaakt. Dit vraagstuk luidde, dat van vijf gedurig evenredige getallen de som en de som der vierkanten was gegeven: het werd door CLAUSBERG behandeld. MARCI vertrok toen in 1739 uit Hamburg, naar het scheen met de beste vooruitzichten: doch hij vond ook daar vervolging, misschien wegens zijne „onbepaalde Uitgestrecktheid van denken, Gematigde Vryheid van zijne Gedachten te mogen uiten, ongeveinsde Oprechtigheid," die „hem gelijk als eigen waren," terwijl hem „de Grond-Regelen en Wetten der Wiskonstenaars, waarna zij in hunne Sluit-Redenen te werk gaan, volkomen bekent waaren." Daarop naar Nederland, en wel naar Amsterdam vertrokken zijnde, gevoelde hij zich meer op zijn gemak in dat „Land van meerder Vrijheid en Oprechtigheid" dan in het vroegere „onvruchtbaar Gewest": en gaf reeds spoedig, in 1744, het aangehaalde boek uit. Volgens gewoonte en verplichting, droeg hij dit op aan de toenmaals levende, „De Gezamentlijke Leden van de *Societeit* of 't Gezelschap der Konst-Reekenaars te *Hamburg*, welke den 25. Juny A° 1742 noch in 't leeven geweest zijn," dertig „wel-edele, konst-ervaarene heeren" in getal.

Omtrent zijne werkzaamheden verhaalt hij in diezelfde „Opdracht" dat hij een getal van 240 Sinussen en Cosinussen (die hij „derzelve toebehoorige *Complementen*" noemt) tot in tien decimalen had berekend, waarvan hij er 60 aan de Jaar-Bestierders der Societeit overleverde. „Zij hebben er ook een

rechtmatig gebruik van gemaakt, en in hunnen Jaar-Brief van 1739, 30 daar van met zoo vele *Complementen* tot onzer aller kennisse laten komen." Deze 240 Sinussen zouden „tot een grond konnen verstrekken, om andere Tafelen 'er na te *corrigeeren* ingelijks nieuwe te bereekenen tot op *seconden* toe."

Verder deelt hij mede, dat het getal 2047 door den Heer CHRISTIAAN WOLF verkeerdelijk als een „eerst Getal of *Numerus primus*" wordt opgegeven „daar het nochtans een *Numerus compositus* of t'zamengesteld getal is, zijnde des zelfs Deelers 23 en 89." Daaruit volgde dat het produkt van 2047 met 1024, te weeten 2096128, geen Numerus perfectus of volkomen Getal, zulk een dat gelijk is aan de som van al zijn deelers, zijn konde: hetgeen verkeerdelijk door WOLF was beweerd.

Eindelijk bespreekt hij „De gewaande en so hoog opgehefde volkomenheid van 't Getal 4000" naar aanleiding van eenige opmerkingen over chronologie, die voorkwamen in het Journal des Sçavans van December 1743.

Na deze „OPDRACHT" (bladz. 3—19) volgt „HET VERMAAKELIJK REEKEN-KONSTIG SPEL," over de Toover-Vierkanten (blz. 20—53), waarin eerst voorkomt de berekening van zes „Toovervierkanten van 12 maal twaalf Perken," daarna nog iets over evenredigheden."

Een „APPENDIX" (blz. 54—116) bevat 60 voorstellen, 7 over toovervierkanten, 9 over rekenkundige reeksen, 5 onbepaalde vraagstukken, 6 en 7 over rekenkundige reeksen, 7 over berekening van logarithmen [in eene „Aanmerking VII (blz. 72—94) berekent hij de hyperbolische logarithmen van 2, 10, 3 en 5 in twintig cijfers," en geeft ten slotte de „TAFEL || *Der* Logarithmi *voor de Natuurlijke Getallen* van 1 *tot* 100" in 20 decimalen] 3 voorstellen over inhouden, 2 over wortels uit veelledige wortelgrootheden, 4 over hoogere machtsvergelijkingen, en voorts nog 10 voorstellen over stel- en meetkunde.

In een „NIEUW-JAARS GIFTE || *Voor onkundige* || CIJFFER-MEESTERS" (blz. 117—150) behandelt hij eerst eenige rekenproeven, en daarna de „*Numeri amicabiles* of Vriendschaps-getallen" die „deze eigenschap hebben, dat de Partes Aliquotae of Deelers van het eene getal weêrzijds in zom zo veel uitmaken, als het tweede getal." Zij zijn 220 en 284, 17296 en 18416 (van PAUL

HALCKEN) 9363584 en 9437056 (van FRANCISCUS VAN SCHOOTEN). Het vierde paar geeft hij te raden. Hierop laat hij nog enkele opmerkingen volgen.

Wat de methode betreft, die MARCI volgde ter berekening van deze logarithmen, deze was niet die van worteltrekking, maar die der reeksen. Hij gebruikte eerst de reeks, gegeven door HEINRICH MEISNER in het werk van noot (6), die nederkomt op de formule

$$Nep.\ Log.\ x = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 + \frac{1}{1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^4 + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^6 + \frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^8 + \ldots$$

en daarna eene andere door PAUL HALCKEN, gegeven in zijn werk van noot (7), die ten doel heeft om bij de voorgaande reeks de x dicht bij de eenheid te brengen. Daartoe neemt MARCI bijv. in plaats van :

$$10, \quad \frac{10}{2^3} = 1\frac{1}{4} = x, \quad \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = \frac{1}{81};$$

$$2, \quad \frac{2^{10}}{1000} = 1\frac{3}{125} = x, \quad \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = \frac{9}{64009};$$

$$2, \quad \frac{2^4}{10} = 1\frac{3}{5} = x, \quad \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = \frac{6}{169};$$

$$2, \quad \frac{100}{2^6} = 1\frac{9}{16} = x, \quad \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = \frac{81}{1681};$$

$$3, \quad \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = x, \quad \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = \frac{1}{25} \text{ door } l\,2;$$

$$3, \quad \frac{10}{3^2} = \ \frac{1}{3} = x, \quad \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = \frac{1}{361} \text{ door } l\,10;$$

$$3, \quad \frac{81}{80} = 1\frac{1}{80} = x, \quad \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = \frac{1}{28921} \text{ door } l\,2 \text{ en } l\,21;$$

$$5, \quad \frac{27}{25} = 1\frac{2}{25} = x, \quad \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 = \frac{1}{676} \text{ door } l\,3.$$

12. In de „Opdracht", vermeld in de vorige § 10, spreekt hij over „de manier van met waarschijnlijke zekerheid de eerste Getallen van de t'zamengestelde [in eene noot zegt hij: „*Methodus verisimilis discernendi Numeros primos à compositis*"] te konnen onderscheiden en beraamen, maar nadien mijne te dien opzichte opgestelde Regel noch niet op alle voorkomende gevallen volstrekt kan toegepast worden: zo heb ik ook dit noch tot een bequaamer gelegentheid insgelijks moeten opschuiven." Dat wij dezen regel niet bezitten, is waarschijnlijk geen groot gemis: denkelijk heeft echter zijn beproeven aanleiding gegeven tot het uitgeven van zijne „Uitvoerige tafelen van de ondeelbaare of Prim-getallen," die hij in 1772 het licht deed zien: deze tafels loopen tot 400000. In het „Voorbericht" verhaalt hij, hoe het voornemen bij hem ontstaan was, om deze tafels tot „1200 Duizend" voort te zetten, en spreekt daarbij over den arbeid van WOLFRAM, dien hij minder dan den zijnen rekende, „vermits men te dier tijd oor- || deelde, dat de mijne, vrij veel vermeerderd || zijnde, met regt den Voorrang voor de zijne zig || aanmatigen konden:" En daarop laat hij volgen „Doch nu || moet niemand zig laten invallen en verbeel || -den, als of andere Landen geheel en al van || schrandere geesten ontbloot waaren, en ook niets || diergelijks mede uitvinden konden (*Nans Dii habitant ubique*)" Een staaltje, hoe onze MARCI over zich zelven oordeelde.

Om de ongelijke verdeeling der prim-getallen in de eerste honderd duizend te bewijzen (en dus de onmogelijkheid, om daaruit tot een regel te komen) geeft hij het volgende tafeltje:

I. Zijn er	van eene Cijffer	4
	van twee Cijffers	21
	van drie Cijffers	143
	van vier Cijffers	1061
	van vijf Cijffers	8364
		9593, de EENHEID niet medegereekend.

II. Onder de honderden worden gevonden:

3	à	3	Eerste	getallen	9
6	à	4	„	„	24
18	à	5	„	„	90
39	à	6	„	„	234
105	à	7	„	„	735
151	à	8	„	„	1208
184	à	9	„	„	1656
176	à	10	„	„	1760
125	à	11	„	„	1375
104	à	12	„	„	1248
47	à	13	„	„	611
16	à	14	„	„	224
13	à	15	„	„	195
9	á	16	„	„	144
2	à	17	„	„	34
1	á	21	„	„	21
1	à	25	„	„	25
1000 Honderste					9593 Eerste Getallen.

Van denzelfden schrijver heeft men nog in de eerste deelen der „Vaderlandsche Letteroefeningen" twee stukken: het eene in Deel 2 van het jaar 1762 „de verworpene Annihilatio ultimi Termini", het ander in Deel 3 van het volgende jaar „Methodus de maximis et minimis". De bloote vermelding zij hier genoeg.

AANTEEKENINGEN.

---

1) ARITHMETICA TYRONICA || Oder: || Ein neu- und gantz leichtes || Rechen-Büchlein/ || Darinn || Die Rechen-Kunst (so viel nemlich || der täglich-gemeinn/auch Kauffmänni- || sche Gebrauch anfänglich erfodert) gantz gründ- || lich und mit solchen Exemplis vorgetragen wird/dasz auch || Knaben und Mägdlein/welche tardioris Ingenii sind/selbige || leichtlich und balde daraus erlernen oder begreiffen mögen. || Und ob wohl die Aufgaben/guten theils/ aus dem ehe- || mahls publicirten, nunmehro aber distrahirten Arithmetischen || Blumen-Gärtlein entlehnet oder behalten/so ist jedoch diese Edition || mit unterschiedlichen neuen und nothwendigen Exempeln, (unter denen || auch etliche besonders zur Information der Mägdlein gewidmet/) au- || girt, der veränderliche Lagio und Wechsel-Cours anderer Gestalt || (nemlich dem jetzigen Handels-Stylo gemäsz) eingerichtet/über deme/ || allenthalben eine gnugsame Anleitung zu denen Solutionibus gegeben/ || und mit vielen nothwendigen Erinnerungen erläutert worden. || Von || Heinrich Meisznern/ || Verordnetem Schreib- Rechen- und Obermeister auf der St. Jacobi || Kirchen-Schule. Der Mathem. und Buchhaltens geflissenen/auch || in der Kunst-Rechnungs-Ubenden Societät zu genannt || Dem Mehrenden. || $4\frac{4}{13}\frac{3}{8}$/ || Unter Ihr. Röm. Käyserl. Majest. dieser Societät allergnädigst || ertheilten sonderlichem Privilegio Impressorio: Verlegts || der Auctor, bey deme es auch zu bekommen. || HAMBURG, || Gedrukkt bey Heinrich von Wiering/Anno 1701. in 8°.

VIII bladz. bevatten titel, het „Vorbericht" (5 blz.) en „Erinnerung" (1 blz.).

A—L, blz. 1—168.

Op de laatste bladzijde eindigt het boek met „SOLI DEO GLORIA." Daarop volgen de „Errata."

2) Martin Wilckens || so genandte || Und in Anno 1622. ausz- gelassene || FLORES AL- || GEBRAICI || Darin || Viel schöne/theils Cub:

Zensizens : || Sursolid : und Zensicubi-Cossische || Aufgaben enthal- ten. || Welche alle (nach des Authoris Begeh- || ren) per Cossam Quadratam auf- || gelöset seyn || Und || Denen anfahenden Cossisten und Re- || chens-Liebhabern zu Dienst und For- || derung durch den Druck mit- || getheilet || Von : || Hinrich Meiszner/Arithm: &c || in Hamburg : || Auch bey demselben (in der Rosenstrasz wohn- hafft) || zubekommen. in 8°.

Aan het einde op bladz. 120 staat het jaartal 1684.

XVI bladz. bevatten : titel, „Vorbericht" (4 blz.) „Erklärungen" (3 blz.) 7 verzen van P. G. Krüsike, V. Heins, J. Beyenhurg, Paul Halcke, en Meisner zelven (9 blz.).

A—H blz. 1—120 bevat „Vorbereitung" (blz. 1—16) „Florum Algebraicorum Erster theil," 54 voorstellen (blz. 17—57). „Florum Algebraicorum Ander Theil." 107 Voorstellen (blz. 57—107). Admonitio (blz. 108—120).

3) ARITHMET : || GEOMETR : || und || ALGEBRA-ische || Kunst-Ket- te, || Bestehend in 100 Aufgaben || oder Gliedern. || Dabey ein Anhang von 360 allerhand || QUAESTIONIBUS, || Wie auch || Eine Publicirung der Personen/ || welche in der neu-auff-gerichteten || Kunst-Rechnungs-Liebenden || SOCIETAET sich anitzo befinden : || sambt deren Legibus. || Herausz gegeben von || Dem Mehrenden. || Auf Kosten der sämtlichen Zunfft- || Genossen/und bey jedem seines || Orts zu bekommen. || HAMBURG. || Gedrukft bey Hinrich von Wiering/Formschneider auffm || Brauer-Knecht-Graben. Ao 1690/in 8°.

A (32 blz.) bevatten : titel, opdracht (3 blz.) Praefatio (9 blz.) die „Membra" (4 blz.), Leges (9 blz.) en vers (5 blz.) „Ammerkkung" (2 blz.).

B—I blz. 1—128. Op de laatste bladz. de „Errata Typographica."

4) ALGEBRA || TYRONICA, || In deren || Erstem Theil || Die Algebraischen/ Surdischen/ Binomischen || und Residuischen &c. || SPECIES || Mit schönen deutlichen Reguln, gründlichen || Anwei- sungen/ und nohtwendigen Exempeln, (nach Art der ordentl. || beschriebenen Teutschen Schul-Rechenbücher) aufs verständ- lichste || und klärlichste (so/ dasz alles/ auch von den Schul- Knaben/ sehr || leichtlich zu begreiffen/) abgefasset; auch im || Andern Theil : || Der Usus und Nutz der Algebraischen Rech- || nung in dreyen Dutzenden Mercatorischer Aufgaben (die Geo-

me- || trischen Aufgaben bisz künfftig ausgesetzt/) solcher gestalt vorgetragen || und erläutert wird/ dasz ein fleiszziger Liebhaber nicht allein den Grund || derer/ in den gemeinen Rechen-Büchern biszhero befindlichen || Operationum verstehen/ sondern auch andere Reguln || drüber anstellen könne || &c. || Durch || Heinrich Meiszner/ || Gewesenenen Schreib- Rechen- und Ober-Meistern auf der St. Jacobi || Kirchen-Schulen/ der Mathem. auch Buchhg-geflissenen/ und in der || Kunst-Rechnungs-Ubenden Societät den so-genannten || MEHRENDEN in Hamburg. || EDITIO SECUNDA, || Aufs neue revidirt und mit der Solution der Cubic und höhern cos- || sischen aequationen, auch der zen Schlusz-Quaestionen/ || vermehret. || Hamburg/ in Verlegung Michael Ludolph Völckers/ || in St. Nicolai Kirche. || Gedruckt bey Philip Ludwig Stromer. in 8°.

A=XVI blz. (zonder pagineering) bevatten titel „des sel. Autoris || Vorbericht || An den Kunst-Günstigen Leser" (3 blz.) „die Membrorum Nahmen" (6 bladz.) „Kunst-Schrifften" (4 blz.) 1 bladz. wit.

B—G. blz. 1—87. Erster Theil.

G—L. blz. 88—155. Ander Theil.

L. blz. 156. Beschluss der obigen drey Dutzend Auffgaben.

L—M. blz. 157—168. Anhang.

M. blz. 169—176. Solutio der dreyen Schlusz Quaestionen.

5*) GEOMETRIA TYRONICA. || Darinn || Die Herrliche und Hoch-nutzbare Mäsz-kunst/ || Nach ihren 3-en Dimensionibus, nemlich: || I. Longimetria, II. Planimetria, III. So- || lidimetria vel Stereometria, || Ausz wahren || Euclideischen Fundamenten, || (als da sind/ || Definitiones, Theoremata, Problemata, || Transformationes Figurarum, &c) || Samt dem Gebrauch || Der Logarithmorum und zur Trigonometriae erfo- || derten Tab. Sinuum, Tang. & Secantium, || (laut mit mehren/ in Praefat. beschriebenen/ und im Werk noch mehr || befindlichen/ Innhalts) gelehrt/ || Mit vielen nohtwendigen Scholiis, oder Anmärkungen/ schönen || Vortheilen/ deutlichen und gnugsamen Kupfer-Figuren/ geziert und || illustrirt, und also der lieben Jugend/ zu besondern Nutzen/ || in 4 Theilen/ mit Fleisz ausgefertigt/ von || Heinrich Meiszner/ || Schreib- Rechen- und Ober-Meister an der St. Jacobi Kirchen- || Schule: der Mathem. auch Buchhaltens geflissenem/ und in der || Kunst-Rechnungs-Ubenden Societaet, dem

so= || genannten Mehrenden in Hamburg. || Gedrükkt bey Hinrich von Wieringh/ der Societaet Buchdrukker/ || In Verlägung Hr. Valent. Heins, ältern Collegae an der Schule || zu St. Michaelis; bey ihm und dem Auctore zu bekommen. in 8°.

Hoezeer het nergens in dit boek blijkt, is het uitgegeven in 1696.

XVI bladz. bevatten titel, „Vorbericht" (10 bladz.) geteekend „Hernach Mehr", een vers geteekend „vom Himmel" (Valentin Heins?) (1 bladz.) en een vers van Heinrich Cordes (1 blz.).

A—D, blz. 1—58. „Erster Theil || Tractiret die || FUNDAMENTA GEOMETRICA, || Und zwar/ der Ordnung nach: || (1) Die Definitiones, Theoremata, || Problemata, Transformationes Figu- || rarum & Species, h. e. Additionem, Sub- || tractionem, Multiplicationem & Divisionem, || und also Summatim die gantze Theoriam" (2 platen).

D—H, blz. 59—124. „Der || Zweyte Theil: || Ist eine noch nähere Vorbereitung || zu dem || Haubt=Werk/ || und erkläret die Decimal- und || Logarithmische Rechnungen/ Item: || den Gebrauch der Tabellarum Sinuum, || Tangentium & Secantium, &c. || Sammt || Kurtzen Unterricht/ wie ein Feldmässer || sich bey der praxi zu verhalten/ &c.

Hierin „Compendiose || TABELL: || Derer (Logarithmorum) von 1 biss 1000 ordentlich fol= || genden Absolut-Zahlen" (blz. 74—83) en „Tabulae, Sin. Tangentium & Secantium, &c (blz. 88—115) voor iedere 5 minuten: alles in 7 mantissen."

H—N, blz. 125—198. „Der || Dritte Theil: || Tractirt die Mäss= Kunst || als das || Haubt=Werk/ || an ihr selbsten. || Nemlich: || Die Longimetriam, Planimetriam & || Stereometriam, || Mit angehörigen und nohtwendigen || Erklär= oder Anmärkungen" (2 platen).

N—R, blz. 199—271. „Der || Vierte Theil: || Begreifft || (Zur weitern Forsetz= oder Continuation) Drey=Dutzend || oder 36 || Geometri-Algebraische || Aufgaben || mit ihren veränderlichen || Solutionibus. || Sammt einem kurtzen Anhang || einiger wenigen || Geometrischen Qvaestionum, || Wiewohl alles sehr deutlich und leicht/ nach || dem Verstand eines Tyronis, abgefasset" (met 1 plaat).

Op blz. 270 komt voor een vers „Lob des Zirkels und Linials," blz. 272 de „Errata Typographica."

6) Des Gantzen/ || In XV. Büchern bestehenden/ || Teutschen || EUCLIDIS || Erstes Buch: || Handelt || Von den Rechtlinischen Figuren/ || Nemlich: || Von denen Triangulis und Parallelogrammis: zwar || erstlich vom Ursprung oder Eigenschafft der Triangulen, wie derselben || den Winkel und Seiten sich gegen einander verhal=

ten; Item/ von den Parallel- ‖ Linien und daraus entstehenden Parallelogrammis, auch was deren Halbschneidung mit ‖ dem Triangul, vor eine Verwandnüsz habe. Hernach vom Qvadrat und rechtwinklichten ‖ Triangul, wie die beede Qvadrata, so umb den rechten Winkel stehen/ so viel bringen/ als das ‖ Qvadrat des rechten Winkels subtendirende Seite. Welches alles gantz deut- lich erkläret ‖ und mit nutzlichen Anmerkungen oder Scholiis ge- zieret/ auch/ wo es sich schikken wollen/der ‖ Usus gezeigt/ und was so dann bey denen Propositionibus zu weitläufftig fallen wollen/ ‖ bey jedem Buche in einen besondern Anhang verspareт worden: Diesem zu ‖ Folge/ wird der Kunst-liebende Leser fin- den in jetzigem ‖ Ersten Buchs ‖ Appendice. ‖ folgende nutzbare Sachen. ‖ I. Von allgemeiner Verwandelung der Rechtlinischen Figuren/ ‖ wie auch die Linearische oder Geometrische Austhei- lung/ der vom Faulhaber ‖ so- genañten miraculösen Qvaestion, welche er im Ersten Theil seiner Ingenieur- ‖ Schulen sub N°. 31, vorgestellet/ und durch die 37-ste Proposition dieses Ersten Buchs/ ‖ solvirt haben will. Dabey dann zu erinnern/ dasz in den folgenden Büchern ‖ die übrige Faulhaberische Qvaestiones, gleichfalls sollen erörtert werden. ‖ II. Von der Zier-Schreibe- rey/ und worinn der Wollstand aller- ‖ hand Schrifften bestehe; auch von einer Anleitung/ wie die grosse Fractur/ ‖ (wann die Feder nicht mehr zureichet/) nach einer gewissen Mensur durch ‖ Zirkel auch Lineal/ das ist/ Geometricè zu verfertigen. ‖ Alles mit höchstem Fleisz gestellet ‖ Durch ‖ Heinrich Meisznern/ ‖ In der Kunst-Rechnungs Lieb- auch übenden Societaet ‖ dem Mehren- den. ‖ Unter Röm. Käiserl. Maj. besonderst-allergnädigstem Privilegio Impressorio. ‖ Hamburg, ‖ In Verlegung des Auctoris, wie auch Valentini Heinsz/ und Henrich von Wieringen; und ‖ bei ihnen respectivè auf der Schulen zu St. Jacobi; auf der Schulen zu St. Michaëlis; und ‖ in der Buch-Drukkerey aufm Schaat- Steinwege/zu bekommen. in folio.

IV blz. (zonder pagineering) bevatten den titel en het „Vorbericht" (2 blz.).

A—N, blz. 1—104 met 2 platen. Dan volgt de titel:

Des Gantzen (in XV Büchern bestehenden/) ‖ Teutschen ‖ Euclidis ‖ Zweites Buch: handlende von den Rechtwinklichten ‖ Parallelogrammis. ‖ Nemlich: von denne Rectangulis und Qvadratis, welche aus Schnei- ‖ dung der rechten oder geraden Linien ent- springen; was dieselbe gegen einander vor ei- ‖ ne Verhältnüsz

haben; folglich auch von denen Qvadratis, so auf den Seiten der stumpf- und scharf- || winklichten Trianguln beschrieben worden &c. Da dann der Auctor anfänglich (bey der 1-ten Propos. hujus libri) || angewiesen/ wie die liebe Antiquität auf den Process bey der gemeinen Specierum, Multiplicationis & || Divisionis gekommen/ so anbey mit lustigen Schertz- Exemplis, Objectionibus & Resolutionibus || erläutert und amplificirt. || Bey der 6-ten Propos. hat man den Unsprung der sogenannten Qvadrat-Cossischen || Vergleichungen/ so im Appendice weiter deducirt. In der 11-ten Propos. wird klärlich dargethan: || daßz Euclides selber/ und alle alte Mathematici, Algebraïsten gewesen/und die Auflösungen der schwersten Problema- || tum per Algebram Speciosam hergeleitet oder Analysiret haben/ und wie man selber solche Lehr-Sätze erfinden möge/ angewiesen: wobey dann || auch des Faulhabers miraculöse Qvaestion, so er im ersten Theil seiner Ingenieur-Schul/ denen Musicis zum Besten sub numero 32 gestellet/ || resolvirt und erläutert worden. So sind auch/ nachgehens bey der 12-ten & 13-ten Propos. die bekannten Reguln, wie nemlich in allen Recht- || Linischen Trianguln, die wahre Perpendicular zu finden; nebst denen Reguln, wie nemlich in sothanen Rechtlinischen Trianguln die Win- || kel/ ohne Beyhülff der perpendicularen/ zu erkündigen seyn/ klärlich demonstrirt und ex analytica deriviret; ohne was sonsten bey || denen Propositionibus zu weitläufftig fallen wollen/ in den Anhang dieses zweiten Buchs versparet worden: || Diesem zu Folge/ wird der Kunst-liebende Leser finden/ in jetzigem Zweiten Buchs || Appendice, || Folgende nutzbare Sachen. || I. Vom Beweisz und Ursprung der Qvadratischen Extraction, (aus der 4-ten Propos. || dieses Buchs/) bey welcher Exempla angefüget/ wie man aus gegebenen Zahlen soll rad: qvadr: || oder auch plus vel minus etliche mahl dieselbe Wurtzel evolvirn: ebener massen rad: cub: plus oder minus etliche || mahl bemeldte Wurtzeln zu extrahirn/ welches hernach mit groszen Nutzen/ auf die sonst-schwere Cubi Coss zu applicirn angewiesen. || II. Die Demonstration der sogenannten Surdischen Addition (aus erwehnter 4-ten || Proposition hujus libri,) da man die Qvadrata derselben Surden (oder affter Zahlen) addirt und multiplicirt, || und also ein Qvadrat füllet/ &c bey welchem aber noch andere Reguln zum Gebrauch/ angefüget sind. || III. Ein Beweisz / von Extraction der Binomischen Qvadrat-Wurtzeln/(aus mehr- || besagter 4-ten Propos. dieses Buchs) nur kurtzlich be-

rühret/das übrige aber ist ins 10=te Buch/ wohin es besser || zu statten kommt/ versparet worden. || IV. Die so genannten Qvadrat-Cossischen Vergleichungen/ welcher gröste Quanti- || tät theils mit der Unität; theils aber mit einer andern Zahl be= hafftet/ zu vereinbahren/ dabey aber auch gründ= || lich erwiesen/ dasz die jetzt gebräuchliche Qvadrat-Coss, in denen bisherigen Büchern/ nie || Grundvöllig beschrieben sey. || V. Von der Cubi-Coss und andern höhern Vergleichungen/ bey welchen dann die || Ursach angefüget/ warumb/ aus Erhöhung der Radicum/ der wahre Valor Radicis erfolgen müsse. || VI. Von denen Partibus aliqvotis oder Just=auf=Theilern/ wie nemlich aus denen || blossen Haubt=Theilern/ vorher bekannt zu machen/ wie viel partes aliqvotas die vorgegebene Zahl/ befasse/ auch wie || solche partes allesamt mit halber Mühe zu erkündigen/ dann auch wie die Surdischen Wurtzel=geltungen/ mechanicè sollen gefunden wer= den. || Alles mit höchstem Fleisz gestellet durch || Heinrich Meisz= nern/ || In der Kunst=Rechnungs Lieb= und übenden Societaet (dem Mehrenden.) || Unter Röm. Käiserl. Majest. besonderst= allergnädigstem Privilegio Impressorio. || HAMBURG, || In Verle= gung des Auctoris, wie auch Valentini Heinsz/ und Henrich von Wieringen; und bey ihnen respectivè auf || der Schulen zu St. Jacobi; auf der Schulen zu St. Michaelis; und in der Buch= druckerey aufm Schaar=Steinwege/zu bekommen. in folio.

O—X, blz. 105—162. Met 1 plaat.

Iedere stelling, bepaling, axioma enz. heeft tot hoofd het oorspronkelijk grieksch, daarnaast de latijnsche, daaronder de duitsche vertaling.

7) DELICIAE MATHEMATICAE || oder || Mathematisches || Sinnen= Confect/ || Bestehend in || Fünffhundert vier und siebentzig auser= le= || senen/ zum Theil gar Kunstreichen Algebrai- || Geometri- und Astronomi-schen Auffgaben/ mit vielen || Künstlichen Solutionen und Reguln gezieret/ insonderheit einer || curieusen Erfin= dung der Logarithmorum, von der Qvadratura || Circuli, nach der unendlichen Näherung/ und andern || Sinnreichen=Sachen mehr. || Nebst einer Vorbereitung/ darinn die Al- || gebraischen Fundamenta, wie auch die gründrichtigste || Regeln der Qvadrat-Cubic- und Zens-Zensi-Coss gezeiget werden. || Dann auch noch eine neue compendieuse Regul || über die höhern Aeqvationen insgemein/ dadurch man || aus denselben die Radices forders amst finden kan. || Allen Liebhabern der Mathematischen || Wissen=

schaff/en/ insonderheit der Edlen || Rechen-Kunst/ zur wohlgemeinten Gemühts- || Ergetzung || auffgetragen von || PAUL HALCKEN, || Arithmet. in Buxtehude/ in der Societaet der Kunst-Rechner || dem Haltenden: || Unter Röm. Käyserl. Majest. allergnädigst. ertheilten || PRIVILEGIO IMPRESSORIO. || Zu bekommen bey Johann Hinrich Wolgemuht/ Schreib nnd Rechenmei- || ster an der Schulen zu St. Nicolai, und bey jeden Zunfft-Verwandten || der Kunstliebenden Societaet in Hamburg. || HAMBURG, gedruckt bey Nicolaus Sauer/ auffm Schaarsteinweg. 1719. in 8°.

Voor dezen titel komt een dubbele gegraveerde titel. Op de linksche bladzijde een portret van den schrijver met het onderschrift: „P. HALCKE AETAT: LVII" en daaronder het vers

Dis ist Herr HALCKENS Bild Fragstu nach seinem Geist?
So wisse/ dasz dis Buch dir solchen herrlich weist.
Drüm mache eher nicht von deiner Kunst viel Wesen
als bis du dieses Buch hast völlig durch gelesen.
J. H. Wolgemuht.

Op de rechtsche bladzijde staat een schild, gehouden door twee engelen met rechten hoek en passer, met den titel „PAUL HALCKENS || *Mathematisches* || Sinnen-Confect". Rondom staan in even zoovele schilden vier voorstellingen met de opschriften „Erforsche wohl den Grund" „Heb' aus den edlen Fund" „Hier wird dir dieses Kund" „Und auch des Himmels Rund."

Het geheel is gegraveerd door „*H. Westphalen. Sculps. Hamburg.*"

XXIV bladz, bevatten: titel, opdracht of voorrede (9 blz.) „Errata Typographica" (1 bladz.) „Consignatio || Aller in der Arithmetischen Societaet vor jetzo ste- || henden Personen" (4 blz.) || Ehren-Gedichte || einiger Kunst-Freunde/ in der Kunst-übenden || Societaet" (8 blz.).

A—G, blz. 1—110. Vorbereitung. PRINCIPIA ALGEBRAICA.

G—V, blz. 111—314. *Arithmetisches* Sinnen-CONFECT. Auffgaben 1—415.

V—Y, blz. 315—350. Geometrisches Sinnen-Confect. Auffgaben 416—506.

Y—Aa. blz. 351—382. Astronomisches Sinnen-Confect. Auffgaben 507—574.

Aa—Bb 10 blz. (zonder Pagineering) „LEGES".

4 platen.

8*) Historisch-Algebraische || Neben-Stunden || Bestehend || In 100. sehr raren und seltsamen || Historischen Begebenheiten/ || Welche mit grossem Fleisz aus eben so vielen || Büchern glaub-würdiger Geschicht- Schreiber || ausgezogen/ || In die edle AL-GEBRAM || verfasset/ || Und zwar solchergestalt/ || dasz eintzig und allein von Arithmet. Geometr. || und || Harmonischen Progressionibus || gehandelt wird/ || Auffs deutlichste resolviret/ || Und allen sothaner Kunst und Historien begieri- || gen Gemüthern/ zu einer Zeit-Kürtzenden Lust und Erge- || tzung/ auff eine vorhin schwerlich versuchte Art/ vorgestellet/ || von || Heinr. Cordes/ || Verordneten Praeceptore des Lübeckischen Wäisen- || Hauses/ in der Kunst- Rechnungs Lieb- und übenden Societät || Dem CONTINUIRENDEN. || Wiszmar und Leipzig/ || Verlegts Johann Christian Schmidt/1707. || Lubeck/ druckts Samuel Struck. in 8°.

XII bladz. (zonder pagineering) bevatten den titel, de opdracht (8 blz.), gedateerd „Lubeck den 20 April. An. 1707", de voorrede (3 blz.).

A—Gg. bladz. 1—462.

Register (3 bladz.), Nota (1 bladz.), „wegen der Druckfehler" (2 bladz.), alle zonder pagineering.

9*) Neuangelegter || Historisch-Algebraischer || Blumen Garte/ || Bestehend || Aus Sechs und Zwantzig Curieusen || Ausländischen/ Anmuhtigen || Historischen || Wunder-Blumen/ || Welche mit Fleisz aus bewährten Ge- || schicht- Schreibern gesamlet/ in die Edle Alge- || bram verfasset/ auffs deutlichste resolviret/ und al- || len/ sothaner Kunst- und Historien- begierigen Liebhabern/ || zu sonder-baren Nutzen und Ergetzung/ auff eine vor- || hin sonst schwer-lich versuchte Art gepflan- || tzet und vorgestellet || Von || HENRICH CORDES, || Der Arithm. Algebr. und Buchh. Kunst Ge- || flisse-nen/ und des löbl. Wäysen-Hauses in Lübeck || verordneten Praeceptore, || In der Kunst-Rechnungs Lieb- und übenden Societät || dem || CONTINUIRENDEN. || Lübeck/ || Bey Peter Bockmann/ 1708. in 8°.

IV bladz.: de eerste bevat den titel, de twee volgende zijn wit, de vierde bevat het motto „Nemo ad divinarum humanarum- || qve rerum cognitionem accedat, || nisi prius annumerandi artem addiscat. || Es soll sich niemand unterstehen/etwas/ || we-der in Geist- noch Weltlichen Sachen/ || vorzunehmen/wañ er nicht zuvor die Rechen- || kunst gelernet. Otto Wesselov. in

Prae- || fat. über des Joh. v. Seßens Flores || Arithmeticos, ex Augu- || stino."

A—F. blz. 1—94, het werk.

F—G. blz. 95—102 bevat „NOTANDUM" en „2 NOTANDUM."

2 blz. (zonder pagineering) „Schluß-Erinnerung || An den geneigten Leser/ wegen der || ERRATORUM.

10*) Historisch-Algebraischer || sehr nützlicher Zeit-Vertreib/ || Bestehend || In 100. sehr raren und seltsamen || Geschichts-Erzehlungen/ || Welche mit grossem Fleiß aus den raresten und || glaubwürdigsten Geschichts-Schreibern colligiret || und || in die edle Algebram || solchergestalt verfasset worden / || Daß nicht allein sothaner Kunst || Geflissene besondern Nutzen/ sondern auch || männiglich aus denen Erzehlungen selbst || Vergnügen haben werde/ || von || H.,C. || In der Kunst-Rechnungs Lieb- und übenden Societät || Dem Continuirenden. || Lübeck/ || Verlegts Johann Christian Schmidt. || Im Jahr 1714. in 8°.

XVI blz. bevat titel en voorrede.

A—Ff blz. 1—462 (Met denzelfden inhoud als de Hist.-Algebr. Neben-Stunden.

Register (3 blz.) en Errata (1 blz.) zonder pagineering.

11) Der Hamburgischen || Kunst-Rechnungs lieb- und übenden || SOCIETAET || Kunst-Früchte/ || Aus der || Arithmetica, Algebra, Geometria, Astrono- || mia, Geographia, Musica &c. || ERSTE SAMMLUNG. || Darin so wohl allerhand Kunst-Fragen erörtert und || solviret, als auch eine Anleitung gegeben wird zur genauen Erkäntniß || und Erforschung der Prim-Zahlen, und Verwandlung der Cossischen Aequationen, || sammt einer Abhandlung musicalischer und mercatorischer Quaestionen, bey welchem || letztern gewiesen, wie die Algebra und Astronomie auch der Kaufmanschafft zu Nu- || tzen kommen können, nebst einer Vergleichung verschiedener Ellen-Maasse/ || und andern nützlichen Dingen dargestellet sind, || Auch mit nöhtigen Figuren und Register versehen. || Allen Liebhabern der Mathematischen so nöhtig- || als nützlichen Wissenschafften zum Nutzen und Ergetzen. || übergeben und mitgetheilet || Von || Verschiedenen Membris der obbenandten Societaet, || Mit Röm. Käyserl. Majest. allergnädigst ertheilten || PRIVILEGIO IMPRESSORIO. || HAMBURG, Gedruckt mit Neumannischen Schrifften 1723. || In Ver-

legung der Societaet, und bey derselben, auch einem jeden Auctori seiner Orts zu bekommen in 4°. met 1 plaat.

Den titel is gedeeltelijk met rooden inkt gedrukt.

VIII bladz. (zonder paginatuur) bevatten den titel en de „Vorrede."

A—Y, bladz. 1—172 bevat het werk in 15 stukken van verschillende schrijvers.

Daarachter 4 bladz. (zonder paginatuur) „Register || der || Materien."

Men vindt daarin achtereenvolgens:

1°. blz. 1—8. „Die || versteckte und entdeckte || ALGEBRA. || Der erste Bogen. || Durch || PETER TIDEMANN, || Buchhalter & Arithmeticum ordinar. in Lübeck, || und in der Arithmetischen Societaet den || Tragenden."

2°. blz. 9—16. „Des Merckenden *) || OBSERVATIONES || In Rebus || MATHEMATICO MUSICIS, || Puncto || Der längst-erfundenen, und approbirten; aber || unschuldig attaquirten universal-rational-egalen Temperatur der || Scalae Musicae in allen Con- und Dissonantien: Zu klarem Beweis, dasz deren || zudringlichen Antagonisten eingebrachte Sätze gantz unrichtig befunden werden, und || schon vor 30. Jahren also gewesen; dasz man also gantz andere Mathem. || Mesures desfalsz zu nehmen/ längst Ursach gehabt, &c."

3°. blz. 17—20. „Bereitung || Der || Künstlichen Zahlen-Taffel, || Welche || Herr PAUL HALCKE || In seinem Anno 1719. heraus gegebenen überaus || Kunst-reichen Buche, || Genandt: || DELICIAE MATHEMATICAE, || Oder: || *Mathematisches* || Sinnen-CONFECT, || Zum allgemeinen Beschlusz proponiret, || Wie solche von || Dem Bauenden †) aus Flensburg übersandt, und den || Kunst-Liebhabern der Zahlen allhier communiciret wird."

4°. blz. 21—28. „G. H. PARICII || Auffrichtiger Bericht, wie man sich so || wohl der von ihm in 1000. Theile getheilten Re- || gensporger Elln, nützlich bedienen, als auch die dabey auf || dem völligen Pariser Stab aufgetragenen und hernach verzeich- || ten anderwärtigen Elln, hiernach vergleichen || und berechnen solle," met het bijschrift:

„Una fides, pondus, mensura, moneta sit una,
Et status illaesus totius orbis erit."

*) Dit is JOHANN GEORG MECKENHEUSER.

†) Hij is JOACHIM MICHAEL BRANDT.

5°. blz. 29—36. „Des Ringenden *) Societaets-Frucht," bevat drie astronomische vraagstukken.

6°. blz. 37—45. „Die Allergenaueste Zahlen-Erkänntnisz, || Oder: || Gründliche Anweisung || Zu eine || GENERAL-REGUL, || Dasz man mit der höchsten Gewiszheit wiszen könne, ob eine || jede ungerade Zahl, ein Numerus primus, oder compositus sey, || Das ist: || Ob darinnen Theiler, oder keine sind, || Angewiesen || Von || RUDOLPH CARSTENS, Arithm. || der Kirchen-Schule St. Petri, und des Italiänischen Buchhaltens || Beflissenem, in HAMBURG. || In die Societaet der Kunst-Rechner || Dem || Confirmirenden."

7°. blz. 46—60. „Anleitung || Zu einer || Genauen Zahlen-Erkäntnisz, || Kürtzlich dargestellet || Von || Dein Wohlmeinenden" †).

8°. blz. 61—72. „Solutionum Problematum Arithmetico-Alge- || braico Geometrico-Polygonalium Primitiae. || Das ist: || Erstlinge einiger Arithmetisch-Algebraisch-Geo- || metrisch-Polygonalischen, theils von andern, theils von ihm || selbst ausgestreueten Auffgaben, sampt deren Aufflösungen, || zusammen gesammlet und dargebracht/. || Von. dem || Säenden §). || An St. Nicolai Schule in Hamburg," met een „ADDITAMENTUM" blz. 68—72.

9°. blz. 73—82. „Algebraische || Ubungs-Lust, || Bestehend aus einigen Auffgaben, || Darinnen allein von denen Arithmeti- und Harmoni-schen Progressio- || nibus gehandelt wird, || solviret von || CARSTEN DOSE, || Schreib- und Rechen-Meister in Crempe, in der Kunst-Rechnungs übenden Societaet || Den Dienenden."

10°. blz. 83—90. „Regulae fundamentales ad radices || Aequationum in || PRONICAS, POLYGONALES, || Numeros altero latere longiores vel bre- || viores & Cubicas mutandas. || Oder: || Grundrichtige Reguln, || Wie man die Radices der gegebenen Cossi-schen || Aequationen, ohne Bekandtmachung solcher Wurtzeln, in || Pronicas, Polygonales, Numeros altero latere longiores || vel breviores, und Cubicas verwandeln soll. || Biszhero niemahl beschrieben, jetzo aber mit Fleisz unter denen Societaets-Früchten der || Kunst-liebenden Welt zu Dienst zusammen gelesen und

---

*) Die NICOLAUS ROHLFS heet.

†) Wiens naam is BEREND ANDREAS WODARCH.

§) Deze heet HANS JACOB SEEHUSEN.

beschrieben / von || JOHANN NICOLAO LAMPE, || Buchhaltern, wie auch ord. Schreib- und Rechen-Meistern und der Mathematischen || Wissenschaften beflissenen in Lübeck, || In der Hamburgischen Kunst- Rechnungs lieb- und übenden Societaet dem so genannten Leuchtenden."

11°. blz. 91—120. „Des || Meditirenden *) || Societaets-Frucht."

12°. blz. 121—128. „Des Helffenden †) || Societaets-Frucht, || Bestehende in solvirten Astronomi-Geometri- || Algebraischen Auffgaben."

13°. blz. 129—140. „Vorstellung || Wie sich die Wechsel-Coursen gegen einander berech- || nen, proportioniren und limitiren lassen, || Als auch || Wie wegen zu gut habender Gelder auf frembde || Plätze eine Saldi-rungs- Tratta inclusivè der Courtagie || zu calculiren sey, || samt einigen solvirten Gliedern, aus des Mehrenden Kunst-Kette || mitgetheilet, || von || JOCHIM FRANCK, || Schreib- Rechen-Meister und |Collega der neuen Michaelis Schule, || und || in der Kunst-Rechnungs-liebenden Societaet || den Fassenden."

14°. blz. 141—152. „Des Wählenden §) à Hamburg || SOLUTION, || Der, aus fünffachen Hollsteinischen Calender von || Ao 1723, proponirten Astronomischen Observation."

15°. blz. 153—162. „Des Hurtigen **) || SOLUTIONES, || Einiger || Kunst-Quaestionen."

16°. blz. 163—172. „Aufflösung || Einiger Algebraischen || Kunst-Quaestionen, || Welche der vortreffliche und weitberühmte Mathe- || maticus Herr Paul Halcke, im Appendice seines solvirten || Meissnerianischen Kunst-Spiegels, ohne Solution gestellet || Durch || SAMUEL GUNTHER, || Bestalten Schreib- und Rechen-Meister, an der Gast-Hauss-Kirche in Embden, || In der Societaet der Kunst-Rechner || Den Geltenden."

Men ziet, dat deze bundel ontstaan is uit het bijeenvoegen van allerlei kleinere stukjes van onderscheidene schrijvers: hij is wel getiteld „Erste Sammlung," maar er is, mijns wetens, nimmer een volgende of tweede opgevolgd.

18*) HET VERMAAKELIJK || REKEN-KONSTIG SPEL || Van de || QUADRA-

---

*) Het is mij niet mogen gelukken, op te sporen, wie deze geweest is.

†) Wiens naam is GERLOF HIDDINGA.

§) Deze is HERMAN WAHN.

**) Hij heet SCHWEDER HARMEN.

TA MAGICA, || OF || zo genaamde || TOOVER-VIERKANTEN || Van 12 maal 12 Perken; || OP HET JAAR-GETAL 1743. || *Nevens* || EEN APPENDIX, || Bevattende || Verscheide Voorstellen, zo uit de Cijffer- Meet- als Stel-konst, || EN || *Eene bygevoegde Nieuw-Jaars-Gifte voor onkundige Cyffer-* || *Meesters, opgestelt* || DOOR || ADOLPH FREDERIK MARCI, || Boekhouder en Vertaalder, || *Mede-Lid in de Societeit of 't Gezelschap der Konst-Reekenaars* || *tot* Hamburg. || t'AMSTERDAM, || By De JANSSOONS VAN WAESBERGE. || MDCCXLIV. in 4° met 3 tabellen en 4 platen.

A—T. blz. 1—150 bevatten:

blz. 3, 4 (zonder pagineering) „OPDRACHT || AAN || de Gezamentlyke Leden van de *Socie-* || *teit* of 't Gezelschap der Konst-Ree- || kenaars te *Hamburg*. || Welke den 25. Juny. A°. 1742 noch in 't leeven || geweest zyn." (30 in getal). De opdracht zelve (blz. 5—19) is gedateerd „*Amsterdam den* || 25. *January* 1744."

blz. 20—53. „HET VERMAAKELIJK || REEKEN-KONSTIG SPEL."

blz. 54—116. APPENDIX (LX Voorstellen).

Hierin komt blz. 92, 93, TAFEL || *der* Logarithmi *voor de natuurlyke Getallen van* 1 *tot* 100. in 22 decimalen.

blz. 117—150. „NIEUW-JAARS GIFTE || *Voor onkundige* || CIJFFER-MEESTERS."

13*) DE || TOOVERVIERKANTEN: || EEN || NUTTIG VERMAAKEND || REEKENKUNDIG SPEL; || NEVENS EEN || AANHANGSEL, || BEVATTENDE VERSCHEIDEN VOORSTELLEN, UIT DE || CYFFER-, MEET- EN STELKUNST; || EN EENE || TOEGIFTE VOOR ONKUNDIGE CYFFER-MEESTERS, || DOOR || ADOLPH FREDERIK MARCI, || LID VAN DE SOCIETEIT DER HAMBURGSCHE || KUNST-REEKENAARS. || *Te* AMSTERDAM, || By JAN WILLEM SMIT, || MDCCXCI. || in 4°.

De inhoud is dezelfde als die van het voorgaande werk.

14*) UITVOERIGE || TAFELEN || VAN DE ONDEELBAARE || OF || PRIM-GETALLEN. || Van 1 tot 400000; naauwkeurig bereekend || DOOR || ADOLPH FREDERIK MARCI. || BENEVENS EENE || VERHANDELING || OVER DE || WYZE VAN VINDING, || EN DE NUTTIGHEID || DER || EERSTE OF PRIM-GETALLEN, || Gedeeltelyk getrokken uit de Memorien van || den grooten EULER, en andere beroem- || de Wiskundigen. || DOOR || *een* BEMINNAAR *der Mathematische Weetenschappen*. || Te AMSTERDAM, || By J. MORTERRE, Boekverkoper. || MDCCLXXII. in 8°.

Blz. 1—44 bevat titel, het „VOORBERICHT || VAN DEN || AUTHEUR || DER || PRIM-GETALLEN" (blz. 5—18) en daarop „VERHANDELING || OVER DE || WIJZE VAN VINDING || EN DE NUTTIGHEID || DER || EERSTE OF PRIM-GETALLEN" (blz. 19—44).

A—Aa (blz. 1—190) de „UITVOERIGE TAFELEN || Van de ondeel-

'baare of PRIM-getallen" zelve. Daarop volgt „DRUK-FEILEN" (1 blz.) en Boekenlijst bij J. Morterre (1 blz.) beide zonder pagineering.

15) De verworpene || ANNIHILATIO ULTIMI TERMINI, || als een qualyk verzonne Konstgreep der || Wiskonstenaren, || nopens de || *Arithmetica Infinitorum*, || door A. M. ||

= Vaderlandsche Letter-Oeffeningen. Tweede Deel. Eerste stuk. Te Amsterdam 1762.

N°. 1. bladz. 45— 56. EERSTE EN TWEEDE AFDEELING.

N°. 2. bladz. 136—146. DERDE tot ZEVENDE AFDEELING.

N°. 3. bladz. 214—234. ACHTSTE AFDEELING.

16) METHODUS DE MAXIMIS ET MINIMIS, || opgehelderd; || of || VERHANDELING || wegens de Leere || van 't || MOOGLIJK GROOTSTE OF MOOGLIJK KLEINSTE; || door || A. F. M. ||

Non nova sunt fingenda, nisi haec vera esse probentur:
Nullam verba fidem amota ratione merentur

PALINGENIUS
In Zodiaco Vitae.

= Vaderlandsche Letter-Oeffeningen. Derde Deels, Tweede Stuk. Te Amsterdam. 1763.

N°. 9. bladz. 346—354.

N°. 10. bladz. 390—397.

N°. 11. bladz. 429—438.

N°. 12. bladz. 473—482.

N°. 13. bladz. 507—522.

17*) MATHEMATISCHE || LIEFHEBBERY, || Behelzende een verzameling van || DUYZEND || VOORSTELLEN. || Betrekkelyk tot verscheyde deelen der || WISKUNDE, en bevoorens den || *Liefhebberen* MAANDELIJKS tot || oeffening voorgesteld. || Grootdeels nieuwelyks ontworpen door VOOR- || NAME BEGUNSTIGERS DEZER WETEN- || SCHAP; en anderdeels getrokken uyt || verscheyde, doch meest uytheem- || sche SCHRYVERS. || Ten dienste der *Leerbegerigen* bij een || gebragt, DOOR || J. OOSTWOUD, || *Lid van de Societeit der Mathematische Weten-* || *schappen te Hamburg, en Leermeester der* || *Wiskunde te Oostzaandam.* || DEEL. || *Te* || PURMERENDE, || AMSTERDAM || en || HAARLEM, || By || P. JORDAAN, || J. KANNEWET || en || A. TOLK, || Boekver- || koopers. || *Met Privilegie.* in 8°. Drie deelen.

18*) MATHEMATISCH || ZINNEN-CONFECT, || Of || WISKUNDIGE UYTSPANNINGEN || ter beoeffeningen van het Verstand. || Bestaande in 574 uytgelezen en ten deele zeer || konstige Mathematische Voorstellen met || veele konstige Ontbindingen en || Regelen vercierd. || Allen

Liefhebberen der Wiskundige Wetenschap- || pen, en inzonderheyd der voortreffelyke Re- || kenkunde, tot eene aangenaame verlustiging || en ter opscherping van den Geest || voorgesteld door || PAUL HALCKEN. || In zyn Leven LID van de Societeit der Mathe- || matische Wetenschappen te Hamburg, en || Mathematicus te Boxtehoede. || Uyt het Hoogduytsch vertaald, en met eenige Aan- || tekeningen vermeerdert door || JACOB OOSTWOUD. || LID van de genoemde Societeit en Leermeester || der Wiskunde te Oostzaandam. || Te PURMERENDE, || By PIETER JORDAAN, Boekverkooper; Or- || dinaris Drukker van de Stad en van 's Lands Zegel. || MDCCLXVII. in 8°.

Blz. 1—32 (gepagineerd) bevatten: titel en in verso de handteekening van den Vertaalder of Drukker, de „VOORREDEN || VAN DEN || AUTHEUR" (blz. 3—15) „DE VERTAALDER aan den LEZER" (blz. 16) gedateerd „OOSTZAANDAM, || den 4 Augustus 1767." Een vers van P. Joffer (blz. 17—24), een ander van A. Vrijer (blz. 25—27); nog een van A. Visscher (blz. 28—30); een „*Ex Amicitiâ*" (blz. 31). Blz. 32 is wit.

A—EEE. Blz. 1—525, met 4 platen.

19*) BUNDEL || VAN || WISKUNDIGE || UYTSPANNINGEN || Uyt eenige Hoogduytsche Autheuren || by een verzameld, en vertaald door || JACOB OOSTWOUD, || Mathematicus te Oostzaandam, en Lid van de || Societeit der Mathematische Wetenschap- || pen te Hamburg. || Vignette. De letters P. J. D. dooreen gestrengeld. || Te PURMERENDE, || By *Pieter Jordaan*, Boekverkooper; Ordinaris || Drukker van de Stad en van 's Lands Zegel. (1776). in 8°.

XVI blz. bevatten titel, „OPDRAGT || Aan den Eerwaarden HEER || ALBERT VRIJER, || Leeraar der Doopsgezinden te || WORMERVEER. || Lid van de Societeit der Mathematische Weten- || schappen te Hamburg." (blz. III, IV), VOORREDEN (blz. V—X) gedateerd „*Oostzaandam* || den eerste *October* || 1776", een gedicht van P. Joffer (blz. X—XIII), Berigt (blz. XIV). Lijst van uitgegeven werken.

Het boek bevat:

1. HET NUT DER ALGEBRA *door* JOSEPH CRUMMEL, blz. 1—86.
2. AANLEYDINGE Tot de ALGEBRA door GERLOF HIDDINGA, blz. 1—60.
3. EERSTE VERZAMELING VAN HONDERT ALGEBRASCHE VOORSTELLEN DOOR GEERLOF HIDDINGA, blz. 1—14.
4. TWEEDE VERZAMELING VAN HONDERT ALGEBRASCHE VOORSTELLEN DOOR GEERLOF HIDDINGA, blz. 1—20.
5. DERDE VERZAMELING VAN HONDERT ALGEBRASCHE VOORSTELLEN DOOR GEERLOF HIDDINGA, blz. 1—16.
6. ARITHMETISCHE ROOZENKRANS DOOR HEINRICH MEISNER, blz. 1—32.

7. ARITHMETISCHE- EN GEOMETRISCHE-ALGEBRAISCHE KONST-KETEN met een Aanhang van 360 Voorstellen door HENRICH (sic) MEISNER, blz. 1—123.
8. MATHEMATISCH KONSTWEKKERTJE DOOR HENRICH (sic) MEISNER, blz. 1—16.
9. 23 Voorstellen uyt de Nedersakzische Arithmetica van BRANDANUS DETRI, blz. 1—24.

30*) MAANDELIJKSE || MATHEMATISCHE || LIEFHEBBERIJE; || Waar in voorkoomen, eenige *opgeloste* || *voorstellen*, || met nog eenige weinige [a]) die te *Ontbinden* voor- || gesteld worden: || *Geschikt ter dienste der* [b]) *genen, die zig in de* Algebra || *en* Rekenkonst *zoude willen Oeffenen.* || [c]) Waar agter gevoegt is, het || MAANDELIJKS NIEUWS der || FRANSCHE EN DUYTSCHE || SCHOOLEN. || In de Provincien van *Holland*, *West-Friesland*, || *Utrecht*, *Overyssel*, &c. Zoo van die Vaceren, || als daar Nominatien, Beroepingen en dier- || gelyke Veranderingen zyn voorgevallen. || *Voor de Maand*.. ., 17.. || *Met Privilegie.* || *Te* PURMERENDE, || By PIETER JORDAAN, BOEKVERKOOPER, || Ordinaris Drukker van Stads en 's Lands Zegel: || alwaar dezelve alle Maanden voor 4 st: te bekomen || zullen zyn; alsmede te *Amsterdam*, || By J. KANNEWET, en de verdere Boekverkoopers || die op de Tytel van 't *Maandelijks Nieuws* der || *Fransche* en *Duytsche Schoolen* gemeld worden. in 8°. 17 Deelen. 1754.

Op de twee eerste maandelijksche afleveringen was de titel eenigzins anders.

In [a]) volgde: „te ONTBINDEN voorgesteld."

In [b]) „*Leergierige Jeugt, of die zig*" enz.

In het nummer van November 1754 komt hierbij de naam van den schrijver

[c]) || DOOR || J. OOSTWOUD. ||

Deze bleef dit maandschrift doorzetten tot aan het 7de stukje van het Dertiende deel. Augustus 1763, dat door L(ouis) Schut werd gegeven: en deze zette het op zijn beurt voort tot aan het einde van het 17de deel, December 1769.

Ieder stukje bevatte wiskundige opgaven, oplossingen daarvan, verslag van gehouden vergelijkende onderwijzers-examens met de opgegeven vraagstukken en hunne oplossing soms: voorts alle veranderingen enz. bij de scholen.

RAPPORT

VAN DE HEEREN

L. COHEN STUART en G. F. W. BAEHR.

Ingediend in de Zitting van 30 Januarij 1875.



De Commissie door u benoemd om de Afdeeling van voorlichting en raad te dienen omtrent de verhandeling ingezonden door den Heer CH. M. SCHOLS, heeft de eer het volgende te berichten.

De wijze waarop bij met zorg volbrachte waarnemingen de waarschijnlijkheid van het begaan eener fout afhangt van hare grootte, heeft reeds het onderwerp van vele diepzinnige beschouwingen en schoone onderzoekingen uitgemaakt. Deze bleven evenwel in het algemeen beperkt tot de gevallen waarin het uitsluitend op de getallen-waarde der te bepalen grootheid aankwam en slechts de volstrekte waarde en het teeken van de fout in aanmerking hadden te komen. Invoering van het begrip van *richting* der fout, bij de plaatsbepaling van een punt in het platte vlak of in de ruimte is het doel dat de Heer SCHOLS zich heeft voorgesteld.

Dr. HELMERT, thans Hoogleeraar aan de Polytechnische school te Aken, is hem op dit gebied vóór geweest en onderscheidene der door den Heer SCHOLS verkregen uitkomsten zijn reeds in HELMERT's hoogst merkwaardige *Studien über rationelle Vermessungen* in SCHLÖMILCH's *Zeitschrift für Mathematik und Physik* voor 1868 en in zijn in 1872 verschenen werk *die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate* te vinden.

De Heer SCHOLS is blijkbaar met de eersten onbekend ge-

bleven en met het laatste niet dan na de zamenstelling zijner verhandeling bekend geworden.

Aan die onbekendheid is een eigenaardige opvatting en behandeling van het onderwerp te danken, waardoor de arbeid van den Heer SCHOLS, afgezien zelfs van het vele wat daarin geheel nieuw en verrassend mag heeten, ook nevens en na dien van HELMERT, eene wezenlijke beteekenis heeft.

Bepaalt men, zoo zegt de Heer SCHOLS in zijne inleiding, op eenige wijze de plaats van een punt in de ruimte, zoo zal men in het algemeen, tengevolge van verscheidene oorzaken, daarvoor eene plaats vinden, welke min of meer van die werkelijk door het punt ingenomen, verschilt. Men begaat derhalve een fout, die in grootte en richting bepaald wordt door de verbindingslijn van de werkelijke plaats van het punt en die daarvoor gevonden. Herhaalt men de bepaling eenige malen, zoo zullen de fouten zich ongelijkmatig om de werkelijke plaats van het punt, — „oorsprong der fouten" — verdeelen. Indien echter het aantal bepalingen groot genoeg is, zal het blijken, dat die verdeeling een zekere wet volgt. Om deze wet en om de daaruit met betrekking tot de fouten voortspruitende eigenschappen is het te doen.

Heeft men een zeer groot aantal bepalingen volbracht, zoo drukt de verhouding van het aantal malen, dat de fout binnen zekere grenzen begaan is, tot het geheele aantal bepalingen de waarschijnlijkheid uit, dat de fout eener bepaling binnen die grenzen zal gevonden worden. Deelt men deze waarschijnlijkheid door den inhoud der ruimte, dan zal de grenswaarde van dit quotiënt, bij onbepaalde afname van het ruimte-element, de maat of „modulus" van de waarschijnlijkheid der fout, per eenheid van ruimte, doen kennen, en een functie zijn van de volstrekte waarde der fout en van hare twee richtingscoëfficiënten of, zoo men wil, van hare projectiën op drie onderling rechthoekige assen.

Na deze uiteenzetting wordt in de eerste plaats gehandeld over de eigenschappen die aan alle fouten, wèlke bijzondere wet zij dan ook mogen volgen, gemeen zijn. Daarbij wordt de ruimte rondom den oorsprong der fouten van massa voorzien gedacht, en wel zoo, dat de dichtheid in ieder punt overeen-

komt met den modulus. Van de beschouwing van het aldus ontstaande „waarschijnlijkheidslichaam" wordt een gelukkig gebruik gemaakt.

GAUSS geeft, in zijne *Theoria Combinationis observationum*, het moeilijk te volgen betoog eener hoogst merkwaardige stelling, betrekkelijk de waarschijnlijkheid dat de verhouding der begane fout tot de zoogenaamde middelbare fout binnen zekere grenzen zal blijven — in de onderstelling, dat de waarschijnlijkheid der fout niet met de grootte der fout toeneemt. Niet slechts komt de schrijver door een uiterst eenvoudige, door het gebruik van het waarschijnlijkheidslichaam zeer aanschouwelijk gemaakte redenering tot dezelfde uitkomsten als GAUSS, maar ook breidt hij de stelling van dezen uit tot fouten in het platte vlak en in de ruimte en toont hij aan, hoe zij moet worden gewijzigd bij het wegvallen der vermelde bijzondere onderstelling. Hij doet daarbij zien hoe, door verbetering van een rekenfout, een door BESSEL (*Astronomische Nachrichten*, Bd XV) verkregen en door anderen overgenomen uitkomst, die met het bewezene in strijd is, daarmede in overeenstemming gebracht wordt.

Voorts wordt het bewijs geleverd dat tusschen de middelbare waarden van de projectie der fout op willekeurige richtingen een soortgelijk verband bestaat als tusschen de momenten van traagheid van het waarschijnlijkheidslichaam, wat de invoering van „hoofdassen van waarschijnlijkheid" en van eene „ellipsoïde der middelbare fouten" wettigt. Door HELMERT was reeds het bestaan van dergelijke hoofdassen en van een ellips der middelbare fouten voor bepalingen in het platte vlak aangetoond; maar zijn betoog, dat op de bekende exponentiale wet der fouten steunt, heeft niet dezelfde algemeenheid als dat hetwelk hier gegeven wordt.

Een afzonderlijk hoofdstuk is gewijd aan de zamenstelling van fouten, waarbij bijzondere aandacht geschonken wordt aan het standvastig gedeelte der fout, overeenkomende met de verbindingslijn van het zwaartepunt van het waarschijnlijkheidslichaam met den oorsprong der fouten. Aangetoond wordt hoe de ellipsoïde der middelbare resulterende fout kan gevonden worden zonder dat het noodig is den modulus der resulterende

fout te kennen. Vervolgens wordt aangewezen en door sierlijke meetkundige voorstellingen opgehelderd hoe in het algemeen die modulus uit de moduli der zamenstellende fouten kan gevonden worden.

Daarna gaat de schrijver over tot het opsporen van de wet der fout, zamengesteld uit een groot aantal fouten — de zoogenaamde „grenswet". Uitgaande van de door LAPLACE en BESSEL bewezen exponentiale uitdrukking dier wet, voor fouten in één richting, levert hij het betoog zijner hoofdstelling: de resulterende fout van een groot aantal waarnemingen volgt dezelfde wet als de resultante van hare drie projectiën op de hoofdassen van waarschijnlijkheid, deze projectiën beschouwd als *onderling onafhankelijke fouten*. En, in navolging van GAUSS, — die de grenswet afleidde uit het beginsel dat het arithmetisch midden van een groot aantal bepalingen als de waarschijnlijkste einduitkomst gelden moet — aannemende dat, bij bepalingen van een punt in de ruimte, de meest waarschijnlijke plaats met het zwaartepunt van het waarschijnlijkheidslichaam zamenvalt, geeft hij een nader betoog der aangevoerde stelling.

De gevonden grenswet wordt aan een grondige discussie onderworpen. Een eerste en onmiddellijk gevolg is dat voor de oppervlakken der ellipsoïden, waarvan de assen zamenvallen en omgekeerd evenredig zijn met die van de ellipsoïde der middelbare fouten, de modulus overal dezelfde waarde heeft — geheel in overeenstemming met wat reeds door HELMERT voor fouten in het platte vlak werd bewezen.

Als toepassing en tot opheldering van de leer der fouten in de ruimte wordt het geval behandeld, dat van een scheluwen veelhoek de lengte en de helling der zijden en de horizontale projectie der hoeken of het azimuth der zijden gemeten zijn. Als bijzonder geval wordt onderzocht wat er is van de sluitingsfout van een op weinig na horizontalen en nagenoeg regelmatigen veelhoek, gemeten met theodoliet of boussole.

Eindelijk wordt op grond van de theorie der fouten in het platte vlak de trefkans bij het schieten met vuurwapens overwogen.

Wij aarzelen niet de aangeboden verhandeling een verdienstelijken arbeid te noemen en de opname in de werken in 4° aan te bevelen.

Wij geven in overweging ook dit bericht, in zijn geheel of gedeeltelijk, als bijdrage tot een juiste waardeering van het verband waarin die arbeid staat tot dien van HELMERT, in de werken der Academie op te nemen.

(*was get.*) L. COHEN STUART.
G. F. W. BAEHR.

BIJDRAGE

TOT DE

KENNIS DER GEOLOGISCHE GESTELDHEID

VAN DEN

BODEM ONDER UTRECHT EN VAN HET EEMDAL.

DOOR

P. HARTING.

Het is thans drie jaren geleden, dat ik, bij gelegenheid van de aanbieding der verhandeling van den Heer A. D. VAN RIEMSDIJK, *Drinkwater en grondboringen te Utrecht in* 1872, een woord over de samenstelling des Utrechtschen bodems gesproken heb *), voor zoo ver deze uit de tot dien tijd verrichte putboringen was bekend geworden.

Sedert dat tijdstip is de vroeger reeds aangevangen boring op het Vreeburg voortgezet. Reeds in Augustus van het vorige jaar was de aanmerkelijke diepte van 265,5 meters bereikt. Toen brak de boor af. Eerst in den loop der laatste dagen zijn de vele, lang vruchtelooze, pogingen om die weder uit de diepte op te halen, met goed gevolg bekroond geworden, zoodat de boring thans wederom kon worden voortgezet en, gelijk men hopen mag, eerlang de dubbele diepte zal bereikt hebben van den diepsten der vroeger te Utrecht geboorde putten, namelijk dien op de Neude.

Ik heb mij de periode van gedwongen halve rust der werk-

*) Zie *Verslagen en Mededeelingen* 1872. Deel VI, blz. 181.

zaambeden bij de putboring ten nutte gemaakt om de opgebrachte stalen, ten getale van omstreeks 600, aan een naauwkeurig onderzoek te onderwerpen.

Mij voorbehoudende later aan de Afdeeling eene uitvoerige beschrijving der uitkomsten van dit onderzoek aan te bieden, wil ik mij thans alleen bepalen tot een beknopt verslag aangaande eenige hoofdpunten.

Tot op de genoemde diepte van 265,5 meters zijn niet minder dan *twee-en-vijftig* elkander afwisselende zand-, klei- en leemlagen doorboord, die meerendeels koolzuren kalk in grootere of geringere hoeveelheid bevatten en daardoor tot mergels zijn geworden.

De gesamenlijke zandlagen hebben eene machtigheid van niet minder dan 179 meters, d. i. 68 proc. of ruim ²/₃ van het geheel, zoodat derhalve de overige, dichte lagen, klei, leem en mergel, te samen nog niet ¹/₃ van den doorboorden bodem uitmaken.

Ik zal hier niet de samenstelling van elk dezer lagen beschrijven. De mineralogische bestanddeelen zijn, tot op de diepte van omstreeks 242 met., in het algemeen die, welke men ook elders gewoon is in lagen aan te treffen, welke door bezinking van het door onze groote rivieren aangevoerde rotsgruis gevormd zijn. Hier en daar, maar niet dieper dan tot 198 meters, komen in de verschillende zandbeddingen ook grindlagen voor, en daarin herkent men, te midden der gerolde kwartsen die overal de meerderheid uitmaken, ook kwartsiet, psammiet, vuursteen, rooden en grijzen zandsteen, kiezelschiefer, kolenschiefer. Op 170,5 meters zijn verscheidene vrij groote stukken gewone lei aangetroffen, op 155 meters een zeer klein stukje graniet met vleeschkleurigen veldspaath. Overigens ontbreekt deze laatste rotssoort geheel.

Op de diepte van 21 tot 25 meters zijn in de daar aanwezige grindlaag gerolde kwartsieten en psammieten, zoo groot als een kinderhoofd en meer dan een half kilogram zwaar gevonden.

Micaschilfers zijn in het algemeen des te menigvuldiger naarmate het zand fijner is.

IJzer komt in den geheelen bodem voor, hier en daar in aanmerkelijke hoeveelheid, deels als ijzeroxydhydraat, deels als

koolzuur ijzeroxydul. Het is aan dit laatste dat, gelijk reeds de Heer VAN RIEMSDIJK heeft aangetoond, de wateren uit de diepere gedeelten van den Utrechtschen bodem de eigenschap verschuldigd zijn van, na eenigen tijd aan de lucht gestaan te hebben, geelachtig troebel te worden, door zich praecipiteerend ijzeroxydhydraat, dat door oxydatie van het oxydul ontstaan is. Deze ijzerverbindingen komen als stukken kleiijzersteen en bruin-ijzersteen (sphaerosideriet) van allerlei grootte voor, van mikroskopisch klein af tot stukken van verscheidene centimeters in doormeter toe. Zulke grootere stukken worden echter niet beneden 162 meters aangetroffen.

Zwavelijzer ontbreekt nagenoeg geheel. De in den Amsterdamschen bodem zoo menigvuldige pisoferriten worden in geen der Utrechtsche klei- of leemlagen gevonden.

Het reeds gezegde aangaande de minerale samenstelling des bodems is in het algemeen van toepassing tot op de diepte van 242 meters. Hier verandert deze Het daar beginnend zand, dat zeer fijn en leemhoudend is en eene bijna olijfgroene kleur bezit, heeft blijkbaar eenen anderen oorsprong dan de hooger gelegen zandgronden, die geelachtig wit of grijs zijn, al naar gelang eener grootere of geringere inmenging van ijzeroxydhydraat of van kleideelen. In deze diepe zandbedding komen tusschen de kwartskorreltjes talrijke zwartgroene glauconietkorrels voor. Grootere gerolde stukken van rotsgesteenten ontbreken er geheel in. Het gehalte van koolzuur ijzeroxydul is zeer aanmerkelijk.

Overblijfsels van *organische wezens* zijn bij deze putboring in veel aanzienlijker aantal opgebracht dan uit een der overige diepe Utrechtsche putten.

Wat in de eerste plaats die van *planten* betreft, zoo zijn grootere en kleinere stukken hout uit schier alle zandlagen opgebracht, tot uit de diepte van 200 meters toe. De toestand van deze stukken hout, dat sterk gehumifieerd en in meerdere of mindere mate met ijzeroxydhydraat doortrokken is, laat meestal geene nadere determinatie toe. Jaarringen zijn echter meest altijd te herkennen. Verscheidene stukken vertoonen het

maaksel van ***Pinus sylvestris***. Mogelijk is het dat sommige stukken uit verder gēlegen bruinkolenbeddingen zijn medegevoerd. Het meerendeel is echter vermoedelijk afkomstig van boomen die langs de oevers der rivieren groeiden, welker strooming ook het zand en slib heeft aangevoerd.

Op 59—60 meters diepte is eene veen- of derrieachtige massa aangetroffen. Men zoude hier eene ware, ofschoon dunne veenlaag kunnen vermoeden, indien eene zoodanige op ongeveer gelijke diepte ook bij de boring der andere putten gevonden was. Daar dit echter niet het geval is, zoo is het waarschijnlijker dat deze veenmassa van elders aangevoerd is.

Belangrijker dan de overblijfsels van planten zijn die van *dieren*.

Uit een paar vischwervels, gevonden op 146 en 150 meters diepte, laat zich trouwens niets afleiden dan dat zij aan een Teleostier hebben behoord.

De zeer talrijke gevonden schelpen van Lamellibranchien en van Gasteropoden geven daarentegen aanleiding tot gewichtiger gevolgtrekkingen. Wel is waar is het meerendeel der schelpen verbroken en vergruisd, ten deele zelfs in fijn, bijna mikroskopisch gruis veranderd. Maar alle schelpstukken hebben dit gemeen, dat zij slechts weinige of geene sporen van afslijting of rolling vertoonen, zoodat men mag besluiten dat zij afkomstig zijn van dieren, die op of dichtbij de plaats geleefd hebben, waar hunne overblijfsels gevonden zijn. Bovendien zijn vele soorten nog door bijna of geheel gave exemplaren vertegenwoordigd. Ruim een dertigtal hebben kunnen worden gedetermineerd, en daarbij voegen zich nog eenige andere, omtrent welker soortbepaling ik nog in eenige onzekerheid ben gebleven.

In de hoogere lagen, tot op 80 meters diepte, zijn geen sporen eener zeemollusken-fauna aangetroffen. Men schijnt het er dus voor te mogen houden dat die lagen, I tot XIII, in zoet water zijn afgezet.

Eerst op 80,5 meter diepte, in de zandlaag N°. XIV, beginnen zich schelpen te vertoonen, en wel van zeeschelpen: *Cardium edule*, soorten van *Mactra* en *Tellina*, die ook nu nog langs ons strand voorkomen.

Hoogst opmerkelijk is de vondst, op 146 met., 165,5 met. en 169 met., van eenige schelpen van land- en zoetwaterweekdieren, soorten van *Helix*, *Planorbis* en *Succinea*, te meer omdat verscheidene dezer zeer teedere schelpen nog nagenoeg volkomen gaaf zijn. Zij zijn gevonden te midden van de overblijfsels van zeeschelpdieren, behoorende tot de reeds genoemde en andere dadelijk te vermelden geslachten, welker soorten bewoners zijn van geringe diepten langs het zeestrand, waar de bodem tijdens de eb droog komt. Zoo verklaart zich deze vermenging van zee- en zoetwatersoorten, welker schelpen blijkbaar slechts van uit een geringen afstand daarheen zijn vervoerd.

De aanwezigheid van land- en zoetwaterweekdieren op eene diepte, welke thans minstens 165 meters onder A. P. bedraagt, is bezwaarlijk anders te verklaren dan door aan te nemen dat de bodem van ons vaderland, even trouwens als die van een groot deel van westelijk Europa, eene daaraan beantwoordende daling heeft ondergaan.

Ik herinner hierbij dat ook onder Gorinchem tot op eene diepte van 117 meters onder A. P. land- en zoetwaterschelpen gevonden zijn *).

Met de voorstelling dat men hier op aanmerkelijke diepte een oud zeestrand aantreft, zijn ook de aldaar gevonden schelpen van zeeweekdieren in overeenstemming. In de lagen XXX tot XLIV, zich uitstrekkende van 140 meters tot 219 meters diepte, zijn de het menigvuldigst voorkomende schelpen de ook nu nog langs onze stranden levende *Cardium edule* en de beide soorten van *Mya*, *M. arenaria* en *M. truncata*. Vooral de beide laatsten komen zeer algemeen in de zandlagen voor en wel in een toestand die aanduidt dat de schelpen niet van verre kunnen zijn aangevoerd.

Naarmate men nu dieper afdaalt, beginnen zich bij de soorten van weekdieren, die ook nu nog in onze zee vertegenwoordigd zijn, enkele andere te voegen die daar thans niet meer leven, zoodat blijkbaar de mollusken-fauna gedurende het lange tijdperk, waarin zich dat gedeelte van onzen bodem gevormd

*) Zie mijne in de *Verhandelingen der Geologische commissie* uitgegeven beschrijving van den bodem onder Gorinchem. Dl. I, p. (16) 118.

heeft, eene allengsche verandering heeft ondergaan. Eene aanmerkelijke wijziging treedt echter eerst op in de zich beneden 242 meters uitstrekkende lagen, welke ook, gelijk boven gezegd is, zich door hare mineralogische samenstelling van de hoogere onderscheiden. Hier zijn verscheidene soorten gevonden die, terwijl zij in de hedendaagsche zee niet meer leven, worden aangetroffen in de jongere pliocene formatie, welke DUMONT als *Système Scaldisien* heeft onderscheiden en dat beantwoordt aan de *roode*, *gele* en *grijze crag* der Engelsche geologen.

De tot dit stelsel behoorende gronden worden op verscheidene plaatsen van noordelijk België, vooral in den omtrek van Antwerpen, en voorts in Engeland en Frankrijk ter weêrszijde van het kanaal aangetroffen. Doch terwijl zij daar op geringe diepte onder de oppervlakte des bodems voorkomen, dalen zij onder Utrecht af tot eene diepte die veel meer dan de dubbele hoogte van den Domstoren bedraagt.

Vraagt men nu: hoe zich de onder Utrecht voorkomende lagen sluiten aan die, welke ten Noorden te Amsterdam, ten Zuiden te Gorinchem en ten Oosten in het Eemdal zijn aangetroffen, dan moet ik het antwoord daarop vooralsnog schuldig blijven.

De hoogere lagen van den Gorinchemschen bodem, tot op 120 meters diepte, hebben welligt met die onder Utrecht, tot op ongeveer 180 meters, nog genoeg overeenkomst om beiden voor synchronisch te houden, maar de diepere zeeformatiën onder beide steden verschillen te zeer door de daarin gevonden overblijfsels van dieren, dan dat het voor waarschijnlijk kan gehouden worden dat zij gelijktijdig ontstaan zijn.

Nog merkelijk grootere verschillen biedt de Amsterdamsche bodem aan. Het geheele karakter der fauna is een ander. Wel is waar hebben beiden eenige soorten gemeen, maar alleen diegenen welke ook nu nog in de naburige zee leven. Daarentegen ontbreken die soorten welke kenmerkend zijn voor de zeeformatie onder Amsterdam, geheel in den Utrechtschen bodem, terwijl wederkeerig de aan dezen eigene niet meer in onze zee levende soorten onder Amsterdam afwezig zijn. Bovendien is

er nog een zeer in het oog loopend verschil tusschen beide zeeformatiën. Terwijl in de Amsterdamsche mikroskopische organismen, Foraminiferen, Diatomeën en sponsnaalden, in zeer groote menigte voorkomen, zoodat deze zelfs voor een niet onaanmerkelijk deel tot vorming des bodems hebben bijgedragen, heb ik daarentegen, in weêrwil van het zorgvuldigst mikroskopisch onderzoek van al de opgebrachte gronden, onder Utrecht geen spoor dezer kleine organismen aangetroffen.

Na het bij eene vorige gelegenheid *) medegedeelde aangaande het terugvinden van een belangrijk deel der Amsterdamsche vormingen ook onder Amersfoort en omstreken, zal het ter nauwernood behoeven gezegd te worden, dat ook de bodem van het Eemdal geheel van den Utrechtschen bodem verschilt.

Ik maak van deze gelegenheid gebruik om, ter aanvulling van het toen medegedeelde, hier nog bij te voegen dat er ook te Barneveld een Nortonput geboord is, voor rekening van het departement der Maatschappij tot Nut van 't Algemeen. De secretaris, de Heer ANDREAE MENGER, heeft de goedheid gehad mij op mijn verzoek de daarbij opgeboorde gronden toe te zenden. Bij onderzoek is mij gebleken, dat de samenstelling des bodems te Barneveld in hoofdzaak met die in en om Amersfoort overeenstemt. In het onderste gedeelte eener kleilaag, die zich tusschen 22 en 24 meters diepte uitstrekt, komen de karakteristieke fossilen van het door mij genoemde Eemstelsel voor. Het geologisch goed bekende gedeelte van het Eemdal, dat tijdens mijne eerste mededeeling nog slechts omstreeks 800 hectaren besloeg, is derhalve thans aangegroeid tot een driehoek, — Amersfoort, Barneveld, Treek, — van ruim 4000 hectaren oppervlakte.

Door den Heer NAIRAC, burgemeester van Barneveld, opmerkzaam gemaakt zijnde op eene Nortonboring, die voor een paar jaren op het buitengoed Vanenburg van Baron VAN PALLANDT, gelegen onder Putten, en wel op weinige minuten afstands van de Zuiderzee, heeft plaats gehad, heb ik mij tot genoemden heer gewend, met verzoek om eenige inlichtingen daaromtrent. De Heer VAN PALLANDT heeft daaraan bereidvaardig voldaan. Daar

*) *Versl. en Meded.* Deel VIII, blz. 282.

echter, zooals hij mij mededeelt, geene der bij die boring opgebrachte gronden bewaard zijn, heeft mij de gelegenheid tot eigen onderzoek ontbroken. Het blijkt evenwel uit zijne mededeeling, dat men ook aldaar, op eene iets grootere diepte, (naar schatting omstreeks 26 meters) dezelfde kleilaag als elders in het zuidelijker gedeelte van het Eemdal heeft aangetroffen. Nadat deze kleilaag, die eene dikte van ongeveer 4 meters had, doorboord was, vond men daaronder „eene dikke laag schelpen, „van allerhande soort, ook hoorntjes. De boring is daar ge„eindigd, omdat men zeer helder en goed water verkregen had, „dat een voet boven den beganen grond uit de pijp borrelde."

Dit laatste feit bewijst derhalve dat ook hier het water onder de kleilaag onder hoogere drukking staat. Wat de gevonden *hoorntjes* betreft, zoo is het zeer waarschijnlijk dat deze niet anders dan de *Cerithium lima* zijn. Deze zijn klein genoeg om door de zijdelingsche gaten der Nortonpijp te geraken, even als ook bij de boringen aan de Treek en te Barneveld het geval is geweest.

Er bestaat derhalve veel grond om aan te nemen, dat ook hier, d. i. in de onmiddellijke nabijheid der Zuiderzee, het Eemstelsel teruggevonden is, en dan mag men het voor uitgemaakt houden, dat de geheele Geldersche valei vroeger een inham der zee is geweest, waarin een arm van den Rhijn mondde, door welks medegevoerd zand en slib aldaar een delta is gevormd, die zich tot aan en in de plek heeft uitgestrekt, waar nu Amsterdam en het verdere Noord-Holland ligt.

Dit resultaat van het onderzoek is niet enkel van gewicht voor de geologische geschiedenis van onzen vaderlandschen bodem, maar ook voor het welslagen der droogmaking der Zuiderzee, althans van haar zuidwestelijk gedeelte.

Indien toch het diluviale zand van het Gooiland en van den noordzoom der Veluwe zich eenvoudig onder de Zuiderzee voortzette en deze zandbedding eene machtigheid heeft, als b. v. die bij Zeist, waar men tot op 140 meters diepte door louter zand heeft geboord, dan zouden de aangewonnen gronden noodzakelijk zeer onvruchtbaar zijn. Al de daarop gebrachte mestspeciën zouden in opgelosten staat, zonder nut voor den plantengroei, in de diepte wegzinken.

Strekt zich daarentegen, gelijk nu hoogst waarschijnlijk is geworden, de Eemdelta met hare dikke laag van ondoordringbare klei tot aan Amsterdam onder den zeebodem uit, zij het dan ook op zekere diepte onder den later gevormden bovengrond, dan kan zulks in tweederlei opzichten voordeelig zijn. Vooreerst zal daardoor de te snelle wegzinking der voor den plantengroei nuttige stoffen verhinderd worden, en ten tweede bestaat er kans dat men tot op eenigen afstand van de tegenwoordige kust, bij doorboring der meer genoemde kleilaag, daaronder goed welwater zal vinden.

Daar van de karakteristieke schelpen van het Eemstelsel, — *Cerithium lima* en *Venus rotundata*, — in den Utrechtschen bodem geen spoor gevonden is, zoo is het waarschijnlijk dat, toen de Eemdelta zich vormde en deze weekdieren in de zee leefden, ter plaatse waar later Noord-Holland en de Geldersche vallei ontstaan zijn, de bodem in den onmiddellijken omtrek van Utrecht reeds boven de zee verheven was.

Eene eigenlijke voortzetting van het diluvium, als zelfstandige en onveranderde formatie, is onder Utrecht niet aanwijsbaar. Hoe zich de diluviale zandgronden van het Gooiland, Soest en Zeist hier aansluiten is nog duister.

Dit, even als menig ander punt, zal eerst tot klaarheid kunnen gebracht worden, wanneer meerdere putboringen op tusschenliggende plaatsen daartoe zullen in staat stellen.

DE SNIJTANDEN VAN MUS DECUMANUS,

PROEVE EENER ONTWIKKELINGSGESCHIEDENIS VAN HET TANDGLAZUUR

DOOR

Dr. Th. H. MAC GILLAVRY.

Hoewel de nieuwere onderzoekingen onze kennis der vorming van tandweefsels in menig opzicht hebben uitgebreid, leveren ze mijns inziens nog niet het noodige om den onbevangen lezer in staat te stellen een keus te doen tusschen de twee lijnrecht tegenover elkander staande beweringen, die de quintessens uitmaken van elke theorie ter verklaring der vorming van tandglazuur. Terwijl voor een deel der waarnemers vaststaat, dat de epithelium-cellen van het glazuurorgaan aan de zijde der tandpapil, dus ter plaatse waar het tandivoor wordt afgezet, door een glasachtig vliesje worden begrensd en de vorming van glazuurprismen niet anders dan door uitzweeting door dit vliesje heen, kan tot stand komen, ontkent de tegenpartij ten stelligste het bestaan van dit vliesje en laat de glazuurprismen ontstaan uit verkalkte glacuurcellen.

Men ziet in, dat het meeningsverschil moeilijk grooter kan gedacht worden. Bedenkt men verder dat de ontwikkelingsgeschiedenis der tandweefsels een zeer rijke literatuur bezit en dat de autoriteiten op dit gebied zoowel de eene als de andere opvatting verdedigen, dan verkrijgt een proeve ter verklaring van dit wel niet ongewoon, maar toch merkwaardig verschijnsel eigenaardige aantrekkelijkheid.

A priori is het onmogelijk dat hier, evenals dikwijls elders, de waarheid in het midden ligt. Om dit goed in te zien, be-

schouwe men den geheel gevormden tand Aan de buitenzijde wordt de glazuurkap van zulk een tand, overal, waar slijting het niet heeft doen verdwijnen, bekleed door een uiterst dun vliesje ter dikte van 0.001 à 0.002 mM., de cuticula, Schmelzoberhäutchen van KÖLLIKER. Allen die meenen dat oorspronkelijk een vliesje tusschen glazuurcellen en glazuurprismen ligt laten dit vliesje bij den gevormden tand optreden als cuticula. Zij daarentegen, die de glazuurcellen laten veranderen in glazuurprismen zijn genoodzaakt het ontstaan der cuticula te verklaren door afscheiding op of vervorming van meer naar buiten gelegen weefselelementen. Voor de aanhangers der eerste meening liggen derhalve de glazuurcellen aan de buitenzijde der cuticula, voor de aanhangers der tweede meening omgekeerd de glacuurcellen aan de binnenzijde van datgene wat later cuticula zal worden. Terwijl nu de cuticula te dun is om celachtige lichamen te herbergen en de woorden binnen en buiten tegengestelde begrippen vertegenwoordigen, is duidelijk dat ten minste een der twee geschetste opvattingen onjuist moet zijn.

Zoo gemakkelfik het schijnt bij het onderzoek van tandpraeparaten steeds deze logische noodzakelijkheid voor oogen te houden, zoo moeilijk is het aan dezen eisch in de practijk te voldoen. Uit mijne verzameling kan men een aantal praeparaten te voorschijn halen, die met volstrekte zekerheid bewijzen dat het volkomen gevormde glazuur en de glazuurcellen gescheiden worden door een cuticulair vliesje, dezelfde verzameling bevat echter nog meer praeparaten waarin van een cuticula tusschen glazuurprismen en glazuurcellen geen spoor te zien is en die krachtig pleiten voor een ontstaan der prismen door metamorphose der cellen. Ik deel daarom reeds nu mede dat het glazuur der snijtanden van Mus decumanus noch door uitzweeting door een cuticulair vliesje heen, noch door verkalking der glacuurcellen op de wijze als tot heden toe werd aangenomen, gevormd wordt en dat dit glazuur uit tweerlei soort van vezelen wordt opgebouwd, waarvan die der eene soort niet alleen van dwarsstrepen zijn voorzien, maar ook tusschen twee opvolgende dwarsstrepen buikig gezwollen zijn, een noodzakelijk gevolg van hunne ontwikkelingswijze. Tevens stip ik aan dat het bestaan van tweeerlei soort van vezels mij noodzakelijk bleek te

zijn eer ik ze werkelijk had waargenomen en dat de gegrondheid mijner hypothese vrij gemakkelijk kan bewezen worden. Ook mag ik niet met stilzwijgen voorbijgaan dat ik lang getwijfeld heb, of mijn onderzoek eenig positief resultaat zou opleveren. Door hen die met soortgelijke onderzoekingen vertrouwd zijn, zal mijne uitspraak volstrekt niet vreemd gevonden worden. Het mikroskoop geeft bepaalde stadia van ontwikkeling te aanschouwen; zeer dikwijls beantwoorden de beelden niet meer aan den toestand gedurende het leven, omdat technische eischen dwingen vooraf chemische agentia te laten inwerken. De waarnemer moet het geziene combineeren en trachten uit het voorkomen van de wellicht geschonden weefselelementen hunne levensgeschiedenis op te maken. Dat men daarbij beheerscht wordt door het juist geziene en niet altijd gelegenheid heeft de met moeite gevormde hypothese experimenteel te toetsen, is uiterst verdrietig en geeft rekenschap van het maar al te gewoon verschijnsel, dat verschillende waarnemers, die hetzelfde histologisch onderwerp bestudeerden, tot tegenstrijdige uitkomsten geraken.

Dat juist de snijtanden der knaagdieren het meest geschikt zijn voor odontogenetische onderzoekingen, ligt voor de hand. Die tanden groeien steeds door en wel zoo, dat terwijl het in de mondholte uitstekend deel onophoudelijk door sterke afslijting verdwijnt, aan het worteleinde nieuwe tandweefsels gevormd worden. Die afslijting is zeer aanzienlijk; zoo bedraagt ze bij een volwassen jong konijn, dat met groen voeder en haver gevoederd wordt voor de snijtanden der achterkaak 0.5 m.M. in het etmaal. Een merk dat met een tandboor in het glazuur was aangebracht op 2.5 m.M. van den snijdenden rand was juist na vijf dagen bezig aan den snijrand te verdwijnen; een tweede merk op 3 m.M. afstand van den snijrand aangebracht, trof na zes dagen gelijk lot. Terwijl nu de tanden der volwassen dieren tamelijk wel dezelfde lengte behouden, mag men een aangroeiing van 0.5 m.M. per etmaal postuleeren. Op hetzelfde oogenblik geeft derhalve de snijtand van een knaagdier alle stadia van ontwikkeling, een belangrijk voordeel dat elders te vergeefs gezocht wordt. Konijnen en hazen leverden mij echter praeparaten die mij niet veel verder brachten; daarentegen gaf de hier te lande thans overal verspreide bruine rat (Mus decu-

manus) mij dadelijk wat ik wenschte, n.l. glasuurprismen die men met weinig moeite in hun geheel in de dunste snede kan doen vallen en die bovendien zulk een karakteristieke gedaante en verloop bezitten, dat ze het orienteeren en het bestudeeren van fijnere détails aanzienlijk vergemakkelijken.

Het geval is meermalen voorgekomen dat het een of ander orgaan van een bepaalde diersoort bij uitstek geschikt bleek te zijn om tot klaarheid te brengen wat lang duister bleef. Volgens mijne ervaring gaat de studie der rattentanden met het minimum van bezwaren gepaard. De tegenwerping dat de kennis van de wijze waarop het glazuur der snijtanden van een bepaald knaagdier gevormd wordt, nog geen inzicht geeft in de wijze van ontstaan van hetzelfde weefsel bij andere dieren vind ik niet gewichtig.

Gesteld dat het tandglazuur zich in de dierenreeks op meer dan een wijze kon ontwikkelen, een onderstelling die ik voor ten eenen male onwaarschijnlijk houd, dan zou toch de studie zeer vereenvoudigd worden als men één schema goed kende en slechts behoefde na te gaan of bij andere dieren afwijkingen van dit schema voorkomen *).

DE VERVAARDIGING DER PRAEPARATEN.

Ratten van elken leeftijd bewijzen goede diensten; pasgeboren ratten zijn bijzonder geschikt om met weinig moeite de voornaamste uitkomsten dezer onderzoekingen te controleeren. De ratten worden tandeloos geboren, d. w. z. dat noch snijtanden nog kiezen het mondslijmvlies bij de geboorte doorboord hebben. Van pasgeborenen zijn zoowel de voor- als achterkaken bruikbaar; bij volwassen dieren geef ik de voorkeur aan de achterkaken, omdat het verloop der tanden in de kaak bij laatstgenoemden beter zichtbaar is en daardoor het treffen van het mediane vlak bij snijd- en slijppraeparaten minder van het toeval afhangt.

*) Om misverstand te voorkomen, merk ik op, dat naar mijn oordeel eenheid in de wijze van ontwikkeling zeer goed kan samengaan met incongruentie der niet wezenlijke détails.

Voor de studie van het beloop der glazuurprismen en van hun uitwendig voorkomen, is de volgende wijze van werken aan te bevelen. Het vrij boven het mondslijmvlies uitstekend stuk snijtand wordt afgezaagd of afgeknipt. Op een glazen plaatje wordt het stukje tand met behulp van een weinig verwarmde zegellak bevestigd, zoodat de platte binnenvlakte op het glas rust. Men slijpt nu in weinige oogenblikken met scherp zand en water op een glazen plaat de tand zoover af, dat de tandholte geheel geopend is en polijst de slijpvlakte op een matglazen plaat met water zonder meer. Door voorzichtig verwarmen of door het zegellak met spiritus te verweeken, wordt het half geslepen tandstukje losgemaakt, omgekeerd en op nieuw bevestigd. Men herhaalt het slijpen en het polijsten, zorg dragende op het laatst niet te veel op eens te willen doen. Voordeelig is het den voorrand van den tand iets meer aan te drukken dan den achterrand, ten einde het plaatje de noodige stevigheid te laten en toch het glazuur tot een minimum van dikte af te slijpen. In den regel is het plaatje, na van het glas losgemaakt te zijn, nog te dik. Door slijpen met den top van den vinger op een matglazen plaat met water, of om aanhangend lak te verwijderen met spiritus, kan men elken begeerden graad van dunheid verkrijgen. Het is van belang uiterst dunne, al zijn het dan ook zeer kleine stukjes, te onderzoeken. In den regel gelukt het een mediane snede te verkrijgen, waarin men de glazuurprismen over hunne geheele lengte kan vervolgen.

Dergelijke sneden verdragen slecht de behandeling met verdunde sterke zuren. Uren lang macereeren in een waterige oplossing van picrinezuur geeft goede resultaten. Uitstekend heeft mij voldaan een mengsel van spiritus en zoutzuur, dat ik op raad van OSCAR HERTWIG heb aangewend *). Het glazuurvliesje (cuticula) isoleert men door afkrabben van snijtanden, die een half of een geheel etmaal in chroomzuur van 1 pCt. zijn gemacereerd. Zoowel voor slijppraeparaten als voor de cuticula is kleuren met karmijn of met haematoxyline in staat bijzonder-

*) OSCAR HERTWIG, *Ueber Bau und Entwickelung der Placoidschuppen u. s. w.* Jenaische Zeitschrift. Drittes Heft. S. 344. 1874.

heden zichtbaar te maken, die zonder kleuren verborgen blijven. Slijppraeparaten, die men niet met chemische middelen denkt te behandelen, bewaart men in Canada-balsem, die vooraf een paar minuten tot op een temperatuur van 100° à 110° C. gehouden is. Voor de studie der zachte of halfzachte deelen, doet men wel de ratten door aetherisatie te dooden. De epithelium-cellen van het glazuurorgaan brengt men met keukenzoutoplossing van 1 pCt. of met osmiumzuur van 1 pCt. onder het mikroskoop. Om doorsneden te vervaardigen, heb ik de kaken gespleten in een rechter en linker helft, de zachte deelen verwijderd, de kaken op 3 of 4 plaatsen met een fijn boortje tot in de tandpulpa geopend, ze 24 uren in osmiumzuur van 1 pCt. laten liggen, daarna dagen lang laten uittrekken in een groote hoeveelheid chroomzuur van 1 pCt. en eindelijk in absoluten alcohol bewaard. Met een zeer scherp mes gelukt het dunne overlangsche sneden te vervaardigen. Pas geboren ratten worden gedood door onthoofding; de kop wordt tot op de schedelbasis gespleten, in chroomzuur van 1 pCt gemacereerd en in absoluten alcohol bewaard.

Bij het vervaardigen van doorsneden kan men op vele teleurstellingen rekenen. In de eerste plaats zijn natuurlijk goede mediane sneden zeldzaam, in de tweede plaats dient men niet te vergeten, dat ondanks het uittrekken met zuur de verschillende lagen die doorsneden moeten worden zeer ongelijke snijdbaarheid bezitten en zelfs scherpe messen dikwijls de afzonderlijke lagen vaneen scheuren. De beste sneden verkreeg ik door het mes loodrecht op de lengte as van den tand te richten en de snede te voeren van den wortel in de richting naar de punt.

Het worteleinde van den tand is in dwarsche richting zeer dun, loopt echter spoedig dikker toe. Men kan daarom van geluk spreken als men op elken tand één mediane snede machtig wordt, waarin de eerste aanleg van het glazuur zichtbaar is. De bloedvaten der tandpulpa kunnen zeer goed opgespoten worden. Na behandeling der opgespoten tanden met verdund zoutzuur, zijn ze zeer gemakkelijk te onderzoeken. Voor hen die injectie-praeparaten slechts weinig vertrouwen schenken, kan het zijn nut hebben op te merken dat de bloedcapillairen in fig. 7 en fig. 17 niet naar injectie-praeparaten zijn geteekend.

De dood door aetherisatie geeft in den regel een natuurlijke injectie der bloedvaten.

DE BOUW EN DE VORMING DER SNIJTANDEN VAN MUS DECUMANUS.

Bij pasgeboren ratten worden de snijtanden en kiezen nog door het mondslijmvlies bedekt. Fig. 1 geeft een beeld van de gedaante en de ligging der snijtanden in voor- en achterkaak bij het pasgeboren, fig. 2 bij vijfmalige vergrooting van de achterkaak bij het volwassen dier. De buitenrand van den achterkaaksnijtand is vrij nauwkeurig een cirkelboog met een straal van 14 m.M. en een koorde van 21 m.M.; de tand is in het mediane vlak ruim 2 m.M. dik; het verdwijnen der tandholte maakt echter het vrij uitstekend stuk tand iets smaller. Bijna de geheele tandmassa bestaat uit tandivoor; enkel aan den voorrand treft men glazuur aan. Aan den achterrand ligt een zeer dun glasachtig laagje (tabula vitrea) zonder beenlichaampjes of Haversche kanalen, dat ik de beteekenis van cement meen te mogen geven. Aan de punt zijn de tanden op de bekende wijze afgesleten en naar voren scherp toegespitst. De glazuurlaag is ongeveer 0.14 m.M. dik; daarin zijn de glazuurprismen niet loodrecht maar onder een scherpen hoek op de ivoorvlakte ingeplant. De opening van den scherpen hoek ziet naar de tandspits. Elk glazuurprisma heeft ongeveer de gedaante van een integraal-teeken, $\int$. De glazuurvezels of prismen worden door dwarsstrepen in buikig gezwollen afperkingen verdeeld. De dwarsstrepen verloopen schuin ten opzichte der lengte-as der vezels (zie fig. 10). Van een vrije ruimte tusschen twee aan elkander grenzende prismen is enkel iets waar te nemen aan de tandivoorgrens.

Op de eigenlijke laag glazuurprismen volgt een tweede buitenste, waarin men rechtlijnige strepen onderscheidt, die zich van de buitenste uiteinden der eigenlijke glazuurprismen tot aan de cuticula laten vervolgen en met de çuticula een scherpen hoek vormen, waarvan de opening naar het worteleinde van den tand gekeerd is. Laatstgenoemde hoek is kleiner dan

de hoek dien de lichamen der prismen met de oppervlakte van het tandivoor vormen. Aan de vrije vlakte wordt het glazuur begrensd door de cuticula, welk vliesje zich op dunne doorsneden voordoet als een heldere lijn met dubbele contouren. Op minder dunne sneden schijnt het als af de buitenste lagen van het glazuur geelbruin gekleurd zijn; zeer dunne praeparaten leveren echter het bewijs dat de kleurstof enkel in de cuticula voorkomt, misschien wel aan de buitenvlakte van dit vliesje is afgezet. Aan de achterzijde van het vrij in de mondholte uitstekend gedeelte van den snijtand ligt op het cement een dun laagje tandsteen.

Ter plaatse waar het worteleinde van den tand eindigt, vindt men een retortvormig lichaam, dat zich met een dunnen langgestrekten hals aan den buitenrand van den tand tot aan het mondslijmvlies voortzet, het glazuurorgaan. Het retortvormig gedeelte van het glazuurorgaan zal ik glazuurzakje, het langgestrekte deels hals van het glazuurorgaan noemen. Over een lengte van 6 m.M. gerekend van af de grens tusschen zakje en hals, verdient de hals in waarheid den naam van glazuurorgaan; wat meer naar voren ligt vormt geen glazuur meer en atrophieert. Ter bekorting bij het beschrijven en tot beter begrip van den lezer, onderstel ik dat het glazuurzakje met zijn lange as vertikaal en met den bollen omtrek van den zak als in fig. 3 naar boven geplaatst is. De oppervlakte van het zakje verdeel ik in een achter- boven- en voorwand. Het zakje grenst aan de tandpulpa, die hier wel met odontoblasten, doch nog niet met tandivoor bekleed is. De wand van het zakje wordt gevormd door een enkelvoudige laag cylinder-epithelium. Dit lijdt echter een uitzondering voor het naar beneden gekeerd gedeelte van den achterwand waar de cylindercellen ontbreken en de cellen, die den inhoud van het zakje vullen, ook den wand daarstellen. Van een omhullend vliesje is met de beste lenzen niets waar te nemen. Ter plaatse waar het cylinder-epithelium aan den achterwand ophoudt, zijn de cellen kernloos en nemen, naar beneden toe, steeds in hoogte af (fig. 4). Daar waar de achterwand in bovenwand overgaat, zijn de cellen voorzien van groote elliptische kernen en heeft nieuwvorming van cellen plaats. De bekleeding van den voorwand komt overeen met het

inwendig epithelium der autoren, die van boven- en achterwand stelt het uitwendig epithelium daar. De inhoud van het zakje vormt het stratum intermedium, een opeenhooping van naakte protoplasma-cellen met zeer groote kernen en een dunne protoplasma-bekleeding. Aan den voorwand van het zakje en het daaraan grenzend stuk van den hals is duidelijk waar te nemen dat de protoplasma-cellen van het stratum intermedium zich tusschen de elementen van het cylinder-epithelium inschuiven. Gaandeweg ziet men de oorspronkelijke cylindercellen dunner en langer worden en de gedaante van vezels verkrijgen. De aldus ontstane vezels worden van elkander gescheiden door cylindervormige, naakte, kernhoudende protoplasma-cellen van gelijke lengte, maar grootere dikte. Deze protoplasma-cellen zijn de verder ontwikkelde afstammelingen der cellen van het stratum intermedium, die zich tusschen de elementen van het inwendig epithelium hebben ingeschoven. Zij zijn het die de eigenlijke glazuurprismen vormen *).

Het eerste verschijnsel, dat zich daarbij voordoet, is het optreden van zeer teere, niet dan bij sterke en scherpe vergrooting, zichtbare dwarsstrepen, ter plaatse waar het glazuurorgaan aan de odontoblasten grenst (fig. 6).

Het stratum intermedium van het zakje zet zich over de geheele lengte van het ware glazuurorgaan (6 m.M. van den hals) als een samenhangende laag voort. De protoplasma-hulsels worden naar voren toe allengs dunner, zoodat men een opeenhooping van naakte kernen meent voor zich te hebben.

Reeds op geringen afstand van het zakje treft men tusschen glazuurorgaan en beenvlies een afzonderlijke laag aan, bestaande uit bindweefsel-elementen en bloedvaten. Aan de zijde waar het

*) Dit ontwikkelingstadium is hoogst waarschijnlijk reeds door WALDEIJER waargenomen en beschreven, maar in anderen zin geïnterpreteerd. Op pag. 346 van het *Handbuch der Lehre von den Geweben*, Erster Band, 1871, zegt WALDEIJER: „An den Langseiten der Zellen tritt eine deutliche membranöse Begrenzung hervor, während beide Enden freies Protoplasma zeigen." Indien een waarnemer het hier bedoeld ontwikkelingstadium onder de oogen krijgt en geen gelegenheid heeft een doorloopende serie van vroegere stadiën te overzien, kan hij moeilijk anders dan WALDEIJER gelijk geven. Heeft men echter die gelegenheid wel, dan is het buiten twijfel dat de protoplasma-cellen absoluut naakt zijn en hulsels der cylindermantels gesimuleerd worden door alterneerend met de protoplasma-cellen in het gelid staande vezels.

glazuurorgaan ligt, vertoont deze laag papillaire verhevenheden, die van capillaire bloedvaatlissen voorzien zijn. In de vrije ruimten tusschen de papillen zet zich het stratum intermedium van het glazuurorgaan voort (fig. 7, P_1 tot P_5).

Daar, waar de eerste sporen van dwarsstrepen in de protoplasma-cellen van het glazuurorgaan optreden, begint ook de vorming van tandivoor. Tot recht begrip van het geheel moge hier ook het een en ander omtrent de metamorphosen en verrichtingen der odontoblasten zijn plaats vinden. De eerste odontoblasten vond ik in den vorm van naakte protoplasma-cellen met groote kernen en kleine lichamen, die aan den achterrand van het glazuurzakje gelegen zijn (fig. 4, O B). Langs den boven- en voorrand van het zakje en den hals der retort, ziet men ze een enkelvoudige laag vormen en zich verlengen, in dwarsche richting op de lengte-as van den tand. Het naar buiten gekeerd uiteinde steekt ter plaatse, waar de eerste sporen van dwarsstrepen in de glazuurcellen zichtbaar worden, uiterst fijne, niet dan bij sterke vergrooting goed te onderscheiden, draadjes uit (fig. 17, UOB). Deze fijne uitloopers dringen tusschen de elementen van het glazuurorgaan in. Hoewel in fig. 7 het tandivoor aan de glazuurzijde, en eveneens aan de pulpazijde een dubbele contour vertoont, meen ik die niet te mogen houden voor de optische uitdrukking van een begrenzend vliesje, omdat de dikte der dubbel gecontoureerde grens in dikkere praeparaten grooter is. Reeds spoedig vormt zich aan de buitenzijde der odontoblasten een dun scherfje ivoor. Onmiddelijk aan de binnenzijde van het ivoorscherfje ligt een capillair bloedvat, dat door talrijke loodrecht daarop geplaatste takjes met het bloedvaatnet der pulpa samenhangt (fig. 7 en 17, BC).

Keeren wij thans terug tot de elementen van het glazuurorgaan, die wij verlaten hebben, toen zich de eerste sporen van dwarsstrepen in de protoplasma-cylinders vertoonden. Uit het door twee op elkander volgende dwarsstrepen gevormd segment ontstaat een kogelrond, helder, homogeen, sterk lichtbrekend bolletje. De aldus gevormde bolletjes nemen de gedaante van een ellipsoide aan, waarvan de lange as loodrecht op de lengteas der protoplasma-cellen staat. Bij het verkalken versmelten de in een

niveau gelegen bolletjes en vormen nu eens vezelige, dan weer vliezige, maar steeds sterk lichtbrekende massa's. (Fig. 7 tusschen P_1 en P_2 en fig. 13).

De vliezen vertoonen op de vlakte gezien talrijke meestal ronde openingen van ongelijke grootte. Iets later treedt de eigenaardige overlangsche en dwarsche streping van het gevormde glazuur te voorschijn.

Het bijzonder verloop der geheel gevormde glazuurvezels, die niet loodrecht staan op de ivoor-oppervlakte en in den regel concaaf-convex gebogen zijn, laat zich op eenvoudige wijze verklaren, als men aanneemt dat de snelheid, waarmede de elementen van het glazuurorgaan zich van den wortel naar de tandpunt voortbewegen, wordt voorgesteld door V_g en grooter is dan V_i, de snelheid, waarmede het ivoor vooruitschuift en tevens dat $V_g - V_i$ een functie is van den afstand, waarop de glazuurcel verwijderd is van de grens tusschen zakje en hals van het glazuurorgaan. (Zie fig. 7). Later zal blijken, dat goede gronden voor deze meening zijn aan te voeren.

Uit het thans medegedeelde blijkt, dat de naar het ivoor gekeerde einden der naakte glazuurcellen door een proces, dat wellicht het best kan gekarakteriseerd worden door het knopvorming te noemen, de dwarsgestreepte, rozenkransvormige glazuurvezels of prismen vormen en dat alterneerend met deze een ander soort van vezels in het glazuur, moet voorkomen, dat zijn ontstaan te danken heeft aan de tot vezelen vervormde cylinder-cellen van het inwendig epithelium. Ofschoon moet toegegeven worden dat in het geheel gevormde glazuur zonder hulp van chemische agentien niets te zien is van tweeërlei soort van vezels, zie ik daarin geen reden om het bestaan dier twee soorten van vezels te ontkennen. Het vervolg zal doen zien, dat de analyse van geheel gevormd glazuur op alle punten in overeenstemming is met hetgeen de ontwikkelingsgeschiedenis leert.

Alvorens verder te gaan wensch ik nog bijzonder de aandacht te vestigen op de metamorphose der cylinder-cellen van het inwendig epithelium, die hunne kernen verliezen en tot vezelige elementen vergroeien. Ik heb mij afgevraagd aan welke oorzaken dit vreemde verschijnsel moet geweten worden en ben

tot de volgende beschouwing gekomen. De cellen die tegen den bovenwand en het bovenste deel van den achterwand van het glazuurzakje geplaatst zijn vermenigvuldigen zich door vorming van dochtercellen, (fig. 4); ze dwingen daardoor de meer naar voren geplaatste cellen vooruit te schuiven. Hetzelfde proces doet zich voor bij hunne buren de odontoblasten, natuurlijk met gelijk gevolg. De basis, waarmede de cylindercellen van het glazuurzakje op de laag odontoblasten rusten was, ingevolge de wijze van ontstaan van het glazuurorgaan, oorspronkelijk in aanraking met het vaatvoerend bindweefsel. Aan de buitenzijde van den hals van het glazuurorgaan vormt zich nu de boven beschreven papillare laag, de voedster der glazuurcellen. Ten opzichte dezer papillaire laag komen derhalve de oorspronkelijke cellen van het inwendig epithelium in dezelfde positie als een plant, die men met de takken in de aarde en met de wortels in de lucht geplaatst heeft. Dat deze vreemde positie invloed uitoefent op hunne vervorming tot vezels acht ik waarschijnlijk zonder dat ik nu reeds mogelijkheid zie een nauwer oorzakelijk verband tusschen beide verschijnselen aan te geven. Ik wensch dan ook enkel de aandacht op dit punt te vestigen.

Het onderscheid tusschen gewone tanden en steeds doorgroeiende snijtanden van knaagdieren komt genetisch neêr op het volgende: bij den eersten aanleg van het glazuurorgaan vormen zich in het bindweefsel, dat het afgesnoerde mondepithelium omgeeft, tepelvormige verhevenheden, die met bloedvaatlissen voorzien worden; een dezer verhevenheden ontwikkelt zich krachtiger dan de andere, overdekt zich met een laag odontoblasten, die op hunne beurt het tandivoor vormen, en stelt in den gevormden tand de tandpulpa daar. Gebeurt het nu dat de zich tot tandpulpa ontwikkelende papil het sterkst groeit aan de zijde waar het glazuurorgaan ligt, dan wordt dit gedrukt, waardoor het atrophieert en eindelijk voor zoo verre er nog iets van overgebleven is bij de doorbraak van den tand uit de kaak gelicht wordt. Dit is het lot dat het glazuurorgaan in den regel te wachten staat.

Schiet de tandpulpa bij het groeien echter zijdelings voorbij haar glazuurorgaan, dan wordt ze op de plaats van aanraking met glazuur bedekt, oefent echter geen drukking op dat orgaan

uit. Het glazuurorgaan ondervindt dan geen stoornis en blijft functioneeren. Het gevolg is dat de tand de eigenschap verkrijgt om gedurende het geheele leven door te blijven groeien, zoo als het geval is met de snijtanden der knaagdieren.

Als de inwendige glazuurlaag, ABCD in fig. 7 en 10, op de beschreven wijze gevormd is zijn de vezels van het glazuurorgaan, die vroeger tusschen de knopvormende potoplasmacellen lagen, opgebruikt; de knopvormers liggen dan met hunne cylinder-mantels tegen elkander (fig. 7 boven P_3). Het schijnt, dat thans de waarde van V_g-V_i toeneemt. Het vermogen knoppen te vormen, blijven de protoplasma-cellen behouden; de knopjes zijn echter thans veel kleiner dan vroeger (fig. 7 boven P_3 en tusschen P_3 en P_4). Nadat de buitenste glazuurlaag hare normale dikte heeft verkregen houdt het vormen van knoppen op. De glazuurcellen worden korter en dikker, ze behouden aanvankelijk hunne kernen, de korrelige celinhoud wordt homogeen en min of meer glashelder. De cellen verkrijgen een omhullend vlies, dat aan de naar het glazuur grenzende vlakte, een dik, glashelder deksel vormt. We zijn thans op een afstand van 6 m. M van het worteleinde van den tand verwijdend (fig. 7 P_4). Gaandeweg atrophieert nu de papillaire laag; groote holten (lymphe-lacunen) vormen zich in haar weefsel, fig. 8, P; de cellen van het glazuurorgaan verliezen hunne kernen (fig. 7 ter zijde van P_5) en atrophieeren tot vezelige figuren, waartusschen vrije ruimte overblijven (fig. 8). De glasheldere deksels smelten samen en vormen de cuticula van het glazuur. Op de buitenzijde der cuticula treft men een vezelige massa aan, het overblijfsel der gedegenereerde glazuurcellen. Bij den mensch komen de blijvende tanden naar buiten, terwijl de geatrophieerde overblijfsels der glazuur-cellen de cuticula nog als een geelbruine laag bedekken. Die laag levert een bedding, waarop tandsteen met groote snelheid wordt afgezet. Bij het gebruik der tanden slijt echter de tandsteen en hare onderlaag spoedig af, zoodat de cuticula naakt komt te liggen. Bij de doorbraak van melktanden bij den mensch heb ik iets dergelijks niet kunnen waarnemen. Het is zeer wel mogelijk dat de schuring, die de melktanden bij het naar buiten treden ondervinden, de pluisvormige bekleeding der cuticula

afstroopt. Bij blijvende tanden is deze schuring minder sterk, omdat de tand zijn weg reeds gebaand vindt.

Ten einde voor het vervolg korte benamingen te winnen, onderscheid ik de elementen van het glazuurorgaan in knopvormers (de protoplasma-cellen) en vezels; de elementen der binnenste laag van het gevormd glazuur in gekorven en gladde glazuurvezels of prismen. De gekorven vezel is derhalve het product dat door den knopvormer geleverd wordt, door een proces waarbij de knopvormer niet verdwijnt en dat door nieuwe werkzaamheid van den knopvormer gevolgd wordt, n.l. de vorming der cuticula. De vezels van het glazuurorgaan verkalken als zoodanig en leveren de gladde vezels van het glazuur.

Ten overvloede merk ik op dat enkel de inwendige glazuurlaag der snijtanden van ratten overeenkomt met het gewone glazuur, terwijl zoowel de kiezen der knaagdieren als alle ware tanden der overige dieren, voor zooverre mij bekend is, niets bezitten wat in bouw met de uitwendige glazuurlaag overeenkomt.

Om den gang van het betoog niet af te breken is boven voorloopig aangenomen, dat over een baan van ongeveer 6 mM., gerekend van af het worteleinde van den tand de elementen van het glazuurorgaan met grootere snelheid vooruitschuiven dan de tand zelf.

Het is noodig deze onderstelling nader toe te lichten. In de eerste plaats blijkt, dat wanneer men stelt $V_g - V_i > 0$, op eenvoudige wijze de schuine stand der glazuurprismen verklaard wordt. Beschouwt men verder $V_g - V_i$ als een functie van den afstand, waarop een bepaalde knopvormer verwijderd is van het worteleinde, dan ziet men de mogelijkheid het slangvormig verloop der prismen uit die prémisse af te leiden. Een blik op de afbeeldingen 11, 12 en 19 leert dat in het jonge glazuur (fig. 11) en eveneens in het oude (fig. 12 en 19) werkelijk naast de gekorven vezels, gladde vezels gevonden worden. Op welke wijze de praeparaten, waarnaar de genoemde afbeeldingen zijn geteekend, behandeld werden zal later worden uiteengezet. Uit een en ander blijkt nu mijns inziens overtuigend, dat de gekorven vezels der inwendige glazuurlaag elk voor zich het product zijn van een enkelen knopvormer. Denkt

men zich n. l. twee vezels van het glazuur-orgaan, die ter weêrzijde van één knopvormer gelegen zijn, laat men die vezels veranderen in de gladde vezels van het glazuur en tevens die vezels zich sneller vooruitbewegen dan de ivoorlaag, waarop ze vastgehecht zijn (fig. 6), dan blijft de ruimte tusschen de gladde glazuurvezels ledig, tenzij de knopvormer, doordien hij gedwongen wordt de beweging zijner begrenzende vezels te volgen, die ruimte vulle.

Voor de uitwendige glazuurlaag geldt deze redenering niet, aangezien de gladde vezels van het glazuur eindigen op de grens tusschen de beide lagen volgens de lijn C D in fig. 12. Dat echter de uitwendige glazuurlaag het produkt der knopvormers is, lijdt geen twijfel, zie fig. 7 boven P_3 en tusschen P_3 en P_4. Het eenig onderscheid in de verrichting der knopvormers is dit, dat de bolletjes (knoppen), waaruit de uitwendige glazuurlaag wordt opgebouwd, kleiner zijn dan die welke de inwendige laag helpen vormen.

Van de oorzaken, waardoor de glazuurcellen met grootere snelheid dan die van het ivoor worden voortbewogen ken ik er een met zekerheid en heb ik omtrent een tweede slechts vermoedens. Fig. 8 leert, dat daar, waar de glazuurcellen door atrophie te gronde gaan gelijk lot de papillaire laag treft. Het waarschijnlijkst is natuurlijk, dat de ondergang van het voedend weefsel (de papillaire laag) den ondergang der voedsterlingen (de glazuurcellen) veroorzaakt. Nu kan op ruim 6 m.M. van het worteleinde niet op den duur weefsel worden vernietigd, tenzij steeds even veel wordt aangevoerd als verloren gaat; derhalve moet de papillaire laag zich bewegen in de richting van den wortel naar de tandspits en daarbij de op en tusschen de papillen liggende elementen van het stratum intermedium, alsmede de knopvormers en vezels van het glazuurorgaan medevoeren.

Nu schijnt bovendien het pasgevormde glazuur bij het volledig verkalken een trekkracht in de richting naar de tandspits uit te oefenen. Zekerheid heb ik daaromtrent niet kunnen verkrijgen.

Ik breek hier voor enkele oogenblikken de beschrijving af, om te verhalen, hoe zich gedurende den loop van het onderzoek mijne opvattingen van het geziene gewijzigd hebben. Ik

meen daardoor den lezer beter te zullen overtuigen van de gegrondheid mijner besluiten. Reeds in den aanvang mijner nasporingen, toen ik reeds het eigenaardig voorkomen der glazuurprismen in de snijtanden der rat kende, vond ik in mediane doorsneden der kaken van pasgeboren ratten op het geheel gevormde glazuur een laag cylinder-epithelium liggen. De aan het glazuur grenzende vlakten der epithelium-cellen waren door een dikken, helderen wand met dubbele contouren van het glazuur gescheiden. De heldere deksels vormden een samenhangend vliesje. Eerst later maakte ik kennis met de knoppen der protoplasmacellen van het glazuurorgaan en spoedig daarop werd het mij duidelijk dat de dwarsstrepen der glazuurprismen het gevolg zijn van het knopvormend proces der protoplasmacellen. In een met chroomzuur behandelde doorsnede stootte ik toen tot mijne niet geringe verbazing op beelden, zoo als ze door WALDEIJER in het *Handbuch der Lehre von den Geweben* beschreven en door WENZEL zijn afgebeeld *). Een verzameling gladde vezels zonder eenig spoor van dwarsstrepen of buikvormige uitzettingen, vormde het optisch beeld van vezels met dwarsstrepen, eenvoudig doordien de strepen kruiselings elkander bedekten. Aanvankelijk zag ik geen kans deze waarneming in overeenstemming te brengen met mijne vroegere ervaringen omtrent het knopvormend proces. Ik waagde toen de hypothese, dat in het glazuur tweeërlei soort van vezels voorhanden is. Het toeval was mij gunstig; in hetzelfde praeparaat, waarin dwarsstrepen door kruising van gladde vezels werden gesimuleerd, vond ik een buitengewoon dun stukje glazuur, dat aan uitschieten van het mes bij het snijden zijn dunheid te danken had. Het zuur had daar ter plaatse den tand minder krachtig aangetast, wellicht omdat de tandkas eenige beschutting verleend had. De 11de afbeelding, die met minutieuse zorg naar de natuur is geteekend, doet zien, wat bij goed centraal licht en scherpe instelling in het dnnne stukje is waar te nemen. Dat een der gladde vezels tamelijk ver, vrij naar buiten uitsteekt, versterkt mijns inziens de bewijskracht van dit praeparaat.

*) *Untersuchungen über die Entwickelung der Zahnsubstanzen von Dr.* E. WENZEL, 1871, fig. 17.

Een dergelijke bouw van het glazuur moet zijn grond hebben in de wijze, waarop dit weefsel gevormd wordt. Het onderzoek werd nu voortgezet in de hoop, dien grond aan het licht te brengen.

Men houde mij de opmerking ten goede, dat iemand, die mijne mededeelingen wenscht te controleeren, op twee moeielijkheden moet bedacht zijn, ten eerste, dat sneden door met zuur behandeld glazuur buitengewoon dun moeten zijn om het beeld van fig. 11 te kunnen geven. Als in de dikte der snede vele vezels op elkander liggen, schemeren de dieperen min of meer door en zal men ovaal buiken en insnoeringen vinden. In de tweede plaats wijs ik nog met nadruk op de bijzonderheid, dat sagittale sneden de eerste ontwikkeling van het glazuur niet kunnen bevatten, en dat dunne mediane sneden tot de zeldzaamheden behooren. Ik acht het daarom gelukkig, dat de bewijsvoering voor het bestaan van gladde en gekorven vezels in het glazuur ook op minder omslachtige wijze kan geleverd worden. Men handele als volgt: zeer dunne mediane slijppraeparaten worden onder het mikroskoop behandeld of met een verzadigde oplossing van picrine-zuur in water, of met een mengsel van spiritus van 85 pCt, 99 vol. en sterk zoutzuur, 1 vol. Men doet wel met zwakke objectieven zonder dekglas de reactie te volgen. Meent men genoeg gedaan te hebben dan wascht men met water uit. Blijkt het tegendeel dan belet niets op nieuw te beginnen. Men ziet, nadat het zuur genoegzaam heeft ingewerkt, tusschen de dwarsgestreepte glazuurprismen heldere gladde vezels voor den dag komen; het is alsof ze door zwelling de gekorven vezels van elkander verwijderen en zich modelleeren op hunne rozenkransvormige buren; hunne oppervlakte blijft echter volkomen vrij van dwarsstrepen. In picrine-zuur heeft men de meeste kans de gekorven vezels aan den rand van het praeparaat geheel te zien oplossen en de gladde vezels te behouden (fig. 19). Behandeling met karmijn of met een zeer verdunde oplossing van haematoxyline, waaraan een spoor aluin is toegevoegd, heeft ten gevolge dat de gekorven vezels naar gelang der gebruikte kleurstof of zwak rosé of sterk paars worden gekleurd, terwijl de gladde vezels volkomen kleurloos blijven.

De afbeeldingeu 12 en 19 zijn geteekend naar aldus behandelde praeparaten.

In de cuticula kan men contouren zichtbaar maken als in fig. 9 zijn afgebeeld Den volgenden weg heb ik daartoe ingeslagen: van een snijtand, die 24 uren in een geringe hoeveelheid chroomzuur van 1 pCt was gemacereerd, werd de cuticula afgekrabt, op een voorwerpglaasje met water uitgespoeld en met karmijn gekleurd. Dergelijke contouren heeft WALDEIJER reeds daargesteld door de verzilverings-methode. WALDEIJER meent dat deze contouren de omtrekken der verhoornde cellen van het uitwendig epithelium teruggeven *). Dat ik het met WALDEIJER niet eens ben blijkt uit het vroeger medegedeelde genoegzaam.

De dwarsstrepen der gekorven vezels vertoonen een bijzonderheid, die mij veel moeite veroorzaakt heeft. Strikt genomen zijn het geen dwarsstrepen, omdat ze met de lengteas der prismen een scherpen hoek vormen.

Uit de beschrijving, die ik van het ontstaan der gekorven vezels gegeven heb, volgt, dat de bolletjes, die door den knopvormer geleverd worden zich telkens iets meer naar voren moeten afzetten. Men zou derhalve mogen verwachten steeds de teekening van fig. 19 te zullen terugvinden. Vergelijkt men met laatstgenoemde fig. de afbeeldingen 7, 8, 10, 12 en 13, dan blijkt dat de richting der dwarsstrepen in den regel eeu geheel andere is. Met een immersielens N°. 3 van ZEISS is mij gebleken, dat men ook bijna altijd een instelling kan treffen, waarbij streping als in fig. 19 wordt waargenomen. Die streping is echter niet zeer duidelijk. Door verandering der instelling komen nog meerdere strepingen voor den dag. Gewoonlijk stelt men zoo in dat de strepen het beloop hebben, dat in de afbeeldingen 10 en 12 is teruggegeven. In fig. 20 heb ik getracht uit te drukken hoe de gekorven vezels er uitzien bij zeer sterke vergrootingen en tot beter begrip in fig. 21 hetzelfde schematisch afgebeeld. Ik hoop hierdoor duidelijk gemaakt te hebben wat ik bedoel, n. l. dat, volgens mijn oordeel de streping, die het scherpst voor den

*) *Handbuch der Lehre von den Geweben*, Erster Band, S. S. 340, 347, 1871.

dag komt en die men daarom onwillekeurig steeds tracht terug te zien gevormd wordt door donkere partijen aan de voor- en achterzijde van twee onder elkander geplaatste ellipsoiden. Het praeparaat dat fig. 19 heeft geleverd is aanzienlijk dunner dan de praeparaten, die bij de fig. 10 en 12 behooren, ook heeft het zuur het dunne praeparaat meer aangetast dan het dikkere van fig. 12.

Wanneer men dergelijke praeparaten op nieuw aan de inwerking van zuur blootstelt of dunne slijp-praeparaten onmiddelijk met chroomzuur van 1 pCt. behandelt, zwellen de gladde glazuurvezels meer en meer op, terwijl de gekorven vezels grootendeels verdwijnen. Ze vallen ten slotte in dunne segmenten uiteen; hierbij vertoont zich echter het merkwaardig verschijnsel dat de segmenten van naast elkander liggende vezels samen blijven hangen en vezelachtige ligchaampjes daarstellen, als in fig. 14 zijn afgebeeld. Ik zal ze pseudo-vezels noemen om uit te drukken dat ze morphologisch niet den naam van vezels verdienen, terwijl men hun met het oog op hunne gedaante moeilijk dien naam kan weigeren. Indien men achtereenvolgens de afbeeldingen 13, 19 en 14 beschouwt en opmerkt dat de dikke, lange ligchamen in 14, de gladde glazuurvezels voorstellen en de kleine dunne gelegen zijn in de richting der dwarsstrepen van afbeelding 19 wordt duidelijk, waarom ik aan de pseudo-vezels een morphologische beteekenis ontzeg. Ik houd ze voor het residu van een verkalkingslaag, die oorspronkelijk gevormd is door samensmelten der reeds tot ellipsoiden platgedrukte knoppen, die bij de vorming in één niveau waren gelegen.

De hoofdzaken dezer mededeeling laten zich in de volgende stellingen beknopt samenvatten:

1°. het inwendig epithelium der autoren bestaat voor een deel uit waar inwendig epithelium, waarvan de cellen echter spoedig hunne kernen verliezen en vezels worden. Tusschen deze vezels dringen de elementen van het stratum intermedium in, die zich tot cylindervormige naakte protoplasma-cellen met groote ovale kernen ontwikkelen en alterneerend met de bovengenoemde vezels in het gelid staan;

2°. de inwendige laag glazuur bevat twee soorten van vezels:

1°. zoogenaamde gladde vezels, die door verkalking der vezels van het glazuur-orgaan gevormd worden, en 2°. gekorven vezels, waarvan elk buikvormig segment door metamorphose van een segment der protoplasmacellen is ontstaan. De segmenten der protoplasma-cellen worden glashelder en kogelrond, daarna afgeplat, en smelten bij het verkalken samen met de in hetzelfde niveau gelegen naburige segmenten;

3°. elk segment der gekorven vezels, wordt, doordien het glazuur-orgaan zich iets sneller voortbeweegt dan de tand, iets meer naar voren dan zijn voorganger afgezet;

4°. de knopvormers alleen vormen de uitwendige laag glazuur;

5°. nadat de vorming van het glazuur geeindigd is verkrijgen de knopvormers een homogenen, glasholderen inhoud en een omhullend vlies, dat aan de glazuurzijde een dikker, glashelder deksel vormt;

6°. de glasheldere deksels der knopvormers vormen door samensmelting de cuticula van het glazuur, waarna de knopvormers hunne kernen verliezen en atrophieeren.

Bij den mensch en bij alle dieren, wier glazuur ik onderzocht heb (rat, konijn, haas, hond, kat, vleermuis, zwijn, rund, paard) zijn de glazuurvezels voorzien van dwarsstrepen. Het moeilijkst zijn die te zien bij het paard, omdat hun afstand bij dit dier buitengewoon klein is; gemakkelijk zijn echter de dwarsstrepen weer waar te nemen bij nog niet geheel ontwikkelde blijvende tanden van veulens. Geïsoleerde pas gevormde glazuurvezels van veulens vertoonen bovendien op zijde tandvormige uitsteeksels tusschen twee op elkander volgende dwarsstrepen.

Ik had aanvankelijk het voornemen mijne mededeeling te doen voorafgaan door een overzicht van de voornaamste theoriën, die ter verklaring der glazuurvorming zijn gegeven. Bij de uitvoering bleek reeds spoedig dat de waarnemers, die het in hoofdzaak eens zijn, in bijzonderheden zoo zeer verschillen dat een referaat, om een ieder recht te laten wedervaren, niet beknopt kan zijn. Het was te voorzien, dat de vermelding der meeningen van anderen meer plaats zou beslaan dan de beschrijving mijner eigen nasporingen.

Indien er nu behoefte bestond aan een nieuw historisch overzicht, zou ik getracht hebben er een te leveren. Die behoefte bestaat echter mijns inziens niet, en daarom heb ik gemeend wel te doen door niet dan bij hooge noodzakelijkheid, de meeningen van anderen te bespreken.

VERKLARING DER AFBEELDINGEN.

Fig. 1. Zwakke vergrooting. Sagittale snede door beide kaken van een pasgeboren rat. Het glazuurzakje in de voorkaak zichtbaar.

N. H. Neusholte.
S. T. Snijtand.
G. Z. Glazuurzakje.

„ 2. Zwakke vergrooting. $^5/_1$. Achterkaak der volwassen rat. De kaak is zoover de snijtand reikt afgeslepen. De zwarte lijn aan den buitenrand van den tand stelt het glazuur voor.

G. U. Gewricht-uitsteeksel.
B. S. U. bovenste spier-uitsteeksel.
O. S. U. onderste spier-uitsteeksel.
G. Z. glazuurzakje.
bij L. is het glazuur reeds volkomen gevormd.

„ 3. Zwakke vergrooting. Mediane snede door het worteleinde van den snijtand van het volwassen dier.

K. achterkaak.
T. P. tandpulpa.
G. Z. glazuurzakje.
O. B. odontoblasten.
H. G. O. hals van het glazuurorgaan.
G. C. glazuurcellen.

„ 4. Sterke vergrooting, ZEISS, F. Mediane snede door den achterwand van het glazuurzakje. De bovenste cellen pro-

lifereeren, de onderste zijn kernloos en worden naar beneden toe steeds korter.

O. B. odontablasten.
P. C. protoplasma-cellen van het stratum intermedium.

Fig. 5. Sterke vergrooting, ZEISS, F. Mediane snede door het begin van den hals van het glazuurorgaan.
S. J. stratum intermedium.

„ 6. Sterke vergrooting, ZEISS, F. Mediane snede door den hals van het glazuurorgaan.

O. B. Odontoblasten.
T. J. Tandivoor.
G. C. Glazuurcellen (knopvormers en vezels om den ander) de knopvormers vertoonen dwarsstrepen.
S. J. Stratum intermedium.

„ 7. Matige vergrooting, ZEISS, D. D. Mediane snede. De verschillende ontwikkelingstadia van het glazuur die hier naast elkander geteekend zijn, liggen in het praeparaat op grooten afstand; de afmetingen der elementen van het glazuur en het glazuurorgaan zijn juist; het tandivoor is te smal en aanzienlijk verkort.

O. B. Odontoblasten.
B. C. bloedcapillair.
T. J. tandivoor.
A. B. C. D. de inwendige glazuurlaag.
G. V. glazuurvezels of prismen.
G. C. glazuurcellen.
S. J. Stratum intermedium.
P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, papillaire laag.
Cc. Cuticula.

„ 8. Sterke vergrooting, ZEISS, F. Mediane snede, 6 m.M. van het worteleinde verwijderd.

C. D. grens der in- en uitwendige glazuurlagen.
C.c. Cuticula.
G. C. de geatrophieerde glazuurcellen.
P. de geatrophieerde papillaire laag.
K. achterkaak.

Fig. 9. Sterke vergrooting, ZEISS, F.

C.c de cuticula geïsoleerd en op zijn plat gezien; door behandeling met karmijn zijn contouren zichtbaar geworden.

„ 10. Sterke vergrooting, ZEISS, E. Mediane snede, slijppraeparaat in Canadabalsem. Snijtand der voorkaak.

T. J. tandivoor.
A. B. C. D. inwendige glazuurlaag.
C. D. grens van in- en uitwendige glazuurlaag.
X. Y. de doorschemerende cuticula.

„ 11. Sterke vergrooting, ZEISS, E. Pas gevormd glazuur. De donkere gedeelten zijn zeer dik, de heldere uiterst dun. Een der gladde vezels steekt aan den rand vrij naar buiten.

„ 12. Sterke vergrooting, ZEISS, F.

C. D. grens der in- en uitwendige glazuurlaag.
Cc. Cuticula.

Een dun stuk oud glazuur door slijpen verkregen is eerst met spiritus en zoutzuur, daarna met karmijn behandeld en in chloorcalcium-oplossing bewaard.

„ 13. Sterke vergrooting, ZEISS, F.

G. V. glazuurvezels.
Het praeparaat stelt een verkalkings-niveau voor, dat gedeeltelijk en profil, gedeeltelijk op zijn plat gezien wordt.

„ 14. Sterke vergrooting, ZEISS, F.
Glazuur na langdurige behandeling met chroomzuur van 1 pCt. Drie stukken van gladde glazuurvezels en verscheiden pseudo-vezels.

„ 15. Sterke vergrooting, ZEISS, F. Drie knopvormers.

„ 16. Sterke vergrooting, ZEISS, F. Het knopvormend proces, half schematisch.

G. V. glazuurvezels.
G. C. glazuurcellen.

Fig. 17. Sterke vergrooting, ZEISS, F.

O. B. Odontoblasten.

B. C. bloedcapillair.

U. O. B. Uitloopers der odontoblasten aan de zijde waar vroeger de glazuurcellen lagen.

„ 18. Sterke vergrooting, ZEISS, E. Glazuur van den mensch.

„ 19. Sterke vergrooting, ZEISS, F.

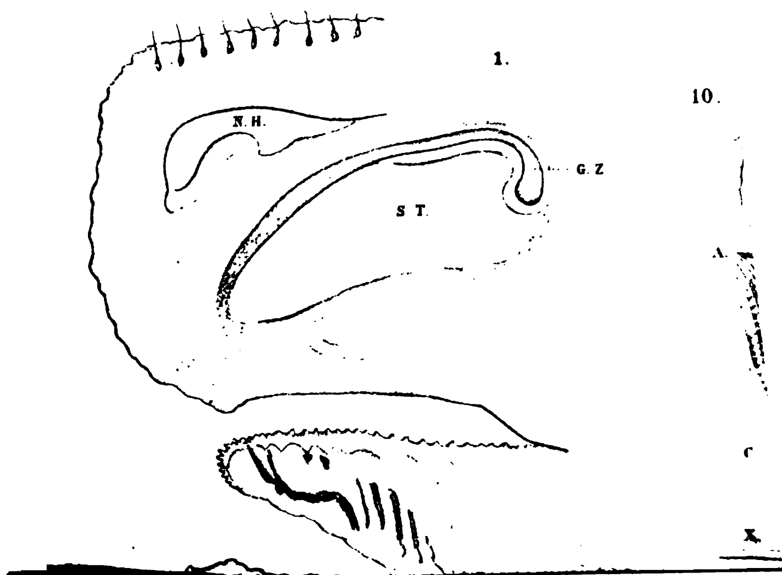
T. J. tandivoor.

G. V. glazuurvezels.

Een zeer dun stukje glazuur is met picrine-zuur, daarna met spiritus en zoutzuur en eindelijk met karmijn behandeld.
Het praeparaat ligt in dammar-vernis.

„ 20. Sterke vergrooting, ZEISS, F. en Immersie N°. 3. Het ontstaan der dwarsstrepen. Half schematisch.

„ 21. Schema van het ontstaan der dwarsstrepen.


1.
10.
N. H.
G. Z
S T.

OVER
DE VRIJE UITBREIDING VAN HET GELUID.

DOOR

C. H. C. GRINWIS

In mijn opstel over de mechanische theorie van het geluid *) werden de formulen ontwikkeld voor de beide soorten van energie der geluidbeweging bij een gelijkmatig aangehouden toon. Als eerste voorbeeld van toepassing werd de ongestoorde uitbreiding van het geluid in de lucht nagegaan; het bleek toen reeds dat zoowel de intensiteit als het timbre met den afstand veranderen. De intensiteit is niet juist omgekeerd evenredig aan het vierkant van den afstand, het timbre verandert op eene vrij zamengestelde wijze.

Bij de rekeningen werd de intensiteit van het geluid bepaald door de energie in de eenheid van volume, terwijl met het oog op andere onderzoekingen omtrent geluidsterkte en resonans door mij niet de *werkelijke* energie doch de *gemiddelde* energie in de eenheid van volume werd aangenomen, afgeleid uit de totale energie, die in eene geluidgolf aanwezig is. Alleen bij deze aanname hebben de aldaar verkregen resultaten omtrent intensiteit en timbre beteekenis.

Terwijl nu de dus uit de gemiddelde energie afgeleide formulen tot misverstand kunnen aanleiding geven en mij sedert gebleken is dat in het geval van vrije uitbreiding de *werkelijke* energie voor een gelijkmatig aangehouden toon zich gemakkelijk bepalen laat, heb ik dit eenvoudig doch belangrijk vraag-

*) *Verslagen en Mededeelingen*, Deel VIII, blz. 133.

stuk „de vrije uitbreiding van het geluid in de lucht" aan een nieuw en meer uitvoerig onderzoek onderworpen; ik kwam daarbij tot geheel nieuwe en tevens veel scherper resultaten, dan door de benaderde rekening van mijn vorig opstel mogelijk was.

Onderstellen wij dat de geluidbron zich in eene kleine ruimte bevindt, van daar uit zich spherische golven verbreiden en beschouwen wij achtervolgens, 1e de intensiteit van het geluid, 2e de energie in elke normale golfruimte aanwezig, 3e de verdeeling der beide soorten van energie, 4e de verandering van het timbre.

1e. *De intensiteit van het geluid.*

Nemen wij met HELMHOLTZ voor de potentiaal der geluidbeweging op een afstand r van het centrum en op den tijd t,

$$\psi = C \frac{Cos\, k\,(r-a\,t)}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

waarin $k = \frac{2\,\pi}{\lambda}$, λ de golflengte, a de snelheid van het geluid en C eene constante is.

Nu vonden wij vroeger *) zoo ψ de snelheidspotentiaal eener geluidbeweging, voor de potentiele energie E, voor de actuele energie T en voor de totale energie U in een volume v op den tijd t aanwezig, als ϱ_0 de normale dichtheid der lucht is,

$$E = \frac{\varrho_0}{2\,a^2}\int\left(\frac{d\,\psi}{d\,t}\right)^2 d\,v$$

$$T = \frac{\varrho_0}{2}\int\left(\frac{d\,\psi}{d\,N}\right)^2 d\,v$$

$$U = \frac{1}{2}\varrho_0\int\left\{\left(\frac{d\,\psi}{d\,N}\right)^2 + \frac{1}{a^2}\left(\frac{d\,\psi}{d\,t}\right)^2\right\} d\,v$$

hierin duidt N de normaal aan het oppervlak

$$\psi = \text{constante}$$

aan.

*) t. a. p., blz, 136 en 137.

Uit de in (1) gegeven waarde voor ψ werd nu hieruit afgeleid voor de totale hoeveelheid energie $d\text{U}$, die op den tijd t in eene oneindig dunne spherische laag op een afstand r van de geluidbron aanwezig is *).

$$d\text{U} = 2\pi\varrho_0 \text{C}^2 \left\{ \frac{1}{r^2} + \frac{2\pi}{r\,\lambda} sin 2k(r-at) + \left(\frac{8\pi^2}{\lambda^2} - \frac{1}{r^2} \right) sin^2 k(r-at) \right\} dr \; . . (2)$$

Deelen wij de beide leden dezer vergelijking door

$$dv = 4\pi r^2 dr$$

zoo volgt:

$$\frac{d\text{U}}{dv} = \frac{\varrho_0}{2} \frac{\text{C}^2}{r^2} \left\{ \frac{8\pi^2}{\lambda^2} sin^2 k(r-at) + \frac{2\pi}{r\lambda} sin 2k(r-at) - \frac{1}{r^2} cos^2 k(r-at) \right\} \; . . (3)$$

De uitdrukking $\frac{d\text{U}}{dv}$ zou men kunnen noemen de *dichtheid* der energie in het volume element dv; het tweede lid van (3) stelt dus de dichtheid der energie in de punten der ruimten voor, die op een afstand r van de geluidbron verwijderd zijn.

Deze uitdrukking nu is functie van r en t; bepalen wij, zooals gebruikelijk, de intensiteit der trillende beweging en dus *de intensiteit van het geluid* door de gemiddelde waarde der energie voor eene trillingsperiode te nemen.

Noemen wij de dus bepaalde intensiteit van het geluid op den afstand r I, zoo is:

$$\text{I} = \frac{1}{\text{T}} \int_t^{t+\text{T}} \frac{d\text{U}}{dv} dt \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

terwijl als $d\bar{\text{U}}$ de gemiddelde energie gedurende den trillingstijd in een *volumeelement* dv

$$d\bar{\text{U}} = \text{I}\,dv \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

*) t. a. p., bl. 140, form. (4).

de intensiteit I wordt, wegens (3),

$$I = \frac{1}{T}\frac{\pi\varrho_0}{2}\frac{C^2}{r^2}\int_t^{t+T}\left\{\frac{8\pi^2}{\lambda^2}sin^2k(r-at)+\frac{2\pi}{r\lambda}sin2k(r-at)+\frac{1}{r^2}cos^2k(r-at)\right\}dt. \quad (6)$$

Nu is

$$\frac{1}{T}\int_t^{t+T} sin^2 k(r-at)\,dt = \frac{1}{4akT}\Big\{sin\,2\,k(r-at) - 2\,k(r-at)\Big\}_t^{t+T}$$

$$= \frac{1}{4akT}.\,2akT = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{T}\int_t^{t+T} sin\,2\,k(r-at)\,dt = \frac{1}{2akT}\Big(cos\,2\,k(r-at)\Big)_t^{t+T} = 0$$

daar

$$akT = a.\frac{2\pi}{\lambda}T = 2\pi$$

en

$$\frac{1}{T}\int_t^{t+T} cos^2 k(r-at)\,dt = -\frac{1}{4akT}\Big\{sin\,2\,k(r-at) + 2\,k(r-at)\Big\}_t^{t+T}$$

$$= \frac{1}{4akT} + 2ak = \frac{1}{2}.$$

Dus volgt voor de gemiddelde dichtheid der energie gedurende den trillingtijd T, dat is voor de intensiteit van het geluid

$$I = \frac{\varrho_0}{2}\frac{C^2}{r^2}\left\{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{1}{2r^2}\right\}$$

$$= \frac{\varrho_0}{4}\frac{C^2}{r^2}\left\{\frac{8\pi^2}{\lambda^2} + \frac{1}{r^2}\right\}$$

$$= \frac{A^2}{r^2}\left\{\frac{8\pi^2}{\lambda^2} + \frac{1}{r^2}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

De intensiteit van het geluid in een punt op den afstand r van de bron is dus niet eenvoudig evenredig aan $\frac{1}{r^2}$; dichter bij de bron is ze betrekkelijk grooter, m. a. w. en dit blijkt terstond uit $\frac{dI}{dr}$, de intensiteit van het geluid neemt met den afstand sneller af dan de gewone regel aangeeft.

Intusschen is die afwijking van de eenvoudige wet voor de afstanden waarop men gewoonlijk geluid waarneemt zeer gering.

Schrijven wij (7) onder den vorm

$$I = \frac{A^2}{r^2 \lambda^2}\left\{8\pi^2 + \left(\frac{\lambda}{r}\right)^2\right\}$$

en nemen wij $r = m\lambda$, zoodat

$$I = \frac{A^2}{m^2 \lambda^4}\left\{8\pi^2 + \frac{1}{m^2}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (8).$$

Zoo blijkt, dat voor $m = 4, 5 \ldots 10$, dat is op afstanden $r = 4\lambda, 5\lambda, \ldots 10\lambda$, de term $8\pi^2 = 78{,}957$ met $\frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \ldots \frac{1}{100}$ vermeerdert wordt, zoodat dit verschil spoedig onmerkbaar wordt. Blijkt dus uit onze beschouwing, dat de gewone wet niet absoluut juist is, de afwijking heeft alleen beteekenis voor afstanden, die binnen eene golflengte vallen.

Merken wij nog op dat voor *groote* afstanden volgt: $I = \frac{B}{r^2 \lambda^2}$ dan is I niet alleen omgekeerd evenredig aan het vierkant van den afstand maar ook *aan het vierkant van de golflengte.*

2e. *De energie in elke normale golfruimte aanwezig.*

In ons vroeger opstel is, zoowel bij de bepaling der totale energie in iedere golf aanwezig als bij die der verdeeling van beide energiën stilzwijgend aangenomen dat de afstand der golf, waarin men die energie beschouwt tot de bron zeer groot is, in vergelijking met de golflengte zulks blijkt uit de bepaling der integralen voor deze gevallen *).

*) t. a. p., bl. 139 en 141.

Onderzoeken wij thans de hoeveelheid energie, die zich in eene *normale* golfruimte bevindt op *willekeurigen* afstand van de bron Door normale golfruimte verstaan wij een spherische laag, waarvan de breedte $\lambda = \frac{a}{T}$ is.

Uit de waarde van ψ in (1) gegeven, volgt voor de verplaatsing van een luchtdeeltje

$$\int \frac{d\psi}{dr} dt = C \frac{\sin k(r-at) - kr \cos k(r-at)}{akr^2};$$

hieruit blijkt dat de punten voor welke die verplaatsing gelijktijdig verdwijnt *niet* op een afstand λ, doch op een van r afhankelijken en daarmede toenemenden afstand liggen. Airy die dit onderwerp op andere wijze behandelde *), kwam tot hetzelfde resultaat en spreekt van een *gewijzigde* golf van eigenaardig karakter, met van punt tot punt veranderlijke lengte en dus ook snelheid van voortplanting, daar T, bepaald door het aantal trillingen aan den oorsprong in de eenheid van tijd, onveranderd blijven moet. De bepaling der energie in die gewijzigde golf is wegens de complicatie der rekening bezwaarlijk, waarom wij ons alleen met de bovengenoemde *normale golfruimte* zullen bezig houden.

Voor ons doel is het voldoende zoo wij de gemiddelde energie, die zich in die golfruimte gedurende een trillingstijd bevindt, berekenen.

Noemen wij deze $\overline{U}$, zoo zal, daar haren waarde terstond volgt uit die voor I in (7) gegeven, dewijl toch

$$\overline{U} = \int I\, dv$$

er volgen,

$$\overline{U} = \varrho_0 \pi C^2 \int_r^{r+\lambda} \left\{ \frac{8\pi^2}{\lambda^2} + \frac{1}{r^2} \right\} dr$$

$$= \varrho_0 \pi C^2 \left\{ \frac{8\pi^2}{\lambda} + \frac{\lambda}{r(r+\lambda)} \right\} \quad \dots\dots\dots\dots (9)$$

*) *On Sound.* London 1868. Art. 50.

Zij is dus afhankelijk van den afstand r, nadert echter voor groote afstanden meer en meer tot

$$\bar{U} = \frac{8\pi^2 \varrho_0}{\lambda} C^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

welke waarde overeenstemt met de vroeger gevondene constante energie in zulk eene golfruimte op een bepaald oogenblik *).

Het in (9) gevonden feit, dat de energie in de normale golfruimte minder wordt is zeker belangrijk genoeg. In hoever dit merkwaardig resultaat verklaard moet worden uit eene grootere snelheid van voortplanting der gewijzigde golf, wanneer r toeneemt, dan wel uit eene omzetting der energie van geluid in energie der luchtlagen, waarin zich de golven voortplanten, kunnen wij nog niet volledig aangeven.

Bij de blijkbaar zeer zamengestelde geluidbeweging in het hier behandelde geval, achten wij de laatste onderstelling om meer dan eene reden de meest waarschijnlijke. Wij wagen daarom de *hypothese* dat bij een muziekalen, steeds aangehouden toon, wiens beweging aan bepaalde wetten voldoen moet, met de uitbreiding van het geluid eene voortdurende warmteontwikkeling gepaard gaat, die snel afneemt, wanneer de afstand tot de bron grooter wordt.

3°. *De verdeeling der beide soorten van energie.*

Zonder moeite gelukt eene strenge bepaling van de hoeveelheid energie van elke soort in de normale golfruimte op een bepaald oogenblik. Voor de potentiele energie vinden wij als vroeger †).

$$E = 2\pi^2 \varrho_0 k C^2 = \frac{4\pi^2 \varrho_0}{\lambda} C^2 \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

de actuele energie is:

$$T = \frac{1}{2} \varrho_0 \int \psi \left(\frac{d\psi}{dN}\right) ds + \frac{1}{2} \varrho_0 k^2 \int \psi^2 \, dv \quad ,$$

*) t. a. p., bl. 139, form. (3).

†) t. a. p., bl. 138.

bestaat dus uit twee deelen; voor het eerste deel vinden wij *)

$$\frac{1}{2}\varrho_0 \int \psi\left(\frac{d\psi}{dN}\right)ds = \pi\varrho_0 C^2 \left\{-\frac{kr \sin 2k(r-at) + 2\cos^2 k(r-at)}{r}\right\}_r^{r+\lambda}$$

$$= \left\{-\frac{2\pi\varrho_0 C^2 \cos^2 k(r-at)}{r}\right\}_r^{r+\lambda} = \frac{2\pi\varrho_0 \lambda C^2}{r(r+\lambda)} \cos^2 k(r-at)$$

het tweede deel is als vroeger:

$$\frac{1}{2}\varrho_0 k^2 \int \psi^2 dv = \frac{4\pi^2 \varrho_0}{\lambda} C$$

dus

$$T = \frac{4\pi^2\varrho_0}{\lambda} C^2 + \frac{2\pi\varrho_0\lambda C^2}{r(r+\lambda)} \cos^2 k(r-at) \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

Uit (12) blijkt dus, dat steeds de actuele energie *grooter* is, dan de potentiële energie, dat dit verschil bij grooter waarde van r, zelfs bij zulke waarop men gewoonlijk geluid waarneemt, waarbij r grooter dan eene golflengte is, spoedig onmerkbaar wordt en verdwijnt voor r oneindig; de actuele energie neemt dus bij grooter afstand snel af en nadert tot de constante waarde der potentiele energie.

Het gezegde wordt duidelijker zoo wij $r = m\lambda$ stellen, dan is

$$T = \frac{2\pi\varrho_0}{\lambda} C^2 \left\{2\pi^2 + \frac{\cos^2 k(r-at)}{m(m+1)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

Wegens den noemer $m(m+1)$ zal dus het tweede deel bij den kleinen teller spoedig onmerkkaar worden.

Voor de totale energie in de golfruimte op een willekeurigen tijd t, geven (11) en (12).

$$U = E + T = \frac{8\pi^2\varrho}{\lambda} C^2 + \frac{2\pi\varrho_0\lambda C^2}{r(r+\lambda)} \cos^2 k(r-at)$$

$$= \frac{2\pi\varrho_0}{\lambda} C^2 \left\{4\pi^2 + \frac{\cos^2 k(r-at)}{m(m+1)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

*) t. a. pl., bl. 139.

Wij zien dus dat de waarde bij groote afstanden meer en meer tot

$$U = \frac{8\pi^2 \varrho}{\lambda} C^2$$

nadert zooals vroeger gevonden is.

De juiste waarde van U is echter veranderlijk met den tijd; om de gemiddelde waarde gedurende den trillingstijd te bepalen merken wij op, dat

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \cos^2 k(r - at) = \frac{1}{2},$$

zoodat de gemiddelde waarde van U,

$$\overline{U} = \frac{8\pi^2 \varrho C^2}{\lambda} + \frac{\pi \varrho_0 \lambda C^2}{r(r+\lambda)}$$

$$= \varrho_0 \pi C^2 \left\{ \frac{8\pi^2}{\lambda} + \frac{\lambda}{r(r+\lambda)} \right\}$$

in volmaakte overeenstemming met het hierboven onder (9) gevondene.

Voor de verdeeling der energiën in een vierde deel eener normale golfruimte, zullen wij thans in geene bijzonderheden treden; wij verwijzen daartoe naar ons vroeger opstel.

Alleen zij opgemerkt dat zoo r niet zeer groot is, gelijk daar is aangenomen, doch willekeurige waarden heeft, dit op het resultaat voor E geen invloed heeft, T zal echter eene andere waarde krijgen, daar de tweede term uit het tweede lid niet meer mag worden verwaarloosd.

4°. *De verandering van het timbre.*

Noemen wij van een zamengestelden toon de enkele toonen zijne ***partiele toonen,*** waarbij de grondtoon als eersten partiele toon wordt aangemerkt, zoo zal de waarde van I voor den p^{en} partielen toon ingevolge (7) wanneer wij $8\pi^2 = c^2$ stellen, gegeven worden door de vergelijking

$$I_p = \frac{A^2_p}{r^2 \lambda^2_p} \left\{ r^2 + \left(\frac{\lambda p}{r}\right)^2 \right\}$$

Het timbre voor een zamengestelden toon wordt het doelmatigst beoordeeld door iedere partiele toon met den grondtoon te vergelijken, welken laatsten wij *zonder* indices zullen schrijven en wij krijgen zoo voor het timbre van den p^{en} partielen toon :

$$\alpha_p = \frac{I_p}{I} = \left(\frac{\lambda A_p}{\lambda_p A}\right)^2 \left\{\frac{c^2 r^2 + \lambda^2_p}{c^2 r^2 + \lambda^2}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (15)$$

deze meest algemeene waarde is blijkbaar functie van r, zoodat het timbre met den afstand tot de geluidbron verandert.

Voor $r = 0$, nabij de bron, wordt

$$\alpha^0_p = \frac{A_p^2}{A^2}$$

voor r oneindig volgt

$$(\alpha_p) = \frac{\lambda^2}{\lambda^2_p} \frac{A^2_p}{A^2}$$

Zou men de constante $A_p = k\,A$ stelt, volgt:

voor $r = o$ $\quad \alpha_p = k^2$

voor $r = \infty$ $\quad (\alpha_p) = \frac{\lambda^2}{\lambda^2_p} k^2$

de laatste waarde is de limiet, waartoe het timbre nadert en die het spoedig zeer nabij komt.

Zijn de partiele toonen harmonisch en is, zooals in dit geval ondersteld mag worden, $\lambda_p = \frac{1}{p} \lambda$, zoo volgt:

$$(\alpha_p) = p^2 k^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16).$$

Uit deze formule blijkt de belangrijke regel dat het timbre of de relatieve intensiteit van den p^{en} partielen toon met den

afstand grooter wordt en wel dat die relatieve intensiteit spoedig tot een limiet nadert, waarbij zij p^2 maal grooter is dan aan de bron, m. a. w. de relatieve intensiteit of het timbre van boventoonen is op afstand 1e evenredig aan het timbre bij de bron, 2e omgekeerd evenredig aan het vierkant van de golflengte dier boventoonen. Dezelfde relatieve intensiteit als bij de geluidbron wordt volgehouden, doch nu p^2 maal grooter. Is de intensiteit der verschillende partiele toonen bij de bron dezelfde en gelijk die van den grondtoon, zoo nadert het timbre op afstand tot:

$$(\alpha_p) = p^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

wordt dus eenvoudig door het vierkant in het ordegetal van den partielen toon aangegeven. Het timbre is dus op afstand scherper dan bij de bron.

Gaan wij verder den overgang van het timbre van de waarde bij de bron tot hare eindwaarde meer bijzonder na. Meten wij daartoe r in golflengten van den grondtoon en stellen wij dus in (15)

$$r = m\lambda$$

zoo volgt, daar

$$\lambda_p = \frac{1}{p}\lambda$$

$$\alpha_p = k^2 \left\{ \frac{c^2 m^2 p^2 + 1}{c^2 m^2 + 1} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Voor c^2 hare waarde $8\pi^2 = 78.957$ of voor een beter overzicht kortweg 80 stellende, volgt

$$\alpha_p = k^2 \left\{ \frac{80\, m^2 p^2 + 1}{80\, m^2 + 1} \right\}$$

hieruit volgt onmiddellijk, dat reeds voor den afstand van eene golflengte, of voor $m = 1$, α_p bijna hare grenswaarde $k^2 p^2$ heeft bereikt.

De verandering van het timbre heeft dus hoofdzakelijk bin-

nen de eerste golf plaats; om deze te beoordeelen is het doelmatig de verhouding

$$\beta_p = \frac{\alpha_p}{(\alpha_p)}$$

te beschouwen, dat is de verhouding van het timbre op willekeurigen afstand tot zijne eindswaarde; m. a. w. de breuk, die aangeeft welk deel van zijne eindwaarde het timbre reeds bereikt heeft.

Wij krijgen dan wegens (16)

$$\left.\begin{aligned} \beta_p &= \frac{c^2 m^2 p^2 + 1}{(c^2 m^2 + 1) p^2} \\ \text{of} \quad \beta_p &= \frac{c^2 r^2 p^2 + \lambda^2}{(c^2 r^2 + \lambda^2) p^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Uit het verdwijnen van den factor k^2 blijkt dat die waarde *geheel onafhankelijk* is van de relatieve intensiteit bij de geluidbron. Teller en noemer der laatste formule door p^2 deelende, blijkt dat voor een zelfden afstand, de waarde van β_p te kleiner is, naarmate p grooter; de hooge boventoonen bereiken het langzaamst hunne eindwaarde, terwijl de waarde van β_n voor *zeer* hooge boventoonen wordt

$$\beta_p = \frac{c^2 r^2}{c^2 r^2 + \lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19_a).$$

Eene graphische voorstelling der krommen

$$y_1 = {}^2k \frac{c^2 p^2 x^2 + \lambda}{c^2 x^2 + \lambda^2}$$

en

$$y_2 = k^2 \frac{c^2 p^2 x^2 + \lambda^2}{(c^2 x^2 + \lambda^2) p^2}$$

waarin x de afstand tot de bron, geeft terstond een overzicht van het geheel.

Berekening geeft het volgende:

Uit de eerste formule (19) blijkt, dat reeds voor $n = \frac{1}{2}$,

dat is voor een afstand $r = \frac{1}{2}\lambda$ (waarin als altijd λ de golflengte van den grondtoon) het timbre bijna zijne eindwaarde bereikt heeft. Wij krijgen dan voor de verschillende partiele toonen, d. i. voor

$p =$	2	3	4	5	10
$\beta =$	0.964	0.957	0.955	0.954	0.9528

Op korteren afstand wordt eerst het veranderlijk timbre merkbaar, zoo als uit het volgende overzicht blijkt, waarbij $c^2 = 80$ genomen is,

voor $m = \frac{r}{\lambda}$

p is	$= \frac{1}{10}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
2	$\beta =$ 0.58	0.66	0.82	0.87	0.92
3	0.50	0.60	0.78	0.85	0.91
4	0.48	0.58	0.77	0.84	0.90
6	0.46	0.57	0.77	0.84	0.90
10	0.45	0.56	0.76	0.83	0.90

Het blijke dus dat voor hooge boven toonen op zeer korten afstand de verandering het aanzienlijkst wordt. Al wat hier omtrent het timbre gezegd is, onderstelt dat men den invloed der wrijving der lucht niet in rekening brengt. HELMHOLTZ vond *) dat om de verzwakking der geluidgolven door de wrijving der lucht in rekening te brengen, men de intensiteit met den factor

$$e^{\frac{-4\pi^2 n^2 \delta^2 r}{a^3}}$$

*) *Verhandlungen des nat. historisch mediz. Vereins. zu Heidelberg.* 1863 S. 257.

moet vermenigvuldigen, waarin n het trillingsgetal, δ de wrijvingsconstante aandnidt, die volgens STOKES = 2.946 mm. is, als men de seconde als tijdseenheid bezigt. De bereking van dien factor leert dat alleen de zeer hooge toonen spoedig aanzienlijk verzwakt worden; zulks kan rekenschap geven van den indruk, die een zamengesteld muziekale toon op afstand op ons maakt; deze zaak dient echter wel onderscheiden te worden van het hierboven gevondene. Wij bepaalden alleen de verandering, die het timbre van den toon ondervindt op *korten* afstand van de bron en onafhankelijk van elke luchtwrijving. De relatieve intensiteit was dan reeds op betrekkelijk korten afstand voor den p^{en} partielen harmonischen toon p^2 maal grooter dan aan de bron zelve.

Wanneer wij nu de uitkomsten verkregen in de vier behandelde onderdeelen zamenvatten, hebben wij:

1e. Voor de intensiteit van het geluid

$$I = \frac{\varrho^0 c^2}{4 r^2}\left\{\frac{8\pi^2}{\lambda^2} + \frac{1}{r^2}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I.}$$

2e. Voor de gemiddelde waarde der energie in elke normale golfruimte aanwezig

$$\bar{U} = \pi \varrho^0 c^2 \left\{\frac{8\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\lambda}{r(r+\lambda)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II.}$$

3e. Voor de verdeeling der beide energiën in elke normale golfruimte wanneer wij hare gemiddelde waarden nemen:

$$\left.\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{4\pi^2 \varrho_0 C^2}{\lambda} \\ \bar{T} &= \pi \varrho_0 C^2 \left\{\frac{4\pi^2}{\lambda} + \frac{\lambda}{r(r+\lambda)}\right\} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{III.}$$

4e. voor het timbre van den p^{en} partielen toon:

$$\alpha_p = \left(\frac{\lambda A_p}{\lambda_p A}\right)^2 \left\{\frac{c^2 r^2 + \lambda_p^2}{c^2 r^2 + \lambda^2}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{IV.}$$

Dit zijn de juiste waarden dier vier grootheden. Bij toenemende waarden van r naderen zij zeer spoedig tot:

$$(\mathrm{I}) = \frac{\mathrm{B}}{r^2\,\lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{I}_a)$$

$$(\bar{\mathrm{U}}) = \frac{8\,\pi^3\,\varrho_0\,c^3}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{II}_a)$$

$$(\mathrm{E}) = (\bar{\mathrm{T}}) = \frac{4\,\pi^3\,\varrho_0\,c^2}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{III}_a)$$

$$(\alpha_p) = \left(\frac{\lambda}{\lambda_p}\,\frac{\mathrm{A}_p}{\mathrm{A}}\right)^2 = \frac{\lambda^2}{\lambda_p^2}\,.\,\alpha^0{}_p \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{IV}_a).$$

Waarin $\alpha_p{}^0$ het timbre van den p^{en} partielen toon bij de bron. Deze vier laatste eenvoudige wetten gelden dus bij benadering reeds op korten afstand van de bron. Tusschen de bron en dien afstand heeft een overgang plaats, die door de vier eerste formulen wordt aangewezen. De geluidsenergie in eene kleine ruimte ontwikkeld deelt zich aan de omringende lucht mede, doch terwijl dan een golfstelsel gevormd wordt en daarmede eene andere wijze van beweging intreedt, geven de vier eerste waarden rekenschap van den *overgangstoestand* — een toestand die strikt genomen tot op oneindigen afstand voortduurt, doch voor elk dier vier grootheden slechts overwegende beteekenis heeft in eene betrekkelijk kleine bolvormige ruimte, waarvan de geluidbron het middenpunt is.

Utrecht, December 1874.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

VII. Simon van der Eycke.

1. In het laatste gedeelte der zestiende eeuw, ontstond er in de mathematische wereld, hetgeen men zoude kunnen noemen: eene epidemie van cirkelquadraturen, dat wil zeggen van of geheel valsche, of werkelijk benaderende bepalingen van de verhouding van den omtrek tot de middellijn des cirkels. In den regel echter waren de grondslagen deze bepalingen niet zuiver, de afleiding zelve weinig wetenschappelijk. Ook ons land bleef niet vrij van deze besmetting. En wanneer het mijn voornemen is, daarover het een en ander onderzoek mede te deelen, zal het wel noodig zijn, om deze opstellen met eenige woorden te rechtvaardigen. Daartoe zij het echter genoeg er op te wijzen, vooreerst, dat het in die dagen juist de bekende geleerden waren, die zulks beproefden; ten anderen en voornamelijk, dat de strijd daartegen door de wiskundigen van naam werd aanvaard, en veelal aanleiding gaf tot soms groote vorderingen op wetenschappelijk gebied. Iedere zoodanige cirkelquadratuur werd op die wijze, laat ons zeggen haars ondanks, een vuurwerk in de wetenschap, dat zijn licht deed schijnen over de mannen, die zich toen ter tijde aan hare beoefening wijdden, en over de wijze en de methoden, waarop toen die wetenschap werd be-

oefend. Of ook, zulk eene cirkelquadratuur werd een middelpunt, waaruit onderscheidene belangrijke geschriften en ontdekkingen ontsprongen langs allerhande verschillende wegen.

De eerste van zoodanige proeven, waarmede wij hier willen aanvangen, is die van SIMON VAN DER EYCKE.

2. Deze SIMON VAN DER EYCKE werd ook wel genoemd (en noemde zich zelven ook wel, naar de gewoonte dier dagen) SIMON À QUERCU, SIMON DU CHESNE, soms eenvoudig DUCHESNE. Van zijn levensloop is slechts weinig bekend. Wij zullen zien, dat hij in 1584 te Delft woonde, en dat hij in 1603 nog leefde. Hij was geboren te Dôles; maar was toch meer nederlander dan franschman, althans naar zijn stijl van schrijven te oordeelen. Zijn schrijven in het fransch is dikwerf niets beter dan woordelijk vertaald hollandsch; zooals wij straks meermalen de gelegenheid zullen hebben op te merken. Waarschijnlijk was zijne familie wegens hare godsdienstige gevoelens naar ons land gevlucht: men zegt althans, dat hij een streng calvinist is geweest. Trouwens in de voorreden van zijn straks te behandelen werk „Quadrature du cercle" zegt hij, sprekende van al hetgeen Prins WILLEM I deed en leed, „à l'imita- ‖ tion d'icelluy mesme, pour la parole duquel exposez jours ‖ & nuicts vostre personne en infinitz d'angers, (sic)" en aan het einde dier voorrede spreekt hij van „son Eglise affligiée."

Terwijl hij dit werk zelf eindigt met de woorden:

„*Rendant graces & louanges à l'Eternel, duquel toutes ‖ choses procedent, & auquel toutes choses sont finalement ‖ reuocquées, Par Jesus-Christ son Filz vnic- ‖ que nostre saulueur et redempteur ‖ auec son sainct Esprit. ‖ Amen.*"

3. Uit deze weinige bijzonderheden blijkt echter, dat hij niet verward moet worden met zijnen naamgenoot SIMON VAN DER EYCKE, ook wel genoemd SIMON BRABANT À QUERCU: hoezeer het zeer wel mogelijk is, dat zij bloedverwanten waren. Deze was te Brussel geboren, werd zanger aan de St. Stephanskerk te Wien, en daarna kapelmeester bij LUDOVICUS SFORZA, Hertog van Milan tot aan 1508; waarna hij dezelfde betrekking bleef bekleeden onder diens zoon MAXIMILIANUS. Hij schreef toen een bekend werk over de muzijk „Opusculum Musices de Gregoriana et Figurativa et Contrapuncto Simplici, cum Exemplis.

Viennae, 1509 in 4°"; waarvan er een tweede druk verscheen in 1518 te Landshut in 8°.

4. Onze SIMON VAN DER EYCKE behoorde tot de eersten, die zich bezighielden met het vraagstuk "van de Oost- en West-vindinge," zooals het toenmaals heette, dat is van het bepalen der lengte op zee. Dit blijkt uit eene vrij belangrijke Resolutie van de staten van Holland, gedateerd 12 September 1595 [1]: waartoe het verzoek om een privilegie, dat VAN DER EYCKE had ingezonden, aanleiding gaf. De mededingers schijnen geweest te zijn PLANCIUS, SIEUWERTSZ en P. R. TWISK, mannen, wier naam in de geschiedenis der wetenschappen niet onbekend is. Uit de bewoordingen en de voorwaarden, die in deze Resolutie voorkomen, blijkt genoegzaam, welk belang men reeds toen ter tijde in dit vraagstuk stelde; dat men voor de goede oplossing bereid was "eene eerlycke recompence te geven, sulcks dat hij ende de sijnen hun daarmede sullen genoegen ende contenteren." Het was derhalve van belang te achten, de noodige voorzorgen te nemen en de noodzakelijke voorwaarden te stellen, ten einde later verschil van gevoelen met de gevolgen van dien te voorkomen: en het nemen van zulke voorzorgsmaatregelen was aan onze voorvaders best toevertrouwd.

Later in 1603 ontving onze SIMON VAN DER EYCKE nog een octrooi [2]) voor de nieuwe uitvinding van een molen.

5. Thans komen wij tot zijne cirkelquadratuur "QVADRATVRE DV CERCLE" [3]), die in 1584 te Delft het licht zag. De opdracht luidt aldus.

"A TRESHAVLT ET ‖ TRESILLVSTRE SEIGNEVR ‖ GVILLAVME PRINCE D'ORANGES, ‖ Comte de Nassauvve, Catzenelleboghen, Dietz, Via- ‖ nen, Buren, Leerdam, &c. Seigneur & Baron de Breda, ‖ Diest, Grimbergen, Arley, Noseroy, Chastelbellain &c. ‖ Vicecomte d'Anuers & Besançon, Gouverneur & Ca- ‖ pitaine general d'Hollande, Zéelande, Frize & Vtrecht."

Hij zegt daarin

"Si suis je poulcé comme d'vn par- ‖ ticulier debuoir à telle recognoissance, pour auoir entendu ‖ S. Ex. n'estre seullement amateur des sciences Mathematic- ‖ ques, mais en auoir aussi plaine cognoissance."

En eindigt met de woorden

„Lequel Dieu tout || puissant je prie de tout mon coeur, qu'il luy plaise par sa bon- || té immense, vous dōner repoz, de tant de trauaulx, que pour || l'amour de sa foy, auez soubstenu & encore soubstenez, vous || maintenant en santé entiere & longne (sic) vie, à l'edification de || son Eglise affligiée, & au bien de touts ceux qui vous ay- || ment. En Delff ce 28. de Januier, 1584. || De S. Ex. || *Treshumble Seruiteur* || Simon du Chesne."

Dit zeldzame boekje is in drie boeken of „Parties" verdeeld, die wij kortelijk willen nagaan. Het eerste heet

„PREMIERE PARTIE || DE CE TRAICTE, OV EST DE- || MONSTRE, QV'IL NE PEVT ESTRE, || que la circumference du cercle n'aye raison à son || Diametre".

Hij begint aldus.

»COMBIENQVE *quelques vns ont affirmé, le cercle || se pouuoir mettre en parfaicte quarrure, entre les- || quels est Aristote. lequel dict que ce qu'est egual a vne || figure rectiligne se peut quarrer ou mettre en quarru- || re: si est ce que d'autres le nyant ont osé diré* (sic) *qu'il est impossible, qui In- || terroguez pourquoy? ont respondu, pource que la circumference du cercle || n'a aucune raison à son diametre, & ce à cause que le droict & le cour- || be ne sont pas d'vn mesme genre de quantité. Mais de ce a Jan du Mont || royal assez bien faict apparoistre le contraire, disant que toutes lignes || ont vn mesme commencement de leur generation, assauoir le poinct, selon || le mouuemēt imaginatif duquel, les mathematiciens affirment les lignes || naystre . . . || pour confirmation de quoy, nous auons beaucoup de tesmoignages de plu- || sieurs geometres. N'est il pas ainsi* (dit il) *que Archimede voulant de- || monstrer au commencement du premier liure de la sphere & du cilin- || dre, la somme des costez du poligone circumscript au cercle, estre plus || grande que la circumference du cercle mesme auquel il est circumscript, || . . . || certes elles ne se pourroient dire plus grandes, si elles n'estoient || de mesme genre de quantité: car il n'y auroit autrement raison aucune || entre icelles & l'arc du cercle . . . || . . . || D'ou || appert clerement qu'Archemide* (sic) *a esté d'oppinion, que le droict & le || courbe sont d'vn mesme genre de quantité. D'aduantage Ptolemée vou- || lant au septiesme chapitre du sixieme liure de sa grande compilation, des || doigts eclipticques lineaires, extraire les doigts superficiels,*

a, à l'imi- || *tation d'Archimede prouué, la raison de la circumference du cercle à son* || *diametre, estre enclose entre deux raisons cogneües* (sic)... || ... || *Mais telles choses sont aussi presupposées au liure des trois* || *freres, ou est proposé à demonstrer, que les circumferences de touts cer-* || *cles ont vne mesme raison à leurs diametres...* || ... || *D'ou on se* || *peut de ceux esmerueiller, qui disent le courbe & le droict ne pas estre* || *de mesme genre: car à vray dire, estre courbe ou droict sont choses, les-* || *quelles ne pouuant changer le genre, causent seulement telles passions* || *aux quantitez, &c."* ||

Dit alles dient als inleiding tot de bestrijding van het gevoelen van MICHIEL STIFFEL.

»CE *non obstant s'efforce* MICHIEL STIFFEL *en son Arithmeticque Latine,* || *à demonstrer, que la circumference du cercle n'a aucune raison à son dia-* || *metre, cest à dire ne discible* *), *n'indiscible, disant:* ||

1. *Il faut à quiconque veut disputer* de *la quadrature du cercle, faire* || *distinction entre le cercle mathematicque & le cercle phisicque.* || 2. *Il luy conuient aussi d'obseruer, que la question meüe entre les Phi-* || *losophes est du cercle mathematicque, & non du cercle phisicque.* || 3. *Le cercle phisicque est vne jmage du cercle mathematicque."*

Op deze drie volgen nog vijf en twintig andere sluitredenen van STIFFEL, waarvan de drie laatsten zijn.

»26. *Et s'ensuyt tiercement, qu'il est impossible de quarrer le* || *cercle mathematicque.* || 27. *Pour peu sçauants soient ceux tenuz qui vouldront s'opposer à* || *ces choses, qui sont telles, qu'elles ne donnent ny n'ostent a la pieté.* || 28. *Toutesfois les doctes sentiront auec moy, Euclide & Ptolomée* || *en auoir jugé le mesme."*

En op deze redeneering van STIFFEL laat VAN DER EYCKE dadelijk volgen.

»OR *puisque ainsi est, que apres en auoir par la grace de Dieu* || *cogneu ce que s'ensuyura, & que ne voulant cacher le don qu'il luy* || *a pleu ne donner. J'ay comme plusieurs aultres qui deuãt moy l'ont* || *faict, osé mettre en avãt, d'auoir trouué le moyen de quarrer le cer-* || *cle."*

En nu gaat hij er toe over om STIFFEL volgens zijne eigene

*) Zooals men thans zegt, meetbaar of onmeetbaar.

methode te wederleggen (bladz. 10—35). Hij zegt onder anderen (bladz. 10).

»*Et (pource que comme l'ordre des nombres, ainsi procede aussi l'or- || dre des figures poligones) comme quelqu'vn des nombres est le premier || de touts, mais nul de touts le moyen ou le dernier: ainsi y a il quelque fi- || gure poligone qui de toutes est la premiere, mais nulle qui soit de toutes || la moyenne ou la derniere: Parquoy si on veut que le cercle soit la der- || niere de toutes les figures poligones qui jamais ne s'jmagine, il sera, ce || que pas est & que jamais ne sera jmaginé. || Et pource qu'on ne sçauroit faire distinction entre ce qui n'est pas || & son jmage, sa distinction sera vaine. || . . . || D'aduantage, pource que cercle mathematicque n'est pas, & que || ce que n'est point ne peut auoir jmage, le cercle Phisicque ne sera pas. || Mais pource que ce qu'est impossible s'en ensuyuroit, il nese peut faire || que le cercle soit la derniere de toutes les figures poligones, car autre- || ment, estant, il seroit ce que point n'est.*"

En op bladz. 12.

»*La figure poligone sera donc || plus petite que le cercle, de laquelle l'vn des costez, sera la ligne droicte || (par la premiere demande) menée d'vn quelconque poinct en la circum- || ference prins, au poinct qui en icelle luy est le plus prochain: Si que vou- || lant que le cercle soit vne figure poligone, il seroit finalement necessaire || que vn chascun de ses costez fust vn poinct: car comme selon telles rai- || sons, il ne pourroit estre plus grand, aussi ne pourroit il estre plus petit, || d'autant que le poinct est indiuisible: Et de tout ce s'en ensuyvroit il, || que les terminaisons ou confins de quelque superfice angulaire, seroient || poincts & non lignes, contre la 6e definition dudict premier liure.*"

Het aangehaalde moge hier volstaan om de redeneertrant van dit boekje voor oogen te stellen: de sophismen te doen zien, die men toenmaals bezigde, om zijne stelling te bewijzen. Nadat hij op die wijze de redeneering van STIFFEL weerlegd had, roept hij uit op bladz. 30.

»AV. *reste j'aime beaucoup mieux estre tenu pour peu sçauant, || voire pour du tout ignorant, pour m'estre opposé à ce que sur ce || faict dit Stiffel, que dire avec luy. La circumference du cercle & || son diametre (choses de mesme genre de quãtité &*

desquelles l'vne || *recoipt sa grandeur par la grandeur ou longueur de l'autre) n'auoir* || *l'vn à l'autre raison aucune, comme si en nature il y auoit deux* || *choses de mesme genre sans raison l'vne à l'autre."*

Hij eindigt met aan te toonen, dat noch PTOLOMAEUS, noch EUCLIDES het met STIFFEL eens zijn geweest, zooals deze laatste beweerd had.

6. In het tweede boek met den titel:

„SECONDE PARTIE || CONTENANT LA DEMON- || STRATION DE LA RAISON DE LA || circumference au diametre, selon la vulgaire inuention || d'Archimedes."

VAN DER EYCKE begint aldus.

»AYANT *doncques jusques icy assez faict apparoistre,* || *qu'il ne peut estre que la circumferēce ne admettre quel-* || *que nombre, et que pource aussi elle n'aye raison à son* || *diametre. Je di en oultre, la raison de la circumference* || *du cercle à son diametre debuoir estre telle qu'est la raison de l'aire du* || *cercle au quarré du semidiametre du cercle mesme:...* || *...* || *Et conuersement par le correlaire* || *de la 4e. proposition du cinquiesme, quelle est la raison de l'aire du cercle* || *au quarré du semidiametre, telle sera la raison de la circumference au* || *diametre du cercle mesme. ceque donnons de nostre inuention. Mais* || *d'autant qu'icelle est enclose entre deux raisons cogneues comme dict* || *a esté, il faudra consequemment veoir, quelles sont celles raisons entre* || *lesquelles elle est enclose, sçauoir est selon la vulgaire inuention d'Ar-* || *chimede & suyuant l'xemple* (sic) *d'Oronce."*

Daarop berekent hij de omtrekken van een omgeschreven regelmatigen 12hoek, als $12 \times 11 : 42\frac{19}{42}$, van een 24hoek, als $24 \times 11 : 84\frac{1}{8}$, van een 48hoek, als $48 \times 11 : 169$, eindelijk uit de „*costé du mult-* || *angle ou poligone, ou polipleure de nonante six costez, descrit à l'entour* || *du cercle donné,"* den omtrek van den 96hoek, als $96 \times 11 : 337\frac{8}{13}$. Daarop laat hij volgen (bladz. 42):

»*Puis donc, que la cirçumference du* || *cercle est plus petite, que n'est le circuit du polipleure circumscript,* || *par plus forte raison la circumference du mesme cercle à son propre dia-* || *metre obseruera vne raison plus petite que triple sesquiseptiesme,* || *c'est à dire quelle contiendra trois fois le diametre & peu moins d'vne* || *septiesme partie d'icelluy diametre: ce qu'il failloit demonstrer."*

En bladz. 43, 44:

»*Or que la circumference au diametre du cercle obserue vne raison* || *plus grande que triple superdecupartiente septante vniesmes: c'est à dire* || *qu'elle contienne troisfois le diametre & vn peu plus d'vne huictiesme* || *partie d'celluy,* (sic), *cela se demonstre ainsi.*"

Voor ingeschreven veelhoeken van hetzelfde aantal zijden als boven vindt hij achtervolgens voor den omtrek $12 \times 15 : 58$; $24 \times 15 : 115$; $48 \times 15 : 229\frac{1}{2}$; $96 \times 15 : 458\frac{1}{2}$; het laatste op bladz. 50.

Nadat hij aldus de verhouding van ARCHIMEDES bewezen had, wederlegt hij dadelijk daarop (bladz. 51) een bezwaar, dat men verder zoude kunnen maken, aldus.

»*Or me pourra quelcun de l'oppinion de Stiffel en cest endroict* || *dire, Encore n'y a il, espoir aucun, de trouuer l'indubitable maniere* || *de quarrer le cercle, pour auoir cogneu la raison de la circumfe-* || *rence du cercle à son diametre, estre enclose entre ces deux termes* || $3\frac{10}{71}$. & $3\frac{10}{70}$. *Car il ne s'en ensuit rien d'ainsi argumenter: Il est* || *possible de trouuer vn quarré plus petit que ce cercle. Et est possible de* || *trouuer vn quarré plus grand que ce cercle. Et pource aussi de trouuer* || *vn quarré qui luy soit egual. Tout ainsi qu'il ne s'en ensuyt rien de dire:* || *Il est possible de trouuer vn nombre discible, moindre que le nombre in-* || *discible* *) *R.* 9000.—*R* 16200000. †) *comme ce nombre discible* || *suyuant.*

Entiers .	*mi* .	*sec* .
70 .	32 .	3 .

Et est possible de trouuer vn nombre discible, plus grand qu'icelluy || *mesme nombre indiscible R.* 9000.—*R* 16200000. *assauoir.*

Entiers .	*mi* .	*sec* .
70 .	33 .	3 .

Et pource aussi de trouuer vn nombre discible qui luy soit egual. || *Mais je luy Respond, que ceste raison n'a pas lieu en toutes choses. Car* || *(affin que la verité de ce apparoisse par quelque exemple & ce de no-* || *stre inuention) si pour ne sçauoir trouuer vn nombre discible egual au* || *nombre indiscible predict, combien qu'il soit loisible d'en trouuer vn plus* || *petit & aussi vn plus grand, quelcun vouloit affirmer, qu'il ne s'en en-* || *suit aussi rien icy, de dire: Il est possible....*"

---

*) Discible = meetbaar, indiscible = onmeetbaar.

†) Of, zooals men nu zoude schrijven, $\sqrt{[9000 - \sqrt{16200000}}$

En daarop geeft hij eene meetkundige constructie voor de bovenvermelde wortelgrootheid, waarop hij hier niet verder aandringt, maar die wij later weder zullen ontmoeten.

7. Op bladz. 56—90 volgt nu het derde boek, waarvan het opschrift luidt.

„TROISIESME ET ‖ DERNIERE PARTIE DEMON- ‖ STRANT PAR QVELLE MANIERE ‖ se peut trouuer la ligne droicte, eguale à la circumfe- ‖ renciale ligne du cercle proposé, & descrire le quarré, ‖ egual au mesme cercle donné."

Hierin gaat VAN DER EYCKE zijne eigene quadratuur afleiden „*(& ce par la bonté immen- ‖ sé* (sic) *du createur de l'vniuers premier & dernier)*" (bladz. 56). Hij begint even als in het eerste boek bij de wederlegging van MICHIEL STIFFEL, met het stellen van 39 „principes," waarvan de laatste luidt.

»39. ‖ *Et pource di je derechef, qu'il y aura raison entre la circumfe- ‖ rence du cercle & son diametre.*"

Hierop laat hij volgen (bladz. 65).

»CE *estant donc premis, d'autant que le cercle est de toutes fi- ‖ gures la plus capace, plus parfaicte & plus simple: auquel toutes- ‖ fois comme aux autres conuient aussi le nombre ternaire (combien ‖ que occultement) à respect du centre, de la circumference, & de ‖ l'interuale. Nous eslirons en premier lieu l'vnité, comme celle qui ‖ à touts nombres est commencement & fin, ayant en second lieu ‖ esgard aux nombres binaire & ternaire (qui selon plusieurs ont ‖ affinité, asçauoir cestuyla avec la matiere à cause de sa diuisibilité en ‖ deux parties eguales, par laquelle il la resemble, & cestuyci auec la for- ‖ me, à cause qu'il est indiuisible en deux parties eguales).*"

Nadat hij door middel van veel geconstrueerde lijnen, eindelijk gekomen is tot twee lijnen $ap = 484$, $am = 1521$, zegt hij bladz. 73.

»*Si que par ainsi il nous ‖ sera manifeste, la raison de la ligne droicte* ar, *au diametre* af, ‖ *estre telle, que de* $3\frac{69}{484}$. *à* 1. *que est moins que* $\frac{10}{70}$. *& plus que* ‖ $3\frac{10}{71}$. *A raison dequoy, nous pourrons dire, la ligne droicte* ar, ‖ *estre eguale à la circumference du cercle* afg, *proposé à quarrer,* ‖ *la ligne droicte qui d'icelle mesme est le quart, àsçauoir* am, *estre* ‖ *eguale au quart de la circumference. Et (d'autant que c'est le pro-* ‖ *pre du costé du quarré egual au cercle) celle qui est trouuée estre* ‖ *moyenne proportionnelle, entre ladicte ligne droicte* am, *& le* ‖ *diametre* af, *(àsçauoir* ag,*) le costé du quarré egual au cercle.*"

Dit is dus nog slechts eene benadering; maar nu tracht hij uit het ongerijmde te bewijzen, dat deze benadering de werkelijke waarde is.

»*Si non, c'est a dire, si la ligne droicte ar, par les lignes droi-* || *ctes* 1, 2, 3, *trouuée, n'est eguale à la circūference, ne son quart* || *au quart d'icelle, ne par consequent la ligne droicte ag, ou celle* || *qui luy est eguale* (*at*,) *au coste, du quarré egual au cercle proposè:* || *Il faudra necessairement, que ladicte ligne droicte ar, soit plus* || *grande que la circumference, ou bien quelle soit plus courte qu'icelle.* ||"

Het besluit daarop luidt aldus (bladz. 77).

»*Mais que s'aydant finalement desdicts trois nōbres* 3. 2. 1, || *en la maniere qu'auons faict, ausquels il sera force de s'arrester (à cause* || *qu'il n'y a rien qui precede l'indiuisible vnité) on trouuera ce que dessus* || *est trouué, àsçauoir que le diametre faisant* 484. *il faudra que la circū-* || *ference vienne à faire* 1521. *Et ne pourra on pour estre à l'vnité parve-* || *nu, hors d'iceux autre chose aller cercher.*"

Van der Eycke gaat vervolgens over tot het bepalen van den inhoud des cirkels, en komt op bladz. 83 tot het volgende besluit.

»Et par ainsi colligerons nous finalement de ces cho- || ses (moyennant la 15. proposition du cinquiesme liure || d'Euclide,) que pour commodement & sans changer la || predicte raison de 1521. à 484 trouuer le costé du quarré || egual au cercle propose, il fauldra partir le diametre d'icel- || luy en 44. parties entre elles eguales (par la neufuiesme || proposition du sixiesme). Et prendre la piece du diame- || tre qui en contiendra 39. pour le costé du quarré egual au || cercle donné. Et au contraire, que pour trouuer le cercle || egual au quarré proposé. Il fauldra partir le costé d'icelluy en || 39. parties eguales (par la mesme neufuiesme proposition) || & l'ayant continué tant qu'il en sera besoin (par la 2°. de- || mande) à icelluy adiouster 5 d'icelles parties eguales (par la || 2°. demande & troisiesme proposition du premier) car les || 44. telles parties eguales, feront ensemble le diametre du || cercle egual au quarré proposé."

En dadelijk hierop laat hij volgen bladz. 84.

»*Mais si de la raison de la circumference du cercle à son diametre,* || *nous debuons attēdre quelque belle proprieté, que*

pourriōs nous en icelle || désirer plus admirable fors que (comme aussi par ceste mesme raison il || aduient) selon elle les contenuz de touts cercles dont les diametres sont || rationnaux soyent trouuez estré (sic) *nombres quarrez? ce que certes celluy, || eut facillement peu croire debuoir necessairement ainsi advenir qui || qui* (sic) *bien ayant cogneu & consideré toutes les passions ou conditions du || cercle & du quarré les eut ensemble conferé. . . || . . . ||. Il ne veux ja dire, par les autres proprietez au cercle & au || quarré communes: Ou par les dignitez de plusieurs aux quarrez || attribuées, Nommement des Pythagoriens, qui de la disposition || des nombres de c'este table, monstrent les quarrez totalement imi- || ter *) les ver- || tus, à cau- || se qu'iceux || prenants || leur cōmen- || cement & || origine de || l'vnité (de || touts nom- || bres source) || sans aucu- || nement se || desuoyer ou || decliner, ne || à dextre ne || à senestre || ainsi que || font les berlongs autourdiceux trouuez: Mais tenants la voye || moyenne & rectitude diametrale, sont veus tomber en la cente- || naire vnité & d'icelle par le mesme chemin remontant, estre en || fin à l'indiuisible vnité reuocquez: Laquelle voye ilz ont voulu ap- || peller le chemin de vie. . . || . . . || D'ou Aristoteles a prins occasion d'appel- || ler le quarré heureux sans vituperation."*

Op bladz. 87 geeft VAN DER EYCKE het tafeltje.

Cicruit.

4 . 8 . 12 . 16 . 20 . 24 . 28 . 32 . 36 .

Costez.

1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 .

Aires.

1 . 4 . 9 . 16 . 25 . 36 . 49 . 64 . 81

Circumferences.

$3\frac{69}{484} . 6\frac{138}{414}$ †) $. 9\frac{414}{484}$ §) $. 12\frac{69}{484}$ **) $. 15\frac{345}{484} . 18\frac{414}{484} . 21\frac{983}{484} . 25\frac{68}{484} . 28\frac{137}{484}$

Diametres.

1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9

Aires.

$\frac{1521}{1936} . 3\frac{69}{484} . 8\frac{211}{868}$ ††) $. 12\frac{69}{484}$ §§) $. 19\frac{1241}{1936} . 28\frac{137}{484} . 38\frac{961}{1936} . 50\frac{136}{484} . 63$[illegible]

---

*) Hier komt naast de tekst een tafel van vermenigvuldiging tot aan tien maal t[illegible]

†) Moet zijn $6\frac{138}{484}$. §) Moet zijn $9\frac{217}{484}$. **) Moet zijn 12[illegible]

††) Moet zijn $7\frac{137}{1936}$. §§) Moet zijn $12\frac{276}{484}$.

»Mais *encore peut on icy veoir, que cõme le contenu du quarre dont* || *le coste est* 1. *ainsi veult aussi le contenu du cercle dont le diametre faict* || 1. *estre representé, par le quart du nombre representant son circuit ou* || *sa circumference.*"

Na het opgeven van eenige eigenschappen van gelijkvormige figuren, waarbij hij zijn gevonden verhouding gebruikt, om natuurlijk tot even onware uitkomsten te geraken, beweert hij (bladz. 89).

»*De laquelle proprieté (si-* || *bien on y prend garde) le cercle ne veult estre priué. Chose qui auec* || *les ja mentionnées nous peut asseurer cestedicte raisòn de* 1521. || *à* 484. *estre celle de la circumference à son diametre. Et pour-* || *ce aussi tant la circumference que le contenu du cercle vouloir estre* || *representer par nombres quarrez duquel le diametre ou la lõgueur* || *d'icelluy est par vn nombre quarrė representé. Et le contenu du* || *cercle dont le diametre est vn nombre discible vouloir pareille-* || *ment estre representė par vn nombre quarré: Duquel (àsçavoir)* || *les quatre angles droicts sont (mais occultement) au centre, (l'espa-* || *ce à l'entour du centre vallant quatre angles droicts) ce que tou-* || *tesfois tu estimeras sans tresgrand mystere ne pouuoir ainsi estre.*"

Hebben wij van deze beschouwingen omtrent de geheimzinnige eigenschappen en neigingen der getallen vroeger reeds meermalen voorbeelden ontmoet, onze schrijver eindigt met eene dergelijke peroratie, die in die dagen echter goede kans op algemeene bewondering aanbood. Hij zegt bladz. 89.

»Mais *encore à* (sic) *cestedicte raison* $\frac{1521}{484}$. *cela en soy, à sçauoir* || *que si on adiouste touts ses superieürs nõbres ensemble comme pre-* || *miers, & semblablement ses inferièurs nombres comme premiers,* || *on trouuera qu'ilz feront ces quarrez* $\frac{9}{16}$, *dont les racines quarrées* || $\frac{3}{4}$. *sont les costez diametraux du premier nombre diametral* 12. || *Et adioustant iceuxdicts quarrez* $\frac{9}{16}$. *ensemble, on les trouuera* || *faire* 25. *qui est le quarré de* 5. *premier nombre diametre. Et que* || *plus est si apres ainsi auoir rangé ces nombres* $\frac{1521}{484}$. $\frac{9}{16}$. $\frac{3}{4}$. 25. *on* || *adiouste les superieurs & inferieurs nombres de chascun apart soy* || *en-*

semble comme premiers, & ceux qui de telle addition seront || procréez encore ensemble comme premiers, continuant vne telle || maniere d'adiouster, jusques à ce qu'il vienne par tout vn nombre || digite, on trouuera finalement ces quatre nombres 7. 7. 7. 7. *c'est || à dire* 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. *lesquels derechef ensemble adioustez, fe- || ront premierement* 28. *qui depuis l'vnité est le troisiesme en la || progression des nõbres parfaicts. Et en fin finale* 1. *qui est celluy par || lequel nous auons commencé ce probleme, & par lequel nous le || finirons. Rendant graces & louanges à l'Eternel, duquel toutes || choses procedent, & auquel toutes choses sont finalement || reuocquées, Par JesusChrist son Filz vnic- || que nostre saulueur et redempteur || auec son sainct Esprit. || Amen. ||* FIN." ||

Brengt men de aangehaalde plaatsen met elkander in verband, dan ziet men, dat VAN DER EYCKE eerst eene lijn construeert, waarvan de berekening aantoont, dat zij eene nauwere benadering geeft dan de verhouding van ARCHIMEDES (zie blz. 73); maar daarna komt er hij er door zijne sophismen toe om aan te toonen, dat die verhouding noch grooter, noch kleiner kan wezen.

8. Voor dat wij afscheid nemen van dit zeldzame boekje, dat tot zooveel tegenspraak, en dientengevolge tot zoo gewichtige gevolgen en bespiegelingen aanleiding heeft gegeven, nog een paar opmerkingen.

Onder aan bladz. 90 vindt men de „*Errata*", 31 in getal, een bewijs dat er veel moeite is genomen voor het zuiver drukken van het werk.

Op de volgende bladzijde (zonder pagineering) komt voor „EXTRAICT DV PRIVILEGE.

MESSIEVRS les Estatz generaulx des Prouinces || vnies des Païs bas, Ont consenti & accordé à Simon du || Chesne de faire Imprimer esdictes prouinces, certain li- || ure Intitulé QVADRATVRE DV CERCLE, par tel || Imprimeur que bon luy semblera. Auec deffences à touts || aultres d'Imprimer ou faire Imprimer vendre ou distri- || buer ledict liure es Prouinces susdictes, soit en Latin, Fran- || çois, hault ou bas Allemand, sans le vouloir, congé ou || consentement dudict du Chesne, & ce pour le terme de || dix ans, à peine de confiscation des exemplaires & par- || dessus ce de cincquante Reaulx d'or, à employer le tiers || au prouffit de l'annonciateur, l'aultre tiers au proffit de || l'Officier,

& le tiers restant au prouffit de la cause com- ‖ mune. Faict à Delff, le xxj^me de Feburier, 1584. ‖ Par Ordonnance de Messieurs les ‖ Estatz generaulx ‖ *M. d'Hennin.*

En daaronder staat in het hollandsch, zeker tot bevordering van het debiet, „*Men vercooptse by Simon vander Eycke,*" een bewijs, dat dit zijn eigenlijke naam was, en de fransche of latijnsche vertaling daarvan daarentegen zijn naam in de geleerde wereld was, zooals toen dikwerf voorkwam.

9. Onder de tegenschriften, die er in het licht kwamen tegen deze quadratuur, komt vooral in aanmerking het „Kort Claar bewijs [4]) van LUDOLF VAN CEULEN," waarover later nader. Hierop schreef VAN DER EYCKE zijn „Claerder bevvijs" [5]) in het jaar 1586. Hiertegen schrijft Ludolf van Ceulen weder zijn „Proefsteen en Claerder Wederleggingh" in 1586 [6]): en uit dit boekje blijkt, dat het Claerder Bevvijs van vander Eycke door hem werd opgedragen aan „Schout, Burgemeesteren en Raadt der stadt Delft." In dit geschrift maakt hij nog wel melding van zijne oorspronkelijke verhouding $3\frac{69}{484}$ (zie bladzijde 24); maar hij vervangt deze door eene andere R.R. 5120—32, dat wil bij onze schrijfwijze zeggen $\sqrt{[\sqrt{(5120)}-32]}$. Zoo leest men op bladz. 3.

„(Indien het bevvijs mach hieten segghe ick) ghenoech versekert sijnde (hoevvel syn proces, tot voorsz. dimentie dienstlic ende infalible schijnt, in der vvaerheydt om de extractie der Irrationale vvortelen die daer by gheschieden anders deceptible) de precijse proportie van de circumferentie des circkels tot sijnen diameter, tusschen dese termijnen $3\frac{10}{71}$ ende $3\frac{10}{70}$, van hem ghegheuen, gheensins gheconstitueert te sijn. Maer de circumferencie haer precijse tot den diameter te houden als R.R. 320—8 tot 1."

En evenzoo later op bladz. 27.

„Waer dan oock finalicke door bekent wert, R.R. 5120—32, de precijse lengde van tvierendeel wt de circumferencie des voorghegheven Cirkels te zijn *). Achtervolgende het welck voor-

*) Wiens straal = 4 was ondersteld.

waer de proportie van den Diameter tot de circumferencie buyten de termijnen Archimedis wert kommen te vallen, ende meerder zijn dan van $3^1/_7$ tot 1."

Hieruit ziet men dat VAN DER EYCKE nu geheel op het dwaalspoor is geraakt, en de verhouding van ARCHIMEDES, als strijdig met deze tweede quadratuur, verwerpt; terwijl het juist dezelfde verhouding van ARCHIMEDES was, die hem leidde bij zijne eerste quadratuur. Vandaar dan ook, dat hij hier in dit laatste boekje de oorspronkelijke quadratuur 1521 : 484 geheel op zijde schuift. Trouwens zijne tweede quadratuur schijnt hem bij het schrijven van zijn eerste boekje reeds bekend geweest te zijn. Immers de daar voorkomende R. 9000— R 16200000. komt met de waarde hier R.R. 320—8 overeen, wanneer men aldaar slechts voor den straal des cirkels $15.\sqrt{5}$ aanneemt. Beide waarden hebben den factor $\sqrt{\{2(\sqrt{5}-1)\}}$.

Wanneer men beide waarden uitrekent, vindt men

$$1521 : 484 = 3.14256198,$$
$$\sqrt{(\sqrt{5120}-32)} = 3.1446055.$$

10. Het is evenwel slechts de laatste waarde, die gewoonlijk als de quadratuur van SIMON VAN DER EYCKE gegeven wordt: en hiervan is de oorzaak, dat men haar aantreft in het „Fundamentum Astronomicum" [7]) van NICOLAUS RAYMARUS URSUS DITHMARSUS. Dit werk toch is vrij wat meer verbreid geworden dan de beide werkjes van SIMON VAN DER EYCKE zelven. Deze arbeid behandelt eigenlijk eenige, een zevental, onderwerpen der sterrekunde, maar daarbij tevens eenige punten uit de meetkunde, die daarop betrekking hebben, de vervaardiging van sinustafels, de verdeeling van hoeken, de quadratuur des cirkels, en de driehoekmeting: hij is verdeeld in vijf hoofdstukken, waarvan het tweede handelt „de Extractione Canonis Sinuum" en het derde „de doctrina triangulorum," de drie andere behandelen meer de toepassing der wiskunde op de sterrekunde.

Deze schrijver had een vernuftig denkbeeld, waardoor hij de nakomelingschap zeer aan zich heeft verplicht: hij heeft toch de meeste der meetkundige figuren, die tusschen de tekst voorkomen, aan meer of minder bekende vrienden, tijdgenooten en geleerden, opgedragen; en daardoor eene niet onaardige bijdrage

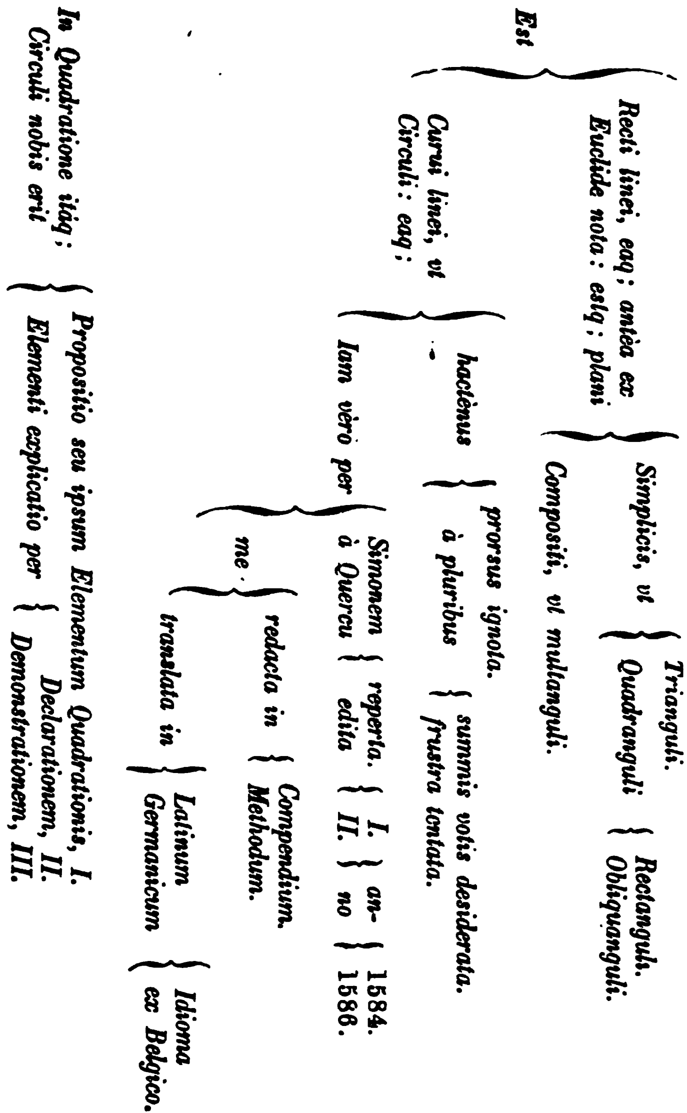
geleverd voor de geschiedenis der wiskundige wetenschappen van die dagen. Meestal staat de figuur, of het daarbij behandelde onderwerp in eenig verband met den schrijver, wiens naam daarnaast voorkomt: zoo is dit bij voorbeeld het geval met de figuur, toegewijd aan onzen SIMON VAN DER EYCKE.

Dit heeft nu plaats bij de volgende figuren.

Bladz.	6	verso	aan Laurentio Tuppio.
	7	verso	Conrado Dasypodio.
	9	recto	Justo Byrgi.
	10	recto	Simoni à Quercu.
	11	recto	Dauidi Vuolkenstenio.
	12	verso	Thomae Finckio.
	16	verso	Paulo Vuittichio.
	17	recto	Barptolemaeo Sculteto.
	18	recto	Gerardo Mercatori cum filijs et nepoti.
	19	verso	Alberto Leonino à Gronevuoude.
	20	verso	Lazaro Schonero.
	21	recto	Edoni Hilderico Frisio.
	21	verso	Philippo Apiano Petri filio.
	22	recto	Michaeli Maestlino.
	23	verso	Valentino Ottoni.
	25	recto	Henrico Brucaeo.
	26	recto	Christophoro Clauio Bambergensi, met het bijschrift SALVE VENERANDE SACERDOS.
	28	recto	Mathaeo Badeno.
	29	recto	Johanni Jungen.
	35	recto	Victorino Schonfeldt. Budissino.
	36	recto	Casparo Peucero Budissino.
	40	verso	Joanni Dee Anglo.

terwijl de plaat is opgedragen aan „Principii Hassiae &c. Guilielmo.

In het tweede hoofdstuk nu komt voor de verhandeling „de Quadratione Circuli." Hier begint hij, zoo als in dien tijd meer gebruikelijk was, met het geven van een overzicht zijner wijze van behandeling. Men vindt dit op de verso van bladzijde 9.



Daarop volgt, bladz. 10 recto, het meetkundig bewijs, maar zonder eenige berekening: men kan echter uit de figuur voor de verhouding tusschen de omtrek en achtmaal de straal, gemakkelijk afleiden het getal $\sqrt{(2\{\sqrt{8}-1\})}$, zooals ons dit boven ook is voorgekomen.

Niet alleen dat door het overnemen van VAN DER EYCKE's quadratuur in dit grootere werk, die arbeid zeker meer bekend is geworden; maar ook heeft het middellijk verder gestrekt tot het onderwerp van een tegenschrift van ADRIAAN VAN ROMEN; en hierdoor weder zijn anders niet bekende bijzonderheden omtrent onzen LUDOLPH VAN CEULEN voor den dag gekomen, zooals ik hoop in een later nummer dezer Bouwstoffen mede te deelen.

AANTEEKENINGEN.

---

[1]) Resolutien der Staten van Hollant. 12 September 1595.

„Op het versoeck van Simon van der Eyck, om geoctroyeert te zyn, aengaende het instrument bij hem gevonden, om by middelen van dien, de schipperen de lengte, — soowel in het Oosten eñ Westen, als de breette in het Zuyden ende Noorden, sekerlyck te doen afmeten, hetwelck hy van meninge is, de heeren Staten te dediceren, ten eynde het voorsz. instrument met de kaerte uit den gront van dien te maken, by niemandt soude worden nagemaeckt, gedruckt of verkocht etc., ende bovendien te hebben verseeckertheyt van soodanige recompense, als den dienst of profyt van soo merckelycke en treffelycke inventie is vereysschende, ende dat op de begrootinge van deselve recompense, met den Suppliant in onderhandelinge soude mogen getreden worden, zonder dat nochtans het gemeene lant in deselve recompense gehouden sal sijn, ingevalle de voorsz. konst by experientie niet goet ende seecker bevonden sal worden; ende opdat tusschen den suppliant eñ andere inventeurs, die alrede tot dien eynde mede souden mogen wesen geoctroyeert, geen misverstandt namaels en ryse, ingevalle sy haer instrumenten ende inventien daertoe te gebruycken, niet en openbaren, dat alle deselve inventeurs, nevens den toonder belast mogen worden, tot sekeren dagen hare konsten ende instrumenten respective, de Staten over te leveren of haere gecommitteerden vertoont.

Is geappostilleert,

De staten &c. ende geleth &c., in aensieninge van de naersticheyt ende getrouwicheyt by hem vertoont ende gebruyckt tot dienste van den lande &c om te practiseren ende int 't licht te brengen de inventie ende konst in desen geroert, tot vordernisse ende goede verseekertheyt van de gemeene zeevaert, hebben goetgevonden ende geordonneert, dat de voorsz. konst ende inventie mede gepractiseert

ende in 't werck gestelt sal worden, ende soo verre mitterdaet bevonden sal worden, dat de schippers in haerluyder zeevaert daerdoor thaerluyder verseeckertheyt, noodige kennisse soo in longitudine als latitudine hebben gecregen ende gebruicken mogen, sullen de Staten voornoemt, de hant daeraen houden, ende besorgen dat de voorsz. suppliant daervoren een eerlycke recompense sal gegeven worden sulcks dat hy ende de synen hun daermede sullen genoegen ende contenteren.

Ende om te verhoeden dat naemaels uyt de verscheiden, versoecken, inventien ende beloften in desen gedaen, geen misverstanden of andere inconvenienten en rysen, hebben de Staten geordonneert, dat alle de inventeurs sullen worden geinsinueert, binnen drie maenden eerstcomende, de patronen van haerl. inventie sullen vertonen de gecommitteerden van de Staten, met het fundamenteel bewys ende verbael van deselve const ende inventie, ten einde daerna by de Heeren Staten met goede ordre tegens [alle oneenicheden, misverstanden ende andere swaricheden ende inconvenienten versien mag worden, ten meesten dienste van den lande, in het verleenen van Octroy daertoe dienende."

²) Resolutien der Algemeene Staten, 19 Junij 1603.

„Nieuwe practyque aende molens.

Is Simon vander Eycke geaccordeert octroy, om voor 12 jaren naestcomende alleene te mogen maeken &c., sekere inventie, by hem gevonden, omme door sonderlinghe practycque eenige molens te doen gaen, te voren noyt in gebruyck geweest zynde, noch als noch wesende, tot groote commoditeyt ende gerieff van een yeder; verbiedende &c.

³)* QVADRATVRE || DV CERCLE || OV MANIERE DE || TROVVER VN QVARRE EGVAL || AU CERCLE DONNE: ET AV CONTRAIRE || *un cercle egval au quarré proposé auec la raison de la || circumference au diametre.* || Inuentée par Simon du Chesne de Dole. || A Mneur. *le Prince d'Oranges.* || vignette: een schild met eene slak: daarboven „AVEC. LE. TEMPS." daaronder PAVLLATIM. || En Delf, || Chez Albert Henry, Imprimeur Ordinaire des Estats || d'Hollande. M.D.LXXXIIII. || *Auec Priuilege.* in 4°. met eene plaat.

A—M. bladz. 1 à 90.

Bladz. 3, 4: De opdracht „A TRESHAULT ET || TRESILLVSTRE SEIGNEVR || GVILLAVME PRINCE D'ORANGES, || Comte de Nassauvve, Catzenelleboghen, Dietz, Via- || nen, Buren, Leerdam, &c. Seigneur & Baron de Breda, || Diest, Grimbergen, Arley, Noseroy, Chastel-

bellain &c. || Vicecomte d'Anuers & Besançon, Gouuerneur & Capitaine general d'Hollande, Zéelande, Frize & Vtrecht." met de onderteekening „En Delff ce 28. de Januier, 1584.

Bladz. 5—35: „PREMIERE PARTIE || DE CE TRAICTE, OV EST DEMONSTRE, QV'IL NE PEVT ESTRE, || que la circumference du cercle n'aye raison à son || Diametre.

Bladz. 36—55: „SECONDE PARTIE || CONTENANT LA DEMONSTRATION DE LA RAISON DE LA || circumference au diametre, selon la vulgaire inuention || d'Archimedes."

Bladz. 56—90: „TROISIESME ET || DERNIERE PARTIE DEMONSTRANT PAR QVELLE MANIERE || se peut trouuer la ligne droicte, eguale à la circumfe- || renciale ligne du cercle proposé, & descrire le quarré, || egual au mesme cercle donné.

Aan het einde van bladz. 90 staan de „Errata", 31 in getal.

Bladz. 91, (zonder pagineering) geeft: „EXTRAICT DV PRIVILEGE" onderteekend „Faict à Delff, le xxjme. de Feburier, 1584." Onderaan leest men: *„Men vercooptse by Simon vander Eycke."*

4)* Kort claar bewijs || Dat die nieuwe ghevonden || proportie eens Circkels iegens zyn diameter te || groot is ende overzulcx de quadratura Circuli des zelven || vinders onrecht zij. *Door Ludolph van Ceulen, gheboren in || Hildesheym* woonachtigh tot Delft. || Vignette: eene meetkundige figuur, die weder op de eerste bladzijde voorkomt). Gheprent tot Aemstelredam / by mijn Harmen Janszoon || Muller / Figuersnijder / woonende in de Warmoe-straet || inden verguldem Passer. in 4°.

De datum moet zijn van 1585.

6 bladzijden zonder paginatuur of signatuuren.

5)* CLAERDER BEVVYS || OP DE QVADRA- || TVRE DES CIRKELS || ANNO VIER-EN-TACHTIGH WTGHE- || WTGHEVEN (sic), BY SIMON VANDER EYC- || KE TOT DOLE GHEBOOREN: || WAER DAT LICHTELICK WT TE NEMEN SAL || zijn den ghenen, de vvelcke hem onderstaen heeft de selue || te vvederlegghen, Die niet verstaen noch || ghekent te hebben. || DOOR DEN SELVEN AUTHEUR. || vignette: eene meetkundige figuur. || TOT DELF, || by Aelbrecht Heyndricxsz. Ordinaris ghesvvoren Drucker van || zijne Excellentie. Ende der Staten s'Landts van Hollandt, || ANNO M.D.LXXXVI.

A—E. bladz. 1—38.

Op blz. 38 komen de „Errata" voor.

6)* Proefsteen || Ende Claerder wederlegginghe dat het || claarder bewijs (so dat ghenaempt is) op de || gheroemde ervindingh vande Quadrature des ||

Circkels een onrecht te kennen gheuen/ ende gheen || woerachtich bewijs is. || Hier bijgevoeght || Een corte verclaringh aengaende het onverstandt ende || misbruyck inde reductie op simpel interest. Den ghemeenen volcke tot nut. Esamen door *Ludolph van Colen woonachtick tot Delft.* || Vignette || Ghe-prent tot Aemstelredam/ by myn Harmen Janszoon || Muller/ Figuersnijder/ woonende inde Warmoestraet || inden verguldē Passer. 1586. in 4°.

A—B, 12 bladz. zonder pagineering.

7) NICOLAI RAYMARI VRSI DITHMARSI. || FVNDAMENTVM ASTRONOMICVM; || ID EST. || NOVA DOCTRINA || SINVVM ET TRIANGVLORUM. || EAQVE ABSOLVTISSIMA ET PERFE- || CTISSIMA, EIVSQVE VSVS IN ASTRONOMI- || ca Calculatione & Obseruatione. || *Cui adiunctae sunt:* || I. Hypotheses nouae ac verae motuum corporum Mundanorum. || II. Extructio (sic) Canonis Sinuum, vulgaris quidem, sed solitâ viâ facilior. || III. Sectio anguli datâ ratione, seu in quotlibet partes. || IV. Quadratio Circuli Demonstrabili ratione, eiusque Demonstratio. || V. Solutio Triangulorum vsitatiorum nouâ ac facillimâ ratione. || VI. Solutio plerorumque Triangulorum per solam prosthaphaeresin. || VII. Eiusdem prosthaphaereseos Apodixis, Causa, ac Demonstratio. || *Omnibus seculis problemata sanè desideratissima, aliaq; priùs nec audita* || *nec antèa visa paradoxa quàm plurima.* || vignette: een hoofd gekroond met een kroon van laurierbladen, met het onderschrift: SAPIENTIA CŌSTĀS. || Αγεωμέτρη. τω Ů δεὶς ἐισίτω. || ARGENTORATI. || Excudebat Bernhardus Jobin. || 1588. in 4°. met 1 plaat.

VIII bladz. (zonder pagineering): bevatten titel en „EPISTOLA DEDICATORIA aanD. Joanni Philippo à Kettenheim, Praetori. || D. Abramo Heltio, Consvlaris; || D. NICOLAI HVGONI KNIEBHIO, TREDECEMVIRO: || INCLYTAE REIPUBLICAE ARGENTORATENSIS IN SCHO- || LARCHIS. (gedateerd „11 Calendas Augustas. „Anno τὐθεανθρώπου Jesu Christi 1588." met twee verzen van „Joannes Truncius Mariaeburgensis Borussus."

A—K (80 blz. de eerste zijde van ieder blad is slechts genummerd 1, 2, 3, . . .)

Caput I. 1—5². DE LOGISTICA ASTRONOMICA.

Caput II. 5²—13². DE EXTRVCTIONE Canonis Sinuum.

Caput III. 13²—30². DE DOCTRINA TRIANGVLORVM.

Caput IV. 31—36². De obseruatione locorum stellarum fixarum.

Caput V. 37—40². De obseruatione motuum planetarum: vbi de nouis nostris Hypothesibus.

De in den tekst afgedrukte figuren zijn meerendeels opgedragen aan meer of minder bekende wiskundigen (tijdgenooten).

6[2]. Laurentio Tuppio.
7[2]. Conrado Dasypodio.
9[1]. Justo Byrgi.
10[1]. Simoni à Quercu.
11[1]. Davidi Vuolkenstenio.
12[2]. Thomae Finckio.
16[2]. Paulo Vuittichio.
17[1]. Barptolomae Sculteto.
18[1]. Gerardo Mercatori cum filijs et nepoti.
19[2]. Alberto Leonino à Gronevuoude.
20[2]. Lazaro Schonero.
21[1]. Edoni Hildenio Frisio.
21[2]. Philippo Apiano Petri filio.
22[1]. Michaeli Maestlino.
23[2]. Valentino Ottoni.
25[1]. Henrico Brucaeo.
26[1]. Christophoro Clauio (SALVE VENERANDE SACERDOS).
28[1]. Matthaeo Badeno.
29[1]. Johanni Jungen.
35[1]. Victorino Schonfelt.
36[1]. Casparo Peucero
40[2]. Joanni Dee.
De plaat: Principi Hassiae &c. Guilielmo.

Eene bijzondere soort van bijdrage tot de geschiedenis van de wetenschap in die dagen.

DE GERECHTELIJKE GENEESKUNDE EN DE LIJKEN-VERBRANDING.

DOOR

A. W. M. VAN HASSELT.



Het is niet zonder eenigen schroom, dat ik het waag in deze Vergadering één der onderwerpen de Staatsgeneeskunde betreffende aan te roeren. Althans op het gebied der *openbare gezondheidsleer* en der *geneeskundige politie* zijn wij in de Akademie niet bijzonder gelukkig geweest.

Tot staving dier uitspraak mag wel, in de eerste plaats, herinnerd worden aan de fata miserrima onzer langdurige en krachtige pogingen tot het helpen tegengaan der menigvuldige *vervalschingen* van levensmiddelen, ook in ons land straffeloos of althans ongestraft plaats vindende. Van af het jaar 1856 tot in 1861 hebben wij ons daarmede bezig gehouden. Eerst met de H.H. MULDER, DONDERS en VAN GEUNS, daarna met den Heer VON BAUMHAUER, en voortdurend met wijlen ons ten dezen zoo volijverig medelid VAN DER BOON MESCH, — die het initiatief nam, — genoot ik destijds het voorrecht, daarvoor in speciale commissie werkzaam te mogen zijn. Onze gemeenschappelijke werkdadigheid besloot met eene officieele deputatie tot den toenmaligen Minister van Binnenlandsche Zaken en daarna met het indienen eener concept-*wet* tegen de vervalschingen.

Kort daarop, in 1862, werden wij, uit onze zuster-afdeeling, verrast door eene letter- en rechtskundige bijdrage tot dit on-

derwerp, van den Heer J. DE WAL. Zij handelde over: „de „gronden, waarop de *strafwetgeving* tegen het vervalschen van „levensmiddelen moet worden gevestigd." Onze geachte medebroeder leverde daarin van het juridiek standpunt eene vrij strenge kritiek over een deel van ons concept, als „wetsontwerp" beschouwd, doch eindigde desniettemin met deze vleijende woorden:

„Ziedaar M. H.! de opmerkingen, die mij de naauwgezette overweging van dit onderwerp in de pen gaf. Dank zij der *Natuurkundige* Afdeeling toegebracht, die van het recht der Akademie gebruik maakte, om het belang van alle ingezetenen des Rijks aan de Regeering voor te dragen. Zij heeft zich van eene schoone taak gekweten. Met haar, naar vermogen, meê te werken, om het doel te bereiken, waarnaar zij streefde, acht ik plicht en roeping. Toonen wij, dat beide Afdeelingen dezer Koninklijke instelling iets vermogen tot het bevorderen van het welzijn der natie."

Daarna nogtans heeft de *Letterkundige* Afdeeling niet getoond wat zij kon, en niet verder meêgewerkt. Wij koesterden de hoop, dat zij nu ons ontwerp, volgens goede rechtskundige beginselen, zou voltooijen, doch wachten tot heden op hare daden. Was het misschien juist wegens deze collegiale, juridieke castigatie? of was het, omdat de Regeering in die dagen (d. i. vóór de geneeskundige wetten van 1865) nog geen geopend oor had voor Politia medica? ik weet het niet; maar wat algemeen bekend is, is: dat Nederland, dertien jaren later, nog steeds geene wet op de vervalschingen bezit. Dit mag te meer bevreemding wekken, dewijl, sedert 1870, door de *Provinciale geneeskundige inspecteurs* en *adjunct-inspecteurs*, in de Verslagen aan den Koning over het Geneeskundig staatstoezicht, mede op zoodanige wet bijna jaarlijks wordt aangedrongen.

In de tweede plaats, werd mij vroeger op het veld der medische politie gelegenheid geboden, met de Heeren DONDERS en VAN GEUNS, uwe vergadering te mogen voorlichten omtrent de meest doelmatige verordeningen op de *keuring van vleesch* en de *ziekten van het rundvee.* Ook deze kwestie, — in verband met het algemeen oprichten van goede *abattoirs*, — verbeidt nog altijd, insgelijks niettegenstaande de vele bemoeijingen van onze staatsgeneeskundigen, eene betere toekomst.

Voor de derde maal, mogt ik, met den Heer HARTING en ons te vroeg ontvallen medelid SCHNEEVOOGT, voor hygiëna publica in commissie worden gesteld, tot het zoo mogelijk afweren van het gevaar, dat door *trichina spiralis* voor den mensch kan ontstaan. Hierover werd door onze Afdeeling aan den Minister, die destijds het roer van het Departement van Binnenlandsche zaken in handen hield, een gemotiveerd rapport uitgebracht met de noodige voorstellen. Sedert is van Regeerings-toezicht ook daarop ons nog niets ter oore gekomen.

Zelfs werd, naar ik meen, toenmaals tegen dit kwaad niet eens gewaarschuwd in de *Staats-Courant*, zooals onlangs tegen den Amerikaanschen Colorado-kever, — geen „lieven Heer's beestje", gelijkerwijze het officieele orgaan dien betitelde, want dit behoort tot de nuttige insekten, maar tehuis behoorende in den Coleopteren-groep der werkelijk zeer schadelijke „goudhaantjes."

Ofschoon dergelijke negatieve resultaten van onzen Akademischen arbeid voor stoffelijk volkswelzijn niet geschikt zijn den lust op te wekken, om hier ter plaatse het pad der Staatsgeneeskunde te betreden, wil ik, ter vervulling mijner spreekbeurt, toch op nieuw uwe aandacht vestigen op een ander daartoe behoorend onderwerp van meer zedelijk-maatschappelijk aanbelang, te weten:

Op het weinig ontwikkelde standpunt der gerechtelijke geneeskunde in ons vaderland.

Wanneer er één tak van toegepaste wetenschap in Nederland is, die gezegd mag worden braak te blijven liggen, dan is dit wel de *Medicina forensis*. Ik meen niet te veel te zeggen door te beweeren, dat daaromtrent de gevoelens der deskundigen onverdeeld zijn. Trouwens van oude tijden her hebben hare *be*-oefening en *uit*-oefening bij ons veel te wenschen overgelaten. Zoo ooit haar beschamend standpunt zonneklaar is aangetoond, dan geschiedde dit, reeds voor een 30tal jaren, in het beroemde prijsschrift van de Heeren VAN DEN BROECKE uit Zeeland. Sedert hen, sedert 1845, bleef hare toestand stationnair, d. i. in verval. Nog onlangs beschreef ons geacht medelid KOSTER, in zijne voortreffelijke bewerking der Handlei-

ding van BÜCHNER *) dezen als bij voortduur achterlijk en ongeregeld, en noemde hij dien zelfs „hoogst gebrekkig en zon„der voldoende waarborgen."

't Wordt tijd, dat daaraan een einde kome, want ook hier mag de maatschappij niet langer verstoken worden gelaten van de vruchten der wetenschap. Het uitzicht op een' beteren dageraad schijnt thans gunstig. Bij de aanstaande regeling van het *Hooger onderwijs* zal een aanvang kunnen worden gemaakt met het voorzien in eene leemte, waarop in 't aanhangig wetsontwerp de aandacht trouwens bereids is gevestigd. Doch niet alleen uit verbetering van onderwijs, maar niet minder ook uit beter *staatstoezicht* zal hier het gewenschte licht behooren te verrijzen. Beider stralen zijn hier noodig, om uit den langen en diepen slaap te doen ontwaken. Deze toch is niet slechts intensief, maar ook extensief; de soporeuse toestand is hier algemeen.

Door het gros der *geneeskundigen* wordt zeer weinig werk gemaakt van de hier bedoelde studie.

De *rechtsgeleerden* bezitten, in 't algemeen, hoogst oppervlakkige begrippen van de eischen, die aan de „deskundigen" pro foro kunnen en mogen worden gesteld.

Het *onderricht* in de gerechtelijke geneeskunde geschiedde van oudsher grootendeels voor den vorm, werd en wordt schraal uitgemeten, soms als 't ware bij wijze eener pharmacopoea pauperum.

Van Regeeringswege liet men tot hiertoe een en ander voortsukkelen, zoo goed en kwaad als het wilde. De geneeskundige wetten van 1865 schreven, wel is waar, een examen voor in gerechtelijke geneeskunde, voor de artsen, maar de staats-commissiën schijnen, op hare beurt, dit vak niet altijd zeer ernstig op te nemen. En dit terecht. Want „waar niet is, verliest de „keizer zijn recht!" Waar zóó luttele gelegenheid tot leering en oefening bestaat, mag niet te veel worden geëischt. Eene dergelijke gelegenheid immers bestond, sedert de tijden van onzen beroemden archiater MATTHIAS VAN GEUNS, mede in

*) *Leerboek der gerechtelijke geneeskunde voor artsen en rechtsgeleerden*, vrij bewerkt naar het Duitsche leerboek van Dr. E. BÜCHNER, door Dr. W. KOSTER, Tiel 1871. Vergelijk vooral § 21.

Utrecht, nog slechts eens, maar eenzijdig, voor de aanstaande militaire artsen, voor welken aan de voormalige Kweekschool althans voorname onderdeelen der gerechtelijke geneeskunde eenigzins meer zelfstandig werden onderwezen. Voor het overige werd, zoo ver mij bekend, aan onze instellingen voor hooger onderwijs, nog nimmer een afzonderlijke leerstoel voor dit vak, — evenmin als voor openbare gezondheidsleer en medische politie, — opgericht. Hoe omvangrijk ook, het was, is en blijft, in den regel, eene soort van toegift, of wel eens van ballast, voor dezen of genen Hoogleeraar, die wel zoo goed zijn wilde, het in combinatie met zijne hoofdvakken op zich te nemen.

En hoedanig de gezegde combinatie wijders geschiedt, dit moet den oningewijde zeker somtijds vrij curieus schijnen, althans in zoo verre als voor deze rolverdeeling, voor de toewijzing van dien ballast, weinig of geen regel bestaat. Wat leeren, bij voorbeeld, de *Series lectionum* voor de loopende cursus daarover? In Leiden is de chirurg met de medicina forensis belast; — in Utrecht de anatoom; — in Groningen de patholoog; — in Amsterdam de physioloog.

Is het dan niet zeer waarschijnlijk, dat, — bij de erkende uitstekende toewijding aan deze hunne hoofdvakken, — door die heeren, de gerechtelijke geneeskunde werkelijk niet veel meer dan als eene bijzaak kan behandeld worden? te meer, daar hunne leerlingen, althans aan de Akademies, er tot hiertoe geen examen in behoeven af te leggen. Bovendien, tijdsgebrek in de zeer schaars te vinden uurverdeeling voor hunne vele en verschillende colléges is oorzaak, dat de medicina forensis meestal voor juristen en medici gelijktijdig moet worden gegeven, waarvan eene zekere oppervlakkigheid allicht het vrij natuurlijk gevolg kan worden. Uit dien hoofde, om dit leerstuk voor de juristen nog eenigzins smakelijk te maken, liet en laat men zich soms misschien nog verleiden, om liefst een' aanvang te maken met eenige voor dezen meest begrijpelijke *capita selecta*, bijv. over legitimiteit, infanticidium, abortus, en vooral ook over viol, na het behandelen waarvan dan echter vaak geene voor dit vak beschikbare uren meer overblijven.

En toch resten er dan nog zeer vele gewichtige onderwerpen,

bevat in de dikwerf ingewikkelde vraagstukken omtrent tijdsbepaling van den dood, levensgevaarlijkheid van wonden, onderscheiding van moord of zelfmoord, herkenning van bloed- en andere vlekken, identiteit, viabiliteit, toerekenbaarheid, kunstfouten, enz. enz. Maar bovenal heeft men dan nog een *trias* van veel meer uitgebreide onderdeelen, welker kennis, voor de medici in 't bijzonder, in de praktijk hoogst noodig en nuttig moet worden geacht. Ik heb hier op het oog de leerstukken over het voorwenden van ligchaamsgebreken en zielsziekten, — over de verschillende vormen van stikkingsgevaar of dood door asphyxie, — en over de vergiften uit de drie Rijken der natuur. In laatstgenoemd vak, met name de praktische *toxicologie*, wordt, naar ik vermeen, nergens afzonderlijk onderricht gegeven aan de aanstaande geneeskundigen, dan hier en daar bij uitzondering in eenige lessen over experimenteele vergiftleer voor de studenten in physiologie, of over chemia forensis meer uitsluitend voor de pharmaceuten.

Het is van 't vermelde drietal, dat mijns inziens in den regel, geen genoegzaam werk wordt gemaakt, juist wegens hun grooteren omvang. Met nadruk zeg ik in den regel, want het is mij bekend, dat hierop zeer prijzenswaardige uitzonderingen zijn voorgekomen en nog voorkomen; ook lag het geenszins in mijne bedoeling, de geringste personeele toespeling te maken, zijnde het mij geheel alleen om de zaak, niet in 't minst om de personen te doen. Nogtans is onder dezen, zelfs bij het grootste talent en den uitersten vlijt, wel niemand in staat te achten, om de tegenwoordig bestaande hinderpalen, naar wil en eisch, te *kunnen* overwinnen. Om goede gerechtelijke geneeskundigen te vormen, om een alleszins geschikt gerechtelijk-geneeskundige te zijn, daartoe behoort dan ook zeer veel. Die hier aan alle wetenschappelijke voorwaarden wilde beantwoorden, moet vooreerst op den duur vertrouwd trachten te blijven met natuurkunde, mikroskopie, scheikunde, plantenkunde, zelfs zoologie en physiologie, maar hij moet ten anderen niet alleen goed medicus en goed chirurg zijn, maar hij behoort bovendien niet onervaren te wezen in de obstetrie, noch vreemdeling in de psychiatrie!

Daarom kan ik niet instemmen met hetgeen BÜCHNER in het

boven geprezen leerboek beweert: dat elk wetenschappelijk geneesheer, met genoegzame praktische ervaring, in zeer korten tijd, een degelijk gerechtelijk-geneeskundige kan worden. Althans uit hetgeen mijne studiën en ondervinding ten dezen mij hebben geleerd, acht ik mij verplicht, deze stelling bepaald te moeten tegenspreken; vooral ook uit dien hoofde, dat juist eene zoodanige optimistische zienswijze misschien zou kunnen medewerken, om de verwezenlijking van het denkbeeld eener meer gezette, speciale beoefening der medicina forensis te belemmeren. Intusschen geloof ik de aangehaalde zinsnede meer als eenen *lapsus calami* te mogen beschouwen. Op andere plaatsen immers van het vermelde leerboek zal men aangedrongen vinden op de instelling van „afzonderlijke staatsbeambten" voor dezen tak der geneeskunde, op grond dat men anders soms geene geschikte personen verkrijgt. Ook zal men daar het betoog aantreffen, dat het in dezen niet alleen op het „kennen", maar niet minder op het „kunnen" aankomt. En verder, dat het hier inderdaad voor de maatschappij te gevaarlijk is, om op den duur „zoogenaamde" deskundigen aan 't werk te zien, wanneer die niet vooraf tot wezenlijk deskundigen zijn „gevormd".

Met de laatste stelling kan ik mij volkomen vereenigen. Aan meer degelijke vorming bestaat hier behoefte. En voor degelijke kennis van de *medicina forensis*, in haren geheelen omvang, inzonderheid met inbegrip der toxicologie, wordt langdurige studie, worden speciale leering en toewijding vereischt. Zóó werd het buiten 's lands dan ook reeds lang begrepen. ORFILA en DEVERGIE in Frankrijk, CHRISTISON en TAYLOR in Engeland, HENKE en CASPER in Duitschland en anderen hebben dit vak, als zoodanig, eene vrij algemeen erkende zelfstandigheid doen erlangen, niet alleen tot roem, maar meer nog tot nut van hun land.

Bestaat er misschien in ons „goede" vaderland minder of geene bepaalde behoefte aan goed gerechtelijk-geneeskundig onderwijs en toezicht? Komt wellicht bij „ons" weinig of niet voor van medico-legale strekking? Ik acht de Nederlanders, behalve dat zij minder talrijk zijn, kwalitatief niet van zóó veel beter zedelijk gehalte dan de bewoners der ons omringende gewesten.

Uit de omstandigheid, dat men ten onzent zoo betrekkelijk zelden van crimineele *causes célèbres* verneemt, zou men overigens soms meenen, het tegendeel te mogen opmaken. Maar zou het ook niet kunnen zijn, dat de oorzaak, waarom daarvan bij ons zoo luttel wereldkundig wordt, voor een goed deel juist hierin zou moeten worden gezocht, dat de gerechtelijke geneeskunde bij ons op een te laag peil staat? Ik kan het vermoeden niet geheel onderdrukken, dat bij ons misschien te veel met den mantel der liefde wordt bedekt, of althans dat de sluijer der misdaad wellicht te weinig wordt opgelicht.

En wanneer pogingen daartoe plaats vinden, indien bij ons gevallen van forensische beteekenis voorkomen, op welke wijze gaat men, bij de instructie daarvan, dan meermalen te werk? Dan wordt, volgens het wetboek van strafvordering, eenvoudig elk en een iegelijk, die maar het praedicaat van „geneeskundige" bezit, gesommeerd, om als „deskundige" zijn judicium te verleenen, onverschillig of hij werkelijk, door bijzondere studie of werkkring, eenigermate daartoe gekwalificeerd zij.

Is het dan te bevreemden, dat, — al zijn wij sedert eenige jaren in 't bezit van eene, even nuttige als noodige, Verordening op algemeen verplichten, uitwendigen *lijken-schouw*, — zoo, wel hierbij, als in legale gevallen, meermalen een of ander over 't hoofd wordt gezien of niet herkend? Of ook, dat hij die zich hier niet tamelijk vast in de leer gevoelt, somwijlen tracht, er zich op overeenkomstige wijze van af te maken, als de Engelsche coroners of hunne adviseurs, met de bekende typische uitspraak: Died by the visitation of God? Daarenboven, zoo als de rechtspleging bij ons, althans nog voor eenige jaren, is ingericht, behoeft niemand er zich sterk over te verwonderen, dat vele praktische artsen zich, zooveel mogelijk, pogen te onttrekken aan hare onaangename, ja, misschien slechts bij uitzondering, somtijds zelfs ruwe eischen.

Nagenoeg *pro Deo*, — dikwijls huns ondanks, — in den regel zonder dankbetuiging, — worden zij meermalen gedwongen, zich *pro justitiâ*, ligchamelijk en verstandelijk, in te spannen, om ten overvloede nu en dan met al zeer weinig égards daarbij te worden bejegend. Het kan zelfs gebeuren, dat men ('t is mij zelven tot tweemalen toe geschied) door een' deur-

waarder, zoogenaamd „op slag", voor den rechter wordt geciteerd, en half met geweld, of althans onder dreigementen, op soms hoogst ongelegen uren, uit zijne woning en zijne bezigheden „opgehaald", ... waarlijk, alsof men in persoon aan eenig strafbaar feit schuldig ware!

Zóó groote haast is anders bij de rechtsbedeeling ten onzent, in het algemeen, niet zeer gebruikelijk; zulke handelingen zijn uit den tijd, en niet meer overeen te brengen met het hedendaagsch maatschappelijk en wetenschappelijk standpunt van den geneesheer. Hij wiens onmisbare hulp en kennis, als „deskundige", wordt ingeroepen, mag niet langer als eene soort handlanger, of als gewone „getuige" worden behandeld. 't Werd tot hiertoe te veel uit het oog verloren, dat in Nederland een, wel is waar overdreven, afkeer bestaat tegen alles wat naar „politie" zweemt. Door handelingen als boven boezemt men den geneeskundige te veel weerzin in tegen den loop van het recht, wanneer men hem daarin zóó *polizeimässig* betrekt. En hoe zou hij, bij dergelijke *uit*oefening der gerechtelijke geneeskunde, lust verkrijgen in hare *be*oefening? Neen! de tegenwoordige toestand is m. i., wetenschappelijk onverantwoordelijk, en maatschappelijk onhoudbaar!

Om hier tot dringend noodige verbetering te geraken, zal men, onder anderen, moeten bedacht zijn:

1°. Een' *afzonderlijken* leerstoel *) op te richten voor medicina politica en forensis, misschien om te beginnen, aan één, doch zoodra mogelijk aan alle universiteiten, onder bepaling, dat daarin voor de juristen afzonderlijk onderwijs zal moeten worden gegeven.

2°. In het *examen*-plan voor het doctoraat in de geneeskunde (zie het hangende Voorstel tot regeling van het Hooger onderwijs, Art. 87), bij de geneesmiddelleer, de praktisch-geneeskundige *vergiftleer* in het bijzonder op te nemen, kunnende de meer scheikundige toxicologie aan de artsenijbereidkundigen (Art. 92) worden overgelaten.

3°. De *gezondheidsleer* (vergelijk genoemd Voorstel) als al-

---

*) Dit werd, reeds in 1853, door ons thans rustend medelid G. J. MULDER voorgesteld; zie zijn *Advies omtrent het geneeskundig onderwijs.*

gemeen verplicht examen-vak, en in haren geheelen omvang, op haar zelve te laten bestaan, maar daarvan af te zonderen de gerechtelijke geneeskunde en de medische politie, onder voorwaarde der toevoeging van deze verordening: Niemand zal tot dit examen worden toegelaten, dan onder overlegging van een *testimonium*, dat hij minstens één jaar, *met vrucht*, onderwijs in medicina forensis en politia medica heeft genoten.

4°. Daarentegen alsdan in alle de sub 2 en 3 vermelde vakken een bijzonder examen voor te schrijven, ter verkrijging van een afzonderlijk *doctoraat* in de *staatsgeneeskunde,* volgens het uitmuntend plan van den Senaat der Utrechtsche Hoogeschool (zie het *Adres aan de Tweede Kamer der Staten-Generaal*, d.d. 13 Februarij 1875, blz. 20 en volg.) Dit voorstel verdient alleszins overweging, niet alleen in betrekking tot meer speciale vorming van provinciale geneeskundige inspecteurs, maar ook van aanstaande medici forenses.

5°. Met eindelijke toepassing van het Koninklijk Besluit van 1818 omtrent de zoo genaamde „arrondissements-artsen" van regeeringswege bezoldigde gerechtelijk-geneeskundige *ambtenaren*, als „medici forenses", te doen aanstellen.

6°. Of, zoo dit nog niet terstond uitvoerbaar bleek te zijn, de sub 5 bedoelde functie, in afwachting, op te dragen aan de daartoe het meest geschikte en willige *provinciale geneeskundige inspecteurs* of hunne *adjuncten*, tegen eene behoorlijke remuneratie.

7°. Zoodra mogelijk een, misschien liefst jaarlijks te verkiezen, *Collegie voor super-arbitria*, omtrent alle loopende twijfelachtige of bijzonder ingewikkelde gerechtelijk-geneeskundige vraagstukken, te benoemen, zamengesteld uit eenige daartoe het meest geschikte en willige hoogleeraren der natuur- en geneeskundige faculteiten, mede onder genot van meer billijke vacatiegelden dan de tot hiertoe, volgens de Fransche tarieven, verleende.

Vraagt men soms, wat mij wel aanleiding gaf tot deze ongevraagde advijsen? Zij moet niet alleen worden gezocht in de omstandigheid, dat juist dezer dagen het Hooger onderwijs aan

de orde is. Zij nam haren oorsprong meer nog uit het feit, dat het onderhavig vraagstuk, — ook letterlijk, — in zoo naauwe betrekking staat tot eene question brulante van den dag, met name tot de *lijken-verbranding.*

Deze, geenszins nieuwe, wijze van opruimen der afgestorvenen, met het trouwens weldadige hoofd-doel, om bodem-, water- en lucht-bederf tegen te gaan, begint, ook in ons vaderland, eene betrekkelijk hooge vlucht te nemen.

Daarbij toch stellen zich niet slechts meerderen onzer officieele staatsgeneeskundigen aan het hoofd der beweging, maar zijn ook tot de *Vereeniging*, die zich tot invoering daarvan heeft geconstitueerd en bereids een getal van 1200 leden telt, twee van de vier hoogleeraren, die tegenwoordig medicina forensis onderwijzen, toegetreden. Het voorbijzien van de hooge beteekenis van dit vak voor de maatschappij, — zelfs door de speciale deskundigen, — heeft bij mij de bezorgdheid opgewekt, dat er over de forensische schaduwzijde dezer kwestie te licht zou kunnen worden heengegleden.

Velen redekavelen daarover in eene bepaalde richting door. „De justitie", — denkt men en zegt men in enkele verbrandings-verslagen, — de „justitie" zal toch hier wel geen belemmering willen opwerpen." Vrij van eenzijdigheid en luchthartigheid, zelfs van geringschatting eener waakzame rechtspleging, kan men het meerendeel der tot hiertoe over dit vraagstuk gevoerde gedachten-wisselingen en vlugschriften voorzeker niet noemen.

Het komt mij voor, dat bij deze kwestie de belangen van de openbare gezondheidsleer met die der gerechtelijke geneeskunde te zeer in strijd zijn. Een onzer jeugdige doctoren formuleert zulks zeer juist, in één van zijne *Theses*, stellende: „het verbranden van lijken verdient, uit een geregtelijk-genees„kundig oogpunt, afkeuring" *). Althans wanneer de crematie eens algemeen mocht kunnen worden ingevoerd, zou dan wellicht dat, wat mogelijkerwijze aan verbetering der volksgezondheid gewonnen werd, niet weder aan verminderde levens-

---

*) Dr. F. P. H. VAN HELJST. *Eenige gerechtelijk-geneeskundige opmerkingen omtrent verwondingen.* Amsterdam 1874.

veiligheid kunnen te loor gaan? De mogelijkheid immers van het korter' of langer' tijd na den dood herkennen van geheime misdrijven zal daarmede ten eenenmale zijn opgeheven.

Ofschoon gerechtelijke *opgravingen* zelden voorkomen, en hoezeer deze volstrekt niet altijd het begeerde licht konden ontsteken, bestaan er toch voorbeelden in menigte van haar hoog gewicht voor de handhaving van het recht. Men verlieze hier niet uit het oog: dat overal, zelfs ook in Duitschland, waar bepaalde *Gerichtsaerzte* zijn aangesteld, bij den gewonen lijkenschouw, vóór de ter aardebestelling te verrichten, meermalen sporen van uitwendig geweld geheel zijn voorbijgezien. Dat mede, niet alleen in Duitschland, maar ook in Frankrijk en Engeland, *vergiftmoord* dikwerf is miskend geworden bij het leven, en de slachtoffers daarvan onder alledaagsche ziektebenamingen zijn aangegeven, en begraven als aan natuurlijken dood gestorven. Dat hetzelfde ook in Nederland niet onwaarschijnlijk mag worden geacht, vooral zoolang geen meer algemeen afzonderlijk onderwijs in praktisch-geneeskundige toxicologie wordt gegeven. In dergelijke gevallen nu, en insgelijks na schedel-verwonding, beenbreuken, kneuzingen of andere beleedigingen, — bij het leven of vóór de begrafenis onopgemerkt gebleven, — zijn meerdere moord-aanslagen vroeger of later, soms zelfs na verscheidene jaren, door de *exhumatie* nog ontdekt.

Mag dan de hooge regering dit gewichtig hulpmiddel der justitie, zij het dan ook niet geheel, toch aan een deel der natie prijs geven? Ik meen zulks ten sterkste te mogen betwijfelen, daar het mij toeschijnt, dat daarvoor geen aequivalent zal *kunnen* worden in de plaats gesteld, dat in sommige gevallen noodzakelijkheid van latere opgraving overbodig zou maken.

Ofschoon, in vele andere opzichten, geenszins tot de bestrijders der crematie wenschende te behooren, acht ik toch dit argument tegen haar overwegend, en van zoo teederen aard, dat het vóór en tegen van alle zijden, ook door de leiders der wetenschap, veel ernstiger dan tot hiertoe, ter sprake zal *moeten* worden gebracht. Zonder dit, bij mogelijke overijling in de uitvoering, zou laödicëisme der genees- en rechtskundige wetenschap niet minder gevaarlijke gevolgen kunnen na zich slepen voor de maatschappij, dan het, op nadeelige en stuitende wijze,

begraven ingevolge de vigeerende wet, die trouwens eerst voor eenige jaren is tot stand gekomen.

Onze eeuw wachtte zich zoowel voor *ultra*-hygiène als voor *ultra*-philanthropie.

De doodstraf is bij ons reeds afgeschaft; de lijfstraffen aan boord der Rijks-schepen staan misschien op het punt van te worden afgeschaft; 't is de wensch van velen, dat thans ook de dusgenoemde „hatelijke *dwang*" tot begraven voor ons „vrije" of „van dwang afkeerige" Nederlanders insgelijks worde afgeschaft; doch zal dáármede niet tevens de gelegenheid zijn afgeschaft tot het zoo naauwkeurig mogelijk opsporen van geheime misdaden? en bovendien eenigermate ook de heilzame vrees tegen het bedrijven van deze?

Zou de *auri sacra fames* gelijktijdig met de verbrandingsvoortbrengselen in rook vervliegen? Of zou het veelvoudig lokaas tot veneficium, reeds te zeer door de *levensverzekeringen* aangeboden, door het facultatief laten van verbranden of begraven, niet nog sterker dan voorheen dáártoe kunnen uitnoodigen?

„Die wat verdient, moet wat hebben", was één van de vele gulden spreuken der vaderen. Zij blijve ten dezen ook de onze, al schijnt ze in vele andere opzichten uit de mode te geraken. De misdadiger mag niet op straffeloosheid kunnen rekenen en vooral niet bij het bedrijven van den zwartsten, en soms toch reeds te zeer te verheimelijken, der misdrijven, die van den vergiftmoord. Daarvoor blijve THEMIS waken; zij mag niet inslapen; geblinddoekt als ze reeds is onthoude men haar, ook in dit opzicht, de hulp van het emmetropische oog van AESCULAAP toch niet!

In eene vroeger uitgegeven *Verhandeling* *) heb ik getracht eenige der hier besproken denkbeelden meer algemeen ingang te doen vinden, onder de volgende zij het dan ook wat sterk

*) *De noodzakelijkheid van algemeen toezicht op het gebruik van vergiften.* Utrecht 1848.

gekleurde bewoordingen, die het mij ten slotte vergund zij hier te herhalen :

„Wanneer alle maatregelen tot het verhoeden van misdaad vruchteloos bleven, wanneer goddelijke en menschelijke wetten op het felst zijn gehoond, zoo rest, op aarde, slechts de wrake des rechts. Dan treedt de waakzame gerechtigheid op, dan eischt zij van *schei-* en *geneeskundigen*, dat zij de diepste verborgenheden aan den dag brengen; dat zij geheimen ontrukken aan het zwijgende graf; dat zij de waarheid opdelven uit den schoot der aarde!

Bij zoo teedere onderzoekingen als deze, waar aan veelzijdige kennis en bijzondere oefening behoefte is, waar zoo vele ongewone klippen moeten worden vermeden, daar worden, door alle geneeskundigen, in het belang der wetenschap en der maatschappij, *wijziging en verbetering in de gerechtelijk-geneeskundige instellingen van ons vaderland, met billijk verlangen, tegemoet gezien.*"

Het is bijna dertig jaren verleden, dat ik deze ontboezeming schreef. Thans nog, na zóó lange levenservaring, zou ik geen woord daarvan willen terugnemen.

Mocht mijn toenmalige wensch, — al kan ik nu niet meer tot de vervulling daarvan medewerken, — zijne verwezenlijking nabij zijn!

's Gravenhage, 28 Februari 1875.

SUR UNE MEILLEURE MÉTHODE

POUR FAIRE LES MESURES HÉLIOMÉTRIQUES

À L'OCCASION D'UN PASSAGE DE VÉNUS SUR LE SOLEIL.

PAR

J. A. C. OUDEMANS.



Lorsqu'il était question des mesures héliométriques qu'on pourrait faire à l'occasion du dernier passage de Vénus sur le soleil, on n'a généralement considéré que les mesures des distances de la planète aux points les plus rapprochés et les plus éloignés du bord du soleil. Les instructions données aux commissions scientifiques allemandes et dressées par MM. AUWERS et WINNECKE, ne mentionnent pas d'autre application de l'héliomètre.

Pour autant que je sache, M. OPPOLZER a été le seul qui ait eu sur ce sujet une autre idée: celle de prendre les mesures héliométriques dans deux directions perpendiculaires entre elles et faisant d'un côté et d'autre des angles de 45° avec la ligne qui joint les centres de Vénus et du Soleil (*Séance de l'Académie Impériale des Sciences à Vienne du* 28 *Avril* 1870). En supposant que ces mesures aient été faites au même instant, on détermine par ce moyen non seulement les distances des centres, mais aussi l'angle de position du centre de Vénus par rapport au centre du soleil. La position relative de ces deux centres entre eux est donc entièrement déterminée.

Ayant été invité par l'Académie des sciences à Amsterdam, à faire partie de la commission néerlandaise pour l'observation

du passage de Vénus à l'île de la Réunion, et ayant été chargé des mesures héliométriques, je me mis, quelques jours avant le passage, à faire un projet pour mes observations.

Après avoir réfléchi au système de M. OPPOLZER, j'ai été porté à conclure que bien qu'il eût fait faire à la question un pas en avant, il était néanmoins possible de la résoudre d'une manière plus favorable. Car quel est le but des observations qu'on a faites durant le passage de Vénus? Évidemment la détermination de la parallaxe relative de Vénus et du Soleil.

Mais cette parallaxe déplace la planète dans le sens du cercle vertical et nullement dans la direction du rayon du soleil, ni dans des directions faisant des angles de 45° avec ce rayon.

Dans la planche ajoutée les figures 1 et 2 ont été construites pour St. Denis de la Réunion, selon les données du Nautical Almanac; la fig. 1 donnant le phénomène par rapport au point Nord N. du Soleil, tandis que la fig. 2 le montre tel qu'il s'observait réellement, c'est-à-dire dans cette figure la ligne V S représente le cercle vertical passant par le centre du soleil.

On voit dans cette figure que l'entrée de Vénus a eu lieu un peu à gauche du point le plus bas du disque solaire, et la sortie un peu au-dessus du point gauche du même disque.

Or il est clair que si l'on se borne à mesurer les distances de la planète au bord le plus approché, c'est alors seulement dans le commencement du passage que les distances mesurées renferment un effet considérable de la parallaxe. Au milieu du passage M cet effet est déja diminué à raison de l'unité au cosinus de 66°, c'est-à-dire comme 1 à 0.4, et au point N, lorsque Vénus a une hauteur égale à celle du centre du Soleil, il est nul.

Donc à cette époque la mesure de la plus courte distance entre les bords de Vénus et du Soleil pourra tout au plus servir de comparaison avec des mesures faites dans d'autres stations, mais dans l'équation de condition qu'elle donnera, le coefficient de la parallaxe sera zéro.

L'expédient proposé par M. OPPOLZER sert à remédier à ce désavantage. Soit dans la fig. 3 V' le lieu de la planète Vénus sur le Soleil, alors au lieu de mesurer les distances E V'

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

et V'F, on mesure AV' et V'B, CV' et V'D, l'on pourra par là calculer la position de Vénus par rapport au centre du soleil, c'est-à-dire la différence en ascension droite et en déclinaison des centres de ces deux corps célestes; mais pour cela il faut bien connaître les directions des deux cordes AB et CD, par rapport au cercle de déclinaison qui passe par V, ou, en d'autres termes, il faut que la correction du cercle de position de l'héliomètre soit bien exactement connue et que les verniers de ce cercle se laissent lire avec assez de précision.

La méthode que je propose et que j'ai employée à St. Denis, a l'avantage de n'exiger que deux mesures au lieu de quatre *), et de fournir tout d'un coup l'équation au plus grand coefficient de la parallaxe à égale exactitude du second membre de l'équation.

Soit, fig 4, S le centre du soleil, V le centre géocentrique de Vénus, V' le centre apparent de Vénus, V V' est donc le déplacement de Vénus par la parallaxe relative.

Nommons la par. hor. ♀ — la par. hor. ⊙.... π, et posons $z =$ la distance zénithale de V', alors $VV' = \pi \sin. z$, et c'est là l'effet total de la parallaxe. Or si l'on mesure par l'héliomètre les deux distances AV' et V'B, leur différence renferme la double valeur de VV', c'est-à-dire $2\pi \sin. z$. Mais il y a un grave inconvénient à arranger les mesures de cette sorte. Si, en effet, Vénus se trouve si près du bord gauche ou droit, l'incertitude de la mesure croît en raison de la cosécante de l'angle HBI, ou bien de séc. ω. L'équation donnée par cette mesure devra donc être multipliée par cos. ω, pour la réduire au degré normal d'exactitude des mesures ordinaires faites par l'héliomètre.

Or supposons qu'au lieu de mesurer les distances AV' et BV', on mesure les distances CV' DV', la différence des deux résultats DV' — CV' sera

$$= DF + FV' - (CF - FV')$$
$$= 2FV'.$$

Menons par V la corde LVKM parallèle a CD, alors il

*) Ou plutôt huit mesures au lieu de seize, comme chacun comprendra qui sait comment ces mesures s'exécutent. On pourrait même dire, 16 au lieu de 32.

est clair que si Vénus occupait sa place géocentrique V, les mesures de V L et V M donneraient de même 2 K V. C'est aussi cette valeur qu'on trouve, si, partant des données empruntées des éphémérides, on calcule V L et V M, en négligeant les parallaxes.

Nommens ζ l'angle entre le cercle vertical passant par V' et le sayon solaire V' S, et ψ l'angle entre la direction des mesures avec le même rayon, alors la différence entre 2 F V' qu'on a mesuré, et 2 K V qu'on a calculé, sera égale à la double projection de V V' sur la corde C D, c'est-à-dire à $2 \pi \sin z \cos (\zeta - \psi)$.

Si l'on calcule la valeur des distances mesurées, en employant les données nécessaires empruntées à une éphéméride astronomique et ayant égard aux parallaxes, et que l'on compare la valeur calculée de $DV' - CV'$ avec la valeur observée, la différence sera le second membre d'une équation de condition ou entrent les corrections de tous les éléments employés, et ou le coefficient de $\partial \pi$ sera égal à $2 \sin z \cos (\zeta - \psi)$.

Pour réduire cette équation au degré normal d'exactitude des mesures de l'héliomètre, il faut la multiplier par *cos* C D S ou $\cos \chi$, de sorte que le coefficient de $\partial \pi$ sera

$$2 \sin z \cos (\zeta - \psi) \cos \chi.$$

Il s'agit maintenant de trouver la direction de la corde suivant laquelle les mesures seront les plus avantageuses.

Il est évident qu'à chaque instant il faut choisir cette direction telle que le produit .... $\cos (\zeta - \psi) \cos \omega$ soit un maximum.

Pour suivre les diverses valeurs de ce coefficient, remarquons que si les mesures sont faites dans le sens du cercle vertical V' B, alors $\zeta - \psi = 0$ et $\chi = \omega$. Si cet angle surpasse 45°, le coefficient devient assez petit. En faisant tourner la direction des mesures vers la droite, ce coefficient devient plus petit à cause de la multiplication par $\cos (\zeta - \psi)$ mais il devient plus grand dans une proportion beaucoup plus forte, à cause de la diminution de l'angle χ. Si la direction des mesures passe par le centre du Soleil, χ devient $= 0$, et $\cos \chi = 1$ atteint son maximum, mais $\zeta - \psi$ a augmenté beaucoup et au moment

où cet angle sera $= 90°$, c'est-à-dire si l'on fait les mesures le long d'une corde horizontale, $cos(\zeta - \psi)$ est égal à zéro, et passe à l'état négatif. Si l'on fait encore tourner la direction des mesures, il est évident que la valeur négative de $cos(\zeta - \psi) \, cos \, \chi$ croîtra pour diminuer ensuite, et pour redevenir nulle, aussitôt que la direction nommée sera encore horizontale; donc si l'on fait parcourir l'angle ζ toute la circonférence du cercle, le coefficient $cos(\zeta - \psi) \, cos \, \chi$ aura un maximum positif et un minimum négatif; mais puisque dans le cas que nous considérons, des directions opposées se confondent, et qu' ainsi le maximum et le minimum nommés ont une égale valeur absolue, il n'y aura qu' une valeur de ζ correspondant au maximum du coefficient de π.

Dans l'expression $cos(\zeta - \psi) \, cos \, \chi$, ζ est connu, en effet c'est l'angle que la ligne V′S fait avec le cercle vertical en V′.

La figure donne

$$\zeta = p - 180° - M'$$

ou

$p =$ l'angle parallactique NOB, *)

$M' =$ l'angle V′SN $m' =$ la distance V′S des centres apparents de Vénus et du Soleil	calculés par les formules de M. OPPOLZER.

Nous pouvons prendre pour inconnue l'un des deux angles ψ ou χ.

Choisissons ψ, alors nous aurons

$$sin \, \chi = \frac{m'}{R'} sin \, \psi$$

ou, posant le quotient $\frac{m'}{R'}$, $= \mu$,

*) Cet angle est pris dans le 3me quart de cercle parceque la figure se rapporte à l'avant-midi à St. Denis. La latitude de ce lieu est australe (20°51′.6) tandis que le soleil culminait déjà, au 9 Décembre, au sud du zénith ($\delta = 22°49'$). Or lorsque l'angle horaire du soleil était à peu près 25°, l'angle parallactique passait au 4me quart de cercle, pour passer au midi vrai dans le premier quart.

$$\sin \chi = \mu \sin \psi$$

En différentiant l'équation $\cos(\zeta - \psi) \cos \chi$, on aura pour la condition du maximum:

$$\sin(\zeta - \psi) \cos \chi \, \partial \psi - \cos (\zeta - \psi) \sin \chi \, \partial \chi = 0$$

Or on a

$$\partial \chi = \mu \frac{\cos \psi}{\cos \chi} \partial \psi.$$

Substituant cette valeur dans l'équation précédente et multipliant par $\frac{\cos \chi}{\partial \psi}$, on aura

$$\sin(\zeta - \psi) \cos^2 \chi - \mu \cos(\zeta - \psi) \cos \psi \sin \chi = 0 \,,$$

c'est-à-dire

$$\sin(\zeta - \psi)(1 - \mu^2 \sin^2 \psi) - \mu^2 \cos(\zeta - \psi) \cos\psi \sin\psi = 0.$$

La méthode la plus facile pour résoudre cette équation parait être d'adopter $tang\, \psi$ pour inconnue; réduisant $\sin$ et $\cos(\zeta - \psi)$, divisant par $\cos \zeta . \cos^2 \psi$ et posant ensuite $tg\, \zeta = a, tg\, \psi = x$

on aura

$$(x - a)\,[1 + (1 - \mu^2) x^2] + \mu^2 (1 + ax)\, x = 0,$$

d'où l'on tire

$$x^3 + \frac{2\mu^2 - 1}{1 - \mu^2}\, a x^2 + \frac{1 + \mu^2}{1 - \mu^2}\, x - \frac{a}{1 - \mu^2} = 0.$$

C'est là l'équation qui fournira les valeurs de x, c'est-à-dire de $tg\, \psi$.

On calcule cet angle pour des intervalles p. e. de 20 minutes; pour savoir l'angle de position à laquelle il faut, à chaque moment, fixer le cercle de position. Remarquons néanmoins que dans les héliomètres de Merz, cet angle est compté du Nord

vers la gauche; l'angle de position cherché sera donc l'angle N G V', c'est-à-dire

$$p - 180^\circ - (\zeta - \psi) \text{ ou bien } M' + \psi.$$

A St. Denis, en partant des éléments du passage, tels qu'ils se trouvent dans le Nautical Almanac, et en me servant des formules de M. OPPOLZER, j'ai trouvé d'abord

$$R' = 974'',99$$

sensiblement constant durant tout le passage et ensuite:

Temps Moyen.	m'	M'
18h 10m	940″81	41° 32′ 48″
30	905 93	36 54 58
50	877 33	31 56 25
19 10	855 67	26 39 43
30	841 56	21 8 49
50	835 43	15 29 16
20 10	837 53	9 47 25
30	847 82	4 9 57
50	866 07	358 43 7
21 10	891 84	353 31 53
30	924 55	348 40 0

Pour les mêmes moments l'angle parallactique et la distance zénithale du soleil furent trouvés:

Temps Moyen.	p	z
18h 10m	252° 7′ 40″	78° 13′ 15″
30	253 43 50	73 48 52
50	255 15 37	69 22 22
19 10	256 43 46	64 54 18
30	258 9 5	60 24 24
50	259 32 16	55 53 0
20 10	260 54 3	51 20 48
30	262 15 24	46 47 14
50	263 37 18	42 12 50
21 10	265 1 3	37 37 50
30	266 28 39	33 2 9

Calculant ensuite les équations du troisième degré pour résoudre $x = tg\,\psi$, je trouvai

Temps Moyen.	
18h 10m	$x^3 + 7{,}396\ x^2 + 28{,}0300\ x - 8{,}5780 = 0$
30	$x^3 + 3{,}982\ x^2 + 13{,}6400\ x - 5{,}479 = 0$
50	$x^3 + 3{,}072\ x^2 + 9{,}5150\ x - 4{,}958 = 0$
19 10	$x^3 + 2{,}809\ x^2 + 7{,}7020\ x - 5{,}1975 = 0$
30	$x^3 + 2{,}962\ x^2 + 6{,}845\ x - 6{,}0423 = 0$
50	$x^3 + 3{,}621\ x^2 + 6{,}524\ x - 7{,}730 = 0$
20 10	$x^3 + 5{,}305\ x^2 + 6{,}630\ x - 11{,}151 = 0$
30	$x^3 + 9{,}956\ x^2 + 7{,}201\ x - 19{,}44 = 0$
50	$x^3 + 30{,}727\ x^2 + 8{,}480\ x - 53{,}15 = 0$
21 10	$x^3 - 158{,}98\ x^2 + 11{,}249\ x - 236{,}1 = 0$
30	$x^3 - 57{,}74\ x^2 + 18{,}841\ x - 72{,}31 = 0$

Dont la solution, bien facile selon la méthode de HORNER, donna

Temps Moyen.	$x = tg\,\psi$	ψ	$M' + \psi$
18h 10m	0, 28394	15° 51′ 5″	57° 23′ 53″
30	0, 36035	19 48 58	56 43 56
50	0, 44713	24 5 27	56 1 52
19 10	0, 54532	28 36 18	55 16 1
30	0, 65558	33 14 53	54 23 42
50	0, 77741	37 31 42	53 20 58
20 10	0, 90846	42 15 12	52 2 37
30	1, 04185	46 10 29	50 20 26
50	1, 16484	49 21 17	48 4 24
21 10	1, 25968	51 33 21	45 5 14
30	1, 31112	52 40 3	41 20 3

Et ce sont là les angles de position, qui désignent la corde la plus favorable pour les moments posés à côté.

Il y a encore à rechercher quelle sera l'erreur causée par une erreur donnée dans le point de zéro du cercle de position?

Les mesures des distances au point le plus rapproché ou le plus éloigné du bord solaire ont l'avantage d'être indépendantes de petites erreurs dans le zéro de ce cercle; au contraire la

méthode de M. OPPOLZER et celle qui a été exposée ci-dessus ne le sont pas, et tout dépend donc du degré d'exactitude que l'on peut atteindre dans la déterminatioh du zéro nommé.

Le cercle de position de l'héliomètre de Merz etait divisé de 15 en 15 minutes, et les verniers donnaient les minutes entières, mais j'ai réussi à déterminer le zéro de cercle ce avec une incertitude moindre d'une demi-minute; cherchons donc quel sera l'effet d'une erreur d'une demi-minute dans le zéro du cercle de position. Évidemment c'est $2\,R' \sin 0',5 \sin \chi$, valeur qui, pour les époques nommées ci-dessus, croît de 0",075 à 0",215.

Or la différence mesurée V' D — V' C est égale à la parallaxe relative de Vénus, multipliée par $2 \sin z \cos(\zeta - \psi)$, et en divisant par ce facteur, nous trouvons qu'une erreur d'une demi-minute dans le zéro du cercle de position aurait amené, pour les moments des tables donnés ci-dessus, des erreurs de

0,"04 0," 05 0," 06 0," 07 0,"085 0,"10
0,12 0,145 0,175 0,215 0,28

dans la parallaxe relative de Vénus. On voit donc que dans les huit premières mesures cette erreur reste encore au-dessous de 0,"15, mais il est très-probable que l'erreur du zéro du cercle de position pourra se déterminer avec une certitude d'un quart de minute, si seulement les verniers donnent ce quart, au lieu de la minute entière.

Je me suis encore demandé s'il n'était pas nécessaire de combiner avec les deux mesures de V' D et V' C, deux autres dans une autre direction, p. e. perpendiculaire à la direction C D, mais je crois pouvoir conclure que ce n'est pas le cas. Il va sans dire qu'il n'arrive pas, comme nous l'avons supposé, que les mesures de V' D et V' C soient faites en même temps, mais cela n'a pas d'influence sur la considération théorique du procédé.

Or ce qu'on chercherait à évaluer par les mesures dans le sens perpendiculaire à C D s'obtient déjà en partie par la somme de V' D et V' C. Pour chaque mesure à part il faudra former l'équation de condition (voir p. e. la communication de M.

PUISEUX dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences à Paris, du 29 Décembre 1878); et il faudra employer, soit les équations fournies par les V'D et les V'C, à part, soit leurs sommes aussi bien que leur différences.

J'ai dit ci-dessus que la certitude avec laquelle j'ai réussi a déterminer le zéro du cercle de position etait d'une demi-minute. Voici la méthode dont je me suis servi pour cette détermination.

L'héliomètre est garni de deux cercles de position, l'un est tout près de l'objectif, l'autre est gravé sur la pièce oculaire qui contient les fils d'araignée croisés.

D'abord je mettais l'un de ces fils dans la direction de la parallèle, aussi exactement que cela pouvait s'effectuer, ensuite je séparais les deux moitiés de l'objectif aussi loin que possible l'une de l'autre. Je mettais le cercle de position de l'objectif de manière que les deux moitiés étaient separées a peu près dans la direction de la parallèle, et je dirigeais l'une moitié soit sur un objet terrestre, soit sur une étoile, soit même sur le bord du soleil. Par la manivelle de la vis sans fin, qui engrène dans le cercle de déclinaison, je portais l'objet aussi bien que possible sur le fil, mais le mouvement de cette vis n'était pas assez fin pour qu'on pût faire couvrir l'objet exactement par le fil. Je regardais donc avec attention la position de l'objet relativement au fil, par exemple un peu au sud etc.

Alors en tournant le télescope autour de son axe horaire, je regardais si l'image de l'objet donné par l'autre moitié de l'objectif suivait le fil de la même manière que la première image l'avait fait. Si par exemple la seconde image était un peu plus au sud, alors, par de petits coups, je donnais au cercle de position de l'objectif un mouvement à peu près d'une minute, dans le sens nécessaire pour diminuer le désaccord et je répétais l'expérience. Si cela ne suffisait pas, le cercle de position de l'objectif était tourné encore une fois, etc., jusqu'a ce qu'un accord parfait fût établi entre les chemins que la première et la seconde image de l'objet prenaient à traversle champ de la lunette

En retournant à la première image, puis à la seconde, puis encore à la première, j'étais à même de juger si de petites différences remarquées étaient peut-être causées par un faible mouvement

de la lunette dans le sens du cercle de déclinaison, et aussi j'éliminais le mouvement en déclinaison du soleil, qui du reste était peu gênant, vu que nous étions en Décembre, et que le temps nécessaire pour amener l'autre image dans le champ de la lunette ne durait pas plus que quelques secondes.

Lorsque le point de zéro etait déterminé dans l'une des deux positions des moitiés de l'objectif, c'etait à refaire dans l'autre position, et la moyenne des deux résultats était indépendante de la plus petite distance des centres optiques des deux moitiés.

Voici les résultats que j'ai obtenus en employant toujours le grossissement le plus fort de 118 fois:

	Zéro	Differences avec la moyenne	
29 Novembre	0° 1′ 3	— 0′ 2	Objet terrestre
1 Décembre	0 2 15	+ 0 65	Étoile
3/4 "	0 1 175	— 0 325	Bord du Soleil
5/6 "	0 1 2	— 0 3	Objet terrestre
6/7 "	0 1 7	+ 0 2	Bord du Soleil
	0 1′ 5		

J'ai cru devoir traiter cette méthode un peu en détail parce que la détermination du zéro est de la plus haute importance pour les mesures héliométriques aussitôt qu'on ne se borne pas à mesurer des distances.

J'avais d'abord essayé une autre méthode, savoir celle de porter la seconde image à la place où la première image avait été, p. e. justement au fil, et cela en faisant tourner l'objectif par le pignon qui servait à ce but et dont la manivelle était près de l'oculaire. Alors il fallait prendre la moitié arithmétique des indications du cercle de position avant et après chaque détermination; mais je ne tardais pas à éprouver que le pignon qui engrenait dans le cercle denté au-dessus du cercle de position de l'objectif était beaucoup trop grossier, et que par conséquent les zéros déterminés de cette manière étaient beaucoup trop inexacts, les résultats présentaient des différences de cinq minutes et plus. C'est alors que j'essayais la méthode décrite ci-dessus, qu'on pourrait nommer une méthode de tâtonnement.

Batavia, 15 Avril 1875.

DESCRIPTION

DE QUELQUES ESPÈCES INSULINDIENNES INÉDITES DES GENRES

OXYURICHTHYS, PAROXYURICHTHYS ET CRYPTOCENTRUS.

DOOR

P. BLEEKER.

Oxyurichthys auchenolepis Blkr.

Oxyur. corpore elongato compresso, altitudine 5½ circ. in ejus longitudine absque, plus quam 7 in ejus longitudine cum pinna caudali; capite obtuso convexo 4¼ circ. in longitudine corporis absque, plus quam 5⅓ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1¼ circ., latitudine capitis 2 fere in ejus longitudine; linea rostro-frontali convexa; oculis oblique sursum spectantibus, diametro 4 circ. in longitudine capitis, minus diametro ½ distantibus, superne cirro nullo; regione interoculari antice utroque latere poro conspicuo; rostro obtuso convexo oculo non vel vix breviore. apice infra oculi marginem inferiorem sito; naribus anterioribus rostri margini approximatis brevitubulatis; labiis gracilibus; maxilla superiore maxilla inferiore paulo breviore sub medio oculo circ. desinente; rictu obliquo; dentibus intermaxillaribus acutis curvatis subaequalibus utroque latere 20 circ.; dentibus inframaxillaribus triseriatis serie interna ceteris non longioribus conicis acutis rectiusculis non uncinatis; dentibus pharyngealihus multiseriatis gracillimis acicularibus, seriebus posterioribus, postero-internis praesertim, ceteris validioribus conicis vel conico-compressis apice obtusis vel obtusiusculis subuncinatis; lingua integra rotundata; genis rugulis longitudinalibus parum conspicuis; sulco oculo-suprascapulari conspicuo antice poro majore orbitae approximato; capite superne

post oculos ubique squamato, lateribus alepidoto; nucha ubique squamata; squamis capite, nucha, regione thoraco-gulari, ventre et lateribus antice cycloideis, lateribus postice caudaque ctenoideis; squamis 18 circ. in serie longitudinali regionem interocularem inter et dorsalem spinosam, 70 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 20 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis trunco postrorsum magnitudine sensim accrescentibus, caudalibus quam lateribus antice multo majoribus; appendice anali brevi obtusa; pinnis dorsalibus basi subcontiguis; dorsali spinosa acutiuscula corpore humiliore spinis 2ª et 3ª ceteris longioribus; dorsali radiosa corpore humiliore postice quam antice altiore angulata; pectoralibus acutiuscule rotundatis capite non vel vix brevioribus; ventrali rotundata pectoralibus non vel vix breviore; anali forma et altitudine dorsali radiosae subaequali eaque paulo longiore; caudali capite longiore (ex parte abrupta); colore corpore pinnisque?; iride rosea?

B. 5. D. 6 — 1/12 vel 6 — 1/13. P. 19 vel 20. V. 1/5.5/1. A. 1/13 ou 1/14. C. 8/15/6 circ.

Hab Singapura, in mari.

Longitudo 2 speciminum absque pinna caudali 95‴ et 99‴.

Rem. La diagnose du genre Oxyurichthys, telle que je l'ai formulée dans l'Esquisse d'un système des Gobioïdes, doit être rectifiée. *) Une nouvelle étude des espèces a fait mieux saisir les caractères génériques, qui sont à établir comme suit.

Oxyurichthys Blkr = Gobiichthys Klunz. — Corpus elongatum compressum, capite obtuso convexo superne tantum squamato Squamae 50 ad 90 in serie longitudinali, trunco antice cycloideae postice ctenoideae. Dentes maxillis fixi, intermaxillares uniseriati, inframaxillares bi-ad quadriseriati, serie dentium externa usque ad angulum oris extensa. Dentes pharyngeales multiseriati gracillimi aciculares, postero-interni tantum validiores

*) Je note ici que le genre Cephalogobius, établi sur la description du Gobius sublitus Cant, n'est pas distinct du genre Glossogobius; que le genre Porogobius doit être réuni avec le genre Acentrogobius, et que le genre Odontogobius ne peut pas rester séparé du genre Amblygobius.

conico-compressi vel globulares. Lingua integra. Isthmus interbranchialis latus. Pinnae; dorsales contiguae vel subcontiguae, radiosa spinosa multo ad duplo longior; pectorales radiis filosis nullis; ventralis basi infundibuliformis; caudalis lanceolata. B. 5. D. 6 — 1/12 vel 6 — 1/13. A. 1/12 ad 1/14.

Je rapporte au genre Oxyurichthys, outre l'espèce actuelle, cinq espèces insulindiennes (Oxyurichthys microlepis, O. tentacularis = Gobius tentacularis CV., O. ophthalmonema, O. belosso et O. papuensis = Gobius papuensis CV.) et puis encore l'Apocryptes (Gobiichthys) Petersi Klunz., de la Mer rouge, l'Apocryptes andamensis Day (= Euctenogobius andamensis Day) des îles Andaman et l'Euctenogobius cristatus Day, de Bombay.

Quant à l'espèce qui fait le sujet de cet article et dont je ne possède que deux individus décolorés et à caudale un peu mutilée, elle est bien distincte et aisément à reconnaître par l'écaillure de la région médiane du front, de l occiput et de la nuque. Elle a en commun avec l'Oxyurichthys papuensis, espèce du reste à ligne médiane fronto-nuchale dénuée d'écailles, que les dents mandibulaires de la rangée interne ne sont pas plus longues que les autres et pas crochues (comme dans les O. microlepis, tentacularis, ophthalmonema et belosso), mais elle diffère encore, par la dentition, du papuensis, où les dents pharyngiennes postérieures sont molaires et arrondies.

Paroxyurichthys Blkr

Corpus elongatum compressum, capite obtuso convexo superne post oculos nuchaque ubique squamato. Squamae 58 ad 80 in serie longitudinali, trunco antice cycloideae, postice ctenoideae. Dentes maxillis fixi, intermaxillares biseriati serie externa longiores, inframaxillares tri- vel quadriseriati, serie dentium externa usque ad angulum oris extensa. Dentes pharyngeales multiseriati gracillimi aciculares posteriores ceteris nec validiores nec longiores. Lingua emarginata. Isthmus interbranchialis latus. Pinnae, dorsales subcontiguae, radiosa spinosa multo longior; pectorales radiis filosis nullis; ventralis basi infundibuliformis; caudalis obtusa. B. 5. D. 6—1/12 ad 6—1/14. A. 1/13 ad 1/15.

Rem. Voisin des genres Oxyurichthys et Euctenogobius Gill, le type actuel se distingue de tous les deux par les dents bisériales de la mâchoire supérieure. La seule espèce que j'en connais sur nature est remarquable par l'absence de dents coniques ou molaires sur les os pharyngiens et présente encore la particularité, qu'on ne trouve ni dans les espèces connues d'Oxyurichthys, ni dans celles d'Euctenogobius, que le haut de l'opercule est densément couvert d'écailles.

La seule espèce de Paroxyurichthys que je possède n'est représentée que par un individu unique. Je considère provisoirement comme une seconde espèce du même genre l'Euctenogobius sagittula Günth. des côtes occidentales de l'Amérique centrale, espèce qui est dite avoir une seconde rangée de dents intermaxillares, mais laquelle du reste est fort distincte par la formule des écailles (58 environ sur une rangée longitudinale et 12 sur une rangée transversale et des rayons de la seconde dorsale et de l'anale. (= D. 6—13. A. 14.).

Paroxyurichthys typus Blkr.

Paroxyur. corpore elongato compresso, altitudine 7 circ. in ejus longitudine absque, 9 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; capite obtuso convexo $5\frac{3}{5}$ circ. in longitudine corporis absque, 7 et paulo in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{3}{5}$ circ., latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; linea rostro-frontali convexa; oculis oblique sursum spectantibus, diametro $4\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus, superne cirro nullo; regione interoculari medio antice utroque latere poro conspicuo; rostro obtuso convexo oculo vix breviore apice ante vel vix infra oculi marginem inferiorem sito; naribus anterioribus rostri margini approximatis brevitubulatis; labiis gracilibus; maxilla superiore maxilla inferiore vix breviore, sub oculi parte posteriore desinente; rictu obliquo; dentibus intermaxillaribus serie externa ceteris majoribus gracilibus subaequalibus, caninis vel caninoideis nullis; dentibus inframaxillaribus tri- ad quadriseriatis parvis gracilibus serie externa ceteris longioribus subaequalibus caninis vel caninoideis nullis; dentibus pharyngealibus omnibus minutissimis gracilli-

mis acicularibus rectis; lingua sat profunde emarginata; genis rugulis longitudinalibus parum conspicuis; sulco oculo-suprascapulari bene conspicuo, antice poro majore orbitae approximato; capite superne post oculos ubique et lateribus operculo superne squamato squamis cycloideis; nucha ubique squamata; squamis nucha, regione thoraco-gulari, ventre et lateribus antice cycloideis, lateribus medio et postice caudaque ctenoideis; squamis 35 circ. in serie longitudinali regionem interocularem inter et pinnam dorsalem anteriorem, 80 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 16 vel 17 in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis trunco postrorsum magnitudine sensim accrescentibus, caudalibus squamis lateribus antice valde multo majoribus; appendice anali obtusa brevi; pinnis dorsalibus subcontiguis; dorsali spinosa obtusa corpore multo humiliore spinis mediis ceteris longioribus; dorsali radiosa spinosa paulo altiore corpore humiliore postice quam antice vix altiore angulata; pectoralibus acutiuscule rotundatis capite paulo brevioribus; ventrali obtuse rotundata pectoralibus paulo breviore; anali forma et longitudine dorsali radiosae subaequali eaque paulo humiliore; caudali obtusiuscule rotundata capite sat multo sed multo minus duplo longiore; colore corpore superne roseo-viridi, inferne margaritaceo; iride flavescente-rosea; pinnis flavescente-vel roseo-hyalinis, nec maculatis nec vittatis.

B. 5. D. 6—1/13 vel 6—1/14. P. 17. V. 1/5.5/1. A. 1/14 vel 1/15. C. 7/13/6 circ.

Hab. Amboina; in mari.

Longitudo speciminis descripti 114‴.

CRYPTOCENTRUS Ehr. = Paragobius Blkr.

Corpus elongatum compressum, capite obtuso convexo lateribus alepidoto. Squamae cycloideae vel cycloideae et ctenoideae, 85 ad plus quam 120 in serie longitudinali. Dentes utraque maxilla pluriseriati serie externa longiores, serie dentium externa inframaxillari non post medium maxillae ramum extensa. Dentes pharyngeales conici acuti. Aperturae branchiales amplae isthmo angusto separatae. Pinnae; dorsales subcontiguae, spina pun-

gente nulla, radiosa spinosa multo ad duplo longior; pectorales non filosae; ventralis basi infundibuliformis; caudalis capite longior ovalis vel lanceolata. B. 5. D. 6—1/10 ad 6—1/20. A. 1/9 ad 1/21.

Rem. La diagnose antérieure ayant du subir quelques rectifications elle peut être formulée comme ci-dessus. Le genre comprend une vingtaine d'espèces connues dont douze habitent l'Insulinde. Celles dont la description va suivre sont nouvelles pour la science.

Cryptocentrus diproctotaenia Blkr.

Cryptoc. corpore elongato compresso, altitudine $5\frac{2}{3}$ ad 6 in ejus longitudine absque, $7^1/_3$ ad 8 in ejus longitudine cum pinna caudali; capite obtuso convexo $3^2/_3$ ad $3^1/_2$ in longitudine corporis absque, $4^1/_2$ ad $4^3/_5$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1^2/_3$ ad $1^3/_4$, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; linea rostro-frontali convexa obtusangula; oculis magis lateraliter quam sursum spectantibus, diametro 6 circ. in longitudine capitis, minus diametro $^1/_2$ distantibus; regione interorbitali poro conspicuo nullo; rostro truncato-convexo oculo paulo ad non breviore, apice infra oculi marginem inferiorem sito; maxilla superiore maxilla inferiore vix breviore post oculum desinente; rictu obliquo; labiis valde carnosis; dentibus maxillis multiseriatis; dentibus intermaxillaribus serie externa ceteris conspicue longioribus postrorsum longitudine decrescentibus anterioribus caninis vel caninoideis nullis; dentibus inframaxillaribus serie externa seriebus mediis vix longioribus erectis, caninis vel caninoideis nullis, serie interna a symphysi usque post medium maxillae ramum extensa pluribus retrorsum curvatis inaequalibus dentibus ceteris validioribus et ex parte longioribus; dentibus pharyngealibus pluriseriatis gracilibus acutis superioribus curvatis, inferioribus rectiusculis apice tantum leviter curvatis postero-internis ceteris paulo longioribus; lingua integra; genis rugulis obliquis ab orbita descendentibus; operculo inermi; sulco oculo-suprascapulari parum conspicuo poro majore nullo; capite superne medio occipite et regionis posttem-

poralis parte supraoperculari tantum squamato; nucha ubique squamata; squamis capite et trunco omnibus cycloideis; squamis 30 circ. in serie longitudinali frontem inter et dorsalem spinosam, 120 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 35 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam, 20 circ. in serie transversali finem analis inter et dorsalem radiosam, squamis trunco postrorsum magnitudine sensim accrescentibus, caudalibus quam lateribus antice multo majoribus; appendice anali brevi obtusa; pinnis dorsalibus basi subcontiguis; dorsali spinosa obtusiuscula spinis 4ª et 5ª ceteris longioribus corporis altitudine non longioribus; dorsali radiosa dorsali spinosa multo minus duplo longiore eaque non ad vix humiliore, postice quam antice paulo altiore angulata; pectoralibus obtusiuscule rotundatis capite brevioribus; ventrali obtuse rotundata pectoralibus paulo longiore; anali forma et altitudine dorsali radiosae subaequali eaque paulo breviore; caudali oblongo-ovali capite paulo longiore; colore corpore superne fuscescente vel ex fusco olivascente, inferne dilutiore; iride violascente-viridi; genis et operculis maculis oblongis vel striis gracilibus brevibus margaritaceis coeruleo profundiore vel violaceo marginatis in series 6 vel 7 oblique antrorsum descendentes dispositis; pinnis dorsalibus et caudali fuscescentibus vel purpurescentibus radiis aurantiacis; dorsali radiosa striis brevibus margaritaceis in series 6 circ. longitudinales dispositis; pectoralibus hyalinis radiis aurantiacis; ventrali flavida medio et postice fusca; anali flavida vel rosea vittis 2 longitudinalibus fuscis, superiore media pinna, inferiore intramarginali.

B. 5. D. 6—1/10 vel 6—1/11. P. 16 vel 17. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 6/14/6 circ.

Hab. Amboina; in mari.

Longitudo 2 speciminum 149‴ et 153‴.

Rem. Le Cryptocentrus diproctotaenia appartient au groupe des Cryptocentrus cyanotaenia, pavoninoides, liolepis, niveatus, leptocephalus et Knutteli, où toutes les écailles sont cycloïdes. De ces espèces les quatre premières ont la nuque squammeuse comme l'espèce actuelle qui est la plus voisine du cyanotaenia, dont cependant elle se distingue par l'absence de canine man-

dibulaire latérale externe et interne, par des écailles plus nombreuses, par des yeux plus petits, par les rangées de stries bleuâtres de la seconde dorsale et par les deux bandelettes brunes de l'anale. Je ne vois plus de trace de bandes ou de bandelettes sur le corps, ce qui ne dit pas cependant qu'elles ne peuvent pas avoir existé à l'état frais.

Cryptocentrus liolepis Blkr.

Cryptoc. corpore elongato compresso, altitudine $6\frac{2}{3}$ circ. in ejus longitudine absque, $8\frac{2}{3}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; capite obtuso convexo $4\frac{1}{4}$ circ. in longitudine corporis absque, $5\frac{3}{4}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis $1\frac{1}{2}$ circ., latitudine capitis 2 fere in ejus longitudine; linea rostro-frontali convexa; oculis vix magis lateraliter quam sursum spectantibus, diametro 5 circ. in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus; regione interoculari medio antice et postice poro parum conspicuo; fronte rugula transversa porosa; rostro obtuso convexo oculo breviore, apice ante oculi partem inferiorem sito; maxilla superiore maxilla inferiore paulo breviore, sub medio oculo desinente; rictu valde obliquo; labiis carnosis; dentibus maxillis pluriseriatis; dentibus intermaxillaribus serie externa ceteris longioribus postrorsum longitudine decrescentibus anterioribus caninoideis; dentibus inframaxillaribus serie externa inaequalibus posteriore canino retrorsum curvato, serie interna a symphysi usque ad angulum oris extensa curvatis et anteriore vel anterioribus aliquot exceptis dentibus seriebus mediis non conspicue longioribus; dentibus pharyngealibus pluriseriatis, superioribus curvatis conicis inaequalibus, inferioribus rectiusculis posterioribus ceteris vix longioribus; lingua integra; genis rugulis 2 longitudinalibus et 3 vel 4 obliquis transversis porosis bene conspicuis; operculo inermi; sulco oculo-suprascapulari conspicuo poro majore nullo; capite superne occipite postice et regionis posttemporalis parte posteriore tantum squamato; nucha ubique squamata; squamis capite et trunco omnibus cycloideis, 20 circ. in serie longitudinali verticem inter et dorsalem spinosam, 105 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin

pinnae caudalis, 28 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam, 16 circ. in serie transversali finem pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis trunco postrorsum magnitudine accrescentibus caudalibus quam lateribus antice multo majoribus; appendice anali oblonga conica; pinnis dorsalibus subcontiguis; dorsali spinosa obtusiuscula corpore humiliore; dorsali radiosa dorsali spinosa multo minus duplo longiore, corpore humiliore, postice quam antice altiore angulata; pectoralibus et ventrali obtusiuscule rotundatis capite paulo brevioribus; anali forma et altitudine dorsali radiosae subaequali eaque conspicue breviore; caudali lanceolata capite multo sed multo minus duplo longiore; colore corpore pinnisque violascente-fusco; capite et trunco punctis ocelliformibus aurantiacis vel roseis numerosis capite valde confertis et magnitudine inaequalibus.

B. 5. D. 6—1/11 vel 6—1/12. P. 18. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 6/14/5 circ.

Hab. Borneo.

Longitudo speciminis unici 85‴.

Rem. Cette espèce est voisine du Cryptocentrus pavoninoides et présente un même système d'écaillure et une même formule de la seconde dorsale et de l'anale, mais elle a le corps beaucoup plus allongé et une disposition toute différente des ocelles. Le pavoninoides se distingue encore par la formule des écailles qui sont moins nombreuses, par la mâchoire supérieure qui s'arrête sous le bord postérieur de l'oeil, par l'absence de canine mandibulaire latérale externe, par les taches noires sur le haut de la première dorsale, etc.

Cryptocentrus leptocephalus Blkr.

Cryptocentr. corpore elongato compresso, altitudine 6 circ. in ejus longitudine absque, 8 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; capite obtuso convexo 4 circ. in longitudine corporis absque, 5⅕ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1¾ circ., latitudine capitis 3 circ. in ejus longitudine; linea rostro-frontali convexa; oculis magis lateraliter quam sursum spectantibus, diametro 4 circ. in longitudine ca-

pitis, minus diametro $\frac{1}{4}$ distantibus; regione interorbitali poro conspicuo nullo; rostro obtuso convexo oculo breviore apice infra oculi marginem inferiorem sito; maxilla superiore maxilla inferiore vix breviore, sub oculi parte posteriore desinente; rictu obliquo; labiis mediocribus carnosis; dentibus maxillis pluriseriatis; dentibus intermaxillaribus serie externa ceteris multo longioribus postrorsum longitudine decrescentibus, anterioribus 2 vel 3 ceteris multo majoribus caninis; dentibus inframaxillaribus serie externa seriebus mediis longioribus inaequalibus posteriore canino retrorsum curvato, serie interna post medium maxillae ramum extensa retrorsum curvatis acutis dentibus seriebus mediis non multo longioribus; dentibus pharyngealibus pluriseriatis acutis conicis apice curvatis inaequalibus, Inferioribus posterioribus ceteris non multo longioribus; lingua integra; genis rugulis longitudinalibus parum conspicuis; operculo inermi; sulco oculo-suprascapulari conspicuo poro majore nullo; capite nullibi squamato; nucha alepidota; squamis corpore omnibus cycloideis; squamis 105 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 25 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam, 16 circ. finem pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis postrorsum magnitudine sensim accrescentibus caudalibus quam squamis lateribus antice multo majoribus; appendice anali oblonga obtusa; pinnis dorsalibus subcontiguis; dorsali spinosa acuta spinis 3ª et 4ª ceteris longioribus corporis altitudine multo longioribus; dorsali radiosa spinosa multo sed multo minus duplo longiore, postice quam antice altiore corpore non ad vix humiliore angulata; pectoralibus et ventrali acutiuscule vel obtusiuscule rotundatis capite non vel vix brevioribus; anali forma et altitudine dorsali radiosae subaequali eaque conspicue breviore; caudali ovato-lanceolata capite paulo longiore; colore corpore superne roseo-viridi, inferne roseo-margaritaceo; iride violascente; capite lateribusque punctis ocelliformibus numerosis confertis roseis vel margaritaceis profundiore annulatis; lateribus fasciis 7 vel 8 transversis leviter obliquis inaequidistantibus fuscescentibus anterioribus quam posterioribus latioribus; pinnis dilute roseis vel flavescentibus; dorsali spinosa ocellis numerosis carmosinis violaceo annulatis in series longitudinales

pinnae caudalis, 28 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam, 16 circ. in serie transversali finem pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis trunco postrorsum magnitudine accrescentibus caudalibus quam lateribus antice multo majoribus; appendice anali oblonga conica; pinnis dorsalibus subcontiguis; dorsali spinosa obtusiuscula corpore humiliore; dorsali radiosa dorsali spinosa multo minus duplo longiore, corpore humiliore, postice quam antice altiore angulata; pectoralibus et ventrali obtusiuscule rotundatis capite paulo brevioribus; anali forma et altitudine dorsali radiosae subaequali eaque conspicue breviore; caudali lanceolata capite multo sed multo minus duplo longiore; colore corpore pinnisque violascente-fusco; capite et trunco punctis ocelliformibus aurantiacis vel roseis numerosis capite valde confertis et magnitudine inaequalibus.

B. 5. D. 6—1/11 vel 6—1/12. P. 18. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 6/14/5 circ.

Hab. Borneo.

Longitudo speciminis unici 85‴.

Rem. Cette espèce est voisine du Cryptocentrus pavoninoides et présente un même système d'écaillure et une même formule de la seconde dorsale et de l'anale, mais elle a le corps beaucoup plus allongé et une disposition toute différente des ocelles. Le pavoninoides se distingue encore par la formule des écailles qui sont moins nombreuses, par la mâchoire supérieure qui s'arrête sous le bord postérieur de l'oeil, par l'absence de canine mandibulaire latérale externe, par les taches noires sur le haut de la première dorsale, etc.

Cryptocentrus leptocephalus Blkr.

Cryptocentr. corpore elongato compresso, altitudine 6 circ. i ejus longitudine absque, 8 circ. in ejus longitudine cum pinn caudali; capite obtuso convexo 4 circ. in longitudine corpor absque, $5\frac{1}{3}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali altitudine capitis $1\frac{3}{4}$ circ., latitudine capitis 3 circ. in ej longitudine; linea rostro-frontali convexa; oculis magis lateralit quam sursum spectantibus, diametro 4 circ. in longitudine c

pitis, minus diametro $\frac{1}{4}$ distantibus; regione interorbitali poro conspicuo nullo; rostro obtuso convexo oculo breviore apice infra oculi marginem inferiorem sito; maxilla superiore maxilla inferiore vix breviore, sub oculi parte posteriore desinente; rictu obliquo; labiis mediocribus carnosis; dentibus maxillis pluriseriatis; dentibus intermaxillaribus serie externa ceteris multo longioribus postrorsum longitudine decrescentibus, anterioribus 2 vel 3 ceteris multo majoribus caninis; dentibus inframaxillaribus serie externa seriebus mediis longioribus inaequalibus posteriore canino retrorsum curvato, serie interna post medium maxillae ramum extensa retrorsum curvatis acutis dentibus seriebus mediis non multo longioribus; dentibus pharyngealibus pluriseriatis acutis conicis apice curvatis inaequalibus, Inferioribus posterioribus ceteris non multo longioribus; lingua integra; genis rugulis longitudinalibus parum conspicuis; operculo inermi; sulco oculo-suprascapulari conspicuo poro majore nullo; capite nullibi squamato; nucha alepidota; squamis corpore omnibus cycloideis; squamis 105 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 25 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam, 16 circ. finem pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis postrorsum magnitudine sensim accrescentibus caudalibus quam squamis lateribus antice multo majoribus; appendice anali oblonga obtusa; pinnis dorsalibus subcontiguis; dorsali spinosa acuta spinis 3ª et 4ª ceteris longioribus corporis altitudine multo longioribus; dorsali radiosa spinosa multo sed multo minus duplo longiore, postice quam antice altiore corpore non ad vix humiliore angulata; pectoralibus et ventrali acutiuscule vel obtusiuscule rotundatis capite non vel vix brevioribus; anali forma et altitudine dorsali radiosae subaequali eaque conspicue breviore; caudali ovato-lanceolata capite paulo longiore; colore corpore superne roseo-viridi, inferne roseo-margaritaceo; iride violascente; capite lateribusque punctis ocelliformibus numerosis confertis roseis vel margaritaceis profundiore annulatis; lateribus fasciis 7 vel 8 transversis leviter obliquis inaequidistantibus fuscescentibus anterioribus quam posterioribus latioribus; pinnis dilute roseis vel flavescentibus; dorsali spinosa ocellis numerosis carmosinis violaceo annulatis in series longitudinales

Je vois un genre distinct dans le Caesio gymnopterus, mais j'ai eu tort de le placer dans le genre Smaris. Il représente un type bien différent des Smaris et caractérisé par la combinaison d'une dorsale dénuée d'écailles à partie antérieure soutenue par neuf épines seulement et mesurant environ deux fois dans le partie molle, d'une anale à 12 ou 13 rayons, et d'une tête à front et occiput squammeux. On pourrait nommer ce type *Gymnocaesio*. — Le genre Smaris Cuv. me paraît devoir être limité aux espèces méditerranéënnes et atlantiques (Smaris vulgaris, alcedo, Maurii, gracilis et martinicus), toutes à 11 épines dorsales et à 9 rayons à l'anale. — Le Smaris melanurus CV. (du Cap vert), espèce à formule D. 12/15 et A. 3/15 (Günth.) ou D. 10/16 A. 3/16 (CV.) et à forme d'Oblata, doit être génériquement distinct des Smaris. Quant au Smaris balteatus CV. de Ceylon, c'est manffestement un *Dipterygonotus*, fort voisin du leucogrammicus ou peut être de la même espèce.

M. Günther a fait connaître une espèce de Madagascar, sous le nom de Caesio cylindricus, qui ne peut pas être non plus un vrai Caesio. Elle est remarquable par les écailles non ciliées (d'après M. Günther); par les treize épines dorsales très faibles et par les sept rayons branchiaux. Elle est le type du genre *Liocaesio* Blkr.

Je crois reconnaître un autre type générique encore dans l'espèce d'Amboine, découverte par M. Steindachner et décrite et figurée sous le nom de Caesio multiradiatus. Ce type, pour lequel je propose le nom de *Pterocaesio*, se fait reconnaître par les dents unisériales aux deux mâchoires, par l'absence d'écailles sur la moitié inférieure de l'opercule et sur le sousopercule, et surtout par les nombreux rayons de la dorsale dont la partie molle a en longueur le double de la partie armée.

Je ne vois dans les Maena, Smaris, Caesio et dans les genres qui en sont voisins, qu'un groupe de la famille des Lutjanoïdes, famille bien distincte, dans la division des Perches, par la combinaison des caractères d'écailles inguinales allongées de dents pointues jamais incisives ou molaires et d'une dorsale sans gaîne squammeuse basale libre, et comprenant,

outre les Maenini les groupes Lutjanini, Denticini, Latilini (gen. Latilus CV. tantum nec gen. Prolatilus et Caulolatilus Gill), Aphareini, Scolopsidini et Dipterygonotini. Le groupe des Maenini se fait reconnaître par l'absence de dents canines, par les sousorbitaires sans armure, par la dorsale indivise, et par la protractilité de la bouche. La place naturelle du groupe est tout près des Denticini.

Quelques genres voisins des Maenini, sont remarquables tant par la dorsale échancrée jusqu'à la base ou à parties antérieure et postérieure complétement séparées par quelques petites épines isolées, que par une bouche protractile en tuyau horizontal. C'est pour moi le groupe des Dipterygonotini, où je place les genres Centracanthus Raf., Erythrichthys Schl. et Dipterygonotus Blkr.

L'exposé suivant résume les principaux caractères des Maenini et des Dipterygonotini ainsi que des genres des deux groupes.

Phalanx MAENINI.

Lutjanoidei maxillis dentibus parvis, caninis veris nullis; dentibus palatinis nullis; ore mediocriter ad valde protractili; ossibus suborbitalibus inermibus; operculo spina parva vel nulla; pinna dorsali unica indivisa; anali spinis 3, caudali biloba. B. 6 vel 7.

Gen. MAENA Cuv.

Dentes maxillis pluriseriati et vomerini. Squamae fronte et occipite nullae. Pinnae; dorsalis alepidota, spinis 11 et radiis 11, parte radiosa parte spinosa non longiore; analis radiis 9. Squamae trunco 60 ad 75 in serie longitudinali, in series horizontales dispositae. Os valde protractile B. 6.

Spec. typ. *Maena vulgaris* Cuv.

Gen. SMARIS Cuv. (Genus dentibus vomerinis tantum a Maena distinctum, forsan Maenae adjungendum).

Dentes maxillis pluriseriati; vomerini nulli. Squamae fronte et occipite nullae. Pinnae; dorsalis alepidota, spinis 11 et radiis 11, parte radiosa parte spinosa non longiore; analis radiis 9,

squamae trunco 70 circ. in serie longitudinali, in series horizontales dispositae. Os valde protractile. B. 6.

Sp. typ. *Smaris vulgaris* Cuv.

Gen. GYMNOCAESIO Blkr.

Dentes maxillis pluriseriati; vomerini nulli. Caput fronte et vertice squamatum. Pinnae; dorsalis alepidota, spinis 9 et radiis 15 vel 16, parte radiosa parte spinosa duplo circ. longiore; analis radiis 12 vel 13. Squamae trunco 80 circ. in serie longitudinali, in series horizontales dispositae. Os mediocriter protractile. B. 7.

Sp. typ. *Gymnocaesio gymnopterus* Blkr = Caesio et Smaris gymnopterus.

Gen. PARACAESIO Blkr.

Dentes maxillis pluriseriati; vomerini et palatini. Caput fronte et vertice squamatum. Pinnae; dorsalis alepidota, spinis 10 et radiis 10 vel 11, parte radiosa parte spinosa non longiore; analis radiis 8 vel 9. Squamae trunco 70 circ. in serie longitudinali, in series horizontales dispositae. Os parum protractile. B. 7.

Sp. typ. *Paracaesio xanthurus* Blkr = Caesio xanthurus Blkr.

Gen. PINJALO Blkr.

Dentes maxilles pluriseriati et vomerini. Caput fronte et vertice alepidotum. Pinnae; dorsalis squamata spinis 11 validis et radiis 14 vel 15, parte radiosa parte spinosa non longiore; analis radiis 10 vel 11. Squamae trunco 70 circ. in serie longitudinali, in series obliquas postrorsum adscendentes dispositae. Os parum protractile. B. 6.

Sp. typ. *Pinjalo typus* Blkr = Caesio pinjalo Blkr = Mesoprion Mitchelli Günth.

Gen. CAESIO Lac.

Dentes maxillis pluriseriati; vomerini rudimentarii vel nulli.

Caput vertice squamatum. Pinnae; dorsalis squamata spinis 9 ad 11 gracilibus et radiis 13 ad 18, parte radiosa parte spinosa non ad multo minus duplo longiore; analis radiis 11 ad 14. Squamae trunco 55 ad 80 in serie longitudinali, in series horizontales dispositae. Os mediocriter ad valde protractile. B. 6.

Sp. typ. *Caesio coerulaureus* Lac.

Gen. LIOCAESIO Blkr.

Dentes maxillis parvi; vomerini nulli. Caput fronte et vertice squamatum. Pinnae; dorsalis squamata spinis 13 valde gracilibus et radiis 17; analis radiis 13. Squamae non ciliatae (Günther), trunco 75 circ. in serie longitudinali. Operculum spina nulla. Os mediocriter protractile. B. 7.

Sp. typ. *Liocaesio cylindricus* Blkr = Caesio cylindricus Günth.

Gen. PTEROCAESIO Blkr.

Dentes maxillis minimi uniseriati. Caput vertice squamatum. Pinnae; dorsalis squamata spinis 11 et radiis 21, parte radiosa parte spinosa duplo circ. longiore; analis radiis 13. Squamae trunco 70 circ. in serie longitudinali, in series horizontales dispositae. Os valde protractile.

Sp. typ. *Pterocaesio multiradiatus* Blkr = Caesio multiradiatus Steind.

Phalanx *Dipterygonotini.*

Lutjanoidei dentibus maxillis minimis vel nullis, pharyngealibus parvis; ore in tubum horizontalem protractili; ossibus suborbitalibus inermibus; operculo spina vera nulla; pinnis; dorsali bipartita medio usque ad basin incisa vel spinis solitariis, parte spinosa parte radiosa longiore; anali spinis 3. B. 6 vel 7.

Gen. ERYTHRICHTHYS Schl. = Emmelichthys Rich. = Boxaodon Guich.

Dentes maxilla superiore rudimentarii vel nulli. Caput

superne squamatum. Os supramaxillare squamatum. Pinnae: dorsalis et analis radiosae basi squamatae, dorsalis spinis 12 vel 13 et radiis 9 vel 10, analis radiis 10 ad 12. Squamae trunco 70 ad 90 in serie longitudinali, in series horizontales dispositae. B. 7.

Sp. typ. *Erythrichthys Schlegeli* Günth.

Gen. CENTRACANTHUS Raf.

Dentes maxillis parvi. Caput vertice et fronte alepidotum. Os supramaxillare non squamatum. Fascia squamarum temporalis distincta. Pinnae; dorsalis et analis alepidotae, dorsalis spinis 13 et radiis 9, analis radiis 10. Squamae trunco 90 circ. in serie longitudinali, in series horizontales dispositae.

Sp. typ. *Centracanthus cirrus* Raf. = Smaris insidiator CV.

Gen. DIPTERYGONOTUS Blkr.

Dentes maxillis minimi. Caput vertice et fronte squamatum. Os supramaxillare alepidotum. Fascia squamarum temporalis distincta nulla. Pinnae; dorsalis alepidota spinis 14, posterioribus solitariis et radiis 10 vel 11, analis radiis 10 ad 12. Squamae trunco 80 circ. in serie longitudinali, in series horizontales dispositae. B. 6.

Sp. typ. *Dipterygonotus leucogrammicus* Blkr = Smaris balteatus CV.?

La Haye, Avril 1875.

SUR

LA PLURALITÉ DES ESPÈCES INSULINDIENNES DE

TOXOTES.

PAR

P. BLEEKER.

On n'a admis jusqu'ici que trois espèces de Toxotes. On connaît le Toxotes jaculator depuis 1766 par la description et par la figure publiées par Pallas. Une seconde espèce, trouvée dans les terrains tertiaires du Monte Bolca, fut nommée Toxotes antiquus par Agassiz. La troisième, découverte presque simultanément par E. Blyth et M. Günther et nommée Toxotes microlepis, ne fut publiée qu'en l'an 1860.

Or, ces trois espèces ne sont pas les seules qui existent. L'Inde archipélagique en nourrit au moins quatre, et il me paraît probable que des recherches ultérieures en feront connaître d'autres encore.

L'espèce type du genre, le Sciaena jaculatrix Pall. est une espèce bien valide et nettement caractérisée par les quatre épines dorsales.

Hamilton Buchanan découvrit une autre espèce qu'il nomma Cojus chatareus. Or, cette espèce, qui est bien distincte tant par les formules des écailles et des nageoires que par le système de coloration, fut confondue par Cuvier-Valenciennes avec le Toxotos jaculator et décrite sous cette dénomination. Cette confusion des espèces date de 1831.

Cuvier et Valenciennes ont manifestement eu sous les yeux au-moins trois espèces de Toxotes, mais ils n'y reconnurent qu'une seule. La descripion détaillée de leur Toxotos jaculator se rapporte manifestement à l'espèce de Hamilton Buchanan.

Ce qu'ils disent ensuite d'un Toxotes de l'île de Bourou, va parfaitement au Toxotes oligolepis.

Ils ont vu le vrai jaculator dans un individu de la Nouvelle Guinée, sur lequel probablement est pris leur figure qui représente sans aucun doute le Sciaena jaculatrix Pall. et non le Cojus chatareus Ham. Buch. Un autre individu, indiqué par les mêmes auteurs comme provenant de l'ancienne collection du Stadhouder, à formule de la dorsale = 4/10 et à taches du dos rondes, pourrait bien n'être qu'un échantillon moins bien conservé du jaculator, mais mérite d'être réexaminé par rapport à ses vrais caractères spécifiques.

Le même chapître sur les Archers, de l'Histoire naturelle des Poissons, mentionne encore un Toxotes de Malacca qui n'est autre que le chatareus.

La figure enfin, publiée dans l'édition illustrée du Règne animal, n'est faite ni sur le jaculator ni sur le chatareus, mais pourrait bien être une représentation peu exacte du Toxotes oligolepis.

Ce qui me paraît sur, c'est que Cuvier et Valenciennes ont confondu au moins trois espèces.

Depuis Cuvier et Valenciennes le Toxotes chatareus a été constamment pris pour le jaculator. Les descriptions de Cantor et de M. Day, du jaculator, sont à rapporter au chatareus; et la diagnose du jaculator dans le Catalogue of Fishes paraît avoir été dressée en partie sur des chatareus et en partie sur des jaculator.

Le Cojus chatareus doit donc prendre rang comme une quatrième espèce de Toxotes.

Je vais en décrire une cinquième sous le nom de Toxotes oligolepis.

Les caractères spécifiques des Toxotes sont très nets et assez nombreux. Ils se trouvent dans les nombres des écailles sur les rangées longitudinales et transversales du tronc, dans le nombre et la longueur relative des épines de la dorsale, dans la formule des rayons de la dorsale molle, des pectorales et de l'anale, dans la hauteur et la longueur relatives de l'anale, dans les proportions de la hauteur du corps, et dans la distribution différente des bandes ou taches foncées sur le dos. Je ne vois aucun caractère, ni dans la dentition, ni dans l'écaillure

de la tête, ni dans les mâchoires, qui pourrait positivement faciliter la diagnose des espèces.

Le Toxotes antiquus Ag. du Monte Bolca est éminemment distinct par les six épines dorsales faibles, par l'insertion de la dorsale fort en avant de l'anale, et par l'anale qui est beaucoup plus courte que la dorsale et soutenue par 12 rayons mous seulement.

Les quatre espèces nommées de la création actuelle font toutes partie de mes collections. On les distingue aisément par les caractères suivants.

I. Dorsale à cinq épines. Anale 3/16 à 3/18.

A. 40 à 42 écailles sur une rangée longitudinale, 19 ou 20 sur une rangée transversale dont 6 entre la ligne latérale et la gaîne squammeuse des épines dorsales. D. 5/13 ou 5/14. P. 2/11 ou 2/12. Dos à larges taches foncées formant parfois des bandes.

1. *Toxotes microlepis* Blyth, Günth.

B. 33 ou 34 écailles sur une rangée longitudinale, 16 à 18 sur une rangée transversale, dont 5 entre la ligne latérale et la gaîne squammeuse des épines dorsales. D. 5/12 à 5/14. P. 2/12 ou 2/13. Des à taches arrondies ne formant point de bandes.

2. *Toxotes chatareus* Blkr = Cojus chatareus H.B.

C. 23 ou 24 écailles sur une rangée longitudinale, 14 ou 15 sur une rangeé transversale, dont 3 entre la ligne latérale et la gaîne squammeuse des épines dorsales. D. 5/11 ou 5/12. P. 2/11. D. 3/16 ou 3/17. Dos à bandes foncées transversales.

3. *Toxotes oligolepis* Blkr.

II. Dorsale à quatre épines, dont la première plus longue que l'oeil.

A. 28 à 30 écailles sur une rangée longitudinale, 13 ou 14 sur une rangée transversale dont 4 entre la ligne latérale et la gaîne squammeuse des épines dorsales. D. 4/12 ou 4/13. P. 2/11. A. 3/15 à 3/17. Dos à bandes foncées transversales.

4. *Toxotes jaculator* Cuv., Blkr. (nec CV., al.).

Toxotes microlepis Günth., Cat. Fish. II p. 68; an et Blyth. Rep. Fish. Sitang riv. Journ. Asiat. Soc. Beng. XXIX p. 138; an et Day, Fish. India tab. 33 fig. 1.?

Toxot. corpore oblongo-ovali, altitudine spinam analem anteriorem inter et spinam dorsalem anteriorem 2⅔ ad 2¼ in ejus longitudine, latitudine 2½ ad 2⅓ in diametro dorso-anali; capite acuto 3¼ ad 3⅔ in longitudine corporis, longiore quam alto; oculis diametro 3 fere ad 3 in longititudine capitis, diametro 1 circ. distantibus; linea rostro-frontali rectiuscula vel concaviuscula; rostro acuto oculo multo breviore; maxilla superiore sub pupilla desinente; osse supramaxillari squamato; ossibus suborbitalibus anterioribus et praeoperculo margine inferiore conspicue denticulatis; squamis angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis supra et infra lineam lateralem in series 40 ad 42 transversas dispositis; squamis 25 circ. in serie longitudinali linea rostro-dorsali mediana nares posteriores inter et spinam dorsi anteriorem, 19 vel 20 in serie transversali spinam ventralem inter et lineam dorsi medianam et spinam analem 1ᵐ inter et spinam dorsalem 1ᵐ quarum 5 (4½) apicem curvaturae lineae lateralis inter et lineam dorsi medianam, 6 lineam lateralem inter et vaginam dorsalis spinosae squamosam; linea laterali flexura anteriore genu posteriore sub initio pinnae dorsalis; pinna dorsali non ante analem incipiente spina anteriore oculo conspicue ad non breviore, spinis 3 posterioribus subaequalibus ceteris multo longioribus diametro dorso-anali duplo circ. brevioribus, parte radiosa convexa spina posteriore vix humiliore; pectoralibus acutis capite absque rostro non brevioribus; ventralibus pecto-

ralibus conspicue brevioribus; anali dorsali non breviore sed vulgo longiore, parte radiosa rotundata parte spinosa non humiliore, multo minus duplo longiore quam alta; caudali extensa medio leviter emarginata angulis rotundata vel acutiuscula, capite absque rostro paulo breviore; colore corpore dorso fusco vel fuscescente-olivaceo vel olivaceo vel olivascente-aurantiaco, lateribus et inferne flavescente-griseo vel argenteo; iride flavescente vel roseo-argentea; corpore superne maculis 5 vel 6 nigris oblongis transversis frequenter fascias similantibus lineam dorsalem medianam non attingentibus, anteriore minore temporo-operculari, 2ª nucho-postscapulari, 3ª vel 4ª ceteris majore sub dorsali spinosa, 4ª vel 5ª sub dorsali radiosa media, posteriore caudali; pinnis flavescentibus: dorsali radiosa antice inferne et postice superne macula magna nigra vel fusca; ventralibus frequenter fuscis; anali late fusco vel nigricante marginata; caudali basi vulgo vitta transversa fusca.

B. 7. D. 5/13 vel 5/14. P. 2/11 vel 2/12. V. 1/5 A. 3/17 vel 3/18. C. 1/15/1 et lat. brev.

Hab. Sumatra (Palembang); Borneo (Bandjermasin); in fluviis.

Longitudo 19 speciminum 65‴ ad 130‴.

Rem. Le Toxotes microlepis est éminemment caractérisé par les petites écailles du tronc, par les cinq épines dorsales dont les trois postérieures sont égales ou presque égales en longueur, par les taches ou bandelettes libres du dos, et par l'anale dont la longueur est notablement moins du double de sa hauteur. Il se distingue encore par le museau qui est plus court et par la forme du corps qui est plus trapue que dans les autres espèces.

Il reste à constater si le Toxotes microlepis Blyth, du Sitang, soit de la même espèce que le Toxotes microlepis Günth. Blyth ne donne de son espèce que les phrases suivantes: "Exceedingly like Toxotes jaculator, but the scales conspicuously very much smaller, especially on the lower half of the body; the eye being also proportionally rather larger, and the body markings much more developed *forming broken or discontinuous longitudinal bands*. The fin rays appear to be the same". La phrase soulignée seule pourrait faire douter de l'identité de l'espèce de Blyth avec celle de M. Günther. La figure citée de l'ouvrage

de M. Day, présente le même système de coloration que le microlepis d'après la description de Blyth, et je n'y vois aucun autre caractère, qui pourrait justifier une séparation de l'espèce que j'ai sous les yeux.

M. Günther a établi son microlepis sur trois individus provenant de Siam, dont un de „6 inches" de long. Dans les individus plus âgés que les miens l'oeil mesure jusqu'à 4 fois dans la longueur de la tête et la longueur du museau y égale le diamètre de l'oeil.

Dans plusieurs de mes individus les taches du dos sont oblongues et arrondies, mais dans d'autres elles prennent la forme de bandes transversales qui cependant restent nettement séparées de la couleur foncée du dos. Dans quelques uns il se trouve une tache supplémentaire entre la tache dorso-postscapulaire et la grande tache sous les épines dorsales. La tache caudale revêt sans exception la forme d'une bandelette transversale entourant la totalité ou la presque totalité de la queue.

Toxotes chatareus Blkr.

Toxot. corpore oblongo-ovali, altitudine spinam analem anteriorem inter et spinam dorsalem anteriorem $2\frac{2}{3}$ ad $2\frac{4}{5}$ in ejus longitudine, latitudine $2\frac{1}{2}$ circ. in diametro dorso-anali; capite acuto $3\frac{1}{5}$ ad $3\frac{1}{3}$ in longitudine corporis, longiore quam alto; oculis diametro 4 circ. in longitudine capitis, diametro 1 et paulo distantibus; linea rostro-frontali rectiuscula vel concaviuscula; rostro acuto oculo paulo ad non breviore; maxilla superiore sub iridis parte posteriore desinente; osse supramaxillari squamato, ossibus suborbitalibus anterioribus et praeoperculo margine inferiore conspicue denticulatis; squamis angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis supra et infra lineam lateralem in series 33 vel 34 transversas dispositis; squamis 22 circ. in serie longitudinali linea rostro-dorsali mediana nares posteriores inter et spinam dorsalem 1m, 16 ad 18 in serie transversali spinam ventralem inter et lineam dorsi medianam et spinam analem 1m inter et spinam dorsalem 1m quarum 4 ($3\frac{1}{2}$) apicem curvaturae lineae lateralis inter et lineam dorsi medianam, 5 lineam lateralem inter et vaginam

dorsalis spinosae squamosam; linea laterali flexura anteriore gena posteriore vix ante dorsalem vel spinis dorsalibus anterioribus opposita; pinna dorsali non ante analem incipiente, spina 1ª oculo breviore, spinis 3ª et 4ª ceteris longioribus diametro dorso-anali minus duplo brevioribus, parte radiosa spina posteriore humiliore margine superiore rectiuscula vel concaviuscula, postice rotundata; pectoralibus acutis capite absque rostro longioribus; ventralibus pectoralibus duplo vel duplo fere brevioribus; anali dorsali non ad vix longiore, spina 3ª ceteris longiore capitis parte postoculari non breviore, parte radiosa rotundata parte spinosa non humiliore, minus duplo longiore quam alta; caudali extensa medio vix emarginata angulis acutiuscula vel obtusiuscula capite absque rostro vix breviore; colore corpore capite superne et dorso profunde olivaceo vel fusco, lateribus et inferne flavescente vel roseo; corpore superne maculis 6 ad 8 inaequalibus oblongis et rotundis fuscis vel nigris in seriem longitudinalem irregularem vel subduplicem dispositis, macula anteriore temporo-operculari; pinnis flavescentibus, dorsali radiosa antice et postice macula fusca vel nigricante; anali dimidio libero fusca vel nigricante.

B. 7. D. 5/12 ad 5/14. P. 2/12 vel 2/13 V. 1/5. A. 3/17 vel 3/18. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Cojus chatareus* Ham. Buch., Fish. Gang. p. 101, 370 tab. 14 fig. 34.
Toxotes jaculator CV. Poiss. VII descript. p. 234 et spécim. de Malacca p. 238 (nec Cuv. 1817, nec fig. in Hist. poiss. et Règn. anim. ed. ill.); Günther., Cat. Fish. II p. 67 ex. parte; Day, Fish. Malab p. 37.
Toxotes (scelet.) Agass., Poiss. foss. IV p. 202 tab. H.
Toxotes jaculator, var. *malaccensis* Cant., Cat. Mal. Fish. p. 177.

Hab. Pinang; Singapura; Borneo (Bandjermasin, Pontianak), in mari et in fluviis.

Longitudo 4 speciminum 135''' ad 152.'''

Rem. Le Toxotes chatareus se distingue du jaculator par quelques écailles de moins sur les rangées longitudinales et transversales du corps, par une épine de plus à la dorsale dont la première

est plus courte que le diamètre de l'oeil, par un ou deux rayons de plus à la pectorale et par les taches du dos qui ne revêtent point la forme de bandes et sont au nombre de 7 ou 8, libres et disposées sur une rangée irrégulière ou presque double. Il a encore le corps plus trapu et l'anale plus haute.

La figure du Cojus chatareus, bien qu'inexacte, fait assez bien reconnaître l'espèce. L'espèce aurait du être maintenue, mais Cuvier-Valenciennes, la confondant avec le jaculator, en publièrent une description fort détaillée, la donnant pour celle du vrai jaculator ou l'espèce type du genre. La confusion des deux espèces, une fois faite, ne tarda pas à se continuer dans les ouvrages de Cantor et de M.M. Günther et Day. — La figure d'un squelette de Toxotes dans les Poissons fossiles d'Agassiz est manifestement prise sur un chatareus et non sur un jaculator.

Le chatareus paraît être commun dans les embouchures des fleuves du continent indien et habite aussi le pays de Birmah et la Péninsule Malaye. Dans l'Insulinde il doit être rare. Je n' en ai reçu jamais d'autres individus que les quatre qui font partie de mon cabinet qui et proviennent tous de Bornéo. L'espèce doit atteindre des dimensions plus grandes que celles de mes individus. Le plus grand des individus de Cuvier-Valenciennes mesurait sept pouces.

Toxotes oligolepis Blkr.

Toxot. corpore oblongo-ovali, altitudine spinam analem anteriorem inter et spinam dorsalem anteriorem 3 circ. in ejus longitudine, latitudine 2 circ. in diametro dorso-anali; capite acuto 3 et paulo in longitudine corporis, longiore quam alto; oculis diametro $3\frac{1}{3}$ circ. in longitudine capitis, diametro 1 circ. distantibus; linea rostro-frontali rectiuscula; rostro acuto oculo paulo breviore; maxilla superiore sub pupilla desinente; osse supramaxillari squamato; ossibus suborbitalibus anterioribus et praeoperculo margine inferiore conspicue denticulatis; squamis angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis supra et infra lineam lateralem in series 23 vel 24 transversas dispositis; squamis 22 circ. in serie longitudinali linea rostro-dorsali mediana nares posteriores inter et spinam

dorsalem 1m, 14 vel 15 in serie transversali spinam ventralem inter et lineam dorsi medianam et spinam analem. 1m inter et spinam dorsalem 1m quarum 4 (3½) apicem curvaturae lineae lateralis inter et lineam dorsi medianam, 3 lineam lateralem inter et vaginam pinnae dorsalis spinosae squamosam; linea laterali flexura anteriore interrupta parte posteriore spinis dorsalibus anterioribus opposita; pinna dorsali vix ante analem incipiente, spina 1a oculo multo breviore, spina 3a ceteris longiore diametro dorso-anali duplo circ. breviore, parte radiosa spina posteriore humilore convexa; pectoralibus acutis capite absque rostro longioribus; ventralibus pectoralibus multo sed minus duplo brevioribus; anali spina 3a ceteris longiore capitis parte postoculari breviore, parte radiosa rotundata parte spinosa non humiliore, duplo circ. longiore quam alta; caudali extensa medio vix emarginata angulis acutiuscula capite absque rostro vix breviore; colore capite superne dorsoque fusco, lateribus et inferne flavescente, griseo vel argenteo; iride flavescente vel rosea; corpore superne fasciis 5 latis transversis fuscis brevibus cum fusco dorsi confluentibus non infra media latera descendentibus, anteriore nucho-operculari, 2a dorso-suprascapulari, 3a ex parte sub dorsali spinosa, 4a sub dorsali radiosa, 5a caudali; pinnis flavescentibus, dorsali maculis vel fasciis fuscis vel nigris nullis; anali unicolore.

B. 7. D. 5/11 vel 5/12. P. 2/11. V. 1/5. A. 3/16 vel 3/17. C. 1/15/1 et lat brev.

Syn. *Toxotes jaculator* CV. *individu de Bourou* Poiss VII p. 237 ? Val., Règn. anim. édit. illustr. Poiss. tab. 44. fig. 3 ??

Hab. Archipel. moluccens. (Batjan?); Buru?

Longitudo speciminis unici 141'''.

Rem. Le Toxotes oligolepis est remarquable par la forme régulière et peu trapue et peu oblique du corps et par le nombre peu considérable des écailles sur une rangée longitudinale du tronc. C'est l'espèce qui a les écailles les plus grandes. Elle est voisine du jaculator, mais nettement distincte, non seulement par la formule de l'écaillure, mais aussi par une épine de plus à la dorsale et par la brièveté de la première épine

dorsale, et puis encore par les yeux qui sont plus grands, par la mâchoire supérieure qui s'arrête plus en avant, par un rayon de moins à l'anale et à la dorsale, etc. — L'individu de Bourou. dont parlent Cuvier et Valenciennes dans leur chapître sur les Archers, me paraît devoir être rapporté à l'espèce actuelle. C'est peut être encore une individu de la même espèce sur lequel est prise la figure du Toxotes jaculator dans l'édition illustrée du Règne animal, figure cependant qui représente l'arrière du dos plus élévé qu'il n'est dans mon individu et où les deux dernières épines dorsales sont plus longues que la troisième.

Je ne sais plus positivement la localité d'ou provient l'unique individu de mon cabinet, mais je le crois originaire de l'île de Batjan. L'espèce pourrait donc bien n'être propre qu'au Moluques.

Toxotes jaculator. Cuv., Règn. an. ed. 1ª II p. 338; CV, Poiss. VII fig. 192 (nec descript. p. 234); Guér., Icon. Règn. anim. Poiss. tab. 26 fig. 3; Blkr, Verh. Bat. Gen. XXIII Chaetod. p. 31.

Toxot. corpore oblongo-ovali, altitudine spinam analem anteriorem inter et spinam dorsi anteriorem 2½ ad 3 in ejus longitudine, latitudine 2 ad 2½ in diametro dorso-anali; capite acuto 3¼ ad 3½ in longitudine corporis, longiore quam alto; oculis diametro 3 ad 4 in longitudine capitis, diametro 1 ad 1¼ distantibus; linea rostro-frontali rectiuscula vel concaviuscula; rostro acuto oculo sat multo ad non breviore; maxilla superiore sub pupilla vel vix post pupillam desinente; osse supramaxillari squamato; ossibus suborbitalibus anterioribus et praeoperculo margine inferiore conspicue denticulatis; squamis angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis supra et infra lineam lateralem in series 28 ad 30 transversas dispositis; squamis 23 circ. in serie longitudinali linea rostro-dorsali mediana nares posteriores inter et spinam dorsi anteriorem, 13 vel 14 in serie transversali spinam ventralem inter et lineam dorsi medianam et spinam analem anteriorem inter et spinam dorsalem anteriorem quarum 3 vel 4 (3½) apicem curvaturae lineae lateralis inter et lineam dorsi medianam, 4 lineam lateralem inter et vaginam dorsalis spinosae squamosam; linea

laterali flexura anteriore genu posteriore paulo ante dorsalem vel initio dorsalis opposita; pinna dorsali non ante analem incipiente, spina 1ª oculo conspicue ad vix longiore, spinis 2ª et 3ª ceteris longioribus diametro dorso-anali duplo ad plus duplo brevioribus, parte radiosa convexa spina posteriore vix humiliore; pectoralibus acutis capite absque rostro longioribus; ventralibus pectoralibus multo minus duplo brevioribus; anali dorsali longiore, spina 3ª ceteris longiore capitis parte postoculari breviore, parte radiosa rotundata parte spinosa non humiliore duplo ad duplo fere longiore quam alta; caudali extensa medio paulo emarginata angulis acuta vel acutiuscula capite absque rostro non vel vix breviore; colore capite superne dorsoque fusco vel nigricante-violaceo, lateribus et inferne flavescente, griseo vel argenteo; iride flavescente vel rosea; dorso fasciis 5 transversis triangularibus fuscis vel violaceo-fuscis cum colore dorsi confluentibus apice non infra media latera descendentibus, 1ª nucho-operculari, 2ª 3ª et 4ª latis, 2ª nucho-operculari, 3ª ex parte sub dorsali spinosa, 4ª sub dorsali radiosa, 5ª caudali; pinnis flavescentibus; dorsali radiosa inferne antice et superne postice macula fusca vel nigricante, anali dimidio libero vulgo fusca vel nigricante.

B. 7. D. 4/12 vel 4/13. P. 2/11. V. 1/5. A. 3/15 ad 3/17. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Jaculator Fish. Sciaena jaculatrix* Pall., Philosoph. Transact. vol. LVI 1766 p. 186 tab. 8 fig. 6., Spicileg. zoolog. VIII 1770 p. 41; Bonnat., Tabl. encycl. Ichth. p. 121.
Scarus Schlosseri L. Gm., Syst. nat. ed. 13ª p. 1282; Lac., Poiss. IV p. 5, 17; Shaw, Gen. zool. IV p. 398.
Labrus jaculatrix Lac., Poiss. III p. 425, 464; Shaw, Gen. zool. IV p. 485 tab. 68.
Sumpit Mal., *Blibiran* Jav.

Hab. Sumatra (Telokbetong, Tandjong, Benculen, Padang, Siboga, Palembang, Lahat, Djambi); Batu; Nias; Singapura; Bintang (Rio); Java (Batavia, Tjilatjap, Prigi); Borneo (Sinkawang, Sungiduri, Pontianak, Sintang, Bandjermasin); Celebes (Macassar, Amurang, Manado, Tanawanko, Gorontalo); Sangir; Sumbawa (Bima); Timor; Ternata; Batjan (Labuha); Buru (Kajeli); Ceram (Wahai); Amboina; Nova-

Guinea; in mari et in fluviis — An et Insul. Philipp. (Samar)?

Longitudo 25 speciminum 80‴ ad 235.‴

Rem. Mes individus appartiennent sans aucun doute à l'espèce figurée pour la première fois dans les Philosophical Transactions de l'an 1766 sous le nom de Jaculator Fish, espèce qui en 1817 est devenu le type du genre Toxotes Cuv. La figure de Pallas, bien que fort inexacte par rapport à l'écaillure, fait parfaitement reconnaître l'espèce par les quatre épines de la dorsale. Aussi l'individu, sur lequel fut pris la figure, était originaire de Batavia où l'espèce est fort commune et la seule du genre q'on y trouve.

Le Toxotes jaculator est nettement distinct des autres espèces connues de Toxotes par le nombre des épines dorsales et par la formule des écailles. Il se distingne encore du Toxotes microlepis et du Toxotes chatareus par les larges bandes transversales qui se confondent insensiblement avec la couleur foncée du dos, et du Toxotes oligolepis par la forme moins régulière du corps et par un rayon de plus à la dorsale.

L'espèce jouit de quelque célébrité par la singulière industrie qu'on lui attribue de lancer des gouttes d'eau à une hauteur considérable pour atteindre les insectes ou autres petits animaux qui rampent sur les plantes aquatiques ou même sur les herbes du rivage.

Je n'ai jamais pu constater cette industrie. A Batavia l'espèce n'est pêchée que dans les eaux de la baie et jamais je n'en ai pu obtenir d'individus vivants. Elle n'y est plus élevée, comme cela paraît avoir eu lieu il y a un siècle, ni par les Européens, ni par les Chinois, et ni les Chinois ni les indigènes, soit à Batavia, soit ailleurs, m'ont pu confirmer la prétendue industrie.

Je crois aussi que la célébrité n'est pas méritée et ne repose que sur une erreur.

L'industrie de lancer des gouttes d'eau aux insectes pour les attraper, fut décrite par Hommel, à Batavia, pour la première fois, non du Toxotes jaculator Cuv. mais du Chelmon rostratus CV. L'observation de Hommel fut communiquée dans une lettre à Peter Collinson, par J. A. Schlosser, qui donna

une description et une figure de l'espèce dans laquelle il reconnut parfaitement le Chaetodon rostratus L. *) — Deux ans plus tard, Schlosser publia une nouvelle notice de Hommel sur l'industrie du Chelmon rostratus en y ajoutant une description d'un „second species" de la main de Pallas ainsi que la figure de cette espèce, qui n'est autre que le Toxotes jaculator †).

Or, Hommel, dans sa relation, ne dit rien de l'industrie du Toxotes jaculator. Au contraire, tout ce qu'il raconte des gouttes lancées en l'air, ne se rapporte qu'au Chelmon rostratus et il affirme cela positivement en déclarant: „No more than two „different species of this fish are found here. The *first* and „*rarest* kind is that which I sent before" (Chelmon rostratus) „and *to the description* published in the 54th Volume of the „Philosophical Transactions, the *foregoing account may be added.* „You now will receive from me a specimen of the second „species" — (Toxotes jaculator) „which is the most common „here." — En 1770, Pallas, dans ses Spicilegia zoologica, reproduisant, dans une note, la description du Toxotes jaculator des Philosophical Transactions, la fait bien précéder par la remarque, que les Européens à Java élèvent le jaculator, tout comme le Chelmon rostratus „ob eandam insecta jaculandi artem" mais son assertion, fondée seulement sur ce qu'on a pu lui raconter, ne peut avoir aucune autorité après la notice explicite de Hommel. On aura gratuitement attribué la même industrie aux deux espèces puis qu'on les considérait comme génériquement identiques.

La Haye, Mai 1875.

---

*) An account of a Fish from Batavia called Jaculator. In a Letter to Mr. Peter Collinson, from John Albert Schlosser. Philosoph. Transact 1764 Vol. 54 p. 89 tab. 9.

†) Some further Intelligence relating to the Jaculator Fish, mentioned in the Philosophical Transactions for 1764 from Mr. Hommel at Batavia, together with the Description of another species by Dr. Pallas; in a Letter to Mr. Peter Collinson from J. A. Schlosser. Philosoph. Transact. 1766 vol. 56 p. 186 tab. 8 fig. 6.

NOG IETS

OVER DE

TEMPERATUURWISSELING NAAR EEN PERIODE VAN 27.682 ± 0.004 DAG

DOOR

C. H. D. BUIJS BALLOT.

Er zijn vele jaren verloopen sedert ik in de Koninklijke Akademie van wetenschappen sprak over de periodische wisseling van temperatuur, die ik afhankelijk achtte van een ring van Asteroiden, die binnen de baan van Mercurius zich om de zon zouden bewegen in den tijd van 27.682 ± 0.004 dagen, zooals ik den duur vaststelde in mijn eerste opstel daaromtrent in POGG. *Annalen*, LXVIII, p. 205 en in het zelfstandig werk *Les changements de température dépendants du Soleil et de la Lune*. Utrecht, KEMINK ET FILS, 1847.

In de Sectie-vergadering van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van kunsten en wetenschappen deelde ik echter nog de uitkomst van latere jaren mede, en wel in die van 1866 pag. 1 tot aan 1869, daar ik de ontbrekende maanden later toezegde. In dat stuk vindt men voor elk jaar afzonderlijk, hoeveel ik in zulk een jaar gewonnen of verloren had. Winst is het te noemen als de som van temperaturen op dagen, die in veertien achtereenvolgende kolommen voorkomen, omdat dan de meeste warmte door die asteroïden naar de hypothese gegeven wordt, grooter is dan de veertien overige sommen uit

waarnemingen in de andere helft der periode gedaan. Verlies moet het dan heeten, indien de tweede som kleiner is dan de eerste.

Tevens vereenigde ik nog weder vijf opeenvolgende jaren, om daardoor minder ongelijkheden te hebben door storingen veroorzaakt, en weder gaf ik afzonderlijk de winst en het verlies voor elk vijftal jaren.

Aan het einde van 1874 kon ik nu weder de uitkomst van een nieuw vijftal jaren toevoegen, en ik geef hier in eene tabel, zoodat het geheel van 1729 af kan overzien worden voor elk vijftal jaren de winst en wel voor elke kolom afzonderlijk.

Eigenlijk moeten nu alle getallen positief zijn, want het zijn steeds de verschillen van de sommen op tegenovergestelde dagen van de periode verkregen.

Stellen wij, dat 6 Januari 1729 een dag geweest is, waarop de temperatuur naar de veronderstelde periode juist weder begon te klimmen en die in de 15^{e} kolom behoorde, zoo moest steeds de som in de 15^{e} kolom grooter zijn dan die der waarnemingen van de 1ste kolom. Eveneens de som van de waarnemingen, die in de 16^{e} kolom moesten geboekt worden, grooter dan die, welke hare plaats moesten vinden in de 2^{e} kolom. Kort uitgedrukt moet dus de 17—3, de 18—4 kolom enz. steeds positieve resultaten geven.

Dat is nu zeker niet het geval. Van de 29 $\times$ 14. getallen voor de 29 groepen ieder van vijf jaren geldende, zijn er slechts 240 positief. Vereenigt men echter steeds twintig jaren, zoo komen slechts 25 negatieve getallen voor tegen 80 positieve en de eerste zijn doorgaans kleiner dan de laatste. Om de verschillen allen positief te maken zou men nog meer vijftallen moeten vereenigen. Vereenigt men steeds zes vijftallen, zoo geeft elk der dertigtallen jaren steeds winst voor de veertien warmere dagen boven de koudere, met eene enkele uitzondering in de eerste kolom; in het geheel komt een overwicht van de positieve verschillen boven de negatieve verschillen voor den dag van 26665° Fahr.; dus gemiddeld een derde graad meer voor elke waarneming. Voor elke kolom verkrijgt men alleen dan enkel positieve getallen, indien men steeds vijftigtallen

van opeenvolgende jaren vereenigt, waar men ook aanvange. Zoo was het ook met de onderzoekingen VAN LAMONT. Prof^{r} V. LAMONT rangschikte de waarnemingen van Munchen naar de periode, telkens 100 perioden bijeenvoegende. Elk dier reeksen gaf nog vrij wat negatieve getallen, zoodat LAMONT geen genoegzame waarschijnlijkheid aan het resultaat meende te mogen toekennen. Voegde ik echter telkens drie dier reeksen bijeen, zoo was ook weder het aantal negatieve verschillen aanmerkelijk afgenomen, en voor alle negen zamengenomen bijna tot nul gebracht. Zie POGG. *Ann.* LXXXVII, p. 521, LXXXVII, p. 129 en 541.

Het spreekt van zelf, dat ik aan de onderzoekingen van Dr HORNSTEIN, die een periode van eenigzins korteren duur aanneemt, geen gezag genoeg kan toekennen om mijne uitkomst onzeker te maken. Zeer nauwkeurig is door hem dat onderzoek ingesteld, maar het strekt zich over te kleine tijdruimte uit bij de groote onregelmatigheden welke in de temperaturen voorkomen. Dr. HORNSTEIN, met wien ik daarover correspondeerde, meent zijne periode, die nader met den omwentelingsduur naar SPÖRER en anderen overeenstemt, te moeten handhaven. Zoo zouden er dan twee perioden moeten zijn, want de mijne kan ik geen minuut wijzigen.

Er volgt dus uit, dat de onregelmatige afwisselingen van temperatuur, die in de weersgesteldheid door allerlei storingen voorkomen zeer veel grooter zijn dan de wisselingen ten gevolge van de periode, maar er is toch groote waarschijnlijkheid voor, dat er ook werkelijk eene periodische toe- en afneming der warmte bestaat, telkens na 27.681 dagen weder aanvangende; want de periodische afwisseling wint het op den duur van de onregelmatige. Bedenkt men nu, dat soms dagen achtereen een temperatuur heerscht, die 10° C. hooger of lager is dan die, welke op denzelfden datum van een ander jaar voorkwamen, dan moet men erkennen, dat er wel een oorzaak dient te worden aangenomen, waardoor de sterke afwijkingen overvleugeld worden. Er zijn vier jaren, zie de aanteekeningen van de sectie-vergaderingen van het Prov. Utrechtsch Gen. voor 1866, waarin ik verliezen lijdt van 800 tot 1000, maar daarentegen vijf, waarin ik 1000 tot 1300 graden win. Vijftig verliezen

maar die door negentig winsten worden te niet gedaan, zoodat er, gelijk ik aanvoerde, 26665 graden overblijven.

Ik zou door den duur der periode 1 minuut langer te nemen een nog eenigszins gunstiger resultaat verkrijgen, maar wie weet of latere vijftallen jaren mij niet weêr nopen zouden de periode te verlengen. Dus laat ik haar liever, zooals ik ze in 1869 voordroeg, waardoor zij toch binnen de door mij in 1845 aangegeven grenzen van onzekerheid beperkt blijft.

Op zich zelf zou het anders niet ongerijmd zijn, haren duur veranderlijk te nemen, en dan eene verkorting te onderstellen, ook niet dat zij steeds zwakker haar invloed doet gevoelen. Indien het namelijk een groep asteroïden is, ongeveer als die van de Perseïden of Leonïden, zoo moeten die lichamen, welke het naast aan de zon komen snelleren loop hebben, zich over de baan verdeelen en aan de samenhooping zich onttrekken. Daardoor wordt dan de periode schijnbaar iets veranderd en vooral verzwakt, omdat de tegenstelling niet zoo groot meer is en niet meer bestaat tusschen al en niet asteroïden, maar alleen tusschen meer en minder asteroïden. Bij gelijkmatige verdeeling over de baan zou hun periodische invloed op de aarde, hetzij dan door uitstraling of door absorptie van de zonnestralen, in het geheel niet meer merkbaar zijn. Ik acht het aanwezen van zulk een ring of hoop van asteroïded op zich zelf niet zoo onwaarschijnlijk, daar wij toch in het zoodiacaallicht iets dergelijks zien, maar over groote afstanden uitgestrekt; waarschijnlijker althans dan de meening, dat een planeet de stralen der zon zou onderscheppen, alhoewel ik erken een oogenblik, omdat ik het zoo wenschte, ingenomen te zijn geweest met de aangekondigde ontdekking van VULCANUS.

Een besluit uit een bijzonder stel waarnemingen alleen getrokken, is altijd aan twijfel onderworpen, het is slechts een inductio per enumerationem simplicem; al geeft dus een lange reeks van waarnemingen een belangrijke som ten voordeele der hypothese, en al is die hypothese ook niet gemaakt naar, maar begunstigd door waarnemingen te Breslau, Munchen, op Groenland en Decima, toch wenschten wij zoo gaarne van elders bevestiging door kennis van de oorzaak zelve. Zoolang theorie, dat is de uitspraak van een samenstel van waarnemingen goed verkre-

VERSCHILLEN DER TEGENOVER ELKANDER STAAND[…]
ZONN[…]

JAAR.	DATUM.	15—1	16—2	17—3	18—4	19—5	20—6	21—7
1729	6	20	**90**	**229**	**465**	**185**	**79**	203
1734	7	143	129	199	354	241	228	202
1739	7	**178**	**276**	**342**	**344**	**203**	**236**	**201**
1744	8	23	**64**	**68**	17	51	**50**	**192**
1749	8	38	35	**86**	**126**	**235**	**333**	**261**
1754	9	**21**	11	**73**	20	**81**	**9**	**192**
1759	9	183	17	**11**	**32**	15	148	44
1764	10	**137**	**106**	**135**	**19**	119	**35**	**295**
1767	10	86	80	**11**	60	**13**	298	313
1779	11	**45**	**163**	**162**	**57**	**84**	**247**	**125**
1779	11	**149**	**191**	**30**	122	117	**67**	**6**
1784	12	2	**58**	19	132	4	**138**	**186**
1789	12	**61**	**119**	**201**	**172**	**198**	**247**	**348**
1794	13	**73**	**265**	**202**	**239**	**204**	**133**	**101**
1799	13	**231**	**94**	**255**	**224**	**415**	**268**	**200**
1804	14	2	73	216	51	184	70	70
1809	14	**8**	105	8	**72**	**92**	**140**	**297**
1814	15	**58**	**189**	**285**	**349**	**572**	**428**	**351**
1819	15	**37**	63	145	125	**203**	**8**	20
1824	16	**56**	**103**	20	136	**73**	**68**	**181**
1829	16	236	32	**125**	**130**	**26**	**83**	**110**
1834	17	429	292	212	284	**25**	**282**	**207**
1839	17	92	187	**26**	**400**	**423**	**518**	**288**
1845	13	**78**	**77**	**156**	112	143	106	139
1850	13	**78**	68	71	148	206	107	186
1855	14	**16**	**7**	**49**	**252**	**146**	137	153
1860	14	**174**	**261**	**119**	97	25	9	**203**
1865	15	**59**	**5**	111	**155**	**168**	**122**	**237**
1870	15	42	57	188	215	175	**62**	**45**
+		1459	2068	2565	3136	3346	3553	4326
—		1296	1099	1189	1873	1280	1103	1330
+		163	969	1376	1263	2066	2450	2996

FJAARSCHE SOMMEN VAN DE 28 KOLOMMEN DER
RIODE.

	24—10	25—11	26—12	27—13	28—14	+	—	Winst. Verlies.
9	114	21	138	152	49	1265	525	740
7	17	256	343	381	4	984	2110	1126
5	6	2	109	27	68	2053	203	1850
3	218	419	278	106	95	1723	91	1632
1	343	294	169	164	39	2383	112	2271
0	305	252	8	25	33	1303	64	1239
2	82	119	9	125	27	126	733	607
9	108	126	165	189	134	1084	733	351
3	120	58	137	305	129	597	1149	552
3	249	202	5	96	154	1997		1997
3	232	219	131	66	36	1175	275	900
0	291	303	361	216	199	2513	157	2356
3	28	32	290	5	54	1934	32	1902
5	186	170	157	171	172	1544	745	799
9	479	205	56	137	31	2802	168	2634
1	108	20	107	5	48	68	1253	1185
5	285	270	202	134	27	2174	113	2061
4	65	104	12	110	84	2874	46	2828
0	35	182	91	53	111	764	467	297
0	232	335	49	89	18	1795	156	1639
1	185	1	162	185	88	1131	454	857
0	276	220	224	60	284	2387	1217	1170
0	228	184	213	416	269	3140	279	2861
6	185	274	151	4	50	365	1237	872
6	104	137	64	176	80	319	1328	1009
4	126	55	187	267	338	1317	587	730
0	44	1	62	51	37	977	263	714
3	119	26	147	72	97	1104	453	651
5	116	57	45	1	3	287	750	463
7	3867	3830	3180	2862	2004	42365	15700	32479
0	1120	714	902	926	754	26665		5814
7	2747	3116	2278	1936	1250			26665

VERSCHILLEN DER TEGENOVER ELKANDER STAA

Twintig jarige.

JAAR.	DATUM.	15—1	16—2	17—3	18—4	19—5	2
1729	6	20	90	220	465	185	
1734	7	26	176	297	99	146	
1754	9	111	46	220	29	40	
1774	11	252	531	374	25	161	
1794	13	310	131	233	584	527	
1814	15	85	197	245	218	874	
1839	17	365	470	101	144	99	
1855	14	207	216	131	95	114	
50, 50 à 45 Jaren.							
1729 1778	6	112	477	918	592	375	
1779 1828	11	669	778	565	598	1452	1
1829 1874	16	294	286	107	81	239	
70 en 75 Jaren.							
1729 1798	6	169	1110	1332	749	656	
1799 1874	13	6	141	44	514	1410	1
145 Jaren.							
1729 tot 1874	6	162	969	1376	1262	2066	1

MEN VAN DE 28 KOLOMMEN DER ZONNEPERIODE.

	22—8	23—9	24—10	25—11	26—12	27—13	28—14	Som.
3	16	29	114	21	138	152	149	740
0	119	101	550	971	681	678	8	4627
0	99	259	376	51	29	16	65	431
5	647	817	800	692	787	383	371	7155
9	231	8	470	665	308	179	128	4309
0	752	486	77	620	290	437	301	5621
0	146	179	522	267	232	304	523	2150
0	238	14	65	27	147	145	207	1622
4	469	564	1061	1101	519	942	130	7795
0	1194	937	1283	1776	1218	360	302	14231
0	645	306	403	239	541	634	818	4639
5	880	922	1426	1761	1458	1058	175	13752
1	1268	874	1231	1355	820	878	1075	12913
0	2248	1807	2747	3116	2278	1936	1250	26665

VERSCHILLEN DER TEGENOVER ELKANDER STAAND

Twintig jarige.

Jaar.	Datum.	15—1	16—2	17—3	18—4	19—5	20—[illegible]
1729	6	20	90	229	465	185	[illegible]
1734	7	26	176	297	99	146	[illegible]
1754	9	111	48	220	29	40	[illegible]
1774	11	253	531	374	25	161	[illegible]
1794	18	310	131	233	584	527	[illegible]
1814	15	85	197	245	218	674	[illegible]
1839	17	365	470	101	144	99	[illegible]
1855	14	207	216	131	95	114	[illegible]

50, 50 à 45 Jaren.

Jaar.	Datum.	15—1	16—2	17—3	18—4	19—5	20—[illegible]
1729 1778	6	112	477	918	592	375	[illegible]
1779 1828	11	669	778	565	598	1452	[illegible]
1829 1874	16	394	286	107	81	239	[illegible]

70 en 75 Jaren.

Jaar.	Datum.	15—1	16—2	17—3	18—4	19—5	20—[illegible]
1729 1798	6	169	1110	1332	749	656	[illegible]
1799 1874	13	6	141	44	514	1410	[illegible]

145 Jaren.

Jaar.	Datum.	15—1	16—2	17—3	18—4	19—5	20—[illegible]
1729 tot 1874	6	163	969	1376	1263	2066	[illegible]

MEN VAN DE 28 KOLOMMEN DER ANOMALISTISCHE ODE.

	24—10	25—11	26—12	27—13	28—14	Som. +	—	Winst.	Verlies.
4	131	99	255	452	409	1537	647	890	
5	226	102	5	17	110	2012	132	1880	
3	263	185	318	163	133	1332	1338		6
7	11	57	193	226	139	615	1187		572
1	292	324	246	109	3	135	2158		2023
3	58	17	69	243	210	720	581	139	
8	10	156	251	51	147	213	1552		1339
4	99	104	133	87	2	757	423	334	
0	261	328	234	161	40	1834	82	1752	
0	174	113	28	75	2	1482	113	1369	
	2	155	128	243	·168	884	529	355	
	152	139	254	127	67	930	1274		344
	96	77	80	322	193	1176	1127	49	
	65	22	81	248	9	1505	155	1350	
	150	38	120	24	113	445	2811		2366
	8	29	123	410	314	972	1001		29
	108	2	258	116	135	2690	167	2523	
	221	246	358	391	261	1779	619	1160	
	36	62	62	268	189	873	545	328	
	205	200	58	77	11	1861	445	1416	
	172	5	100	70	250	1245	543	702	
	201	424	448	429	268	97	2611		2514
	84	27	19	85	200	2729	219	2510	
	81	88	117	13	104	701	319	382	
	24	97	55	76	58	1615	261	1354	
	106	107	156	84	38	1233	251	982	
	461	192	62	23	22	1721	182	1539	
	118	231	248	316	152	1257	616	641	
	59	29	29	133	47	274	568		296
	1644	347	701	1676	464	12179		12179	

VERSCHILLEN DER TEGENOVERGESTELDE SO… M…

Jaar.	Datum.	15—1	16—2	17—3	18—4	19—5	20—6
1729 tot 1778	28	1	463	333	14	85	543
1779 tot 1828	7	513	693	302	553	586	486
1829 tot 1874	15	713	1170	933	749	31	269
1729 tot 1798	28	94	594	563	665	691	764
1799 tot 1874	5	106	366	380	633	17	516
1729 tot 1874	28	300	960	943	1387	674	1380

…DE 28 KOLOMMEN DER ANOMALISTISCHE
…DE.

23—9	24—10	25—11	26—12	27—13	28—14	Som.
249	383	104	46	423	205	2424
767	626	467	739	1174	386	4443
755	635	16	8	79	127	5313
241	264	33	171	465	238	3934
1530	1380	380	872	1211	226	8245
1771	1644	347	701	1676	464	12079

DE GEMIDDELDE TEMPERATUUR VOOR ELKEN DATUM DES JAARS AAN DEN HELDER,

UIT WAARNEMINGEN VAN

DERTIG JAREN, EN HARE VERANDERLIJKHEID IN NEDERLAND.

DOOR

C. H. D. BUIJS BALLOT.



Meer en meer beijvert men zich de climatologie als basis der meteorologie te beoefenen. Het meeste materiaal heeft daartoe ons geacht buitenlandsch lid DOVE aangebracht in zijne „*Nicht periodische Veränderungen der Temperatur*" en in andere latere werken, waarin de maandelijksche gemiddelde temperaturen van een zeer groot aantal plaatsen op de oppervlakte der geheele aarde worden vermeld. Het is nu ieders plicht het zijne daartoe bij te dragen. Daarom heb ook ik het mij tot taak gesteld, niet slechts voor vele europesche stations de maandelijksche gemiddelde thermometer- en barometerstanden te verzamelen en zelfs den normaalgang dezer instrumenten daarvoor te berekenen, maar meer bepaald ook om van Nederland te geven, wat daarvan te geven is. Zoo heb ik vroeger de uitkomsten van vroegere reeksen medegedeeld en wensch ik nu meer bepaald voor den Helder, waar een nieuwe reeks van dertig jaren met dezelfde instrumenten en op dezelfde plaats juist volbracht is, den gang der temperatuur voor elken datum van het jaar te geven. Het is echter voor ons doel niet genoeg, alleen gemiddelde standen te vermelden, maar ook moet worden aangegeven, hoeveel op elken dag de temperatuur uiteen kan loopen, zoo als Prof. PRESTEL zulks zoo voortreffelijk gedaan heeft in zijn merkwaardig werk: *Der Boden, das Klima und die Witterung von Ostfriesland*, een werk, dat wel verdient beter gekend en door de meteorologen erkend en nagevolgd te worden.

Kent men de veranderlijkheid van de temperatuur op eene laats, dan is het bovendien zeer belangrijk die veranderlijkheid e vergelijken met die van andere plaatsen in de nabijheid gegen. Utrecht en Maastricht beginnen ook lange reeksen te rijgen, zij zijn meer en meer landwaarts in gelegen: zoo rijst an de vraag: bieden zoo nabijgelegen plaatsen reeds onderscheid in veranderlijkheid aan en neemt die veranderlijkheid ook aar zekeren regel toe?

Het zijn deze drie punten, welke ik in dit opstel wensch te bespreken.

I. Vooreerst dan, welke is de temperatuur van elken dag des jaars te Helder?

Het antwoord op deze vraag vindt men in tabel I en II. De eerste geeft het gemiddelde van de waarnemingen 20^u, 2^u en 8^u, dat men tot het ware gemiddelde zou kunnen herleiden volgens de uurlijksche uitkomsten te Utrecht in de jaarboeken van 1858 en 1868. De correctie bedraagt in

Dec.	0.16	Juni	1.39
Jan.	0.23	Juli	1.28
Febr.	0.36	Aug.	1.18
Maart	0.67	Sept.	1.01
April	1 00	Oct.	0.57
Mei	1.24	Nov.	0.31

Deze grootheden zouden van de waarden in tabel I en II moeten worden afgetrokken, maar gelijk licht blijkt, geen belangrijk onderscheid in den gang kunnen geven, daar zij niet veel van de eene maand op de andere veranderen. Van den Helder zelf bezit ik de uurwaarnemingen slechts van de laatste acht jaren, en zal die later wel eens mededeelen. De correctiën zijn voor den Helder kleiner. Tabel II geeft die getallen op eenigszins andere manier, zoo als ik ook vroeger nagenoeg met de voor Zwanenburg verkregen uitkomsten gedaan heb. Neemt men de temperaturen telkens van een oneven getal opeenvolgende datums samen en deelt men die door het aantal dagen, zoo verkrijgt men ongeveer de temperatuur van den middelsten datum Vroeger heb ik steeds drie dagen samengevoegd, anderen hebben het overdreven, door tot 31 dagen toe telken samen te nemen, en dan weder die verkregen

gemiddelde getallen nog weder eens op dezelfde wijze same te voegen. Handelt men op deze wijze, dan gaan alle toevallig ongelijkheden er uit, maar tevens vele wezenlijke verheffing of verlagingen der temperatuur. Het is dus noodig een mi denweg te bewandelen. Ik heb nu de voorkeur gegeven a het bijeenvoegen van negen dagen. Dit is misschien nog ie te verkiezen boven het samenvoegen van elf dagen. Mind echter omdat ik het anders zou willen doen dan Prof. PRESTEL, — in geenen deele — ook niet omdat ik zou meenen dat het beter ware, maar omdat het gemakkelijker is. Neem ik namelijk eerst gemiddelden voor drie dagen en behandel ik die gemiddelden van telkens drie dagen weder even zoo, dan verkrijg ik het gemiddelde van negen dagen, terwijl ik tevens de gemiddelden van elk drietal overzie en dus in twijfelachtige gevallen beslissen kan.

Zoo was het gemiddelde van 4—17 Mei:

Dat.	I	II	III	IV	V	VI
4	9.39	9.64			877.3	9.75
5	9.90		9.81		903.8	10.04
6	10.13			10.23	925.9	10.29
7	10.67	10.49			947.7	10.52
8	10.67		10.95		965.7	10.72
9	11.52			11.18	983.2	10.92
10	11.34	11.46			994.6	11.05
11	11.52		11.41		1008.1	11.20
12	11.37			11.36	1020.0	11.33
13	11.20	11.20			1035.1	11.50
14	11.04		11.24		1042.4	11.58
15	11.48			11.46	1054.3	11.71
16	11.86	11.84			1067.6	11.86
17	12.18		12.10		1080.5	12.01

In kolom I staan de waarnemingen in kolom II III IV telkens de sommen van drie opeenvolgende dagen, het drievoud dus van de gemiddelde waarde van zulk een drietal.

Elke som staat op dezelfde horizontale lijn met den datum die den middelsten dier drie dagen aangeeft.

Kolom V bevat nu achtereenvolgens de som van drie op opeenvolgende drietallen, die telkens of alle drie in kol. II of in III of in IV staan; zij bevat dus de som van telkens negen opeenvolgende dagen op dezelfde horizontale lijn waar de middelste der negen dagen staat; eindelijk kolom VI bevat het negende gedeelte vandie sommen en geeft dus de zoo berekende gemidd. temper. van dien middelsten dag.

Het scheen niet overbodig deze eenvoudige wijze uitvoerig e beschrijven, omdat ik het van belang zou rekenen dat zóó 'oor iedere plaats de gemiddelde temperatuur berekend werd. Nauwelijks de helft van de moeite behoeft er aan besteed te worden, die door Prof. PRESTEL aan het verkrijgen zijner getallen e koste gelegd is; zij geeft daarenboven meer waarborg tegen vergissingen, terwijl bovendien ook zelfs de bijzonderheden meer in het oog vallen.

Wij vinden in Tabel II dan een minimum omstreeks den 12 Januari; vroeger bepaalden wij den tijd daarvan ook uit honderdjarige waarnemingen te Zwanenburg op den 9 of 10. Het maximum valt nu een weinig onzeker in het laatst van Juli. De temperatuur klimt vrij regelmatig in de eerste zeven maanden en, als dat het geval is, als dus een volgende datum hooger temperatuur heeft dan een voorafgaande, duid ik dat door dunne cijfers aan. Evenzoo geven in de vijf laatste maanden dunne cijfers te kennen, dat de volgende datum lager temperatuur heeft dan de vorige, want nu is daling de regel, zooals vroeger rijzing. Alleen de dikke cijfers geven dus een anomalie te kennen. Men ziet oogenblikkelijk hoe weinig anomaliën na dertig jaren in den gang der temperatuur overblijven. De eenige, die in aanmerking komen en wezenlijk schijnen te bestaan, zijn in de eerste helft van Februari, voorts in April, Juni, Juli, Augustus en December; maar in Mei, waarin ieder ze verwacht en beweert te bemerken, blijven zij verborgen in de negendaagsche gemiddelden.

In Februari kan men eene tijdelijke verkoeling verwachten, niet zoozeer naar de hypothese, die Erman ter verklaring zich dacht, maar omdat op de oppervlakte der zee werkelijk de temperatuur in Februari evenlaag, soms lager is dan in Januari, en omdat in het algemeen de temperatuur dan zoo langzaam toeneemt, dat de in dit jaargetijde groote afwijkingen zeer licht een reeks van volgende dagen toevallig kouder maken dan de voorgaanden, of ook warmer. Daarom zeide ik reeds in mijne „Changements", dat het nog onbeslist blijft of wel de eerste dagen van Februari beneden den algemeenen regel koud, dan wel misschien de laatste dagen van Januari boven den algemeenen regel warmer zijn, of zelfs slechts schijnen. Deze zelfde opmer-

king geldt van elke schijnbare verheffing of verlaging der temperatuur, als in Juli en Augustus. Zoo dus ook van Mei, waarin omstreeks den 11^{den} wel niet uit tabel II maar toch uit tabel I en uit de voor de berekening van Tabel II gemiddelde drietallen eene geringe verlaging schijnt te volgen. Immers het drietal dagen van den 10, 11, 12, 13, 14 en 15 heeft gemiddeld de temperatuur 11.46— 11.41— 11.36— 11.20— 11.24— 11.46. Heeft er een verlaging plaats den 11, 12, 13 of wel een verhooging op de voorgaande dagen, die toch vrij wat meer boven eene interpolatie tusschen den 4 en 18^{den} zijn dan de temperaturen van den 11, 12, 13 onder den schijnbaren gang! Heeft eindelijk die verlaging, zoo zij al aangenomen moet worden voor den Helder, daar Utrecht en Maastricht ook den 11^{den} en 14^{den} iets lager geven, zekerheid, als men bedenkt dat de temperatuur van een dag in Mei tien graden uiteen kan liggen, wat nog over dertig jaren een verschil van 0.°3 geeft, bijna groot genoeg om die onregelmatigheid in een jaar te doen verdwijnen? Wij geven echter om de algemeene overeenstemming toe, dat er omstreeks den 13 eene verkoeling, zij het ook slechts eene betrekkelijke verkoeling plaats grijpt, dan vragen wij verder: Zou wel die onregelmatigheid, welke misschien voor andere plaatsen geldt, (zie de verhandeling van Dove) hier in Nederland de aandacht getrokken hebben, als die er niet op gevestigd ware geworden door de uitwerking, welke eenige koude nachtvorsten omstreeks dien tijd zoozeer doet in het oog vallen? Ik meen het te moeten betwijfelen; want zoekt men naar de onregelmatigheden, welke driedaagsche gemiddelden nog vertoonen, zoo vindt men ze in elke maand en grooter. Toch spreekt niemand daarvan, want hij heeft er niet opgelet. In Mei echter is pas het groen ontloken. Bevriezen die jeugdige knoppen zoo sterven zij af en worden zwart. Ook heeft men zich reeds gevleid met of verheugd in een vroege warmte, en nu vertellen ons gezicht en gevoel beiden, dat het weer kouder is geworden. Zulke een dag blijft in herinnering en men teekent in andere jaren aan, of zoo iets andermaal voorkomt. In andere tijden van het jaar bemerkt men het zoo niet, als er eens een buitengemeen warme of koude dag voorkomt.

Om met volkomen zekerheid daarover te beslissen zou men

voor zeer vele plaatsen op de oppervakte der aarde zulk een onderzoek moeten doen. Is op al die plaatsen een gegeven groep dagen te warm of te koud, of daar wij dit zoo moeielijk kunnen beslissen, onregelmatig, in verband met voorgaande en volgende dagen, dan is de oorzaak buiten de aarde gelegen (kosmisch) komt die onregelmatigheid in het eene gedeelte der aardeoppervlakte sterker voor dan op de andere, vroeger ook of later, dan is het de uitwerking van een tellurische oorzaak, wier zetel men op die wijze zou kunnen opsporen. Ook zou men de snelheid kunnen bepalen, met welke die invloed over de aarde voortgaat. Vooral zal men daartoe kunnen geraken als men de onzekerheid der bepaling voor elken dag in acht neemt en voor elke plaats.

II. De tweede vraag is dan, welke is de onzekerheid van de bepaling der temperatuur aan den Helder. Zoo als ik voor de temperatuur voor elke maand gedaan heb in het Nederlandsch Jaarboek voor 1858 p. 219 en in de Algemeene Statistiek van Nederland, zoo deed ik voor de temperatuur van elken dag te Helder uit de verloopen dertig jaren. In tabel III staat aangeteekend, hoe vaak de som der drie temperatuurwaarnemingen dagelijks, voor elk bepaald tiental dagen, op heeft geleverd een bedrag van —20 of —19 van —18 en —17 en ook van 2 en 3 van 4— 5 enz. graden. Had ik elke som afzonderlijk gehouden, ook die slechts één graad verschilde, dan ware te tabel al te uitgebreid geworden. De naauwkeurigheid is groot genoeg, daar de bepalingen toch met een verschil van slechts 2/3 graad elkander opvolgen.

In handschrift heb ik tabel III uitvoeriger en wel voor elken datum afzonderlijk. Het scheen voldoende slechts aan te geven, hoe dikwerf zulk een som in de tien dagen, die het eerste, tweede of derde tiental van eene maand vormden, bereikt werd. Uit die tabel nu kan men twee besluiten trekken:

1. hoeveel de temperatuur, die op een der dagen van zoodanig een tiental voorkomen, uiteenliggen en, welke temperaturen nog in sommige maanden voorkomen, in andere niet.

2. hoe de verdeeling is van het aantal malen, dat die verschillende temperaturen in zoodanig tijdperk wordt waargenomen. Men zal zien, dat in dertig jaren die verdeeling reeds onge-

veer die is, welke naar den overleden Directeur van het Observatorium te Brussel, den Heer Ad. Quetelet *), door de coëfficienten der binomiaal-formule wordt voorgesteld. Die verdeeling treedt ook eenigermate op den voorgrond bij de verdeeling over het geheele jaar. Beter zouden waarschijnlijk reeds de getallen voldoen, verkregen uit de 48 jarige waarnemigen van Chiswick, die nu juist uitgekomen zijn †).

Het eerste punt hoever de in eenig tijdperk waargenomen temperaturen uiteenliggen, doet hier het meest ter zake. Men vindt dat in tabel IV, door het onderscheid van het waargenomen maximum en minimum, en ziet, dat die grenzen het wijdst vaneen zijn in Januari, en nu tot Augustus, September en October steeds nader en nader tot elkander komen om later weer vaneen te gaan: Het minimum dat April aanbiedt is waarschijnlijk toevallig en kan in een langere reeks verdwijnen.

Maanden.	Grenzen.	Speelruimte.
Januari	van — 25 tot + 30	55
Februari	″ — 29 ″ + 40	69
Maart.	″ — 30 ″ + 36	66
April	″ + 3 ″ + 50	47
Mei.	″ + 13 ″ + 66	53
Juni	″ + 25 ″ + 82	57
Juli	″ + 39 ″ + 84	55
Augustus	″ + 39 ″ + 80	61
September	″ + 27 ″ + 70	43
October.	″ + 9 ″ + 56	47
November.	″ — 11 ″ + 42	53
December.	″ — 25 ″ + 36	61

Stelt men nu zulk een onderzoek voor de eerste Meidagen afzonderlijk in, dan vindt men de grenzen achtereenvolgens voor den 5—20 Mei aldus, 16—50, 18—56, 16—56, 14—46, 20—50.

*) *Climat de la Belgique*; zie ook mijn *verslag in de Fortschritte der Physik* 1853
†) GLAISHER.

8—52, 22—48, 20—50, 21—45, 21—62, 18—58, 20—52, 0—65, 25—64 graden, en de 10den — 15den Mei vertoonen us ook in dat opzicht geene anomalie.

Evenmin komt dit te voorschijn als men op de minima alleen :t. In de *Annales de Physique et de Chimie* van 1874 *) vindt ıen een onderzoek van IS. PIERRE voor Frankrijk, waarvan e uitkomst is, dat het aantal nachtvorsten van April tot het inde van Mei afneemt, en dat er ja enkele dagen zijn, waarop ij meer dan gewoonlijk voorkomen, maar toch nooit zooveel a Mei als in April, en niet bijzonder op den 10 en 12 of 13 Mei: De minima vallen op 19, 20, 21, 22 April en dan weerom 1, 2, 3 maar vooral op 13, 10, 14, 25 Mei, waaruit ıet waarschijnlijk is, dat dit slechts zoo schijnt, omdat de reeks og niet lang genoeg is voortgezet. Een bijzondere voorkeur :unnen toch de nachtvorsten niet hebben om de 4 dagen voor e komen, waarop PIERRE zinspeelt.

De Helder is nu misschien niet de geschiktste plaats om le nabijheid van de zee en omdat daar alle storingen zwakker ijn. Dit geldt echter ook van de toevallige storingen, zoodat en regelmatige invloed als is hij dan eenigermate geringer ninder gemakkelijk voor het oog verborgen blijft.

III. Dit wordt ook uit de waarneming duidelijk, als men 'oor andere plaatsen in ons land, voor Utrecht namelijk en Maastricht, de veranderlijkheid vergelijkt en wel vooreerst ten ıpzichte van de verandering in den loop van den dag — ten weede ten opzichte van de afwisseliug van den eenen dag op len anderen, ten derde ten opzichte van de grootte van eenigen ijd achtereen in denzelfden zin voorkomende afwijkingen.

a. De dagelijksche verandering was het gemakkelijkst te vercrijgen, omdat ik in de jaarboeken voor elken dag steeds de ninimum temperaturen afzonderlijk het opgegeven, en daar nevens ıet verschil van het maximum, boven het minimum opdat de weede getallen juist de dagelijksche verandering op elken dag ouden aangeven. Ik had dus slechts de som te nemen voor lke maand van die verschillen, en de uitkomsten der gelijknamige maanden voor iedere plaats samen te tellen; zoo komt dan

*) Zie ook *les Mondes* van 17 Dec. 1874, p. 693.



tabel V tot stand met hare gemiddelde dagelijksche veranderin[illegible] Helder, Utrecht, Maastricht. Deze wordt steeds grooter, naarm[illegible] de plaats meer landwaarts in ligt en zulks in elken tijd des ja[illegible] gelijk men reeds uit de onderstaande verkorte tabel ziet.

GEMIDDELDE TEMPERATUUR-WISSELINGEN
VAN 1 DECEMBER 1846—31 DEC. 1874.

te Helder.

	Dec.	Jan.	Feb.	Mrt.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	O[illegible]
1846—50	1.72	1.9	[illegible].01	1.10	1.10	1.31	1.45	1.61	1.26	0.94	1.03
87—35	1.36	1.39	1.27	1.18	1.10	1.19	1 40	1.31	1.06	0 92	1.10
56—60	1.58	1.54	1.15	1 08	1.11	1.28	1.45	1.29	1.02	1.16	1.25
61—65	1.37	1.47	1.28	1.25	1.30	1.38	1.18	1.24	1.11	0.87	1.12
66—70	1.61	1.54	1.09	1.13	1.37	1.48	1.49	1.43	0.95	1.05	1.12
71—74	1.43	1.37	1.42	1.28	1.19	1.01	1.48	1.47	0.97	1.02	1.24
Gemidd.	1.50	1.54	1.20	1.17	1.19	1.27	1.49	1 39	1.06	0.99	1.14

te Utrecht.

1851—55	1.82	1.55	1.95	1.56	1.87	1.78	1.83	1.59	1.39	1.12	1.27
56—60	1.92	1.83	1.42	1.43	1.62	1.88	2 03	1.79	1.56	1.34	1.20
61—65	1.68	1.89	1 56	1.46	1.62	2.21	1.66	1.76	1.55	1.39	1.36
66—70	2.10	1 89	1.36	1.51	1.73	2.03	2.08	1.76	1.45	1.34	1.23
71—74	1.78	1.77	15 9	1.64	1.58	1 59	1.87	1.48	1.45	1 28	1 37
Gemidd.	1.84	1.79	1.58	1.52	1.68	1.89	1.89	1.68	1.48	1 29	1 29

te Maastricht.

1851—55	1.99	1.69	1.65	1.64	2.16	1.99	1.98	1.68	1.54	1.48	1.54
66—60	1.89	1.81	1.60	1.79	1.84	1.69	2.12	1.94	1.94	1.54	1.55
61—65	1.71	2.02	1.47	1.78	1.66	1.90	1.81	1 95	1.72	1.49	1.74
66—70	2.16	2.10	1.64	1 69	1.93	2 03	2.17	1.93	1.45	1.44	1.60
71—74	2.04	1.83	1.74	1.85	1.79	1.58	1.98	2.03	1.64	1·57	1.85
Gemidd.	1.96	1.89	1.62	1.75	1.88	1.85	2.01	1.90	1.61	1.50	1.66

Gemiddeld voor dezelfde jaren 1851—74.

Helder.	1.46	1.46	1.24	1.18	1.21	1.26	1.39	1.35	1.02	1.01	1.17
Utrecht.	1.84	1 79	1.58	1.52	1 68	1.89	1.89	1.68	1 48	1.29	1.29
Maastr.	1.96	1.89	1.62	1.75	1.88	1.85	2.01	1.90	1.90	1.61	1.66

b. Iets meer tijd kostte het de verandering van den een[illegible] dag op den anderen te vinden. In den eersten opslag schij[illegible]

het, alsof ik daartoe steeds het gemiddelde van den eenen dag had af te trekken van dat van den vorigen, en al die dertig of een en dertig verschillen had bij een te tellen. In waarheid behoeft men daartoe alleen te zoeken: wanneer die gemiddelden betrekkelijke maxima of minima zijn ten opzichte van voorafgaande en volgende dagen, en hoe groot die zijn. Noemen wij dan het eerste maximum a_1 het eerste minimum b_1, de volgenden a_2 en b_2 a_3 en b_3, het laatste maximum en minimum a_l en b_l, zoo is de som der veranderingen in eene maand $= 2 \Sigma (a-b) -$ correctie. Die correctie is verschillend, naarmate de maanden met een maximum of wel met een minimum beginnen of ook eindigen, dus naarmate de eerste dag der maand hooger of lager dan de volgende en zoo ook de laatste dag der maand lager of hooger dan de voorgaande is; want ik ben in elke maand met den eersten begonnen en met den laatsten geëindigd, waardoor ik groote regelmaat in de berekening verkreeg en alleen de verandering van den laatsten dag eener maand op den eersten der volgende verloor.

Ontmoet ik dus eenige afwisseling als bijv. $a_1 = 7°$, $b_1 = 2°$, $a_2 = 10°$, $b_2 = 5°$, $a_3 = 9°$, $b_3 = 1°$, $a_4 = 8$, $b_4 = 5°$, zoo staat de rekening:

(1) indien a_1 op den eersten, b_4 op den laatsten valt, aldus:

Max.	Min.
7	2
10	5
9	1
8	5

Som der max. = 34 som der min. = 13

en de som der veranderingen is $2 (\Sigma a - \Sigma b) - (a_1 - b_4)$, dat is $2 (34 - 13) - (7 - 5) = 40$.

(2) valt b_1 op den eersten en b_4 op den laatsten, zoodat a_1 tot de vorige maand behoord heeft, zoo heeft men:

Max.	Min.
	2
10	5
9	1
8	5

Som der max. = 27 som der min. = 13

en de som der veranderingen is $2(\Sigma a - \Sigma b) + b_4 + b_1$), dat is $2\ (27-13) + (5 + 2) = 35$.

(3) Valt a_4 op den eersten maar a_4 op den laatsten, zoodat b_4 tot tot de volgende maand zou behooren:

Max.	Min.
7	2
10	5
9	1
8	
max. = 34	som. der min. = 8

zoo is de som der veranderingen $2(\Sigma a - \Sigma b) - (a_1 + a_4)$, dat is $2\ (34-8) - (8 + 7) = 37$.

(4) Heeft eindelijk de eerste der maand een minimum waarde de laatste een Maximum, dan heeft men:

Max.	Min.
	2
10	5
9	1
8	
Som der max. = 27	som der min. = 8

en de som der veranderingen is $2(\Sigma a - \Sigma b) - (a_4 - b_1)$, dat is $2\ (27-8) - (8-2) = 32$.

Op deze wijze is de som der veranderingen in iedere maand voor ieder der drie plaatsen gevonden, en opgenomen in ta-bel V. De dunne cijfers geven eigenlijk de drievoudige som der temperatuurafwisselingen aan, omdat wij voor elken dag de som der drie waarnemingen van den dag hadden. De afwisse-lingen schijnen dus driemalen te groot en hare som in vijf jaren is dus gedeeld door $5 \times 3 \times 30$ of $5 \times 3 \times 31$, waardoor dan in elk vijftal jaren de gemiddelde verandering van den eenen dag op den volgenden verkregen wordt. Deze is met dikke cijfers gedrukt en loopt in de verschillende vijftallen van jaren niet bijzonder uiteen, zoodat zij wel kan gerekend worden [illegible]

deze dertig jaren vrij nauwkeurig berekend te zijn. Ook hieruit ziet men de veranderlijkheid toenemen van Helder over Utrecht naar Maastricht. In den loop der jaren is de grootte dezer afwisseling niet zeer verschillend, het kleinst in Augustus, September, October, Februarij en Maart.

III. Eindelijk heb ik onderzocht, hoe de afwijkingen van de afzonderlijke maanden zich op de drie plaatsen vertoonen, den Helder, Utrecht en Maastricht.

Om nu de getallen niet te zeer te vermenigvuldigen, geef ik in Tabel VI alleen de gemiddelde som der maandelijksche afwijkingen, van 1852 af en het gemiddelde verschil. De eerste toont dus de veranderlijkheid der temperatuur in de verschillende maanden en de tweede geeft aan, hoeveel de waarnemingen der laatsten 23 jaren van mijne normaal afwijkt. Sedert 1865 heb ik dat ook voor verschillende plaatsen van Europa gedaan. Ik behoef hier wel niet te herhalen, dat zoo de normaalwaarden ook slechts bij benadering bekend zijn, de som der positieve en negatieve afwijkingen niet merkelijk verandert voor een geringe wijziging der normaal. De voorstelling wijkt dus weinig van de waarheid af, maar toch geeft zij nog geen getrouw beeld van de hoegrootheid der afwijkingen die voorkomen. De eerste helft eener maand zou veel te koud hebben kunnen zijn, de laatste helft bovenmatig warm, en toch zou de afwijking er daarom niets van doen zien. Slechts zeldzaam verandert de afwijking van teeken bij het begin van eene maand, dus geven deze getallen nog geen juist beeld van de grootte, tot welke een afwijking in den eenen of anderen zin wel kan klimmen; ook strekken zij zich soms over twee of drie maanden uit. Daarom willen wij nog hieronder vermelden het bedrag van achtereenvolgende afwijkingen in den zelfden zin, met den datum van het begin en van het einde der afwijking, echter alleen voor de gevallen, dat zij samen op een der drie plaatsen een som van 100° of daarboven bereikten, omdat men anders weder in de menigvuldigheid der opgaven zich verwarren zoude.

Het gebeurt natuurlijk wel, dat op een der drie plaatsen een negatieve afwijking eens voor een of twee dagen door een positieve wordt afgebroken of omgekeerd, gelijk ik dat in Tabel VI door bijgevoegde cijfers heb aangetoond.

Zoo heb ik tusschen de opgaaf van den dag van aanvang en den laatsten dag het aantal dagen aangegeven, opdat men gemakkelijk zou kunnen oordeelen, hoe groot dergelijke afwijking gemiddeld was. Achter den laatsten dag vóór de kolom, waarin het bedrag vermeld wordt, duidde ik het aantal dagen aan, waarop zich tegenovergestelde afwijkingen hadden geopenbaard.

Aan het einde der tabel vindt men voor ieder der plaatsen de som van het bedrag der verschillende positieve afwijkingen, en afzonderlijk die voor de negatieve afwijkingen, gelijk ook het totaal bedrag van beide soorten. Ook op deze wijze vinden wij weder de grootere veranderlijkheid te Maastricht, de kleinere te Helder, terwijl Utrecht het midden houdt, maar toch meer tot Maastricht nadert.

Ieder kan nu uit deze tabel uitzoeken, hoe vaak in de verschillende maanden deze afwijkingen voorkomen. Men zal ze het meest vinden in den winter, het minst in den zomer. Zestig malen ongeveer in 23 jaren komen dus in ons land zoodanige storingen in de temperatuur voor, die meer dan honderd graden bedragen. Daaronder bereikt die som aan den Helder zesmalen tweehonderd en zelfs tweemalen driehonderd graden of meer. Men moet dus niet tespoedig op verandering hopen, als men het eenigszins te koud heeft gevonden of te warm, noch ook zich over zulk een onregelmatigheid verwonderen.

Zoo meent men het in dit jaar 1875 en Februari en Maart veel kouder gehad te hebben dan gewoonlijk, en het was ook kouder, maar toch zouden deze maanden nog niet in de lijst opgenomen zijn. Ook zal men zich niet verwonderen, als na dertig jaren de waarmeningen nog niet aan de gestelde normalen voldoen, of als deze laatste later zullen blijken een paar tiendedeelen van een graad onjuist te zijn. Voor de wintermaanden schijnen de normalen van Utrecht drie tiendedeelen te laag, voor de zomermaanden even zooveel te hoogte zijn geschat, maar zeker is het nog niet. Nog een jaar December als in 1853 en 1870, en de maand voldoet volkomen. Gaat men Januari na, zoo wijkt die zeker veel van bepaalde temperatuur af, maar er is ook geen koude Januari geweest gelijkstaande met Februari 1855. Januari 1850, 1861 en 1871 waren dan nog de koudsten. In de andere maanden Januari

heeft het naauwlijks gevroren. Het verschil der warmste en koudste Januari's bedraagt slechts negen graden, terwijl dat verschil in December tien, in Februari ruim elf graden is. Wij hebben dus nog een zeer kouden Januari te wachten, daar in deze maand de storingen op den langen duur de grootste zijn. Neemt men voor den Helder ook de zeven jaren vóór 1852 op, dan worden de afwijkingen kleiner. Vooral geldt dit voor de zomermaanden, want deze zijn in de laatste jaren, in betrekking tot andere plaatsen, aan den Helder kouder geweest, zoodat zelfs het vermoeden wel bij mij opgekomen is of de thermometer ook omstreeks 1860 veranderd of verplaatst, bijv. beter beschermd was. Mij werd echter steeds verzekerd, dat dit niet plaats had gehad. Op die wijze zoude anders de afwijking van de normalen kleiner zijn geworden. Maar toegegeven, dat wij aan de normalen eenige wijziging hebben aan te brengen, zoo zal men toch in elk geval erkennen, dat het vaststellen van de temperatuur van bepaalde deelen eener maand en bovenal die van enkele dagen eerst na zeer veel langer verloop van tijd kan geschieden, en dat alzoo hier hetzelfde geldt, wat ik van de voorstanders van een merkbaren maansinvloed beweerde: niemand heeft daarover te spreken, die niet naauwgezet en langdurig opgeteekend heeft.

TABEL I.

DAGELIJKSCHE GEMIDDELDE TEMPERATUUR TE HELDER VAN 1 JANUARI 1845 TOT 31 DECEMBER 1874.

	Dec.	Jan.	Febr.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.
1	4.29	2.60	2.93	3.72	6.81	9.13	13.62	15.93	17.83	16.92	13.83
2	4.25	1.88	3.28	4.03	7.32	9.34	14.55	16.32	18.11	16.55	13.74
3	4.32	2.63	3.26	4.30	7.39	9.63	14.72	16.39	18.04	16.53	13.72
4	4.43	2.58	3.34	4.15	7.25	9.39	14.77	16.58	18.04	16.63	13.21
5	5.27	2.13	3.51	4.58	7.06	9.90	15.38	17.31	18.13	16.64	12.93
6	5.91	2.42	3.82	4.36	7.51	10.13	15.31	17.43	17.65	16.43	12.27
7	5.19	2.60	4.08	4.03	7.43	10.67	15.33	17.97	18.00	16.43	12.59
8	5.07	2.16	3.34	3.98	7.56	10.67	14.86	17.25	18.04	16.29	12.57
9	4.79	2.12	2.71	3.58	7.37	10.52	15.30	17.52	17.58	16.38	12.19
10	5.03	2.29	2.21	3.72	7.63	11.34	15.06	17.21	17.54	16.16	11.74
11	4.62	2.11	2.08	3.76	7.58	11.52	15.09	17.54	18.18	15.73	12.38
12	4.73	2.38	1.83	3.78	7.64	11.37	15.66	17.75	18.14	15.81	12.09
13	4.51	2.47	1.58	4.17	7.92	11.20	15.79	18.49	18.39	15.42	11.89
14	5.02	2.28	2.32	3.99	8.08	11.04	16.18	18.26	18.23	15.22	11.39
15	4.77	1.97	2.94	4.31	8.57	11.48	16.46	18.73	17.98	15.03	11.51
16	4.67	2.15	3.70	4.73	8.27	11.86	16.32	18.39	18.23	15.46	11.68
17	4.62	2.26	3.45	4.72	8.22	12.18	16.15	17.92	17.66	15.43	11.58
18	4.00	2.84	3.45	4.32	8.21	12.25	15.62	17.78	17.36	15.01	11.65
19	4.28	2.52	3.25	4.47	8.97	12.53	16.06	17.65	17.46	14.67	11.59
20	30.8	2.38	3.28	4.46	9.67	12.85	16.46	17.23	17.61	14.47	11.33
21	2.81	2.15	3.23	4.52	9.35	12.66	16.45	18.40	17.32	15.37	10.74
22	3.32	2.24	3.39	4.91	9.11	13.15	16.47	18.69	17.28	14.26	10.69
23	3.17	2.90	3.41	4.93	8.86	13.46	16.37	18.61	17.14	14.60	10.82
24	3.24	3.17	3.34	4.90	8.86	13.30	16.39	18.34	17.34	14.30	10.30
25	3.29	3.28	3.69	5.24	9.00	13.62	16.34	18.12	17.28	14.30	10.09
26	3.71	3.29	3.65	5.76	8.64	13.63	16.61	18.22	17.14	14.19	10.03
27	3.83	2.81	3.40	6.08	8.93	13.90	16.39	18.07	17.13	14.14	9.55
28	3.27	2.39	3.95	5.99	8.71	13.74	16.50	17.98	17.06	14.54	9.63
9	3.28	2.99	4.02	6.05	8.43	13.84	16.16	17.88	16.89	14.51	9.47
30	3.33	2.85	3.39	6.57	8.87	13.53	16.22	18.00	16.85	14.35	8.94
31	2.95					13.84		17.63	16.69		9.51

Bij Februari is 31 Januari en 1 Maart gevoegd.

GELIJKSCHE GEMIDDELDE TEMPERATUUR TE HELDER GEMIDDELD UIT NEGENTALLEN VAN DAGEN 1 JANUARI 1845—31 DECEMBER 1874.

Rijzing na 12 Januari.							Daling na 25 Juli.				
Jan.	Febr.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	August.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
2.74	3.15	3.96	6.72	9.15	14.22	16.41	17.96	16.76	13.89	8.96	4.88
2.65	3 34	3.95	6.88	9.28	14.40	16.53	17.92	16.69	13.68	8.80	4.90
2.58	3.38	4.06	7.04	9.50	14.56	16.69	17.95	16.64	13.46	8.66	4.87
2.45	3.36	4.06	7.21	9.75	14.71	16.81	17.94	16.57	13.25	8.60	9.83
2.35	3.28	4.06	7.30	10.04	14.87	16.96	17.94	16.54	13.01	8.44	4.84
2.11	3.15	4.09	7.39	10.29	15.03	17.10	17.91	16.45	12.86	8.20	4.92
2.23	2.99	4.08	7.42	10.53	15.09	17.24	17.91	16.36	12.62	7.99	4.96
2.30	2.83	4.05	7.45	10.72	15.20	17.40	17.92	16.28	12.44	7.77	5.00
2.20	2.70	3.99	7.52	10.92	15.31	17.61	17.96	16.14	12.38	7.51	5.01
2.31	2.60	4.00	7.63	11.05	15.40	17.71	17.99	15.99	12.23	7.33	4.96
2.26	2.55	3.93	7.75	11.20	15.53	17.86	18.01	15.83	12.14	7.20	4.86
2.10	2.57	3.92	7.83	11.33	15.64	17.90	18.03	15.72	12.02	7.04	4.80
2.23	2.65	4.00	7.92	11.50	15.78	17.98	17.99	15.68	11.93	6.76	4.75
2.31	2.77	4.08	8.01	11.58	15.83	18.01	17.97	15.47	11.76	6.55	4.66
2.33	2.90	4.19	8.16	11.71	15.93	18.06	17.96	15.81	11.75	6.40	4.58
2.36	3.06	4.25	8.39	11.86	16.08	18.02	17.90	15.17	11.75	6.30	4.41
2.34	3.22	4.33	8.58	12.01	16.18	18.09	17.80	15.12	11.60	6.13	4.20
2.31	3.34	4.41	8.71	12.22	16.24	18.12	17.68	14.99	11.35	6.08	4.06
2.38	3.39	4.49	8.80	12.49	16.26	18.16	17.45	14.92	11.29	6.04	3.86
2.51	3.39	4 60	8.84	12.69	16.27	18.11	17.49	14.84	11.15	5.90	3.69
2.64	3.41	4.66	8.92	12.89	16.26	18.08	17.38	14.71	10.98	5.74	3.54
2.75	3.40	4.72	8.96	12.94	16.31	18.12	17.88	14.57	10.80	5.68	3.43
2.75	3.48	4.83	9.04	13.28	16.39	18 15	17.30	14.48	10.57	5.66	3.41
2.73	3.56	5.02	9.81	13.37	16.44	18.18	17.26	14.46	10.35	5.64	3.30
2.80	3.58	5.19	8.88	13.48	16.41	18.26	17.18	14 47	10.15	5.62	3.32
2.88	3.62	5.37	8.82	13.57	16.38	18.21	17.12	14.35	9.95	5.56	3.28
2.96	3.69	5.49	8.83	13.65	16.32	18.09	17.06	14.31	9.82	5.40	3.34
3 00	3.79	5.81	8.88	13.67	16.31	18.01	17.03	14.21	9.60	5.16	3.26
3.01		6.07	8.96	13.81	16.31	17.99	16.95	14.15	9.12	5.01	3.11
3.02		6.35	9.01	13.93	16.33	18.08	16.86	14.03	9.27	4.92	3.05
3.04		6.57		14.06		17.95	16.81		9.11		2.93

TABEL IV.

GEMIDDELDE VERSCHILLEN VAN DE HOOGSTE THERMOMETER-STANDEN MET DE LAAGSTE, VOOR ELKEN DAG.

HELDER.

	Jan.	Febr.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
Kleinste. . .	2.07	1.90	2.47	3.20	3.55	3.73	3.26	2.97	3.63	2.58	2.07
Gemiddeld. .	2.83	3.24	3.63	4.36	4.81	5.02	4.94	4.52	4.40	3.58	3.15
Grootste. . .	4.47	5.06	5.17	6.00	6.48	6.57	5.90	5.48	5.70	4.52	4.97

UTRECHT.

	Jan.	Febr.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
Kleinste . . .	2.97	3.67	5.13	6.27	7.52	7.43	7.55	6.58	6.70	5.32	3.37
Gemiddeld. .	3.84	5.03	6.25	8.30	8.94	9.22	8.85	8.51	7.94	6.66	4.69
Grootste. . .	5.20	7.03	7.93	11.50	10.58	12.10	10.55	10.06	10.73	8.58	5.97

MAASTRICHT.

	Jan.	Febr.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
Kleinste . . .	3.77	3.35	5.87	7.53	8.58	7.73	8.65	7.16	8.00	5.48	4.27
Gemiddeld. .	5.04	6.13	7.56	9.51	10.21	10.41	10.55	9.99	9.51	8.14	5.72
Grootste . . .	6.73	8.57	10.38	13.60	12.19	12.70	23.03	12.68	12.38	10.68	7.33

Het bedrag van den dagelijkschen gang (*range*) loopt dus in de schillende gelijknamige maanden, vooral in den winter, nog zeer uit waaruit men afleide, hoe onzeker de herleiding van het eene waarnemi uur tot het andere is en hoe men zich dus hoeden moet eenmaal aa nomen waarnemingsuren te veranderen zonder lang voortgezette ve lijking.

Tabel V.

TEMPERATUURAFWISSELINGEN IN ELKE MAAND.

Helder.

	Jan.	Febr.	Mrt.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
45	120.5	187.9	135.4	92.4	68.4	153.9	161.5	79.4	86.1	108.7	130.9	—
46	123.1	100.0	104.2	116.9	95.1	112.4	207.6	99.7	82.6	10.21	143.5	160.7
47	149.5	103.1	113.3	79.2	150.6	164.8	113.8	14.28	127.8	100.4	165.2	192.1
48	186.5	104.8	97.7	111.6	95.6	99.7	116.1	110.0	79.6	84.5	124.2	124.1
49	168.0	83.3	98.8	115.4	184.4	182.0	159.4	127.9	87.5	97.0	167.8	157.8
50	246.5	78.2	96.6	74.5	132.6	91.5	152.1	10.52	67.8	95.1	118.6	164.9
	1.94	**1.01**	**1.10**	**1.10**	**1.31**	**1.45**	**1.61**	**1.36**	**0.94**	**1.03**	**1.58**	**1.72**
51	101.0	119.8	118.8	101.2	119.7	191.4	175.4	148.2	63.4	72.6	98.4	180.2
52	115.4	96.3	100.5	106.6	104.3	90.9	133.5	85.6	73.9	112.3	132.3	117.5
53	83.9	92.9	118.3	113.2	105.8	127.2	117.3	77.4	71.2	72.6	181.2	121.5
54	188.4	100.6	109.4	80.9	81.9	78.6	82.4	106.7	95.8	96.8	184.8	148.0
55	137.7	164.1	84.1	94.6	143.5	189.9	101.8	75.5	111.1	108.9	111.6	118.6
	1.29	**1.27**	**1.18**	**1.10**	**1.19**	**1.40**	**1.31**	**1.06**	**0.92**	**1.00**	**1.22**	**1.36**
56	123.3	10.56	87.6	107.5	92.6	116.8	126.7	99.8	179.9	142.5	204.8	190.7
57	129.8	8.05	118.9	117.6	104.9	85.0	119.3	96.9	92.4	94.6	119.8	145.5
58	160.5	10.59	74.4	120.5	126.6	186.4	108.1	98.5	94.9	95.0	198.6	150.3
59	150.9	82.4	114.1	83.9	117.6	160.1	140.3	105.4	69.6	183.5	142.9	117.2
60	130.4	144.9	96.5	70.2	155.5	105.9	103.4	73.5	88.9	116.5	100.8	107.3
	1.54	**1.15**	**1.08**	**1.11**	**1.28**	**1.45**	**1.29**	**1.02**	**1.16**	**1.25**	**1.70**	**1.53**
61	152.3	119.6	117.3	75.8	123.8	115.6	82.3	108.0	77.4	98.9	170.4	123.6
62	159.6	13.56	151.9	137.0	16.10	85.1	81.6	88.8	70.8	97.7	109.9	138.5
63	97.1	80.0	103.4	101.6	118.4	117.2	141.0	109.2	78.0	105.5	163.7	118.8
64	137.7	116.9	120.5	123.6	116.0	93.4	111.5	115.0	92.0	95.8	212.6	110.4
65	114.8	124.9	70.6	148.3	129.8	118.8	114.0	94.8	72.8	125.2	112.5	143.5
	1.47	**1.28**	**1.25**	**1.30**	**1.28**	**1.18**	**1.24**	**1.11**	**0.87**	**1.12**	**1.71**	**1.27**
66	118.4	83.0	89.0	103.0	71.8	162.7	84.7	73.0	77.4	105.5	118.8	144.4
67	153.9	85.1	119.9	143.7	173.8	148.3	114.1	125.6	92.8	106.5	157.8	140.2
68	126.8	85.8	119.9	10.22	170.7	146.0	155.4	132 1	104.5	10.53	139.6	207.0
69	173.9	120.4	84.5	135.6	131.8	115.[illegible]	150.4	75.6	128.6	115.5	132.0	123.7
70	120.3	115.6	93.1	133.2	118.8	98.5	158.7	85.1	68.4	89.1	137.0	134.6
	1.54	**1.09**	**1.13**	**1.34**	**1.43**	**1.49**	**1.43**	**0.95**	**1.05**	**1.12**	**1.51**	**1.6**
71	146.1	142.5	135.5	101.6	120.1	185.5	114.4	111.6	102.7	185.5	107.4	154.0
72	137.7	143.8	123.1	313.1	88.1	113.6	163.7	53.9	82.5	94.8	115.4	137.7
73	108.2	118.0	97.5	94.4	84.8	112.4	132.9	120.6	91.7	14[illegible].6	105.6	107.4
74	109.9	109.1	106.0	97.6	81.5	153.2	137.2	73.9	88.4	89.2	133.4	103.9
75												152.7
	1.27	**1.42**	**1.28**	**1.19**	**1.01**	**1.42**	**1.47**	**0.97**	**1.02**	**1.24**	**1.28**	**1.24**

TAFEL V.

TEMPERATUURAFWISSELINGEN IN ELKE MAAND.

UTRECHT.

	Jan.	Febr.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	De
1849	199.0	119.0	161.3	134.8	222.3	205.7	146.7	125.0	104.9	149.3	189.3	1
50	276.4	110.1	142.8	151.3	155.9	149.7	171.2	166.0	82.8	104.8	148.5	1
1851	182.8	183.1	122.4	183.8	186.3	207.4	136.9	159.0	99.8	140.9	100.4	15
52	162.4	174.4	99.5	213.3	180.5	126.6	154.6	100.4	92.3	117.3	201.0	14
53	87.8	134.8	233.1	140.4	180.5	189.9	122.7	102.5	84.6	111.9	124 8	18
54	135.0	156.3	144.3	150.3	116.7	124.5	154.5	154.8	118.0	125.1	159.3	18
55	131.6	238.6	189.0	162.9	215.4	184.2	169.2	127.8	106.2	96.9	143.1	18
1851 tot 1855	1.55	1.95	1.58	1.87	1.78	1.83	1.59	1.39	1.12	1.27	1.61	1.
1856	148.2	125.4	118.5	139.8	142.8	169.6	161.4	130.8	109.7	98.1	220.2	23
57	144.4	10.46	159.6	149.7	193.8	149.4	168.3	132.0	106.4	96.9	129.3	18
58	185.4	167.9	107.7	204.9	163.5	216.6	176.2	177.9	114.9	118.4	170.1	17
59	208.4	106.8	147.7	117.0	170.6	179.1	182 8	169.8	161.2	129.6	146.3	11
60	146.6	187.9	114.1	124.9	192.0	212.5	144.0	113.8	109.0	125.0	147.8	13
1856 tot 1860	1.62	1.49	1.42	1.62	1.83	2.03	1.79	1.56	1.34	1.30	1.72	1.
1861	206.2	133.3	172.3	113.8	200.5	173.8	126.8	180.3	182.8	121.1	158.0	13
62	178.4	165.2	83.8	180.0	214.3	124.2	129.0	124.4	188.8	138.1	129.4	13
63	146.3	103.8	128.9	147.9	165.0	151.0	161.6	151.5	142.4	129.4	165.0	13
64	199.0	143.8	190.8	138.8	187.7	117.5	183.7	142.8	108.6	119.6	205.3	17
65	133.2	160.2	84.9	153.5	261.8	124.3	216.7	123.7	104.8	126.4	141.6	18
1861 tot 1865	1.89	1.56	1.46	1.63	2.21	1.66	1.76	1.55	1.39	1.26	1.76	1.
1866	133.0	184.4	134.7	132.9	128.3	232.8	181.1	129.4	109.7	114.4	134.0	17
67	206.6	122.7	159.3	139.6	256.6	171.6	164.3	153.3	117.9	132.7	177.0	21
68	191.6	107.3	188.1	148.0	229.8	175.8	169.4	168.6	110.7	103.8	162.1	24
69	187.9	131.6	112.5	195.7	169.7	186.2	170.7	123.1	184.1	119.2	129.5	21
70	142.0	117.6	140.5	168.9	159.8	184.7	194.4	99.3	84.0	111.4	122.7	1
1866 tot 1870	1.89	1.36	1.51	1.72	2.03	2.06	1.76	1.45	1.34	1.35	1.60	2.
1871	178.1	178.5	179.6	138.0	170.0	159.9	160.7	129.7	154.4	140.6	97.5	20
72	170.6	136.0	154.0	139.9	126.7	143.7	178.8	102.1	104.4	117.9	126.7	1
73	113.1	120.3	188.9	145.6	154 0	199.7	184.5	178.0	109.0	151.4	146.7	1
74	181.7	148.7	122.4	160.0	141.5	176.7	211.9	129.3	92.8	101.2	174.3	14
75												10
1871 tot 1875	1.77	1.59	1.64	1.58	1.59	1.87	1.48	1.45	1.28	1.37	1.50	1

Tabel V.

TEMPERATUURAFWISSELINGEN IN ELKE MAAND.

Maastricht.

	Jan.	Febr.	Maart.	April.	Mei.	Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
1851	(177.5)	(146.0)	(161.8)	(164.8)	(169.7)	(184.5	(182.4)	(150.8)	(136.4)	(156.2)	(168.6)	(181.6)
52	132.9	153.6	143.1	217.4	245.3	159.9	117.2	133.2	108.8	135.3	188.3	(181.6
53	91.8	129.8	119.9	175.4	178.0	226.8	97.7	153.9	128.0	135.0	113.2	165.4
54	135.0	149.5	163.0	223.9	125.6	124.2	155.9	128.2	143.6	161.2	144.9	216.4
55	225.3	165.3	150.9	190.8	211.6	194.7	20.57	179.3	148.1	123.9	170.5	180.6
1851 tot 1855	**1.69**	**1.65**	**1.64**	**2.16**	**1.99**	**1.98**	**1.63**	**1.54**	**1.48**	**1.54**	**1.78**	**1.99**
1856	152.9	142.2	136.8	148.0	155.2	192.3	185.8	169.2	95.0	123.1	135.7	277.3
57	154.2	112.2	186.4	151.3	165.6	150.4	229.2	162.6	128.2	123.3	149.3	210.0
58	182.5	194.0	168.8	204.0	187.9	225.5	188.1	183.5	152.3	154.1	205.1	135.5
59	167.8	95.7	194.3	153.9	146.5	209.2	163.5	125.8	164.7	171.0	178.4	112.5
60	167.4	185.0	129.3	179.2	129.1	190.6	135.2	143.3	161.8	149.6	188.1	195.3
1856 tot 1860	**1.81**	**1.60**	**1.79**	**1 84**	**1.69**	**2.12**	**1.94**	**1.69**	**1.54**	**1.55**	**1.88**	**1.89**
1861	240.9	140.7	207.9	131.4	189.4	172.9	156.0	199.8	148.2	188.2	190.6	144.7
62	179.1	141.2	181.8	174.0	184.8	144.1	196.5	147.6	152.8	156.1	131.1	162.6
63	161.1	69.2	144.9	133.0	145 8	128.0	155.1	163.1	110.9	152.1	141.2	141.7
64	166.9	161.8	152.1	147.1	183.6	166.4	187.7	147.8	169.9	145.4	176.0	143.5
65	174.6	153.2	126.4	167 0	181.3	212.7	211.2	140.9	94.6	175.6	155.8	202.3
1861 tot 1865	**2.02**	**1.47**	**1.78**	**1.66**	**1.90**	**1.81**	**1.95**	**1.72**	**1.49**	**1.74**	**1.75**	**1.71**
1866	197.2	170.5	148.4	213 1	107.4	227.4	137.5	10.45	157.0	143.9	240.1	174.4
67	239.3	159.0	175.6	158.9	265.5	202.9	169.5	168.7	131.1	153.8	219.3	193.9
68	180.9	142.3	132.9	149.7	211.6	195.4	177.6	141.7	106.0	114.6	163.7	279.3
69	181.2	135.4	126.9	177.3	197.0	187.6	213.8	143.9	162.0	175.6	112.7	175.9
70	158.5	138.4	186.4	181.2	186 3	176.2	202.0	114.4	94.3	156.4	139.0	184.1
1866 tot 1870	**2.10**	**1.64**	**1.69**	**1.93**	**2.08**	**2.17**	**1.93**	**1.45**	**1.44**	**1.60**	**1.92**	**2.16**
1871	179.3	185 2	169.4	128.4	150.6	171.0	164.1	142.6	169.4	211.5	162.0	228.7
72	191.1	150.3	202.2	182.7	126.4	150.2	183.7	101.9	131.3	129.9	169.6	211.5
73	136.8	108.2	139.7	195.5	172.6	192.5	223.9	226.7	138 6	200.6	164.3	187.2
74	160.5	189.2	163.2	145.6	138.4	209.9	185.8	138.1	129.1	147.3	147.4	177.4
75												155.1
1871 tot 1875	**1.83**	**1.74**	**1.85**	**1.79**	**1.81**	**1.98**	**2.03**	**1.64**	**1.57**	**1.85**	**1.60**	**2.04**

TABEL VII.

SOMMEN DER IN DENZELFDEN ZIN DUREN
OP EENE PLAATS I

	HELDER.			BEDRAG.	UTRECHT	
1852	1 Januari	30	30 Januari	154	3 Januari	
	1 April	39	9 Mei	124	7 April	
	3 Juli	31	3 Augustus	(4) 67	2 Juli	
	11 September	39	19 October	65	11 September	
	31 October	29	28 November	(4) 79	30 October	
1853	2 Dec. 1852	55	26 Januari	(1) 242	4 December	
	3 Februari	32	6 Maart	119	1 Februari	
	15 Maart	17	31 Maart	96	15 Maart	
	20 April	35	24 Mei	108	8 April	
	18 November	49	5 Jan. 1854	205	13 November	
1854	22 April	63	23 Juni	100	23 April	
1855	16 Januari	128	24 Mei	(1) 575	16 Januari	1
	1 December	23	23 December	(4) 96	1 December	
1856	27 April	86	22 Juli	(3) 238	27 April	
					5 Juni	
					29 Juni	
				afwisselend	30 Juli	
1857	21 April	20	10 Mei	86	22 April	
	6 September	56	31 October	182	25 September	
1858	7 Februari	51	29 Maart	(1) 170	7 Februari	
	31 Mei	19	18 Juni	60	30 Mei	
	29 October	27	25 November	112	29 October	
1859	19 Dec. 1858	101	29 Maart 1859	(6) 224	19 December	1
	12 April	36	17 Mei	109	12 April	
				wisselingen	1 Juli	
	23 September	28	20 October	(3) 55	24 September	
+				891		
—				2380		
SOM				3271		

De cijfers tusschen de datums geplaatst geven den duur in dagen
die welke vóór het bedrag geplaatst zijn het aantal uitzonderingen.

OMETER-AFWIJKINGEN, MITS DIE MINSTENS
GEN HEBBEN.

HT.	BEDRAG.	MAASTRICHT.			BEDRAG.
uari	(1) **135**	2 Januari	40	10 Februari	**188**
	127	5 April	33	7 Mei	117
ustus	(1) **93**	2 Juli	33	3 Augustus	(2) **109**
ber	106	11 September	41	21 October	(3) 103
ember	(3) **108**	30 October	31	29 November	**118**
uari	(1) **259**	2 December	55	25 Januari	(1) **292**
rt	164	4 Februari	31	6 Maart	141
rt	112	15 Maart	16	30 Maart	121
	(1) 141	8 April	45	22 Mei	(7) 143
uari	261	9 November	57	4 Januari	273
i	176	20 April	53	31 Juni	(5) 109
	(6) 667	16 Januari 20 April	40 29	24 Februari 18 Mei	(3) 805 (1) 104
ember	124	24 November	30	23 December	(1) 148
i	(4) 118	24 Mei	31	20 Juni	(1) 148
i	(2) 47	1 Juli	22	22 Juli	(3) 58
	(1) 90				
ustus	**40**	22 Juli	27	17 Augustus	(1) **99**
	91	22 April	18	9 Mei	97
ember	(2) 95	24 September	48	10 November	(1) 160
rt	136	17 Februari	27	15 Maart	113
i	**106**	30 Mei	26	24 Juni	**169**
ember	155	29 October	28	25 November	175
rt	(10) **360**	18 December	102	29 Maart	(10) **318**
	91	12 April	13	24 April	54
	(2) **69**	1 Juli	12	22 Juli	(1) **102**
ber	(1) **88**	23 September	28	20 October	**108**
	1158				**1503**
	2701				2369
	3879				3872

	HELDER.			BEDRAG.	UTRECHT
1859	24 December	38	30 Jan. 1860	(5) 102	24 December
1860	9 April	31	10 Mei	(2) 92	9 April
	25 Juni	113	15 October	(3) 333	26 Juni
					17 Juli
	17 December	39	24 Jan. 1861	183	17 December
1861	14 Februari	26	11 Maart	(1) 98	15 Februari
	5 April	75	18 Juni	(2) 176	17 April
1862	12 Juni	54	4 Augustus	149	13 Juni
	17 December	30	15 Jan. 1863	95	17 December
1863	18 Januari	71	29 Maart	(4) 150	19 Januari
	3 December	28	30 December	99	2 December
	31 December	19	18 Jan. 1864	97	31 December
1865	7 Maart	32	7 April	109	8 Maart
	8 April	17	24 April	49	5 April
	2 September	47	18 October	(1) 94	2 September
1866	26 Dec. 1865	57	20 Febr. 1866	95	27 December
	16 Juli	39	23 Augustus	96	17 Juli
	2 December	30	31 December	100	4 December
1867	24 Januari	33	26 Februari	121	24 Januari
1868	26 Januari	52	18 Maart	(1) 128	19 Februari
	8 Mei	25	1 Juni	85	7 Mei
	8 Juli	16	23 Juli	54	8 Juli
1869	14 Dec. 1868	29	11 Jan 1869	139	21 December
	26 Januari	27	21 Februari	119	28 Januari
	8 Juni	14	21 Juni	(4) 128	9 Juni
1870	31 Dec. 1869	18	17 Januari	72	1 Januari
	6 Februari	22	27 Februari	92	7 Februari
1871	19 Dec. 1870	18	5 Jan. 1871	118	20 December
	16 Februari	27	14 Maart	(3) 64	14 Februari
	30 April	24	23 Mei	(3) 76	29 April
	17 November	25	11 December	87	9 November
1872	26 Dec. 1871	63	26 Febr. 1872	(2) 220	26 December
1873	14 Dec. 1872	42	24 Jan. 1874	240	21 December
	19 April	29	17 Mei	(1) 117	21 April
1874	31 Dec. 1873	35	3 Febr. 1874	(1) 127	31 December
	28 April	23	20 Mei	123	28 April

CHT.	BEDRAG.	MAASTRICHT.			BEDRAG.
nari	(5) **154**	22 December	40	30 Januari	(2) **162**
ril	70	9 April	22	30 April	85
i	53	26 Juni	15	10 Juli	39
tember	(1) 176	17 Juli	70	24 September	(3) 242
		1 October	23	23 October	79
nuari	197	2 Januari	19	20 Januari	142
art	**94**	14 Februari	26	11 Maart	(1) **98**
i	(3) 151	17 April	36	22 Mei	(2) 200
li	(1) 113	13 Juni	31	13 Juli	116
ruari	**121**	18 December	29	15 Januari	**112**
art	(3) **207**	18 Januari	26	13 Februari *)	**105**
ember	**112**	2 December	29	30 December	**103**
nuari	(2) 98	31 December	18	17 Januari	(2) **80**
pril	110	8 Maart	28	4 April	116
pril	**115**	5 April	24	28 April	**141**
ctober	**95**	2 September	33	4 October	(1) **91**
bruari	(1) **223**	17 December	63	17 Februari	(1) **243**
ugustus	110	18 Juli	33	19 Augustus	128
ecember	(1) **76**	2 December	18	19 December	(1) **62**
bruari	**166**	24 Januari	34	26 Februari	**179**
aart	**108**	26 Januari	52	18 Maart	(1) **174**
ei	**119**	7 Mei	27	2 Juni	(1) **157**
uli	(1) **103**	9 Juli	20	28 Juli	**92**
nuari	**103**	2 December	42	12 Januari	**262**
bruari	**124**	28 Januari	32	1 Maart	**186**
uni	(7) 109	9 Juni	22	30 Juni	(3) 75
nuari	**71**	31 December	19	18 Januari	**103**
bruari	97	8 Februari	18	25 Februari	91
nuari	142	21 December	16	5 Januari	114
aart	(2) **96**	11 Februari	29	11 Maart	**146**
ei	69	1 Mei	22	22 Mei	(1) 103
ecember	138	8 November	33	15 December	190
bruari	(1) **151**	26 December	63	26 Februari	(1) **170**
nuari	**174**	21 December	32	21 Januari	**188**
uni	125	20 April	36	25 Mei	(4) 100
bruari	(1) **143**	31 December	36	4 Februari	(2) **107**
lei	69	28 April	23	20 Mei	83

…ch verder *te veel* wisselingen.

Tellen wij voor de voorgaande bladzijden even zoo afzonderlijk de positieve en de negatieve voortgezette afwijkingen op, en voegen wij die samen met die van bladz. 203 en 204, zoo bedragen in het geheel de op deze wijze opgetelde gelijktijdige voortdurende

	Helder.	Utrecht.	Maastricht.
positieve afwijkingen . . .	3162	3712	4465
negatieve afwijkingen. . .	4356	4528	4272
en de geheele som	7518	8240	8737.

Wij zien dus bewaarheid voor de groote anomaliën, zoo als wij bladzijde 193 opmerkten, wat voor alle temperatuurswisselingen geldt: reeds binnen de grenzen van ons land bespeurt men den gematigden invloed der zee, want hoe verder daar af, des te grooter zijn alle schommelingen.

---

rie tendra
1 Jan

17	19	61
18	20	62
82	58	
69	76	
79	58	
71	95	
12	16	2
		20
		42
		36
		9
5	8	
61	67	
83	91	
462	469	109

OVER DE SAMENSTELLING

EN

DE CONSTITUTIE VAN HET PLUMIERAZUUR

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

Eenige jaren geleden werd mij door den heer Dr. J. E. DE VRIJ ter hand gesteld eene vrij aanzienlijke hoeveelheid versch gedroogd melksap van *plumiera acutifolia*, door hem tijdens zijn verblijf op het eiland Java ingezameld. Ik beloofde dit melksap te onderzoeken, inzonderheid met het oog op één of meer organische zuren, die daarin in het jaar 1862 door J. J. ALTHEER waren gevonden, doch omtrent wier samenstelling en geaardheid vooralsnog niets met zekerheid was beslist.

Eerst nu vond ik den tijd, om de gedane belofte na te komen. Voorloopige proeven deden mij vermoeden, dat het in water oplosbare deel van het melksap hoofdzakelijk uit een trioxykaneelzuur calciumzout bestond en deden mij de hoop koesteren, door scheikundige omzetting te zullen komen tot het verkrijgen van een trioxybenzoëzuur, waaruit dan ten laatste een wellicht nog onbekende trioxybenzol zou kunnen worden afgeleid. De verdere loop van het onderzoek heeft het aanvankelijk opgevatte vermoeden niet bevestigd. Ofschoon uit dien hoofde de verkregene uitkomsten van minder waarde zijn, dan ik aanvankelijk had verwacht, komen zij mij toch belangrijk genoeg voor, om ze ter dezer plaatse mede te deelen.

Alvorens echter daartoe over te gaan, zij het mij geoorloofd,

een kort overzicht te geven van hetgeen door ALTHEER en DE VRIJ omtrent het melksap en de plant, van welke het afkomstig is, wordt medegedeeld.

In het *Geneeskundig Tijdschrift voor Nederl. Indië* Deel X, (nieuwe serie Deel V) blz. 183 en verv. vinden wij het verslag van een scheikundig onderzoek van het meergemelde melksap, door ALTHEER uitgevoerd, en tevens een en ander omtrent *plumiera acutifolia*, waarvan wij het volgende overnemen:

„De *plumiera acutifolia*, Poir. is eene plant, behoorende tot „de familie der Apocynëen, die, ofschoon naar opgave van „Amerikaanschen oorsprong, evenwel bijna allerwege op Java, „op de overige eilanden van den Soenda-Archipel en waarschijnlijk „door geheel Zuid-Azië wordt aangetroffen, maar inzonderheid „welig groeit op kerkhoven en in het algemeen op kalkrijken „bodem.

„De naam van *plumiera* is aan dit geslacht gegeven ter eere „en ter nagedachtenis van CHARLES PLUMIER (1646—1704) een „Franciscaner monnik, die driemaal eene reis naar West-Indië „ondernam, om aldaar planten en dieren te verzamelen.

„De *plumiera acutifolia* is een boomachtig struikgewas, dat „zelden hooger wordt dan 6 tot 8 ellen, met vleezigen stam, „die zich veelal reeds van den grond af dichotomisch verdeelt „en waarvan de insgelijks zeer vleezige en saprijke takken slechts „aan de uiteinden spaarzaam bezet zijn met tamelijk lang ge„steelde, smalle, scherp toegespitste 8—12 duim lange, spiraals„wijze geplaatste bladeren, waardoor de plant een schermachtig „voorkomen verkrijgt.

„In den bloeitijd is zij bijna bladerloos; en de schermvormige „bloeitoppen met hunne groote, witte bloemkroonen vergoeden „dan door den sterk welriekenden geur, dien zij over de graf-

*) „Van de nagelaten verzameling talrijke uitmuntende teekeningen en nauw„keurige beschrijvingen is slechts weinig bekend gemaakt. Op aanzoek van „VAILLANT zijn van PLUMIER's 1400 afbeeldingen 418 kopiën, vervaardigd door „den vermaarden schilder AUBRIET, aan onzen BOERHAAVE gezonden, waarvan „de beschrijving later door den Amsterdamschen hoogleeraar JOAN BURMAN in „tien afleveringen is uitgegeven, onder den titel: C. PLUMIERI plantarum ameri„canarum, fasc. X, cur. J. BURMANNO, Amst. et Lugd. B. 1755.

»heuvelen verspreiden, den onaangenamen doodschen indruk, dien »de overigens naakte, ver uitgestrekte takken te weeg brengen.

»De plant wordt door de Javanen *sambodja* geheeten; ook »in het Soendasch en Maleisch is de benaming bijna eensluidend. Op de Molukken heet zij *kembang goeling tsoetsjoe.* »Zoowel de bast als het melksap, waaraan men drastische eigen»sappen toeschrijft, worden door de inboorlingen als genees»middel gebezigd, terwijl, naar men zegt, op de kust van Ma»labar de wortel voor een doodelijk vergif wordt gehouden.

»Bij het doen van insnijdingen in den stam of de takken »vloeit onmiddellijk een wit melksap in ruime hoeveelheid uit, »het meest aan de uiteinden der vleezige met bladen of bloemen »voorziene takken.

»In verschen toestand is het sap volkomen wit, reageert »zuur, is reukeloos en smaakt eenigszins scherp bitter. Onder »het mikroskoop gebracht vertoont zich eene massa ronde bol»letjes in gestadige beweging, terwijl na verdamping in de »vloeistof rhombenoctaedrische kristallen zijn waar te nemen met »daarvan afgeleide vormen. Heeft het melksap eenigen tijd »gestaan, zoo verspreidt het eenen reuk, die aan dien der »bloemen van de plant herinnert. Het schuimt sterk op, wordt »alcalisch en neemt eene roode kleur aan. Nog langer bewaard, »krijgt het den reuk van castoreum, wordt steeds meer donker»rood van kleur en zet een kristallijn bezinksel af, dat na on»derzoek een kalkzout van een organisch zuur bleek te zijn, »benevens een overvloedig coagulum van eene stof, die eenige »eenige gelijkenis heeft met caoutchouc. Dit coagulum ont»staat terstond na toevoeging van een zuur aan het versche »melksap.

»Het S. G. van het melksap was gemiddeld 1.03. Het »melksap bestond uit 23 pCt. der bedoelde caoutchoucachtige »massa en 77 pCt. van een waterachtig vocht, hebbende een »S. G. van 1.045.

»Door toevoeging van zuringzuur ontstond in het geruimen »tijd bewaarde waterige vocht een overvloedig bezinksel van »zuringzure kalk, waarbij eenige vluchtige zuren vrij werden; »onder deze doet zich door den kenschetsenden reuk al dadelijk »het valeriaanzuur herkennen.

„De vaste bestanddeelen, die, na verdamping en gloeiing „overbleven, voornamelijk uit koolzure kalk bestaande, wa„ren vrij aanzienlijk; het kalkgehalte van het sap bedroeg „bijna 2 pCt.

Het onderzoek op alkaloïden, door ALTHEER, volgens de methode van STAS verricht, leverde negatieve uitkomsten op, geheel strookende met den uitslag der op dieren genomen toxicologische proeven. Immers eene vrij groote hoeveelheid van den goed verdeelden wortel, onder voedsel gegeven, werd door honden zonder eenig nadeel verdragen.

Daarentegen meent ALTHEER, behalve de boven reeds vermelde vluchtige vetzuren in het melksap drie plantenzuren gevonden te hebben, die hij door de namen van α. β en γ *acidum plumiericum* onderscheidt. Het eerste werd als eene bloemkoolachtige kristalmassa afgescheiden uit het reeds meermalen aangehaalde van zelf bezonken calciumzout, door dit met kaliumcarbonaat te ontleden, de alkalische gefiltreerde oplossing met azijnzuur te verzadigen en daarop met basisch loodacetaat neerteslaan, het uitgewasschen neerslag met zwavelwaterstof te ontleden, en eindelijk de van zwavellood afgefiltreerde vloeistof tot stroopdikte te verdampen. Hij beschrijft het als eene in koud water eenigszins moeilijk, in kokend water en in alcohol gemakkelijk, in aether en in chloroform moeilijk oplosbare stof, waarvan het calciumzout in water zeer weinig en in alcohol in het geheel niet oplosbaar is.

Acidum *β-plumiericum* noemt ALTHEER eene stof, die door zwavelwaterstof uit een loodzout werd verkregen, dat zich in de waschwaters van het α-plumierazuur lood had afgezet. Het kristalliseerde in den vorm van rhombendodecaeders, was gemakkelijk in water oplosbaar en leverde een calciumzout, dat in water niet of weinig oplosbaar was. De hoeveelheid daarvan was uiterst gering.

Onder *acidum γ-plumiericum* eindelijk verstaat ALTHEER eene niet kristalliseerbare zelfstandigheid, die uit het van het bezonken calciumzout afgefiltreerde vocht werd verkregen, door dit met basisch loodacetaat neerteslaan, het neerslag door zwavelwater-

stof te ontleden, en de van zwavellood afgefiltreerde vloeistof bij zachte warmte uitledampen. De terugblijvende bruine stroop schuimde bij 100° C. sterk op. Pogingen, om deze stof door omzetting in een calciumzout te zuiveren en hieruit weder het zuur door zwavelzuur af te scheiden, gaven steeds dezelfde negatieve uitkomst.

Ten aanzien van de vluchtige vetzuren (valeriaanzuur, boterzuur en azijnzuur), die door ALTHEER in het melksap als calciumzouten waren gevonden, wordt door hem de opmerking gemaakt, dat zij oorspronkelijk niet daarin aanwezig waren, maar noodzakelijk ontledingsproducten moesten zijn, die zich door het lang staan van het melksap hadden gevormd. De moeilijkheid, om eene eenigszins ruime hoeveelheid van het melksap in korten tijd te verkrijgen, was oorzaak, dat hetgeen tot het onderzoek strekken moest, soms weken, ja maanden oud was. Bij het destilleeren der versch gekapte takken met verdund zwavelzuur werd dan ook een nauwlijks zuur reageerend destillaat verkregen.

De omstandigheid, dat ALTHEER zijn onderzoek met een althans ten deele bedorven melksap verrichtte, wekt een licht verklaarbaren twijfel op ten aanzien van de waarde der door hem verkregene uitkomsten. Zij gaf aan Dr. DE VRIJ aanleiding, om tijdens zijn verblijf op Java het melksap op nieuw te onderzoeken, maar de ontleding daarvan, na elke inzameling, door onmiddellijk verdampen tot droogwordens te voorkomen.

In een schrijven van 4 Oct. 1869 werd mij door hem omtrent de door hem gedane waarnemingen het volgende medegedeeld:

„Het na eene langdurige droogte ingezamelde versche melk„sap bij 100° uitgedampt leverde 30.5 pCt. vaste stof Het „melksap reageerde zuur en al zeer spoedig stremde het onder „afscheiding van eene caoutchoucachtige massa. Door behan„deling met benzol werd het uitgedampte melksap gescheiden „in twee deelen, namelijk in eene caoutchoucachtige massa, die „in benzol oploste en in een in benzol onoplosbaar kalkzout.

„De oplossing in benzol bevat minstens drie verschillende „stoffen, namelijk eene soort van caoutchouc, eene kleverige hars

„en eene kleurlooze brooze hars, die het grootste gedeelte uit-„maakt. Deze hars is oplosbaar in alcohol en heeft een rechts-„draaiend vermogen. Ik vond $(\alpha)_j = 48°$ ↗ doch ben niet „zeker dat de hars geheel zuiver was.

„Het in benzol niet oplosbare gedeelte van het droge melk-„sap is hoofdzakelijk een kalkzout van een nog onbekend orga-„nisch zuur. Wordt het met alcohol behandeld, dan wordt een klein „gedeelte daarvan opgelost. Bij uitdamping laat de alcoholische „oplossing eene geringe hoeveelheid terug van eene taaie stof, die „in water oplosbaar is. Deze waterige oplossing reageert sterk „zuur en wordt door ammonia geel gekleurd. Het met alcohol „behandelde kalkzout wordt door koken met water volkomen „opgelost en uit deze waterige oplossing in kristallen afgescheiden. „Deze kristallen zijn echter zeer onregelmatig. Men verkrijgt „regelmatige kristallen, door het zout op te lossen in ver-„dund kokend azijnzuur en de oplossing te laten bekoelen. „Eene proef, om door azijnzuur lood het kalkzout in een „loodzout te veranderen, ten einde uit dit laatste door zwavel-„waterstof het zuur af te scheiden, mislukte, omdat het mij bleek, „dat het neergeslagene loodzout zeer kalkhoudend was.

„Het komt mij niet onwaarschijnlijk voor, dat de zooge-„naamde α, β en γ zuren van ALTHEER niets anders zijn dan het-„zelfde zuur, aan onderscheidene hoeveelheden kalk gebonden."

Het droge melksap, dat ten bedrage van ongeveer 700 gram door Dr. DE VRIJ ter mijner beschikking was gesteld, bestond uit harde afgeronde stukken van eene donker bruine kleur, eenige gelijkenis hebbende met sterk gedroogd opium.

Ten einde de calciumzouten, die daarin voorkwamen, zoo min mogelijk door scheikundige invloeden te wijzigen heb ik, ter verwijdering der harsen, het ruwe melksap uitgetrokken met petroleumaether, waarin die stoffen even gemakkelijk opgenomen worden als in benzol. Wat bij de behandeling met petroleumaether terugbleef, bestond hoofdzakelijk uit een donker gekleurd mengsel van calciumzouten, fijne plantendeelen, en eene bruine taaie zelfstandigheid, waarvan de natuur niet te omschrijven is, maar die mij voorkomt veel meer te gelijken

op eene humusachtige dan op eene caautchoucachtige stof. Deze bruine stof liet bij verbranding eene aanzienlijke hoeveelheid van eene kalkrijke asch achter.

Door aanhoudend koken met water werd eene lichtgele oplossing van calciumverbindingen verkregen, die bij lang staan kleine kristalletjes van een zout afzette, dat aan zijn vorm zeer gemakkelijk was te herkennen, en later onder den naam van „*Monocalcium-plumieraat*" zal worden beschreven. Daar de oplossing der calciumzouten op die wijze slechts zeer langzaam tot stand kwam, werd het residu verder met zeer verdund azijnzuur verwarmd, waarbij ten laatste niets dan plantenvezels en de bovengenoemde humusachtige massa overbleven.

De verkregene oplossingen werden met dierlijke kool ontkleurd en uitgedampt. Bij bekoeling zetten zich daaruit calciumzouten van verschillenden vorm af, die evenwel bij nader onderzoek bleken tot hetzelfde zuur te behooren; immers door ontleding met verdund zwavelzuur, schudden met aether, en verdamping der aetherische solutie verkreeg ik uit alle steeds hetzelfde nader te beschrijven *plumierazuur*.

De laatste moederloogen waren zeer donker gekleurd en vertoonden het verschijnsel, dat reeds door ALTHEER bij het acidum γ-plumiericum was opgemerkt, namelijk het sterk opschuimen bij voortdurende verwarming op een waterbad. De hoeveelheid daarvan was te gering, om hare natuur door een scheikundig onderzoek te kunnen opmaken. Door toevoeging van een mengsel van verdund zwavelzuur en kaliumdichromaat-oplossing ontstond eene sterke opbruising en bij bekoeling zette zich eene in kleine naaldjes kristalliseerende stof af, die ook bij de directe oxydatie van het tot de bovengemelde calciumzouten behoorende zuur verkregen wordt. Het komt mij niet onwaarschijnlijk voor, dat de bovengenoemde laatste moederloogen een calciumzout van een zuur glucoside bevatten, dat als moederstof van de reeds vermelde kristalliseerbare calciumverbindingen (plumieraten) moet worden beschouwd.

De afzondering van het zuur uit de verkregene kristallijne calciumzouten, dat wij voortaan *plumierazuur* zullen blijven noemen, geschiedt het best op deze wijze, dat men de calciumzouten door koken met eene overmaat van kaliumcarbonaat

ontleedt, de oplossing van het kaliumplumieraat met zwavelzuur oververzadigt een herhaaldelijk (9—12 maal) met haar gelijk volumen aether schudt. De aetherische oplossingen geven bij verdamping een residu, dat spoedig vast wordt en hoofdzakelijk uit plumierazuur bestaat. Door omkristalliseeren uit water kan het verder gereinigd worden.

Andere bereidingswijzen leveren zeer onbevredigende uitkomsten op; ontleedt men een oplosbaar plumieraat, bijv. een kalium-, ammonium- of calciumzout met loodacetaat, dan verkrijgt men wel is waar een wit neerslag; maar dit is geene zuivere loodverbinding en bevat steeds eene aanzienlijke hoeveelheid van het in het oorspronkelijke plumieraat voorkomende metaal. Eene ontleding van het loodpraecipitaat door zwavelwaterstof levert dus geen zuiver plumierazuur, maar nevens dit ook zure zouten, die zich bij verdamping der vloeistof afscheiden.

Het is hoogst waarschijnlijk, dat het zoogenaamde acidum β-plumiericum van ALTHEER niets anders was dan een dergelijk zuur calciumplumieraat.

Door ontleding van een calciumplumieraat met zuringzuur kan evenmin onmiddellijk zuiver plumierazuur verkregen worden; want dit laatste, eenmaal afgescheiden, lost eene vrij aanzienlijke hoeveelheid calciumoxalaat op, dat zich bij concentratie nooit geheel afscheidt, zoodat het kristallijne plumierazuur steeds calciumhoudend is. Alleen door uittrekken van het onreine praeparaat met aether laat zich het calciumoxalaat verwijderen.

Ik ga nu over tot de beschrijving van het plumierazuur en van eenige zijner verbindingen.

Plumierazuur $C_{10}H_{10}O_5$
(α-Plumierazuur van ALTHEER.)

Het plumierazuur scheidt zich uit eene warme geconcentreerde oplossing in water af in den vorm van uiterst kleine, onder het mikroskoop duidelijk zichtbare kristalhoopjes. Het is zoo weinig in koud water oplosbaar, dat eene zeer geconcentreerde oplossing bij bekoeling bijna geheel schijnt te stollen en veel op een met water aangelengd wit poeder gelijkt. Bij langzame kristallisatie uit verdunde vochten scheiden zich onduidelijk kristallijne korsten af. In alcohol lost het zeer gemak-

kelijk op, in aether tamelijk gemakkelijk maar langzaam, in chloroform zeer moeilijk.

Het smelt bij 139° * C, en wordt bij verdere verhitting ontleed. Hierbij ontwikkelen zich water en azijnzuur en later dampen van eene dikke olieachtige vloeistof, die alle physische eigenschappen van cinnamylhydrüur vertoont.

De analysen van het herhaaldelijk uit water gekristalliseerde zuur leverde de volgende uitkomsten op:

1) 0.3265 gr. van het zuur gaven 0.6801 gr. CO_2 en 0.1511 gr. H_2O
2) 0.2926 gr. 〃 〃 〃 〃 0.6133 〃 〃 〃 0.1350 〃 〃
3) 0.3198 gr. 〃 〃 〃 〃 0.6680 〃 〃 〃 0.1468 〃 〃

Alzoo:

	Gevonden.			Formule n (C_2H_2O)
	1)	2)	3)	
C	56.9	57.1	56.9	57.1
H	5.1	5.1	5.1	4.8

De verkregene cijfers komen, zooals men ziet, met de samenstelling van alle zuren overeen, wier moleculairgewicht $n \times C_2H_2O$ bedraagt. Uit het onderzoek der zouten volgt intusschen met groote waarschijnlijkheid, dat de ware formule van het plumierazuur is $C_{10}H_{10}O_5$; deze uitkomst wordt nog bevestigd door de resultaten van het onderzoek naar de producten van ontleding en verandering, die uit het plumierazuur onder den invloed van onderscheidene agentia worden gevormd.

Plumierazure zouten.

De bereiding van plumieraten van vaste samenstelling levert eigenaardige bezwaren op en dit laat zich gemakkelijk uit de scheikundige natuur van het zuur zelf verklaren. Een vergelijkend onderzoek van onderscheidene plumieraten heeft mij ge-

*) De bepaling van het smeltpunt leverde eenige moeilijkheden op, omdat het zuur even daarboven ontleed werd en na smelting niet onveranderd was gebleven. De methode met haarbuisjes kon hier dus niet worden gevolgd. Ik nam zeer dunne kleine aan het eene einde gesloten glazen buisjes, aan wier binnenwand zich door het verdampen van eene aetherische oplossing kleine kristalletjes hadden afgezet, sloot die buisjes los met eene kurk en plaatste ze in een bad van paraffine, die gestadig met een thermometer geroerd werd.

leid tot de overtuiging dat in de molecule $C_{10}H_{10}O_5$ 3 hydroxyl-groepen en één carboxylgroep moeten voorkomen. Ik heb namelijk zouten kunnen verkrijgen, waarin $^1/_{10}$, $^2/_{10}$, $^3/_{10}$ en $^4/_{10}$ van de in het zuur voorkomende waterstof door metalen was vervangen; beschouwt men deze als afleidingsproducten van 1 molecule zuur, waartegen zoover ik weet geene bedenkingen bestaan, dan moeten 2 zuurstofatomen tot de carboxyl-groep en 3 tot hydroxyl-groepen behooren.

Tetrakaliumplumieraat.

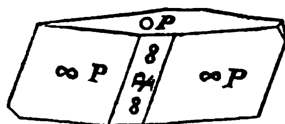


$$C_{10}H_6K_4O_{10} + 3H_2O.$$

Deze verbinding ontstaat, wanneer men plumierazuur met eene overmaat van kaliumcarbonaat-oplossing verwarmt, de vloeistof tot stroopdikte indampt en nu eenigen tijd onder een exsiccator laat verblijven. Er vormen zich langzamerhand vrij groote kristallen, waarvan de vorm moeilijk is te herkennen. Aan zeer kleine kristalindividuën nam ik onder het mikroskoop duidelijk den in Fig. 1 afgebeelden vorm waar, die tot het monoklinische systeem behoort en de combinaties ∞P, $\infty P \infty$ en $0P$ vertoont.

Het bedoelde kaliumzout is zeer gemakkelijk in water oplosbaar en vertoont groote neiging om aan de lucht te vervloeien. Het geeft aan gekristalliseerd calciumchloried in dit opzicht weinig of niets toe.

Fig. 1.



De samenstelling van het zout werd opgemaakt uit de uitkomsten van de volgende analyse:

0.2786 gram van het kaliumzout verloren bij drogen op 160° C. 0.0434 gr. water en bij hoogere temperatuur niets meer. Het residu leverde 0.1920gr. K Cl.

Alzoo:

	Gevonden.	Berekend.
H_2O	12.3	12.9
K	37.2	37.6

Diammonium- en Triammoniumplumieraat.

Wanneer plumierazuur in eene geringe overmaat van ammonia wordt opgelost, de vloeistof zachtjes wordt uitgedampt en onder een droogklok wordt weggezet, vormen zich somtijds klinoëdrische kristallen van een zeer gemakkelijk oplosbaar en vervloeiend zout, dat noodzakelijk eene triammoniumverbinding moet zijn, omdat het door ontleding met zilvernitraat een trizilverplumieraat geeft (zie later).

Laat men de kristallen onder den exsiccator boven zwavelzuur staan, zoo verdwijnen ze weer en het residu droogt eindelijk tot eene amorphe gomachtige massa op. Deze verandering berust op den overgang van het triammoniumzout in eene diammoniumverbinding; het amorphe residu geeft namelijk, met zilvernitraat ontleed, een wit dizilverplumieraat (zie later).

Hemicalciumplumieraat.



$C_{10}H_8 ca O_5 + 2H_2O.$

Deze verbinding werd synthetisch verkregen door het samenbrengen van 1 molecule plumierazuur en 1 molecule monocalciumplumieraat in waterige oplossing. Bij verdamping der zoo verkregen vloeistof zetten zich zeer fraaie kristalletjes af, die zich onder het vergrootglas voordeden als rozetten, uit hexagonale pinakoïden bestaande. De analyse van het zout leverde de volgende uitkomsten op:

0.4630 gram kalkzout verloren bij drogen op 120° C

0.0334 gr. bij verder verhitten op 160° C. nog 0.0295 gr. H_2O en gaven later 0.0875 gr. $CaCO_3$.

Hieruit vindt men:

	Gevonden.	Berekend.
H_2O	13.6	13.6
Ca	7.6	7.6

De oplosbaarheid van het zout in koud water is gering, namelijk $^1/_{200}$ (20° C.) In kokend water lost het echter gemakkelijker dan de andere calciumverbindingen van het plumierazuur op.

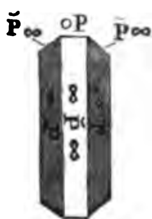
Monocalciumplumieraat.



$C_{10} H_8 Ca O_5 + 5H_2O$.

Deze merkwaardige verbinding is als zoodanig in het melksap van plumiera acutifolia aanwezig; immers een proefje daarvan, met petroleumaether uitgetrokken, laat een overschot achter, waarin het monocalciumzout aan zijn eigenaardigen kristalvorm onder het mikroskoop te herkennen is. Deze wordt door ALTHEER verkeerdelijk tot het regulaire systeem gebracht; naar het oordeel van mijn ambtgenoot BEHRENS, die de goedheid had, het beeld van een zeer zuiver kristal met behulp van de camera lucida af te teekenen, behooren de kristallen tot het rhombische stelsel en vertoonen zij de combinaties ∞P, $\infty \bar{P} \infty$, $\breve{P} \infty$ en $0 P$ (zie fig. 2.)

Fig. 2.



Het zout is in water van 20° C, slechts voor $^1/_{400}$, maar in kokend water eenigszins gemakkelijker oplosbaar. Het vertoont eene groote neiging. om oververzadigde oplossingen te vormen; uit de bij kookhitte verzadigde solutie toch zetten zich menigmaal eerst na zeer langen tijd kristalletjes van het zout af.

De analyse van het zout leverde de volgende uitkomsten op:

1) 0.5795 gr. van het zout verloren bij drogen op 120° C. 0.1354 gr. H_2O en gaven 0.1766 gr. $Ca CO_3$.

2) 0.6443 gr. zout verloren bij drogen op 120° C 0.1852 gr H_2O.

3) 0.7416 gr. zout verloren bij drogen op 160° C 0.1852 gr. H_2O.

4) 0.3486 gr. op 160° gedroogd calciumzout gaven 0.1412 gr. $Ca CO_3$.

5) 0.5048 gr. op 120° gedroogd zout gaven bij verbranding met $Pb Cr O_4$ 0.8612 gr. CO_2 en 0.1660 gr. H_2O.

6) 0.4962 gr. op 160° gedroogd zout gaven bij verbranding met $Pb Cr O_4$ 0.8634 gr. CO_2 en 0.1678 gr. H_2O.

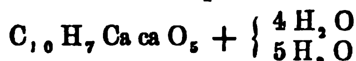
7) 0.3382 gr. op 160° gedroogd zout gaven bij verbranding met $Pb Cr O_4$ 0.5914 gr. CO_2 en 0.1164 gr. H_2O.

Deze uitkomsten bewijzen, dat het monocalciumzout 5 moleculen kristalwater bevat, maar op 120° daarvan slechts $4^1/_2$ mol. verliest en zelfs bij drogen op 160° C hardnekkig een

weinig water terughoudt. Duidelijk springt dit in het oog bij het inzien van het volgende overzicht:

	Gevonden.							Berekend.		
	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	$C_{10}H_8CaO_5+5H_2O$	$C_{10}H_8CaO_5+\frac{1}{2}H_2O$	$C_{10}H_8CaO_5$
	—	—	—	—	—	—	—	$4H_2O=21.8$	—	—
H_2O	23.4	23.5	—	—	—	—	—	$4\frac{1}{2}H_2O=23.9$	—	—
H_2O	—	—	24.9	—	—	—	—	$5H_2O=26.6$	—	—
C	—	—	—	—	46.5	47.4	47.7	—	46.8	48.4
H	—	—	—	—	3.7	3.3	3.5	—	3.5	3.2
Ca	12.2	—	—	16.2	—	—	—	11.9	—	16.2

Hemiolocalciumplumieraat.



$$C_{10}H_7\,Ca\,ca\,O_6 + \left\{ \begin{matrix} 4\,H_2O \\ 5\,H_2O \end{matrix} \right.$$

Van deze zouten werd dat met 4 moleculen kristalwater door bekoeling van eene oplossing bij aanwezigheid van eene overmaat van kalk verkregen. Het vormde kleine dikke prismaas. De analyse gaf de volgende uitkomst:

0.4004 gr. zout verloren bij drogen op 160° C 0.0874 gr. H_2O en gaven 0.1756 gr. $Ca\,CO_3$.

	Gevonden.	Berekend.
H_2O	21.8	21.3
Ca	17.6	17.7

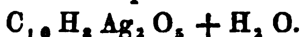
Het zout met 5 moleculen kristalwater werd bij het uitkoken van de ruwe calciumplumieraten éénmaal in den vorm van lange witte naalden verkregen.

De analyse van deze verbinding leverde de volgende resultaten:

0.4278 gr. zout verloren bij drogen op 160° C 0.1102 gr. H_2O en gaven 0.1763 gr. $Ca\,CO_3$.

	Gevonden.	Berekend.
H_2O	25.7	25.3
Ca	16.5	16.8

Dizilverplumieraat.



$C_{10}H_8Ag_2O_5 + H_2O$.

Deze verbinding wordt verkregen door dubbele ontleding van diammoniumplumieraat (zie boven) met zilvernitraat. Zij vormde een wit kristallijn, in water uiterst moeilijk oplosbaar poeder, dat aan de lucht gedroogd op 100° C geen water verloor, maar waarschijnlijk toch één molecule water gebonden bevatte.

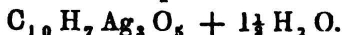
Daar de verbinding zich reeds bij drogen op 120° C. sterk begon te kleuren en bij verhitting op 160° reeds voor een goed deel was ontleed, werd het bij 100° C. gedroogde zout in een platinascheepje aan de analyse onderworpen.

De uitkomst daarvan was de volgende:

0.3908 gr. van het zout gaven 0.3908 gr. CO_2, 0.0728 gr. H_2O en 0.2004 gr. Ag.

		Berekend.	
	Gevonden.	$C_{10}H_8Ag_2O_5$	$C_{10}H_8Ag_2O_5 + H_2O$
C	26.9	28.3	27.1
H	2.6	1.7	2.3
Ag	50.1	50.0	49.0

Trizilverplumieraat.



$C_{10}H_7Ag_3O_5 + 1\frac{1}{2}H_2O$.

De bereiding van dit zout geschiedde evenals die van het voorgaande, namelijk door ontleding van een triammoniumplumieraat (zie boven) door zilvernitraat. Het vormde een wit kristallijn lichaam, dat zich bij langzame bekoeling van eene warme oplossing als eene verzameling van concentrisch gegroepeerde naalden voordeed.

Het luchtdroge zout verloor op 100° C. 1.3 pCt. water (0.0119 gr. op 0.9008 gr. zout). Van het op 100° C. gedroogde zout gaven 0.4597 gr., in een platinascheepje verbrand, 0.3701 gr. CO_2 en 0.0682 gr. H_2O (De zilverbepaling mislukte door spatten).

0.4309 gr. van het op 100° C. gedroogde zout gaven verder 0.2532 gr. Ag.

Ook dit zilverzout schijnt alzoo bij 100° C. één molecule water te bevatten.

	Gevonden 1)	2)	Berekend naar $C_{10}H_7Ag_3O_5 + H_2O$
C	21.9	—	21.9
H	1.7	—	1.7
Ag.	—	58.6	59.0

Behalve de hiervoren beschreven zouten heb ik nog getracht, de samenstelling na te gaan van een cadmium- en van een koperzout, die door den heer Dr. DE VRIJ waren bereid en zich beide geheel als homogeen onder het mikroskoop vertoonden.

Het koperzout verloor op 130 C°. slechts 3.1 pCt. water en bevatte volgens de analyse 17.5 pCt. Cu.; het cadmiumzout verloor bij drogen op 140° C. 9.6 pCt. water en bevatte 25.0 pCt. Cd.

Het is niet mogelijk, op deze cijfers eenvoudige formulen aan te sluiten, en het schijnt, dat deze zouten niettegenstaande hun homogeen uiterlijk, mengsels van twee of meer verbindingen zijn.

Verschijnselen bij de oxydatie van het plumierazuur door chroomzuur. Vorming van een aromatisch zuur $C_9H_8O_4$ *(Dioxykaneelzuur?)*

Wordt eene oplossing van plumierazuur met zwavelzuur en kaliumdichromaat samengebracht, zoo heeft, zelfs bij tamelijk groote verdunning, reductie van het chroomzuur plaats. Er scheidt zich een moeilijk oplosbaar in klinoedrische naaldjes kristalliseerend aromatisch zuur af, dat meestal door een gering chromiumgehalte geelachtig of groenachtig gekleurd, doch in zuiveren toestand geheel wit is.

Heeft de oxydatie in geconcentreerde oplossingen plaats of ondersteunt men de scheikundige werking door verwarmen, zoo heeft sterke opbruising en ontwikkeling van kooldioxyd plaats. Dit feit in verband met de aanzienlijke opbrengst aan

moeilijk oplosbaar product bracht mij op het vermoeden, dat dit laatste uit het plumierazuur moet ontstaan onder gelijktijdige vorming van mierenzuur.

Om mij hieromtrent te vergewissen verhitte ik eene kleine hoeveelheid plumierazuur (1½ gram.) met eene beperkte hoeveelheid kaliumdichromaat en verdund zwavelzuur in eene retort, ving het bij koking overgaande destillaat op en zocht daarin naar mierenzuur. Deze verbinding kon daarin met voldoende zekerheid worden aangetoond door de reactie tegenover kwikoxyd en tegenover ammoniacale zilveroplossing. Wanneer een deel van het destillaat met baryt werd uitgedampt en later met eenigszins verdund zwavelzuur werd overgoten, ontwikkelde zich duidelijk de reuk van mierenzuur. De hoeveelheid materiaal, die ik bezat was niet voldoende *, om de aanwezigheid van mierenzuur nog door de analyse van een of ander formiaat te bevestigen.

Wat nu het boven bedoelde moeilijk oplosbare zuur betreft, ik zuiverde het, door het met ammonia in overmaat uit te dampen, het terugblijvende met water en een weinig ammonia in oplossing te brengen, de vloeistof van afgescheiden chromiumhydraat af te filtreeren en daarna door verdund zwavelzuur tusschen twee horlogieglazen te sublimeeren en uit verdunden alcohol om te kristalliseeren.

Het zoo gereinigde product is in water moeilijk, in alcohol en aether gemakkelijk oplosbaar. Het smelt bij eene zeer hooge temperatuur (boven 240° C.) en sublimeert onveranderd in den vorm van fijne aaneengeschakelde naaldjes.

De analyse der verbinding leverde het volgende resultaat op:
1) 0.2230 gr. van het zuur gaven 0.4948 gr. CO_2 en 0.0854 gr. H_2O
2) 0.3091 〃 〃 〃 〃 〃 0.6722 〃 〃 〃 0.1237 〃 〃
3) 0.1720 〃 〃 〃 〃 〃 0.3739 〃 〃 〃 0.0650 〃 〃

Alzoo:

	Gevonden.			Berekend.	
	1)	2)	3)	$C_9H_8O_4$	$C_{11}H_{10}O_5$
C	59.2	59.2	59.3	60.0	59.5
H	4.1	4.4	4.2	4.4	4.5

*) Uit den geheelen voorraad aan melksap had ik slechts ongeveer 50 grm. zuivere calciumzouten verkregen, overeenkomende met ongeveer 30 grm. plumierazuur.

Op de gevondene cijfers laten zich onderscheidene formulen berekenen, zoo onder anderen de formulen $C_9 H_8 O_4$ en $C_{11} H_{10} O_5$, waarvan de laatste, wat procentische samenstelling betreft, beter nog dan de eerste met de uitkomsten der analyse strookt. Houdt men echter in het oog, dat de onderzochte stof een afbrekingsproduct van het plumierazuur is, zoo kan van eene formule met C_{11} wel geen sprake zijn en wint daarentegen de formule $C_9 H_8 O_4$ aan waarschijnlijkheid.

Daar het mij zeer wenschelijk voorkwam, die formule door de analyse van een of meer zouten te bevestigen, heb ik de uiterste kleine hoeveelheid van het praeparaat, dat ik nog bezat, tot zouten van vaste samenstelling trachten te verwerken. Na eenige mislukte pogingen ben ik er in geslaagd een paar zilverzouten te verkrijgen, waarvan de samenstelling, naar mij voorkomt, omtrent de formule van het zuur nauwelijks eenigen twijfel overlaat.

Het eerste zout wordt verkregen door het zuur in overmaat van ammonia op te lossen en de oplossing tot droogwordens te verdampen, het overschot weder in water op te lossen en nu met zilvernitraat neer te slaan. De samenstelling van dit zout beantwoordde, zooals de uitkomst der analyse bewees, nagenoeg aan de formule $C_9 H_6 Ag_2 O_4$; wel is waar is het koolstofgehalte te laag en het zilvergehalte te hoog, maar dit laat zich gemakkelijk verklaren uit de moeilijkheid om langs den aangewezen weg een ammoniumzout van vaste samenstelling te verkrijgen. In elk geval zijn de uitkomsten der analyse voldoende om, in verband met de analyse van het volgende zilverzout, de aangenomene samenstelling van een zout $C_9 H_6 Ag_2 O_4$ te wettigen.

0.4203 gr. zout, op 120° gedroogd en in een platina-scheepje verbrand, gaven 0.4471 gr. CO_2, 0.0630 gr. H_2O en 0.2201 gr. Ag.

	Gevonden.	Berekend naar $C_9 H_6 A_2 O_4$.
C	29.0	27.4
H	1.6	1.5
Ag	52.4	54.8

Het tweede zilverzout werd verkregen, door het zuur met

eene zwakke overmaat van kaliumcarbonaat en water samen t
brengen, de vloeistof te concentreeren en het na eenigen tij
uitgekristalliseerde vezelachtige zout door persen tusschen papi
van de moerloog te bevrijden, voorts in water op te lossen e
met zilvernitraat neer te slaan.

0.4064 gram van het aldus verkregen zilverzout, op 120° g
droogd en in een platinascheepje verbrand, gaven 0.3178 g
CO_2, 0.0512 gr. H_2O en 0.2604 gr. Ag.

	Gevonden.	Berekend naar $C_8H_8Ag_2O_4$
C	21.3	21.3
H	1.4	1.0
Ag	64.0	64.6

De samenstelling der beide zilverzouten toont tevens aan, d
in het zuur $C_9H_8O_4$, hoogstwaarschijnlijk één carboxylgro
en twee aan koolstof direct gebonden hydroxylgroepen voo
komen; eene uitkomst die het vermoeden wettigt, dat men hi
met een dioxykaneelzuur, een oxyparacumaarzuur of dergelij
verbinding te doen heeft.

Verschijnselen bij de werking van natriumamalgama en wat op het plumierazuur. Dihydroplumierazuur $C_{10}H_{12}O_5$.

De voor het plumierazuur en voor het daaruit door oxyda
ontstaande product gevonden samenstelling maakte het wa
schijnlijk, dat beide tot de zoogenaamde onverzadigde verb
dingen moesten behooren; en onder den invloed van waters
in statu nascenti in andere zuren moesten kunnen overga
die H_2 meer dan de moederstof bevatten.

Het bleek mij dan ook inderdaad, dat beide stoffen in wa
rige oplossing door natriumamalgama werden veranderd.
geringe hoeveelheid van het zuur $C_9H_8O_4$ die ik nog be
liet mij niet toe, daarmede verder afdoende proeven te doen
daarom bepaalde ik er mij toe, de reactie van waterstof op
plumierazuur zelf met zekerheid aan te toonen.

De reactie heeft veel moeilijker plaats dan bij het kaneelz
en aanvankelijk wanhoopte ik er aan, ze tot stand te breng

eene matig geconcentreerde oplossing van plumierazuur, eenige dagen boven eene laag natrium-amalgama staande, verandert bijna niet en de uittrekking van het aangezuurde vocht met aether levert bijna niet anders dan het onveranderde plumierzuur. Om de beoogde omzetting te doen plaats grijpen, is het noodig, dat men de vloeistof en het amalgama dagen achtereen op een waterbad verwarmt, en dan nog is het moeilijk, om de laatste sporen van plumierazuur te verwijderen.

Is intusschen de hoofdmassa van dit laatste omgezet, zoo laat zich het hydrozuur door gefractioneerd schudden van de aangezuurde vloeistof met kleine hoeveelheden aether van de nog onveranderd geblevene moederstof scheiden. De eerste aetherische oplossingen bevatten het plumierazuur, de latere alleen of bijna uitsluitend het hydrozuur. Dit laat zich, nadat het bij verdamping van het oplosmiddel is achtergebleven, dadelijk van het plumierazuur onderscheiden. Het vormt namelijk eene strooperige en bij verder uitdrogen eene vernisachtige massa, die zeer langzaam kristallijn wordt, somtijds eerst in het verloop van een paar dagen. Meestal beginnen zich op de oppervlakte van het schaaltje, waarover de taaie massa is uitgespreid, kleine in één punt samenkomende kristalnaaldjes te vertoonen, die zeer langzaam voortgroeien, totdat eindelijk alles nagenoeg geheel in eene vaste massa is veranderd, die door sterk persen tusschen filtreerpapier van eene geringe hoeveelheid eener aanhangende kleverige stof kan worden bevrijd. Door omkristalliseeren uit eene kleine hoeveelheid water, waaruit zich bij langzame uitdamping de verbinding weder afscheidt, laat deze zich dan verder zuiveren.

De uitkomst der analyse bewijst, dat de verbinding inderdaad aan de samenstelling $C_{10}H_{12}O_5$ beantwoordt.

0.1109 gram der stof gaven namelijk 0.2300 gr. CO_2 en 0.0602 gr. H_2O.

	Gevonden.	Berekend naar $C_{10}H_{12}O_5$
C	56.6	56.6
H	6.0	5.7

Het *dihydroplumierazuur* is, in tegenstelling van het *plu-*

mierazuur, in ***koud water zeer gemakkelijk oplosbaar***, eveneens in alcohol en aether.

Het is mij niet mogelijk geweest, om het smeltpunt van het zuur nauwkeurig te bepalen, omdat het boven 100° C. allengs taai wordt Bij 120° C. is het echter geheel gesmolten. Ik ben er niet geheel zeker van, of niet eene kleine hoeveelheid van een bijmengsel op dit smeltpunt van grooten invloed is, want het is mij ééns voorgekomen, dat een zeer zuiver gedeelte onmiddellijk na bekoeling vast werd en in eene kristallijne massa overging.

Verschijnselen bij de droge destillatie van het plumierazuur.

Bij de beschrijving van de eigenschappen van het plumierazuur is reeds opgemerkt, dat het door droge destillatie in dier voege wordt ontleed, dat er azijnzuur en eene in alle opzichten met kaneelolie overeenkomende vloeistof werden gevormd. Tot mijne groote teleurstelling heb ik niet genoeg materiaal ter mijner beschikking gehad, om de onder den invloed van verhoogde temperatuur optredende stoffen nategaan en hare natuur met volkomen zekerheid uit te maken. Ik moet mij dus bepalen tot de mededeeling van hetgeen ik omtrent den ga der ontleding heb kunnen waarnemen.

Plumierazuur in eene retort verhit begint boven het sme punt al spoedig damp- en gasbellen te ontwikkelen. Er d tilleert eerst een volkomen helder vocht over, dat zeer st naar azijnzuur riekt en inderdaad uit niets anders, dan uit zuur met water verdund schijnt te bestaan. Mierenzuur k in dit vocht niet worden aangetoond.

Bij verdere verhitting begint de inhoud van de retort z meer en meer te kleuren; er ontwikkelen zich eerst damp van eene moeilijk vluchtige olie, die geheel den reuk v kaneelolie heeft; nog later verdichten zich geringe hoeveelhed van eene stof, die *zeer spoedig kristallijn* wordt en zich da door reeds als een geheel ander lichaam dan de eerstkomen olieachtige stof doen kennen. Er blijft eindelijk eene zeer rui hoeveelheid kool in de retort terug.

Ik heb mij alle moeite gegeven, om te bewijzen, dat de bedoelde olie inderdaad cinnamylhydruur was, maar het is mij niet mogen gelukken. De hoeveelheid er van was zoo gering, dat aan eene analyse, of aan eene reiniging van het product niet te denken viel. Bij verhitting met kaliumdichromaat en zwavelzuur werd het in een kristallijn zuur omgezet, waarvan ik alweder niet heb kunnen uitmaken of het inderdaad benzoëzuur of kaneelzuur was; dit zal niemand verwonderen, die bedenkt, hoezeer de physische eigenschappen van dergelijke stoffen, vooral die van het benzoëzuur door geringe bijmengselen worden gewijzigd. Evenals cinnamylhydruur werkte ook de bedoelde olie reduceerend op eene ammoniacale oplossing van zilvernitraat.

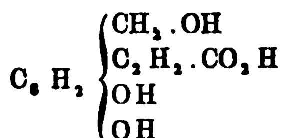
Een enkele maal heb ik bij verhitting afzonderlijke gedeelten van het destillaat waargenomen, die den reuk bezaten van benzophenon.

Verschijnselen bij het smelten van plumierazuur met eene overmaat van kaliumhydroxyd.

Bij het smelten van plumierazuur (2 decigram) met kalium-hydroxyd en een paar druppels water verkreeg ik eene massa, die later met zwavelzuur oververzadigd en met aether geschud, aan deze vloeistof eene zelfstandigheid afstond, die bij verdamping van het oplosmiddel ten deele kristalliseerde. De kristalletjes, zoo goed mogelijk geperst, gaven met ijzerchloride de reactie van salicylzuur. Om hieromtrent zekerheid te erlangen heb ik de kleursverandering die eene met ijzerchloride bedeelde oplossing van *zuiver* salicylzuur onder bijvoeging van toenemende hoeveelheden water onderging, vergeleken met de verschijnselen welke de door mij verkregene stof onder dezelfde omstandigheden vertoonde, en daarbij volkomeme identiteit waargenomen. Ik meen dus de vorming van salicylzuur bij het smelten van plumierazuur met kali als hoogst waarschijnlijk te mogen aannemen.

Hypothese omtrent de constitutie van het plumierazuur.

Wanneer wij alles, wat tot nog toe omtrent het plumierazuur is medegedeeld, met elkaar in verband brengen en voor een oogenblik aannemen, dat bij de droge destillatie van het plumierazuur *inderdaad* cinnamylhydruur wordt gevormd, dan komt mij de volgende structuurformule voor het plumierazuur niet onwaarschijnlijk voor



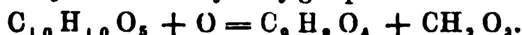
$$C_6 H_2 \begin{cases} CH_2 . OH \\ C_2 H_2 . CO_2 H \\ OH \\ OH \end{cases}$$

volgens welke de genoemde verbinding niets anders zou zijn dan een *oxymethyl-dioxycinnamylzuur*.

De formule geeft van verscheidene feiten rekenschap, die wij in het bovenstaande hebben aangehaald, en wel:

1°. Zij strookt met het bestaan van 4 reeksen van plumierazure zouten, waarvan wij enkele repraesentanten hebben kunnen aantoonen.

2°. Zij is in overeenstemming met de ontleding, die het plumierazuur door oxydatie met chroomzuur ondergaat en waarbij het stuk CH_2O van de oxymethylgroep in mierenzuur overgaat



$$C_{10} H_{10} O_5 + O = C_9 H_8 O_4 + CH_2 O_2 .$$

3°. Zij vordert het bestaan van een zuur $C_{10} H_{12} O_5$, dat wij inderdaad door de werking van waterstof op het plumierazuur hebben verkregen.

4°. Zij wordt eerder bevestigd dan tegengesproken door de omstandigheid, dat van het zuur $C_9 H_8 O_4$ zouten zijn verkregen, waarin 2 H en 3 H door zilver waren vervangen.

Intusschen zoolang het onderzoek van het plumierazuur niet op uitgebreidere schaal is verricht en het verband daarvan met kaneelzuur niet met meerdere zekerheid is aangetoond, blijft hetgeen ik omtrent de mogelijke constitutie van het plumierazuur heb gemeend te mogen opperen, eene hypothese en niets meer.

Delft, 16 Juni 1875.

OVER CILINDERVORMIGE GELUIDGOLVEN.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

Wanneer van de punten eener homogene rechte lijn gelijke trillingen van dezelfde phase uitgaan, kan een stelsel cilindervormige luchtgolven ontstaan, waarvan eerstgenoemde rechte lijn de as is.

Wij stellen ons voor zulke golven nader te onderzoeken, bepaaldelijk wat betreft de energie, de intensiteit en het timbre van het geluid, dat ontwikkeld wordt, wanneer genoemde trillingen van gelijke periode zijn, wier duur binnen de grenzen voor een muziekalen toon valt. Op dezelfde wijze onderzochten wij reeds in vroegere opstellen *) de spherische golven, die om eene kleine trillende ruimte als middenpunt gevormd worden.

De luchtdeelen, die zich op een cilindervlak bevinden, waarvan de rechte lijn, die de bron van het geluid is de as vormt, bevinden zich op een willekeurig oogenblik allen in denzelfden toestand van trilling; de beweging wordt dus eene symetrische rondom die lijn.

Nemen wij die lijn als x as van coördinaten, de afstand van eenig luchtdeeltje tot die lijn zij $r = \sqrt{y^2 + z^2}$, zoo zal φ, de snelheidspotentiaal der geluidbeweging slechts van r en t (den tijd) afhankelijk zijn, zoodat

$$\varphi = f(r, t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

*) *Verslagen en Mededeelingen*, Deel VIII, blz. 138, Deel IX, blz. 75.

de bekende vergelijking voor de snelheidspotentiaal der lucht-beweging *)

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = a^2\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

hervormt zich aldus:

$$\frac{d\varphi}{dx} = 0,\quad \frac{d\varphi}{dy} = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{dr}{dy} \qquad\qquad r^2 = y^2 + z^2$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\,\frac{y}{r} \qquad\qquad \frac{dr}{dy} = \frac{y}{r}$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{d\varphi}{dr}\,\frac{z}{r}$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = 0$$

$$\frac{d^2\varphi}{dy^2} = \frac{d^2\varphi}{dr^2}\,\frac{y^2}{r^2} + \frac{d\varphi}{dr}\left(\frac{1}{r} - \frac{y^2}{r^3}\right)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = \frac{d^2\varphi}{dr^2}\,\frac{z^2}{r^2} + \frac{d\varphi}{dr}\left(\frac{1}{r} - \frac{z^2}{r^3}\right)$$

zoodat (I) overgaat in:

$$\frac{1}{a^2}\,\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{d\varphi}{dr} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

Ten einde deze vergelijking te integreren, stellen wij †):

$$\varphi = \Sigma\,(A_n.\,r^n) \quad \ldots\ldots\ldots \text{(I}$$

waarin het teeken Σ op eene reeks wijst met afdalende indic voor n, terwijl A_n eene functie van r en t is, die aan de pa tiele differentiaalvergelijking:

$$\frac{1}{a^2}\,\frac{d^2A_n}{dt^2} = \frac{d^2A_n}{dr^2} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(}$$

*) DUHAMEL, *Cours de Mécanique.* II, N°. 197.

† Zie AIRY, *On Sound.* London 1868. N°. 43 en 44

voldoet; voor A_n kan dus eene arbitraire functie van $r-at$ genomen worden, zoodat

$$A_n = F_n\,(r-at)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(4)$$

Substitueeren wij de waarde van φ uit (2) in de vergelijking (II), zoo geeft de voorwaarde dat deze laatste vergelijking daardoor identiek moet worden, betrekkingen tusschen de achtervolgende A_n, A_{n-1}, A_{n-2} enz.; het blijkt dan dat $n = -\frac{1}{2}$, terwijl

$$A_{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8}\int A_{-\frac{1}{2}}\,dr$$

$$A_{-\frac{5}{2}} = \frac{9}{128}\int dr\int A_{\frac{1}{2}}\,dr$$

$$A_{-\frac{7}{2}} = \frac{75}{1024}\iiint A_{-\frac{1}{2}}\,dr^3, \text{ enz.}$$

zoodat, wanneer wij voor $A_{-\frac{1}{2}}$, A schrijven er volgt

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{r}} + \frac{1}{8}\frac{\int A dr}{r\sqrt{r}} + \frac{9}{128}\frac{\iint A dr^2}{r^2\sqrt{r}} + \frac{75}{1024}\frac{\iiint A dr^3}{r^3\sqrt{r}} + \text{enz.}\;.\text{(III)}.$$

Zijn de trillingen die van een muziekalen toon, wiens golflengte λ, zoo kan A worden voorgesteld door

$$C\cos k\,(r-at)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(5)$$

waarin C eene constante, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. — Wij verkrijgen dan:

$$\varphi = \frac{C\cos k(r-at)}{\sqrt{r}} + \frac{1}{8}\frac{C\sin k(r-at)}{kr\sqrt{r}} - \frac{9}{123}\frac{C\cos k(r-at)}{k^2r^2\sqrt{r}} - \text{enz.}\;.\;\text{(IV)};$$

gemakkelijk kan aangetoond worden, dat deze waarde aan (II) voldoet.

Zij laat zich nog onder dezen vorm brengen:

$$\varphi = \frac{C}{\sqrt{r}}\left\{\cos k(r-at) + \frac{1}{16\pi}\sin k(r-at)\left(\frac{\lambda}{r}\right) - \frac{9}{512}\cos k(r-at)\left(\frac{\lambda}{r}\right)^2 + \text{enz.}\right\}.$$

Bepalen wij ons tot luchtdeelen, die ver genoeg van de geluidbron verwijderd zijn dat de tweede en hoogere magten van $\frac{\lambda}{r}$ kunnen worden weggelaten, zoo volgt:

$$\varphi = \frac{C \cos k(r-at)}{\sqrt{r}} + \frac{1}{8}\frac{C \sin k(r-at)}{r\sqrt{r}} \quad \ldots\ldots \quad (V)$$

dat is zoo wij kortheidshalve:

$$k(r-at) = u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

stellen:

$$\varphi = \frac{C \cos u}{r^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{8}\frac{C \sin u}{r^{\frac{3}{2}}};$$

dan worden:

$$\frac{1}{a}\frac{d\varphi}{dt} = \frac{C}{r^{\frac{1}{2}}}\left\{k \sin u - \frac{1}{8}\frac{\cos u}{r}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

$$\frac{d\varphi}{dr} = -\frac{C}{r^{\frac{1}{2}}}\left\{k \sin u + \frac{3}{8}\frac{\cos u}{r}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Duiden wij nu als vroeger de potentiele, actuele- en de totale energie der geluidbeweging door E, T en U aan, zoo volgt als ϱ_0 de normale dichtheid der lucht voorstelt *).

$$E = \frac{1}{2}\varrho_0 \int \frac{1}{a^2}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 dv \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

$$T = \frac{1}{2}\varrho_0 \int \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 dv \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

$$U = E + T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

ten overvloede zij opgemerkt, dat E niet de absolute potentiele energie der lucht is, doch alleen die der geluidbeweging, d. w. z. de energie der door de luchtbeweging veroorzaakte luchtver-

---

*) *Verslagen en Mededeelingen* VIII, blz. 136 en 137.

dunning of verdichting. Nemen wij verder aan, dat de lijn die als geluidbron optreedt eene lengte l heeft, dat aan de einden dier lijn daarop loodrechte, oneindig uitgestrekte vlakken zijn aangebracht en laat ons de energie in eene ruimte bepalen, die door deze vlakken en door twee cilinders begrensd wordt, welke genoemde lijn tot as hebben. Is r de afstand van een punt dier ruimte tot de as, zoo is als dv een cilindervormig volume element,

$$dv = 2\pi l r\, dr \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

en wij vinden voor de 3 energiën, dE, dT, dU in dit element,

$$dE = \varrho_0 \pi l C^2 \left(k^2 \sin^2 u - \frac{1}{4}\frac{k}{r} \sin u \cos u + \frac{1}{64}\frac{\cos^2 u}{r^2} \right) dr \quad . \; . \quad (13)$$

$$dT = \varrho_0 \pi l C^2 \left(k^2 \sin^2 u + \frac{3}{4}\frac{k}{r} \sin u \cos u + \frac{9}{64}\frac{\cos^2 u}{r^2} \right) dr \quad . \; . \quad (14)$$

$$dU = \varrho_0 \pi l C^2 \left(2 k^2 \sin^2 u + \frac{1}{4}\frac{k}{r} \sin 2u + \frac{5}{32}\frac{\cos^2 u}{r^2} \right) dr \quad . \; . \quad (15)$$

zoodat

$$dU = \frac{\varrho_0}{2} C^2 \left(2 k^2 \frac{\sin^2 u}{r} + \frac{1}{4}\frac{k}{r^2} \sin 2u + \frac{5}{32}\frac{\cos^2 u}{r^3} \right) dv \quad . \; . \quad (16)$$

$$\frac{dU}{dv} = \frac{\varrho_0}{2} C^2 \left(2 k^2 \frac{\sin^2 u}{r} + \frac{1}{4}\frac{k \sin 2u}{r^2} + \frac{5}{32}\frac{\cos^2 u}{r^3} \right)$$

Nu is de intensiteit van het geluid *)

$$I = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{dU}{dv}\, dt$$

waarin T de trillingstijd. — Dus, daar

$$\frac{1}{T}\int_t^{t+T} \sin^2 u\, dt = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} \cos^2 u\, dt = \frac{1}{2}$$

---

*) *Verslagen en Mededeelingen*, IX, p. 77.

terwijl

$$\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} \sin 2\,u\,d\,t = 0$$

$$I = \frac{2}{\varrho_0} C^2 \left\{ \frac{k^2}{r} + \frac{5}{64\,r^3} \right\}$$

$$= \frac{\varrho_0}{2} \frac{C^2}{r\lambda^2} \left\{ 4\,\pi^2 + \frac{5}{64}\left(\frac{\lambda}{r}\right)^2 \right\}$$

$$= \frac{A}{r\,\lambda^2} \left\{ 4\,\pi^2 + \frac{5}{64}\left(\frac{r}{\lambda}\right)^2 \right\} \ldots\ldots \quad \text{(VI)}$$

Voor groote afstanden is

$$I = \frac{B}{r\,\lambda^2} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{VI}_a)$$

de intensiteit is dan omgekeerd evenredig aan den afstand en aan de tweede macht van de golflengte. Wat de energie in eene golf betreft, merken wij op dat uithoofde de waarde (15), voor eene elementaire laag op afstand r, dU kleiner wordt bij toenemende r, en tot de *limiet*

$$dU = 2\,\varrho_0\,\pi\,l\,C^2\,k^2 \sin^2 u\,d\,r \ldots\ldots \quad (17)$$

nadert, terwijl dE en dT eveneens veranderlijk en afnemende met den afstand steeds *ongelijk* zijn en zóó, dat $dT > dE$; zij naderen echter tot dezelfde grens

$$dE = dT = \tfrac{1}{2}\,dU = \varrho_0\,\pi\,l\,C^2\,k^2 \sin^2 u\,d\,r \ldots \quad (18)$$

Wij hebben hier, wegens de waarde der verplaatsing uit (8) af te leiden, even als vroeger *) met eene veranderlijke golflengte te doen; nemen wij weder als de *normale* golflengte,

*) T. a. p. IX, blz. 80.

$\lambda = a\,T = \frac{a}{n}$, zoo hebben wij voor de totale energie in zoodanige golf op den tijd t

$$U = 2\,\varrho_0\,\pi\,l\,C^2\,k^2 \int_r^{r+\lambda} \sin^2 k(r-a\,t)\,dr$$

$$= 2\,\varrho_0\,\pi\,l\,C^2\,k^2 \left\{ -\frac{1}{4}\sin 2\,k\,(r-a\,t) + \frac{1}{2}k\,(r-a\,t) \right\}_r^{r+\lambda}$$

$$= \frac{4\,\varrho_0\,\pi^2\,l\,C^2}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(VII)}$$

en in dit geval:

$$E = T = \frac{1}{2}U = \frac{2\,\varrho_0\,\pi^2\,l\,C^2}{\lambda} \quad \ldots\ldots \quad \text{(VIII)}$$

hierin zijn dan de waarden der energiën voor *grooten* afstand van de lijn gegeven.

De gemiddelde energie gedurende een trillingstijd in eene normale golfruimte op *willekeurigen* afstand aanwezig, kan uit de waarde van I terstond worden afgeleid. Wij hebben daarvoor toch

$$U = \int I\,dv = 2\,\pi\,l \int_r^{r+\lambda} I\,r\,dr$$

$$= \pi\,\varrho_0\,C^2\,l \int_r^{r+\lambda} \left(k^2 + \frac{5}{64\,r^2}\right) dr$$

$$= \pi\,\varrho_0\,C^2\,l \left(k^2\,r - \frac{5}{64\,r}\right)_r^{r+\lambda}$$

$$= \varrho_0\,\pi\,l\,C^2 \left(\frac{4\,\pi^2}{\lambda} + \frac{5\,\lambda}{64\,r\,(r+\lambda)}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(IX)}.$$

Welke formule voor groote waarden van r met (VII) over-

eenstemt. Omtrent het afnemen van U als r toeneemt, verwijzen wij naar ons vroeger opstel *).

Wat de verdeeling der beide energiën E en T betreft, wij zagen dat voor een volume-element

$$dv = 2\pi l r dr$$

met toenemende r, E en T dezelfde limiet hebben door (VIII) aangegeven. Uit (13) en (14), in verband met (7) en (8) blijkt, dat voor willekeurige r, dT steeds grooter dan dE; bepalen wij ons tot de drie eerste termen van dE en dT, zoo volgt voor de *gemiddelde* energie gedurende een trillingstijd in eene normale golfruimte

$$E = \varrho_0 \pi l C^2 \int_r^{r+\lambda} \left(\frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{128}\frac{1}{r^2}\right) dr$$

$$= \varrho_0 \pi l C^2 \left\{\frac{2\pi^2}{\lambda} + \frac{1}{128}\frac{\lambda}{r(r+\lambda)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(X)}.$$

$$T = \varrho_0 \pi l C^2 \int_r^{r+\lambda} \left(\frac{1}{2}k^2 + \frac{9}{128}\frac{1}{r^2}\right) dr$$

$$= \varrho_0 \pi l C^2 \left\{\frac{2\pi^2}{\lambda} + \frac{9}{128}\frac{\lambda}{r(r+\lambda)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(XI)}$$

zoodat $T > E$, terwijl de som van E en T met (IX) overeenstemt.

Onderzoeken wij eindelijk het *timbre* van zamengestelde toonen; even als wij dit vroeger bij spherische golven deden †), zoo hebben wij voor de intensiteit van den p^{en} partielen toon, ingevolge (VI),

$$I_p = \frac{A_p}{r\lambda_p^2}\left\{4\pi^2 + \frac{5}{64}\left(\frac{\lambda_p}{r}\right)^2\right\}$$

---

*) T. a. p. IX, blz. 81.

†) T. a. p. IX, blz. 83.

dus voor het timbre als $4\pi^2 = c^2$ en $\frac{5}{64} = \mu$

$$\alpha_p = \frac{I_p}{I} = \left(\frac{\lambda A_p}{\lambda_p A}\right)^2 \left\{\frac{c^2 r^2 + \mu \lambda^2_p}{c^2 r^2 + \mu \lambda^2}\right\}.$$

Zijn nu de boventoonen harmonisch, zoo is $\lambda_p = \frac{1}{p}\lambda$; stellen wij weder $A_p = kA$, zoo volgt:

$$\alpha_p = k^2 \left\{\frac{c^2 r^2 p^2 + \mu \lambda^2}{c^2 r^2 + \mu \lambda^2}\right\};$$

dat is bij de bron

$$r = 0 \qquad \alpha^0{}_p = k^2$$

op grooten afstand

$$r = \infty \qquad (\alpha_p) = p^2 k^2$$

of

$$(\alpha_p) = \left(\frac{\lambda A_p}{\lambda_p A}\right)^2 = \frac{\lambda^2}{\lambda^2_p} \alpha^0{}_p$$

zoodat de relatieve intensiteit van den p^{en} partielen toon op afstand p^2 maal grooter is dan aan de bron.

Ofschoon dit slechts volmaakt juist is voor oneindig grooten afstand, wordt op betrekkelijk korten afstand vrij wel aan die wet voldaan. Wij verkrijgen dus hier dezelfde resultaten als bij de spherische golven, die zich rondom een punt verbreiden en verwijzen voor meerdere bijzonderheden naar onze behandeling van dit geval.

Utrecht, April 1875.

OVER EEN GEVAL VAN DISCONTINUITEIT.

DOOR

L. COHEN STUART.

Door vele wiskundigen wordt stilzwijgend aangenomen, door sommigen uitdrukkelijk beweerd, dat indien $f(x)$, bij vloeiende verandering van x, plotseling van waarde verandert, hiermede altijd eene afbreking van continuiteit en wel een oneindig worden van de afgeleide functie $f'(x)$ gepaard gaat; en in verband daarmede, dat zoolang $f'(x)$ eindig blijft, $\int_a^b f'(x)\,dx$, opgevat als $\Sigma f'(x)\,\Delta x$, voor toename van x, van a tot b, met onbepaaldelijk tot 0 naderende Δx, gelijk aan $f(b) - f(a)$ mag gesteld worden.

Een voorbeeld hetwelk ten bewijze kan strekken, dat dit niet algemeen doorgaat, en ook overigens tot opmerkingen aanleiding geeft, die wellicht eenige aandacht verdienen, levert de discontinuiteit van $f(x) = e^{-e^{\frac{1}{x}}}$ (als bijzonder geval van $r^{-r^{\frac{1}{x}}}$) voor $x = 0$.

Voor δ positief en onbepaaldelijk tot 0 naderende is $f(-\delta) = 1$ en $f(\delta) = 0$; niettemin is, zonder eenige discontinuiteit van

$$f'(x) = e^{-e^{\frac{1}{x}}}\, e^{\frac{1}{x}}\, x^{-2}, \quad f'(-\delta) = f'(\delta) = 0.$$

Voorts is, hoewel $f'(x)$ eindig blijft, voor a en b positief en ε en ε' positief en onbepaaldelijk tot 0 naderende,

$$\int_{-a}^{b} f'(x)\,dx = \int_{-a}^{-\varepsilon} f'(x)\,dx + \int_{\varepsilon'}^{b} f'(x)\,dx$$

niet gelijk aan $f(b) - f(-a)$, maar gelijk aan $f(b) - f(-a) + 1$.

De loop der kromme $y = f(x)$ is voorgesteld door fig. 1, waarin $OA = 1$; die der kromme $y = f'(x)$ door fig. 2. De beide takken der kromme $y = f(x)$ hebben de lijn $y = \frac{1}{e} = OE$ tot asymptoot; daar, zooals bij onderzoek gemakkelijk blijkt, $\frac{1 - f(-\delta)}{\delta^n}$ en $\frac{f(\delta)}{\delta^n}$, hoe groot n ook zij, te gelijk met δ onbepaaldelijk tot 0 naderen, hebben die takken, voor $x = o$, respectievelijk met de lijnen $y = 1$ en $y = 0$ een aanraking van de orde ∞. De kromme $y = f'(x)$ heeft de lijn $y = 0$ tot asymptoot en met deze voor $x = 0$ insgelijks een aanraking van de orde ∞.

Rechts en evenzoo links van de y-as is inhoud $m\mu' n\nu'$ (fig. 2) $= n\nu - m\mu$ (fig. 1); dat is

$$\int_{m}^{n} f'(x)\,dx = f(n) - f(m).$$

Daarentegen is inhoud $a\alpha' b\beta' = (OA - a\alpha) + (b\beta - 0)$ $= b\beta - a\alpha + 1$; dat is, zooals reeds werd opgemerkt,

$$\int_{-a}^{b} f'(x)\,dx = f(b) - f(-a) + 1.$$

Voor het hier verbroken verband, tusschen het verschil van de ordinaten der kromme $y = f(x)$ en den inhoud bepaald door de overeenkomende ordinaten der kromme $y = f'(x)$, laat zich

een ander verband in plaats stellen. Merkt men op dat $OE - b\beta$ gelijk is aan den rechts van $b\beta'$ en dat $a\alpha - OE$ gelijk is aan den links van $a\alpha'$ zich oneindig ver uitstrekkenden inhoud, dan blijkt $a\alpha - b\beta$ gelijk te zijn aan den inhoud rechts van $b\beta'$ en links van $a\alpha'$; dat is

$$f(-a) - f(b) = \int_b^{+\infty} f'(x)\,dx + \int_{-\infty}^{-a} f'(x)\,dx,$$

waarvoor men allicht geneigd zou zijn te schrijven:

$$f(-a) - f(b) = \int_b^{-a} f'(x)\,dx \quad (b, \pm\infty, -a).$$

De mogelijkheid om, waar het verschil van de waarden der onbepaalde integraal zijn gewone beteekenis van bepaalde integraal verliest, dat verschil op de aangegeven wijze te voorschijn te brengen, doet zich veelmalen voor. Uit $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + \text{const.}$; niet besloten worden tot $\int_{-}^{1} \frac{dx}{x^2} = -2$, maar wel is $2 = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2} + \int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2}$.

Zoo dikwijls namelijk voor alle waarden van $x < x_1$, $\int_x^{x_1} f'(x)\,dx = f(x_1) - f(x)$ en voor alle waarden van $x > x_2$ $(x_2 > x_1)$, $\int_{x_2}^{x} f'(x)\,dx = f(x) - f(x_2)$ is, bovendien $f(-x)$ en $f(x)$ voor onbepaaldelijk toenemende x onbepaaldelijk tot dezelfde limiet naderen, is, onafhankelijk van afbrekingen van continuiteit tusschen x_1 en x_2,

$$f(x_1) - f(x_2) = \int_{x_2}^{+\infty} f'(x)\,dx + \int_{-\infty}^{x_1} f'(x)\,dx \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Immers, indien $h < x_1 < x_2 < k$ zijnde, voor x tusschen h en x_1 $\int_x^{x_1} \psi'(x)dx = \psi(x_1) - \psi(x)$, en voor x tusschen x_2 en k, $\int_{x_2}^{x} \psi'(x)\,dx = \psi(x) - \psi(x_2)$, bovendien $\varphi(h) = \psi(k)$ is, heeft men geheel in het algemeen de identieke vergelijking

$$\begin{aligned}\varphi(x_1) - \psi(x_2) &= \psi(k) - \psi(x_2) + \varphi(x_1) - \varphi(h) \\ &= \int_{x_2}^{k} \psi'(x)\,dx + \int_{h}^{x_1} \varphi'(x)\,dx \quad \ldots\ldots (2)\end{aligned}$$

waarvan de vergelijking (1) slechts een bijzonder geval uitmaakt.

Vervangt men in het geval van vergelijking (1) x door $\frac{1}{z}$ en stelt men $f(x) = F(z)$, dan heeft men voor het geval dat ξ_1 en ξ_2 beiden $> x_2$ of beiden $< x_1$ zijn

$$f(\xi_2) - f(\xi_1) = \int_{\xi_1}^{\xi_2} f'(x)\,dx$$

en voor $\xi_1 < x_1$ en $\xi_2 > x_2$, $\frac{1}{\xi_1} = \zeta_1$ en $\frac{1}{\xi_2} = \zeta_2$ stellende,

$$f(\xi_2) - f(\xi_1) = \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} F'(z)\,dz.$$

Men zie hierin echter niet meer dan er in gelegen is — slechts een eenvoudig gevolg der identiteit (2) en van de zich wel dikwerf voordoende maar toch slechts bijkomende en als toevallige omstandigheid: $f(-\infty) = f(+\infty)$.

Wenscht men, onafhankelijk van die bijzondere omstandigheid, voor de boven beschouwde functie, $f(b) - f(-a)$ als bepaalde bepaalde integraal van $f'(x)\,dx$ behoorlijk te duiden, en de dis-

continuiteit op te heffen, dan staat daartoe een wel bekende weg open.

Men vervange x door $\varrho(\cos\omega + i\sin\omega)$ en integrere ten opzichte van ϱ en ω, met vermijding van $\varrho = o$, tusschen de grenzen $\varrho = a$, $\omega = (2k+1)\pi$ en $\varrho = b$, $\omega = 2k'\pi$, waarin k en k' geheele getallen.

Zoo heeft men b.v. voor $a = b = 1$, indien men $\varrho =$ const. $= 1$ stelt, zonder eenige discontinuiteit of dubbelzinnigheid:

$$f(x) = \mathrm{P}(\cos \mathrm{U} + i \sin \mathrm{U}) = \varphi(\omega)$$

waarin

$$\mathrm{P} = e^{-e^{\cos\omega}\cos(\sin\omega)}\ ;\ \mathrm{U} = e^{\cos\omega}\sin(\sin\omega);$$

$$\text{en } f'(x)\,dx = \mathrm{Q}(\cos \mathrm{V} + i\sin \mathrm{V})\,d\omega = \varphi'(\omega)\,d\omega$$

waarin

$$\mathrm{Q} = e^{\cos\omega - e^{\cos\omega}\cos(\sin\omega)}\ ,\ \mathrm{V} = \frac{\pi}{2} - \omega - \sin\omega + e^{\cos\omega}\sin(\sin\omega$$

en

$$\int_{-1}^{+1} f'(x)\,dx = \int_{2(k+1)\pi}^{2k'\pi} \varphi'(\omega)\,d\omega$$

$$= \varphi(2k'\pi) - \varphi((2k+1)\pi)$$

$$= e^{-e} - e^{-e^{-1}}$$

$$= f(1) - f(-1).$$

·BRON

TRILLINGEN.

ihrgenommenen
elle und des
rootheden die
msten, afwij-
in zijne *Astro-*
voert in den
j de beschou-
nde trillings-
oorkomen, en
bruiken. Hij
tot het punt,
namelijk den
i. den wezen-
beide, en den
stand van het
ron innam op
ing verkeerde,
vergegaan. De

ie Lehre von de

OVER DEN INVLOED

VAN DE

BEWEGING DER TRILLINGSBRON

OP DE

INTENSITEIT DER DOOR HAAR UITGEZONDEN TRILLINGEN.

DOOR

R. A. MEES.

In een verhandeling *Ueber die Intensität der wahrgenommenen Schwingungen bei Bewegung der Schwingungsquelle und des Beobachters* *), gaat R. EÖTVÖS na, van welke grootheden die intensiteit afhangt, en komt daarbij tot uitkomsten, afwijkende van de veronderstellingen door KETTELER in zijne *Astronomische Undulations-theorie* †) toegepast. Hij voert in den aanvang twee namen in voor grootheden, die bij de beschouwing van de trillingsverschijnselen bij bewegende trillingsbron of bij bewegenden waarnemer telkens voorkomen, en die ook wij in het volgende wenschen te gebruiken. Hij onderscheidt twee afstanden van de trillingsbron tot het punt, waarvan de trillingsbeweging wordt nagegaan, namelijk den "momentanen" of oogenblikkelijken afstand, d. i. den wezenlijken op den tijd t bestaanden afstand tusschen beide, en den "actieven" of werkzamen afstand, d. i. den afstand van het trillende punt tot de plaats, welke de trillingsbron innam op het oogenblik, toen deze in die phase van trilling verkeerde, welke op het tijdstip t op het trillende punt is overgegaan. De

*) POGG. *Ann.* Bd. 152, S. 513.

†) E. KETTELER, *Astronomische Undulations-theorie, oder die Lehre von der Aberration des Lichtes.* Bonn 1873.

werkzame afstand op den tijd t komt overeen met den oogenblikkelijken afstand op een vroeger tijdstip t_1, zoodanig dat $t - t_1$ het tijdsverloop voorstelt, hetwelk de trillingen behoeven om van de trillingsbron naar het trillende punt te komen, d. i. den werkzamen afstand op het tijdstip t af te leggen.

Noemen wij D den oogenblikkelijken, δ den werkzamen afstand op het tijdstip t, dan is:

$$\left.\begin{aligned} D^2 &= \delta^2 - 2\,\delta g (t - t_1) \cos\psi + g^2 (t - t_1)^2 \\ D^2 &= \delta^2 \left(1 - 2\frac{g}{v}\cos\psi + \frac{g^2}{v^2}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (1)$$

wegens $t - t_1 = \dfrac{\delta}{v}$; wanneer v de voortplantingssnelheid der trillingen voorstelt, en g de snelheid van de beweging der trillingsbron is, die geacht wordt plaats te grijpen in een richting, die met die van den actieven afstand δ een hoek ψ insluit. Het trillende punt beschouwen wij hier en in het vervolg zonder translatorische beweging Wanneer wij, hetgeen in bijna alle in de natuur voorkomende gevallen geoorloofd is, de tweede en hoogere machten van de kleine grootheid $\dfrac{g}{v}$ verwaarloozen, wordt het verband tusschen oogenblikkelijken en werkzamen afstand zeer eenvoudig uitgedrukt door de formules:

$$D = \delta\left(1 - \frac{g}{v}\cos\psi\right) \text{ en } \delta = D\left(1 + \frac{g}{v}\cos\psi\right) \; . \; . \; (2)$$

Ketteler neemt *) voor het geval van een zich bewegende trillingsbron, die naar alle richtingen trillingen uitzendt, aan, dat de trillingsamplitude of de maximum-uitslag der trillingen door de trillingsbron in eenig punt der ruimte te weeg gebracht kan worden voorgesteld door de uitdrukking $\dfrac{a}{\delta}$, wanneer a een constante voorstelt, die noch g noch ψ bevat. Eötvös daarentegen neemt hetzelfde aan voor de maximum-snelheid der trillingen

*) l. c. *Zusatz F*, S. 186.

of, zooals hij het noemt, de snelheids-amplitude; deze stelt hij $= \frac{\alpha}{\delta}$, wanneer α een constante is evenals a bij KETTELER. Deze beide veronderstellingen van EÖTVÖS en KETTELER zijn met elkander in strijd, zooals wij later de gelegenheid zullen hebben om aan te toonen. EÖTVÖS leidt zijn stelling af uit een beginsel omtrent de levende kracht der trillingen, hetgeen hij voorop stelt en als volgt uitspreekt. Neemt men aan, dat de translatorische beweging der trillingsbron geen invloed heeft op hare trillingsbeweging, dan is van deze veronderstelling het onmiddellijke gevolg, dat de bron gedurende elk harer trillingen aan de haar omgevende stof in den vorm van voortgeplante trillingen eene hoeveelheid levende kracht mededeelt, welke dezelfde is in het geval, dat zij in rust, als in het meer algemeene geval, dat zij in beweging is. Hij denkt zich nu een lichaam, dat slechts in twee tegenovergestelde richtingen trillingen uitzendt, waarbij het golfoppervlak dus uit twee platte vlakken bestaat, die ter weêrszijden op gelijke afstanden van het lichaam gelegen zijn, en waarbij de trillingen dus geen verzwakking ondergaan gedurende de voortplanting. Hij leidt dan de uitdrukking af voor de som der levende krachten wegens de trillingen op een gegeven oogenblik aanwezig in twee geheele golven, waarvan aan elke zijde van het lichaam eene gelegen is; vooreerst voor het geval, dat het lichaam in rust is, ten tweede voor het geval, dat het zich met de snelheid g voortbeweegt in een der beide richtingen, waarin het zijn trillingen uitzendt. De in beide gevallen gevonden uitdrukkingen stelt hij aan elkander gelijk, en komt daardoor tot de volgende vergelijking:

$$\alpha_1^2\,(v-g) + \alpha_2^2\,(v+g) = 2\,\alpha^2\,v, \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

waarin α de snelheids-amplitude voorstelt van de uitgezonden trillingen, wanneer het lichaam in rust is, α_2 en α_1 dezelfde grootheid vóór en achter het lichaam, wanneer het in beweging is.

Aan de voorgaande vergelijking voldoet de veronderstelling $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. En daar men, wanneer men met KETTELER aanneemt, dat niet de snelheids- maar de trillings-amplituden in de drie

verschillende golven der beide gevallen aan elkander gelijk zijn, tot de vergelijking komt:

$$a^2 \frac{v}{v-g} + a^2 \frac{v}{v+g} = 2a^2 \,, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

als a die trillings-amplitude voorstelt, en deze vergelijking blijkbaar valsch is, meent hij gerechtigd te zijn tot het besluit, dat zijn veronderstelling wel, die van KETTELER niet met het door hem vooropgestelde beginsel omtrent de levende kracht der uitgezonden trillingen in overeenstemming is, en dat dus zijn veronderstelling waar, die van KETTELER onwaar is.

Het eerste, hetgeen ik hieromtrent heb op te merken, is dit, dat het beginsel van EÖTVÖS omtrent de levende kracht mij wel vrij waarschijnlijk toeschijnt, maar toch niet geheel zeker. De levende kracht door de trillingsbron uitgezonden zou volgens hem dezelfde zijn of deze in rust of in beweging is. Het zou echter zeer goed kunnen zijn, dat hetgeen hier door EÖTVÖS wordt aangenomen voor de levende kracht, moest worden aangenomen voor het geheele arbeidsvermogen, dat wordt uitgezonden. Bij deze veronderstelling, die mij zeer waarschijnlijk voorkomt, zou het kunnen gebeuren, dat de verhouding tusschen de levende kracht en het geheele arbeidsvermogen der uitgezonden trillingen bij de zich bewegende trillingsbron niet dezelfde bleef als wanneer deze in rust is. Ware dit het geval, — waarschijnlijk acht ik het echter niet, — dan zou, als het geheele arbeidsvermogen der uitgezonden trillingen hetzelfde bleef, dit met de levende kracht niet het geval zijn. Maar nemen wij het door EÖTVÖS opgestelde beginsel als waar aan, dan moet in de tweede plaats worden opgemerkt, dat aan de vergelijking (3) niet alleen voldaan wordt door de veronderstelling $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, maar dat er ook nog andere oplossingen dezer vergelijking bestaan, waarbij α_1 en α_2 functiën zijn van g. Stellen wij toch:

$$\alpha_1 = \psi(g, \alpha) \quad \text{en} \quad \alpha_2 = \quad (-g, \alpha) \,,$$

dan wordt vergelijking (3):

$$\frac{\psi^2(g, \alpha) - \alpha^2}{v+g} = - \frac{\psi^2(-g, \alpha) - \alpha^2}{v-g} \,,$$

of, als wij:

$$\frac{\psi^2(g, \alpha) - \alpha^2}{v+g} = \varphi(g, \alpha)$$

stellen:

$$\alpha_1^2 = \psi^2(g, \alpha) = (v+g)\,\varphi(g, \alpha) + \alpha^2$$
$$\alpha_2^2 = \psi^2(-g, \alpha) = (v-g)\,\varphi(-g, \alpha) + \alpha^2\,,$$

waarin $\varphi(g, \alpha)$ alleen aan de voorwaarde gebonden is, dat $\varphi(-g, \alpha) = -\varphi(g, \alpha)$ moet zijn.

Zeer waarschijnlijk is $\varphi(g, \alpha)$ van den vorm $\alpha^2 \times \chi(g)$, zoodat:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1^2 &= \alpha^2 \{1 + (v+g)\,\chi(g)\} \\ \alpha_2^2 &= \alpha^2 \{1 + (v-g)\,\chi(-g)\} \\ &= \alpha^2 \{1 - (v-g)\,\chi(g)\} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

is, waarin

$$\chi(-g) = -\chi(g).$$

Eötvös stelt $\varphi(g, \alpha)$ en $\chi(g) = 0$, maar dit is volstrekt niet noodzakelijk. Elke oneven-machtsfunctie van g kunnen wij voor $\chi(g)$ aannemen. Het door Eötvös behandelde geval, waarbij een trillingsbron vlakke golven uitzendt in slechts twee richtingen, leert ons niets omtrent den vorm der functie χ. Wenden wij ons daarom tot het meer algemeene geval, waarbij de trillingsbron trillingen uitzendt in alle richtingen, en waar wij met spherische golf-oppervlakken te doen hebben, en zien wij, of wij daardoor iets naders omtrent die functie χ te weten kunnen komen.

Bij stilstaande trillingsbron breiden de trillingen zich uit volgens spherische golven; alle punten, die in dezelfde phase van trilling verkeeren, liggen op boloppervlakken, die alle hetzelfde middelpunt hebben, namelijk de trillingsbron, die wij hier als een punt aannemen. Ook bij bewegende trillingsbron zijn de oppervlakken van gelijke phase bol-oppervlakken, maar deze zijn nu niet meer concentrisch. Die bol-oppervlakken hebben nu tot straal den actieven afstand der trillingsbron en tot middelpunt de plaats, waar de trillingsbron zich bevond, toen deze de phase van trilling uitzond, die op het tijdstip, waarop wij de golf-oppervlakken nagaan, het beschouwde bol-oppervlak bereikt.

Figuur 1 stelle ons een doorsnede voor door de golf-oppervlakken op den tijd t, die gelegd is door de hier rechtlijnig veronderstelde baan der trillingsbron. Zijn A en C de standen van de trillingsbron bij het begin en het einde van een trilling, B B' B'' B''' en D D' D'' D''' de golfvlakken op den tijd t der trillingen door A en C uitgezonden. Zij F F' F'' F''' het golfvlak behoorende bij den stand E en H H' H'' H''' dat voor den stand G der trillingsbron. Nemen wij voorloopig P als oorsprong der coördinaten, en zij r de voerstraal van een punt des cirkels H, ψ de hoek, welken die voerstraal met de lijn PAC insluit, δ de straal GH van dien cirkel, D de afstand PG, *) dan is de vergelijking van dien cirkel:

$$r = D \cos \psi + \sqrt{\delta^2 - D^2 \sin^2 \psi}.$$

De cirkel F hebbe een straal $\delta + d\delta$, en zijn middelpunt E zij op een afstand $D + dD$ van den oorsprong P verwijderd, dan zal deze cirkel bij den hoek ψ een voerstraal $r + dr$ bezitten, zoodanig dat dr de volgende waarde heeft:

$$dr = dD \cos \psi - \frac{D\, dD \sin^2 \psi}{\sqrt{\delta^2 - D^2 \sin^2 \psi}} + \frac{\delta\, d\delta}{\sqrt{\delta^2 - D^2 \sin^2 \psi}}$$

Stellen wij nu den oorsprong in G, dan wordt $D = 0$, dus: $dr = dD \cos \psi + d\delta$. Dan is: $GM = r = \delta$, $GN = r + dr$, dus $NM = -dr$, $\angle MGB = \psi$; is nu verder $\angle LGM = d\psi$, dan is het vlakte-element LMNO:

$$-r\, d\psi\, dr = -\delta\, (dD \cos \psi + d\delta)\, d\psi.$$

Doch de golf-oppervlakken zijn alle omwentelings-oppervlakken om de lijn AB, en in elke vlakke doorsnede door AB zijn de omstandigheden volkomen dezelfde. Vereenigen wij dus al de volumen-elementen, waarvoor δ en ψ dezelfde waarden hebben, dan verkrijgen wij het volumen-element:

$$\begin{aligned} dV &= (-\, r\, d\psi\, dr)\, 2\pi\, r \sin \psi \\ &= -2\pi\, \delta^2 \sin \psi\, d\psi\, (dD \cos \psi + d\delta). \end{aligned}$$

*) D en tijdelijk ook ψ hebben hier niet dezelfde beteekenis als vroeger.

Wij merken ten overvloede op, dat δ en ψ hier weder dezelfde beteekenis hebben als vroeger, dat zij namelijk den actieven afstand en den hoek tusschen dezen en de bewegingsrichting der trillingsbron voorstellen. Zij nu dt de tijd, dien de trillingsbron behoeft om uit den stand G in den stand E over te gaan, en hebben weder g en v dezelfde beteekenis als vroeger, dan is:

$$dD = g dt \text{ en } d\delta = -v dt,$$
$$dV = 2\pi v\delta^2 dt \sin\psi\, d\psi - 2\pi g\delta^2 dt \sin\psi \cos\psi\, d\psi.$$

Zij C $f(t)$ de trillingssnelheid der trillingsbron op den tijd t, dan zou, wanneer deze stil stond, de trillingssnelheid op een afstand δ van de bron op den tijd t zijn: $\frac{\alpha}{\delta} f\left(t - \frac{\delta}{v}\right)$, als α een constante is. Bij bewegende trillingsbron zal de trilling in het punt L op den tijd t in dezelfde phase verkeeren als de trillingsbron, toen deze in G was, d. i. op den tijd $t - \frac{\delta}{v}$. Zij de snelheidsamplitude in het punt L op dat oogenblik $\frac{\alpha(g, \psi)}{\delta}$, en veronderstellen wij:

$$\alpha^2 (g, \psi) = \alpha^2 \left\{1 + (v + g\cos\psi)\, \chi(g\cos\psi)\right\}, \quad . \; . \; . \; (6)$$

welke uitdrukking blijkbaar voor $\psi = 0$ en $180°$ identisch wordt met de vroeger voor die bijzondere gevallen gevonden uitdrukkingen (5); dan zullen wij de trillingssnelheid in L kunnen voorstellen door:

$$u = \frac{\alpha(g, \psi)}{\delta} f\left(t - \frac{\delta}{v}\right) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

De levende kracht in het element dV op den tijd t voorhanden is, wanneer ϱ de dichtheid der trillende stof voorstelt:

$$\tfrac{1}{2}\varrho u^2 dV = \pi\varrho v\alpha^2 f^2\left(t - \frac{\delta}{v}\right) dt \left\{1 + (v + g\cos\psi)\, \chi(g\cos\psi)\right\} \sin\psi\, d\psi$$
$$- \pi\varrho g\alpha^2 f^2\left(t - \frac{\delta}{v}\right) dt \left\{1 + (v + g\cos\psi)\, \chi(g\cos\psi)\right\} \sin\psi \cos\psi\, d\psi.$$

Integreeren wij deze uitdrukking volgens ψ tusschen de grenzen o en π, dan krijgen wij de levende kracht, die op den tijd t bevat is tusschen de beide golf-oppervlakken behoorende bij de standen G en E der trillingsbron. Deze is:

$$\Delta U = 2\pi \varrho v \alpha^2 f^2 \left(t - \frac{\delta}{v}\right) dt +$$

$$\pi \varrho \alpha^2 f^2 \left(t - \frac{\delta}{v}\right) dt \left\{ v \int_0^\pi (v + g \cos\psi)\, \chi(g \cos\psi) \sin\psi \, d\psi \right.$$

$$\left. - g \int_0^\pi (v + g \cos\psi)\, \chi(g \cos\psi) \sin\psi \cos\psi \, d\psi \right\}.$$

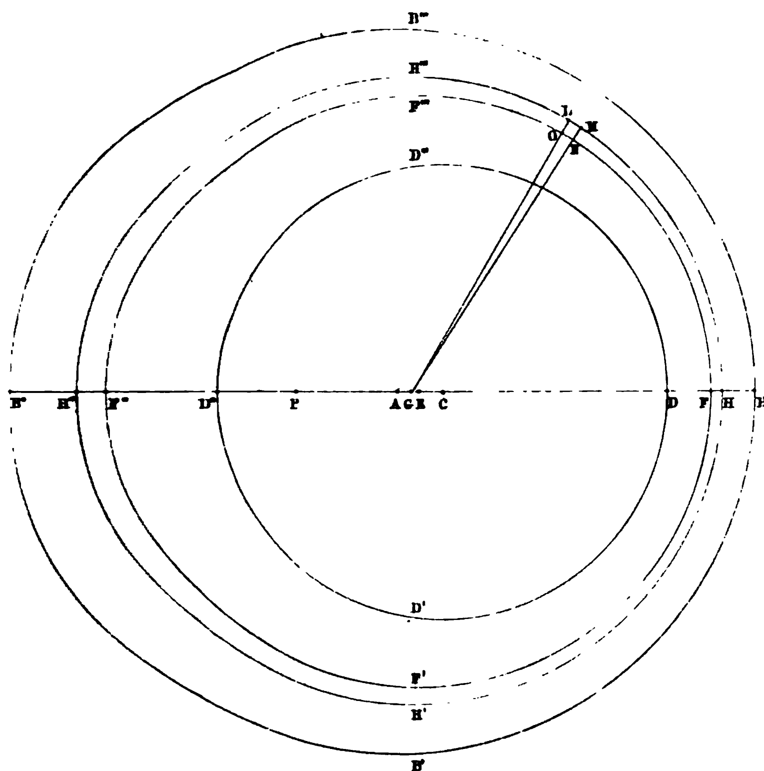
Voor de uitdrukking tusschen haakjes in den tweeden term kunnen wij schrijven:

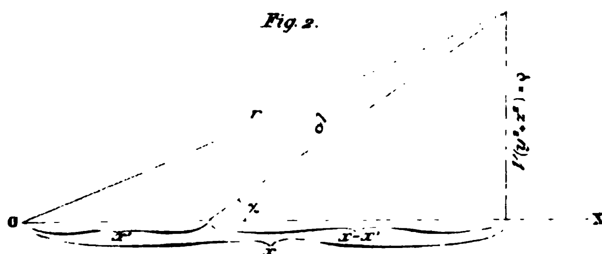
$$\int_0^\pi (v^2 - g^2 \cos^2\psi)\, \chi(g \cos\psi) \sin\psi \, d\psi.$$

Maar deze integraal is nul, omdat χ een onevenmachtsfunctie is en dus $\chi\,(g \cos\psi)$ tusschen $\frac{\pi}{2}$ en π gelijke maar tegengestelde waarden aanneemt van die tusschen 0 en $\frac{\pi}{2}$, terwijl al de overige factoren onder het integraalteeken tusschen $\frac{\pi}{2}$ en π gelijke waarden met hetzelfde teeken hebben als tusschen 0 en $\frac{\pi}{2}$. Δ U herleidt zich dus tot haar eersten term:

$$\Delta U = 2\pi \varrho v \alpha^2 f^2 \left(t - \frac{\delta}{v}\right) dt,$$

d. i. de beweging der trillingsbron brengt geen verandering in de uitdrukking voor Δ U. De levende kracht gedurende het tijdsverloop dt door de trillingsbron uitgezonden is dezelfde,





J. C. Zircher sc.



of deze in rust of in beweging is. Daar dit geldt voor elk tijdsverloop dt, geldt het ook voor den duur van een geheele trilling.

Wij hebben de dichtheid ϱ der trillende stof als constant beschouwd. De voorgaande afleiding geldt dus slechts volkomen streng voor trillingen, die geen verandering in de dichtheid der stof veroorzaken. Maar ook voor die trillingen, waarbij wel zulke dichtheidsveranderingen optreden, is de afleiding juist, als men kleine grootheden van hoogere orde verwaarloost; want slechts grootheden van hoogere orde worden, ten minste bij kleine trillingsamplituden, door de dichtheid veranderlijk te beschouwen in onze formules ingevoerd. Ook omtrent de afleiding van EÖTVÖS in het door hem behandelde eenvoudiger geval valt hetzelfde op te merken.

Wij zien hieruit, dat zoowel wanneer de trillingen zich volgens vlakke golven in slechts twee richtingen, als wanneer zij zich volgens spherische golven in alle richtingen voortplanten, wij even goed aan het beginsel van EÖTVÖS omtrent de levende kracht voldoen, wanneer wij met hem aannemen, dat de snelheidsamplitude voor alle punten eenvoudig omgekeerd evenredig is aan den actieven afstand, als wanneer wij haar tevens nog evenredig aannemen aan een grootheid $\alpha\,(g, \psi)$, die niet zooals bij EÖTVÖS constant $= \alpha$ is, maar bepaald wordt door de formule:

$$\alpha^2\,(g, \psi) = \alpha^2 \left\{ 1 + (v + g \cos\psi)\,\chi\,(g \cos\psi) \right\},$$

en dus nog van g en ψ afhankelijk is. Ook het algemeene geval van de uitbreiding der trillingen in alle richtingen leert ons dus niets naders omtrent den wezenlijken vorm van de functie χ, dan, hetgeen wij reeds wisten, dat het een oneven-machts-functie is.

Een punt fig. 2, hetgeen als trillingsbron fungeert, bewege zich langs de x-as OX met een snelheid g, en zij op den tijd $t = 0$ in den oorsprong van coördinaten O. Gaan wij de beweging na van het punt (x, y, z) op den tijd t. De coördinaten van dat punt mogen dan zijn $x + \xi$, $y + \eta$, $z + \zeta$,

dan is $\sigma = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$ de geheele uitwijking van het trillende punt uit den evenwichtsstand.

Zij δ de actieve afstand op den tijd t, dan is:

$$x' = g\left(t - \frac{\delta}{v}\right),\quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + \varrho^2,$$

$$\delta^2 = (x - x')^2 + \varrho^2 = \left(x - g\,t + \frac{g}{v}\delta\right)^2 + \varrho^2,$$

$$\frac{\delta}{v} = \frac{g\,(x - gt) + \{v^2(x - gt)^2 + (v^2 - g^2)\,\varrho^2\}^{\frac{1}{2}}}{v^2 - g^2};$$

of als wij de tweede en hoogere machten van $\frac{g}{v}$ en van $\frac{g\,t}{r}$ verwaarloozen, en ook het laatste is geoorloofd, als wij den oorsprong van den tijd en dien van de coördinaten maar op geschikte wijze kiezen:

$$\delta = \frac{g}{v}\left(x - g\,t\right) + \left\{\left(x - g\,t\right)^2 + \varrho^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{g}{v}\left(x - g\,t\right) + r\left\{1 - 2\,\frac{x}{r}\cdot\frac{g\,t}{r} + \frac{g^2t^2}{r_2}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{g}{v}\left(x - g\,t\right) + r\left(1 - \frac{x}{r}\cdot\frac{g\,t}{r}\right)$$

$$= r\left(1 - \frac{x}{r}\cdot\frac{g\,t}{r} + \frac{x}{r}\cdot\frac{g}{v}\right).$$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{x}{r}\cdot\frac{g\,t}{r} - \frac{x}{r}\cdot\frac{g}{v}\right)$$

$$= \frac{1}{r} - \frac{g}{v}\,\frac{x}{r^3}\left(r - v\,t\right).$$

Voor de trillingssnelheid $\frac{d\sigma}{d\,t}$ kunnen wij schrijven:

$$\frac{d\sigma}{d\,t} = \frac{S}{\delta}\cos\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) - \alpha\right\},$$

waar S nog een functie kan zijn van g en ψ.

Beschouwen wij haar voorloopig als constant, dan geeft de integratie, daar:

$$\frac{\delta\sigma}{dt} = \frac{S}{r}\left\{1 - \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r^2}\left(r - vt\right)\right\} cos \left\{k.\left(1 + \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r}\right)t - k\frac{r}{v} - k\frac{g}{v^2}x - \alpha\right\}$$

is, als wij δ zoowel buiten als binnen het cosinus-teeken als veranderlijke beschouwen:

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{dt}\,dt = \frac{S}{r}\left\{1 - \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r^2}\left(r - vt\right)\right\} \frac{sin\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) - \alpha\right\}}{k\left(1 + \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r}\right)}$$

$$+ \frac{Sgx}{r^3} \cdot \frac{cos\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) - \alpha\right\}}{k^2\left(1 + \frac{g}{v}\,\frac{x}{r}\right)^2}$$

$$= \frac{S}{k}\left\{\frac{1}{r} - \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r^3}\left(2r - vt\right)\right\} sin\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) - \alpha\right\}$$

$$+ \frac{Sgx}{k^2 r^3}\, cos \,.\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) - \alpha\right\}.$$

Wij verwaarloozen hier niet slechts de hoogere machten van $\frac{g}{v}$ en $\frac{gt}{r}$, maar ook die van $\frac{g}{k}$, hetgeen, daar $k > v$ is wegens $k = \frac{2\pi}{\lambda}\,v$, waarin λ de golflengte voorstelt, geoorloofd is.

Maar wanneer wij hebben:

$$x' = X'\,cos\,M \qquad = X'\,cos\left(N + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x'' = X''\,sin\,M = X''\,cos\left(M - \frac{\pi}{2}\right) = X''\,cos\left(N - \frac{\pi}{4}\right),$$

dan is:

$$x' + x' = X\,cos\left(N - \beta\right) = X\,cos\left(M - \frac{\pi}{4} - \beta\right),$$

waarin:

$$X = \sqrt{X'^2 + X''^2} \quad \text{en} \quad tg\, \beta = \frac{X'' - X'}{X'' + X'}.$$

Passen wij dit toe op onze uitdrukking voor σ, dan vinden wij:

$$X = \frac{S}{k}\left\{\frac{1}{r} - \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r^3}(2r - vt)\right\}$$

$$= \frac{S}{k}\left(\frac{1}{\delta} - \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r^2}\right),$$

$$tg\, \beta = 1 - 2\frac{g}{k} \cdot \frac{x}{r^2},$$

of als wij $\beta = \frac{\pi}{4} - \tau$ stellen, zoodat τ een kleine grootheid is van de orde van $\frac{g}{k}$:

$$tg\, \beta = \frac{1 - tg\, \tau}{1 + tg\, \tau} = \frac{1 - \tau}{1 + \tau} = 1 - 2\tau$$

$$\tau = \frac{g}{k} \cdot \frac{x}{r^2}, \quad \beta = \frac{\pi}{4} - \frac{g}{k} \cdot \frac{x}{r^2}.$$

$$\sigma = \frac{S}{k}\left(\frac{1}{\delta} - \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r^2}\right) cos\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) - \alpha - \frac{\pi}{2} + \frac{g}{k} \cdot \frac{x}{r^2}\right\}$$

$$= \frac{S}{k}\left(\frac{1}{\delta} - \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r^2}\right) sin\left\{k\left(t - \frac{\delta}{r}\right) + \frac{g}{k}\frac{x}{r^2} - \alpha\right\}$$

Nu is:

$$cos\, \psi = \frac{x - x'}{\delta} = \frac{x}{\delta} - \frac{gt}{\delta} + \frac{g}{v},$$

$$\frac{g}{v} cos\, \psi = \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{\delta} = \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r}, \qquad \frac{g}{v} \cdot \frac{x}{r^2} = \frac{g}{v} \cdot \frac{cos\, \psi}{\delta}.$$

Dus kunnen wij ook voor σ schrijven:

$$\sigma = \frac{S}{k} \cdot \frac{1}{\delta}\left(1 - \frac{g}{v} cos\, \psi\right) sin\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) + \frac{g}{k} \cdot \frac{x}{r^2} - \alpha\right\} \quad . \; . \; . \; (9).$$

Hadden wij bij de integratie van $\frac{d\sigma}{dt}$ de grootheid δ alleen binnen het cosinus-teeken als veranderlijk, maar daarbuiten als constant beschouwd, hetgeen eigenlijk wel als voldoende nauwkeurig kan geacht worden, omdat binnen het cosinus-teeken de termen, die δ bevatten, den grooten factor k vóór zich hebben, terwijl dit buiten het cosinus-teeken niet het geval is, dan zouden wij voor σ verkregen hebben:

$$\sigma = \frac{S}{k} \cdot \frac{1}{\delta} \left(1 - \frac{g}{v} \cos \psi\right) \sin \left\{ k \left(t - \frac{\delta}{v}\right) - \alpha \right\} \quad \ldots\ldots (9_a).$$

Wanneer wij dus de maximum-trillingssnelheid alleen implicite van g en ψ afhankelijk beschouwen, voor zoover δ, waaraan zij omgekeerd evenredig is, van deze grootheden afhankelijk is, vinden wij den maximum-uitslag der trilling daarenboven nog explicite afhankelijk van g en ψ.

Doch wij hebben vroeger gevonden, dat om aan het beginsel te voldoen, volgens hetwelk de hoeveelheid levende kracht der uitgezonden trillingen onafhankelijk is van de beweging der trillingsbron, S niet noodzakelijk constant behoeft te zijn, maar ook wel een functie van g en ψ kan wezen. Als s de waarde van S voorstelt bij stilstaande trillingsbron, moest S in het algemeen van den volgenden vorm zijn:

$$S^2 = s^2 \left\{1 + (v + g \cos \psi)\, \chi\, (g \cos \psi)\right\},$$

waarin χ een onevenmachtsfunctie is.

Ontwikkelen wij χ in een reeks volgens de opklimmende onevene machten van $g \cos \psi$, dan zal, daar S van s blijkbaar moet verschillen om een grootheid van dezelfde orde als $\frac{g}{v}$, de eerste term dier reeks, welken wij alleen behoeven in rekening te brengen, wanneer wij weder de tweede en hoogere machten van $\frac{g}{v}$ verwaarloozen, als volgt kunnen worden voorgesteld:

$$\chi\, (g \cos \psi) = n \frac{g \cos \psi}{v^2}, \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

wanneer n een willekeurig getal voorstelt.

Dan is:

$$S^2 = s^2 \left\{1 + n\left(\frac{g}{v}\cos\psi + \frac{g^2}{v^2}\cos^2\psi\right)\right\}$$

$$S = s\left(1 + \frac{n}{2}\cdot\frac{g}{v}\cos\psi\right); \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

doch

$$\frac{g}{v}\cos\psi = \frac{g}{v}\cdot\frac{x}{r},$$

dus:

$$S = s\left(1 + \frac{n}{2}\cdot\frac{g}{v}\cdot\frac{x}{r}\right)$$

S is dan, als wij weder alleen op de termen letten, die $\frac{g}{v}$ en $\frac{gt}{r}$ in de eerste macht bevatten, onafhankelijk van t; en bij de integratie van $\frac{d\sigma}{dt}$ volgens t kunnen wij dus S ook hier als een constante blijven beschouwen, Wij hebben in dit geval:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{s}{\delta}\left(1 + \frac{n}{2}\cdot\frac{g}{v}\cos\psi\right)\cos\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) - \alpha\right\} . \; . \quad (12)$$

$$\sigma = \frac{s}{k}\left(1 + \left(\frac{n}{2} - 1\right)\frac{g}{v}\cos\psi\right)\sin\left\{k\left(t - \frac{\delta}{v}\right) + \frac{g}{k}\cdot\frac{x}{r^2} - \alpha\right\} (13)$$

Stellen wij nu voor de willekeurig gelaten waarde van n de waarde 2, dan wordt de maximum-trillingssnelheid $\frac{s}{\delta}\left(1 + \frac{g}{v}\cos\psi\right)$ en dus zoowel explicite als implicite afhankelijk van g en ψ, terwijl de maximum-trillingsuitslag wordt $\frac{s}{k}\cdot\frac{1}{\delta}$ en dus alleen implicite afhankelijk van g en ψ. Dus juist het omgekeerde van vroeger. Hieruit blijkt dus, dat de veronderstellingen van EÖTVÖS en van KETTELER beide als bijzondere gevallen te beschouwen zijn van het algemeene geval, waarin n een willekeurige waarde heeft. Voor $n = 0$ krijgen wij de veronderstelling van EÖTVÖS, voor $n = 2$ die van KETTELER.

Volgens EÖTVÖS is de maximum-trillingssnelheid gelijk aan $\frac{s}{\delta}$, volgens KETTELER, wanneer wij in plaats van den werkzamen afstand δ den oogenblikkelijken afstand D invoeren volgens formule (2), gelijk aan $\frac{s}{D}$. Hieruit ziet men terstond, dat de intensiteit der trillingen, door een zich bewegende trillingsbron in een vast punt der ruimte veroorzaakt, bij KETTELER van den oogenblikkelijken, bij EÖTVÖS daarentegen van den werkzamen afstand afhangt. Ook KETTELER en EÖTVÖS komen tot deze uitkomst, maar op vrij omslachtige wijze. Ik geloof echter, dat daarvoor geen afzonderlijk bewijs noodig is, maar dat het terstond uit de voorgaande uitdrukkingen voor de maximum-trillingssnelheid volgt, omdat de intensiteit op elk oogenblik aan het vierkant dier grootheid evenredig kan worden gesteld.

Beide uitdrukkingen, die van KETTELER en die van EÖTVÖS voldoen, zooals wij zagen, aan het beginsel van laatstgenoemde omtrent den invloed der beweging op de uitgezonden levende kracht, en het is a priori niet te beslissen, welke van beide met de waarheid overeenkomt. Één zaak pleit echter eenigszins voor de zienswijze van EÖTVÖS, namelijk deze, dat de uitdrukking van EÖTVÖS volkomen juist aan het beginsel der levende kracht voldoet, terwijl dit met die van KETTELER slechts bij benadering het geval is. Het is dan ook hierdoor, dat EÖTVÖS door van de uitdrukking van KETTELER gebruik te maken tot de valsche vergelijking (4) komt; welke echter slechts dan valsch is, als men ook de tweede en hoogere machten van $\frac{g}{v}$ in acht neemt, want de beide leden dier vergelijking wijken slechts om een grootheid van de orde van $\frac{g^2}{v^2}$ van elkander af. Wil men het beginsel der levende kracht als waar doen gelden, dan is de uitdrukking van KETTELER voor de trillings-amplitude slechts een benaderde waarde, die verkregen is door in de juiste waarde dier grootheid de machten van $\frac{g}{v}$ en $\frac{gt}{r}$ hooger dan de eerste te verwaarloozen. De juiste niet benaderde uitdrukkingen voor trillings-amplitude en trillings-snelheid zijn daarom bij EÖTVÖS

eenvoudiger functiën van g, ψ en δ of D dan bij KETTELER. En al moge ook de eenvoudigheid niet het zekere kenmerk van het ware zijn, zij geeft toch alle overige omstandigheden gelijk zijnde een iets grootere waarschijnlijkheid.

Bij verwaarloozing der tweede en hoogere machten van $\frac{g}{v}$ en $\frac{gt}{r}$ zijn de formules (12) en (13) de meest algemeene formules voor trillings-snelheid en trillings-uitslag, die aan het beginsel der levende kracht voldoen, vrij van elke hypothese behalve die, welke wij bij de vorming der uitdrukkingen (5) en (6) hebben gebruikt, dat de trilling-snelheid bij zich bewegende trillings-bron evenredig is aan diezelfde grootheid bij stilstaande trillings-bron; en geheel hetzelfde geldt van de uitdrukkingen (10) voor de functie χ en (11) voor $\S$. De waarde van n in die formules is voor het oogenblik nog volkomen onbepaald.

Door de waarneming zou het misschien mogelijk zijn omtrent de waarde van n tot zekerheid te komen. Vooralsnog vind ik het echter niet waarschijnlijk, dat bepaalde met dit doel ondernomen proeven veel zullen opleveren. Ten minste bij de mij bekende verschijnselen, die hiertoe zouden kunnen dienen *), zijn de te meten intensiteitsverschillen òf zooals bij licht en warmte zoo klein, dat zij nauwelijks zullen zijn waar te nemen, laat staan met nauwkeurigheid zullen kunnen gemeten worden, óf zooals bij het geluid, waar zij groot genoeg zijn, aan zoo vele storende invloeden onderhevig, dat ook hier nauwkeurige uitkomsten niet te verwachten zijn.

*) KETTELER l. c. S. 145 en EÖTVÖS l. c. SS. 531 u.fgl.

OVER HET
EVENWICHT VAN EEN DRUPPEL TUSSCHEN TWEE HORIZONTALE PLATEN,

DOOR

J. BOSSCHA.

1. De evenwichtsvoorwaarden eener vloeistof onder de werking van moleculaire krachten, uitgaande hetzij van de deelen der vloeistof zelve, hetzij van andere lichamen, waarmede zij in aanraking is, kunnen in de meeste gevallen op zeer eenvoudige wijze gevonden worden, wanneer men gebruik maakt van de natuurkundige stelling, dat de vergrooting van het oppervlak eener vloeistof zekeren arbeid eischt evenredig met die vergrooting. Deze stelling is af te leiden uit de slotsom van het ingewikkelde analytische onderzoek door GAUSS medegedeeld in zijne *Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibrii* (p. 65). Zij kan echter rechtstreeks en zonder rekening betoogd worden uit den aard der moleculaire krachten, die, slechts op onmerkbaar kleine afstanden werkende, alleen in de nabijheid van het oppervlak eene resultante kunnen opleveren van merkbaar bedrag en die steeds gericht is volgens de normaal van het oppervlak.

Bij de toepassing van het beginsel der virtueele snelheden op het evenwicht van de moleculaire krachten veroorlooft de voormelde stelling het virtueel moment van de moleculaire krachten uit te drukken door het product eener standvastige grootheid met de vergrooting van het oppervlak, die door eene kleine verplaatsing wordt verkregen. In het hoofdstuk over de moleculaire krachten in het *Leerboek der Natuurkunde* is aangetoond

op hoe eenvoudige wijze, met behulp dier stelling, vraagstukken betreffende capillaire werkingen kunnen worden opgelost.

Het volgende geval van evenwicht geeft daarvan een opmerkelijk voorbeeld.

2. Er zij gevraagd de evenwichtsvoorwaarde te vinden van een grooten druppel, rustende op eene horizontale plaat en gedekt door eene tweede horizontale plaat, die met een gewicht is bezwaard. Er wordt ondersteld, dat de druppel zoo groot is, dat het oppervlak der vloeistof hetwelk tusschen de beide platen onbedekt blijft als onmerkbaar klein kan beschouwd worden in vergelijking tot het oppervlak, dat de vloeistof met de platen gemeen heeft, met andere woorden: dat de hoogte des druppels tusschen de platen zeer klein zij met betrekking tot den straal van zijn boven- en grondvlak. Daaruit vloeit voort, dat de oppervlakken, die de druppel met de beide platen gemeen heeft, als onderling gelijk kunnen worden aangemerkt.

Duiden wij de vloeistof, de bovenste plaat en de onderste plaat naar rangorde door de wijzers 1, 2, 3 aan, dan is overeenkomstig de gebruikelijke notatie: K_1 de arbeid noodig om het vrije oppervlak der vloeistof met de vierkante eenheid te vergrooten, A_{12} de arbeid noodig om een zuil dier vloeistof, die de eenheid van doorsnede heeft, van de bovenste plaat, — en A_{13} de arbeid om haar van de onderste plaat af te trekken. Tusschen deze grootheden en de standvastige hoeken φ_2 en φ_3, waaronder het oppervlak der vloeistof tegen de bovenste en de onderste plaat aansluit, bestaan de bekende betrekkingen:

$$K_1 \cos\varphi_2 = K_1 - A_{12} \quad , \quad K_1 \cos\varphi_3 = K_1 - A_{13}.$$

Zij verder h de hoogte des druppels, O zijne grond- en bovenvlakken, s zijn soortelijk gewicht en mitsdien $s h O$ zijn gewicht, eindelijk de som van het gewicht van de bovenste plaat en den daarop geplaatsten last $Q = q s h O$. Denken wij ons nu dat de hoogte verandere met dh, dan zal het virtueel moment voor Q zijn $-Q\,dh$ of $-q s h O\,dh$; het virtueel moment van het gewicht des druppels $-\frac{1}{2} s h O\,dh$. Het grond- en het bovenvlak des druppels ondergaan vergrootingen, bepaald door de betrekking:

$$O\,dh = -h\,dO.$$

Was het oppervlak der vloeistof geheel vrij dan zou volgens de vermelde stelling, het virtueel moment der moleculaire krach-

ten aan het bovenvlak, zoowel als aan het grondvlak bedragen — $K_1 \, dO$, te zamen — $2 K_1 \, dO$. Nu echter bij de uitspreiding de vloeistof met de platen in aanraking komt, is aan het bovenvlak het virtueel moment: — $(K_1 - A_{12}) \, dO$, aan het grondvlak: — $(K_1 - A_{13}) \, dO$.

Ingeval van evenwicht is nu:

$$-(\tfrac{1}{2} + q) \, s h O \, dh - (K_1 - A_{12}) \, dO - (K_1 - A_{13}) \, dO = 0$$

of, voor $O \, dh$ stellende $-h \, dO$,

$$K_1 - A_{12} + K_1 - A_{13} = s h^2 (\tfrac{1}{2} + q) \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

waarvoor ook geschreven kan worden:

$$K_1 \cos \varphi_2 + K_1 \cos \varphi_3 = s h^2 (\tfrac{1}{2} + q) \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

3. De waarde van h wordt onbestaanbaar, wanneer beide randhoeken φ_2 en φ_3 stomp zijn. Zij wordt dit eveneens, wanneer $2 K_1 = A_{12}$ of $2 K_1 = A_{13}$, d. i. wanneer de vloeistof zich over de bovenste of over de onderste plaat uitspreidt.

Voor kwik tusschen twee glazen platen is:

$$2 K_1 \cos \varphi = s h^2 (\tfrac{1}{2} + q) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

wanneer φ den randhoek tusschen kwik en glas voorstelt.

Wordt de bovenste plaat weggenomen, waardoor A_{12} en q komen weg te vallen, dan is:

$$K_1 + K_1 \cos \varphi = \tfrac{1}{2} s h_1^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

Uit deze twee laatste vergelijkingen kunnen de waarden van de moleculaire constante K_1 van kwik en van den hoek φ berekend worden, wanneer h en h_1 gemeten zijn. Zij leveren het voordeel dat men door wijziging der belasting de waarnemingen vermenigvuldigen kan.

In zijne *Nouvelle théorie de l'action capillaire* (p. 210) verkrijgt POISSON voor de hoogte k van een druppel tusschen twee gelijke horizontale platen als uitkomst eener analytische behandeling van dit vraagstuk de uitdrukking:

$$k = a \sqrt{\frac{g \varrho v \cos \omega}{\varpi}}$$

Volgens POISSON's notatiës is $a^2 g \varrho =$ H en deze laatste grootheid komt overeen met het dubbel der moleculaire constante, die wij K_1 noemden. Verder is ω de randhoek, dien wij met φ aanduidden, v het volume der vloeistof, ϖ het gewicht der bovenste plaat. Brengen wij de vergelijking van POISSON over in de door ons gebruikte notaties, dan verkrijgen wij:

$$k = \sqrt{\frac{2\,K_1\,v\cos\varphi}{Q}} = \sqrt{\frac{2\,K_1 \cos\varphi}{s\,q}},$$

terwijl wij vonden:

$$h = \sqrt{\frac{2\,K_1 \cos\varphi}{s\left(\frac{1}{2} + q\right)}}.$$

Gaat men evenwel de afleiding van POISSON na dan vindt men dat hij het gewicht der vloeistof zelve heeft verwaarloosd. POISSON vond namelijk op bl. 211 de betrekking:

$$\varpi = \pi\, g\, \varrho\, r \left[\left(\frac{a^2 \cos\omega}{k} - \frac{1}{2}\,k\right) r - a^2 \sin\omega\right]$$

waarin de twee laatste termen van het tweede lid werden verwaarloosd. De eerste dezer twee termen, te weten $\frac{1}{2}\, g\, \varrho\, \pi\, r^2\, k$ is het halve gewicht van den druppel. De tweede stelt den invloed voor, dien het vrije oppervlak der vloeistof tusschen de platen op de evenwichtsvoorwaarde uitoefent. Zij werd in onze berekening niet opgenomen, op grond van de onderstelde kleine waarde van het quotient der hoogte door den straal van het bovenvlak.

Stellen wij ons namelijk voor dat de bovenste plaat rijst, dan zal het vrije oppervlak der vloeistof tusschen de platen vergroot worden. Het punt a, waar de meridiaan van dit oppervlak tegen het bovenvlak onder een hoek φ aansluit, rijst over een afstand $d\,h$. Een loodlijn uit a op den meridiaan in zijn nieuwen stand neergelaten, maakt met $d\,h$ den hoek φ en het stuk begrepen tusschen het voetpunt der loodlijn en het nieuwe aansluitingspunt is $d\,h \sin\varphi$. Dit is de vergrooting, die de meridiaan ondergaat. Het geheele oppervlak ondergaat derhalve de vergrooting $2\,\pi\, r \sin\varphi\; d\,h$. Het virtueele moment

der moleculaire krachten in het vrije oppervlak der vloeistof is mitsdien $-2\pi r \sin\varphi\, K_1\, dh$ of $\frac{2\pi r \sin\varphi\, K_1 h}{O}\, dO$, zoodat wij, ook deze virtueele momenten in rekening brengende, in de plaats van verg. (3) zouden verkrijgen:

$$2 K_1 \cos\varphi - \frac{2\pi r \sin\varphi\, K_1 h}{O} = s h^2 (\tfrac{1}{2} + q)$$

of:

$$q s K^2 O = 2 k_1 O \cos\varphi - \tfrac{1}{2} s h^2 O - 2\pi r \sin\varphi\, K_1.$$

Stelt men hierin $2 K_1 = H = a^2 g \varrho$, $q s h O = \varpi$, $h = k$, $\varphi = \omega$ en $s = g \varrho$, dan verkrijgt men de volledige vergelijking van POISSON. In de door ons aangenomene notatie zouden wij in de plaats van (3) te weten:

$$2 K_1 \cos\varphi = s h^2 (\tfrac{1}{2} + q)$$

de betrekking te stellen hebben:

$$2 K_1 \left(\cos\varphi - \sin\varphi \frac{h}{r}\right) = s h^2 (\tfrac{1}{2} + q)$$

welke van de vorige slechts door den zeer kleinen tweeden term van het eerste lid verschilt.

4. Denken wij ons den druppel gesneden door een horizontaal vlak op een afstand x verwijderd van het bovenvlak. Zij θ de hoek, dien de meridiaan van het vrije oppervlak der vloeistof met het snijvlak maakt. Het bovenste afgesneden gedeelte van den druppel heeft nu blijkbaar dezelfde gedaante, die een druppel zou hebben van dezelfde grootte, door dezelfde bovenplaat gedekt, doch die zou rusten op eene horizontale plaat, waarmede de vloeistof den randhoek θ zou vormen. Tusschen θ en x moet dus volgens (2) de betrekking bestaan:

$$K_1 \cos\varphi_2 + K_1 \cos\theta = s x^2 (\tfrac{1}{2} + q) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5).$$

Deze vergelijking, die de betrekking leert kennen tusschen den hoek θ, dien een element der meridiaan maakt met een

horizontaal vlak en den afstand x van het element tot het bovenvlak van den druppel is de differentiaalvergelijking van het oppervlak.

In verband met (2) geeft zij:

$$\frac{\cos\varphi_2 + \cos\theta}{\cos\varphi_2 + \cos\varphi_3} = \frac{x^2}{h^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

5. Ontbreekt de bovenste plaat dan zijn $A_{12} = 0$ en $\varphi_2 = 0$. De vergelijking van het oppervlak wordt dan:

$$\frac{(1 + \cos\theta)}{(1 + \cos\varphi_3)} = \frac{x^2}{h^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

In de parallel der grootste breedte staat het meridiaan-element vertikaal en is mitsdien $\cos\theta = 0$. Noemt men a den afstand van deze parallel tot het bovenvlak, dan is:

$$\frac{1}{1 + \cos\varphi_3} = \frac{a^2}{h^2}$$

zoodat voor (7) ook kan geschreven worden:

$$x = a\sqrt{1 + \cos\theta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Deze vergelijking vindt men bij QUINCKE (POGG. *Ann.* CXXXIX, bl. 6) afgeleid uit de voorwaarde dat de gemiddelde kromming in eenig punt evenredig moet zijn met de diepte van dit punt onder het bovenvlak.

6. Ondervindt de vloeistof geenerlei aantrekking van de beide platen, d. i. zijn zoowel A_{12} als $A_{13} = 0$, dan vindt men:

$$2\,K_1 = \tfrac{1}{2}\,s\,h^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

$$K_1 = \tfrac{1}{2}\,s\,a^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

waaruit volgt:

$$h = a\sqrt{2}.$$

Dit geval wordt verwezenlijkt in de proef van LEIDEN-

FROST, waarbij een druppel in den sphaeroïdaaltoestand op een dampkussen rust en boven- en grondvlakken beide horizontaal zijn. Een omgekeerde luchtdruppel van dezelfde gedaante verkrijgt men wanneer men eene luchtbel in eene vloeistof laat opstijgen totdat zij eene horizontale plaat ontmoet, die door de vloeistof volkomen bevochtigd wordt. In dit geval verkeert ten naastenbij de luchtbel in een zoogenaamd doosniveau. Het gemeenschappelijk oppervlak van vloeistof en lucht sluit dan met een randhoek = 0 tegen de bevochtigde horizontale plaat. De twee eenvoudige betrekkingen (9) en (10) leveren een middel om de constante K_1 door meting van a of van h te bepalen. QUINCKE heeft zich van dit middel bediend, doch alleen van de betrekking tusschen a en K_1 gebruik gemaakt. Uit den aard der zaak leveren de metingen van de geheele hoogte der luchtbel grootere zekerheid dan die van den vertikalen afstand van de parallel der grootste breedte tot het laagste punt der luchtbel. Men vindt dan ook, de eerste afmeting tot grondslag der berekening nemende, grootere overeenstemming met het bedrag der moleculaire constante, zooals zij door QUINCKE uit de stijghoogte in capillaire buizen werd afgeleid, gelijk blijkt uit de volgende getallen:

Vloeistoffen.	Moleculaire constante		
	uit de stijghoogte.	uit h.	uit a.
Onderzwaveligzure natron	7,636	7,571	7,903
Water	7,235	7,352	8,253
Zwavelkoolstof.	3,343	3,026	3,274
Olijfolie	3,271	3,626	3,260
Terpentijnolie	2,765	2,715	3,033
Steenolie.	2,566	2,916	3,233
Alcohol	2,237	2,479	2,599

PERSISTENTIE DER MÜLLERSCHE GANGEN BIJ EEN VOLWASSEN MAN.

DOOR

J. A. BOOGAARD.

Op het uitgestrekte gebied der natuurwetenschappen is er zeker geen enkel deel waar niet in den loop der tijden de beschouwingen der onderzoekers aanmerkelijke wijzigingen hebben ondergaan. Vooral niet het minst was dit ongetwijfeld het geval met de denkbeelden van hen, die bij voorkeur de afwijkingen van de zoogenaamde vormdrift, hetzij in de planten of in de dierenwereld, tot het onderwerp hunner studie maakten. In het eerst lette men hoofdzakelijk, zoo niet uitsluitend, op afwijkingen in het uitwendig voorkomen van planten of dieren waarbij (vooral wat de laatste betrof) de fantasie ruim baan had om allerlei punten van overeenkomst te ontdekken tusschen de schijnbaar zoo grillige vormen, welke bij de zoogenaamde „monsters" voorkwamen en het voorkomen van verschillende dieren: ongeveer als kinderen, die in de zonderlinge vlammen in marmer of kwasterig hout steeds onwillekeurig allerlei verwrongen menschelijke gedaanten of ook wel diervormen meenen te ontdekken. Ook wist men destijds veelal spoedig een aantal oorzaken aan te geven door welke de waargenomen anomaliën waren voortgebragt, een werk waarbij natuurlijk de helsche machten eene zeer voorname rol moesten spelen. Later begon men ook aan afwijkingen van inwendige deelen meer aandacht te schenken, terwijl nu tevens de mythologische beschouwingen in zóóverre eenige wijziging ondergingen dat de christelijke „duivel" voor de heidensche „natuur" moest wijken en men in het algemeen monstrositeiten, hetzij van uit- of inwendige deelen als spelingen der natuur (lusus naturae) voorstelde. Eindelijk vond men in eene meer nauwkeurige kennis der normale ontwikkelingsgeschiedenis den sleutel waardoor men in staat was vele der in het eerst zóó raadselachtige afwijkingen

juist te beoordeelen en, zoo al niet de *oorzaken*, dan toch de *wijs* van hun ontstaan te leeren inzien. Wèl bleef nog eene niet onaanzienlijke groep van afwijkingen die men nog niet beter dan als „overeenkomst met dieren" (Thierähnlichkeiten) wist aan te duiden, maar ook hier wees toch ook nog dikwijls de ontwikkelingsgeschiedenis een tijdperk aan, waarin b. v. nog geen verschil tusschen het embryo van den mensch en dat van een of ander dier kon worden aangetoond: de „Thierähnlichkeit" was dan eenvoudig „Hemmungsbildung" geworden, dat wil zeggen eene afwijking van den normalen vorm welke berust op een blijven staan op een vroegeren trap van ontwikkeling: een toestand waarbij het betroffen orgaan wel doorgroeit maar daarbij niet meer van gedaante verandert. Ik wenschte ditmaal eene kleine bijdrage op dit gebied te leveren.

Bij een 66jarigen man, die vóór eenigen tijd in het akademisch ziekenhuis te Leiden aan morbus Brightii stierf, vond men bij het verrigten der lijkopening (behalve wat in verband met zijne laatste ziekte werd waargenomen) de volgende, grootendeels blijkbaar aangeborene, afwijkingen.

De nieren zijn van ongelijke grootte, de regter 10½ centim. lang, 6 centim. breed, 4 centim. dik: de linker heeft eene lengte van 9, eene breedte van 6 en eene dikte van 3½ centim. De ureteres zijn mede zeer verschillend van wijdte: de regter heeft namelijk in het midden van zijn verloop een omvang van één centim., de linker van 2 à 2½ centim., ook het nierbekken en de nierkelken zijn links van aanmerkelijke wijdte. Aan de binnenzijde der ureteres bevindt zich aan weerszijde nog een buis die den vergezellenden ureter in omvang nog aanmerkelijk overtreft en zich mede van de nier naar de vesica urinaria schijnt te begeven. Regts heeft dit kanaal omstreeks de dikte van een vinger (3½ centim. omvang) links minstens het dubbele (7 a 8 centim.), ook heeft aan die zijde het kanaal een meer gekronkeld verloop. Bij nauwkeuriger onderzoek blijkt echter al spoedig, dat deze kanalen, zoowel wat hunnen oorsprong als wat hunne uitmonding betreft niet met de ureteres overeenkomen. Zij staan namelijk aan hun boveneinde noch met het nierbekken, noch met de nierkelken in verband, maar buigen zich als het ware van binnen naar buiten om het boveneinde

der nieren waarmede zij vast zijn vergroeid; de regter loopt daar spits toe, de linker gaat over in eene ronde holte of blaas van 7½—8½ centim. diam. Naar beneden toe verloopen beide buizen in het algemeen, zooals gezegd is, aan de binnenzijde der ureteres zonder echter daarmede verbonden te zijn; op eenige centimeters afstand van hun benedeneinde, waar zij meer *achter* de ureteres komen te liggen, zijn zij met deze vrij vast vereenigd zonder evenwel met deze buizen te versmelten, daar zij niet zoo als de ureteres in de blaas maar lager in de pars prostatica urethrae niet ver van de mediaanlijn aan den achterwand der urethra even boven den colliculus seminalis uitmonden. Deze uitmonding laat (zoowel bij de linker als bij de regter) slechts eene fijne sonde door en staat in wijdte ongeveer gelijk met de opening door welke zich de ductus ejaculatorii in de urethra ontlasten. Deze laatsten leveren, evenmin als de vesiculae seminales, eenigerlei afwijking op: zij monden op de gewone wijze ter weerszijde van den colliculus seminalis uit: op den colliculus zelf, is echter geene naar de vesicula prostatica voerende opening te ontdekken, daarentegen voert eene kleine opening juist in de mediaanlijn op den colliculus, 4 à 5 millim. boven de uitmonding der ductus ejaculatorii gelegen, mede naar de linker der bovenbeschreven buizen, welke dus door twee verschillende, hoewel beide zeer kleine openingen met de urethra in gemeenschap staat. In beide buizen bevond zich eene vloeistof, die ongelukkig door onachtzaamheid der seceerenden verloren ging.

Willen wij niet op het standpunt der zuivere *beschrijvende* ontleedkunde blijven staan, dan doet zich hier terstond de vraag voor ons op naar de *beteekenis* der beschrevene abnormale deelen: behooren zij tot het systema uropoëticum of tot het genitaalstelsel? Hoe zijn zij in den toestand gekomen, waarin zij zich thans aan ons voordoen? Om deze vragen te kunnen beantwoorden, is het noodig zich rekenschap te geven van de verschillende ontwikkelingsvormen, welke het systema uropoëticum en het daarmede zóó nauw verbonden systema generationis bij het embryo der hoogere dieren doorloopen. — Zoo als bekend is bevinden zich in dat tijdvak van het foetale leven, waarin de organa generationis en ook de nieren nog geheel

ontbreken, ter weerszijde van het benedenste gedeelte der wervelkolom twee klierachtige organen, de zoogenaamde WOLFF'sche ligchamen. Deze klieren monden elk door eene enkelvoudige uitvoeringsbuis, het WOLFF'sche kanaal, uit in den sinus urogenitalis. Later, te gelijk met het te voorschijn komen der geslachtsklieren, maar daarmede niet onmiddelijk verbonden, ontwikkelen zich ook tusschen deze en de WOLFF'sche ligchamen twee nieuwe parige deelen, de MÜLLER'sche gangen, in het eerst als soliede strengen, weldra echter als werkelijke kanalen aan de binnenzijde der WOLFF'sche buizen gelegen, en even als deze in den sinus urogenitalis uitmondende. Wanneer eindelijk het geslacht van het embryo zich begint te kenmerken, openbaart zich vooral ook een groot verschil in de latere lotgevallen der MÜLLER'sche gangen. — Bij de vrouwelijke individu's namelijk strekken deze kanalen tot vorming zoowel van den uterus als van de tubae Fallopii en ook hun blaasvormig boveneinde persisteert als zoogenaamde MÜLLER'sche hydatide; bij het mannelijk geslacht daarentegen, verdwijnen de MÜLLER'sche gangen bijna geheel, nadat zij eerst nog aan hun benedeneinde met elkander zijn versmolten. Dit benedeneinde kent men thans onder den naam van *uterus masculinus* of *sinus prostaticus*. Ook het andere einde der MÜLLER'sehe gangen pleegt zelden *spoorloos* te verdwijnen; men vindt het dan nog bij volwassenen terug als een klein gesteeld blaasje tusschen testis en epididymis; voor het overige verdwijnen deze kanalen geheel.

Brengen wij deze bekende feiten uit de ontwikkelingsgeschiedenis in verband met de hierboven beschrevene afwijkingen dan kunnen wij de buizen, die in ons geval aan beide zijden der wervelkolom tusschen het boveneinde der nieren en de pars prostatica urethrae worden aangetroffen, nauwlijks als iets anders opvatten dan als persisteerende Müller'sche gangen. Hiervoor pleiten niet slechts hunne ligging en hunne als het ware neutrale verhouding ten opzichte der nieren zoowel als der testes, maar vooral ook hunne uitmonding in de pars prostatica urethrae. Beide deze punten maken het ook naar onze meening hoogst onwaarschijnlijk dat de bedoelde buizen als overtallige ureteres zouden moeten beschouwd worden, dan toch was het veeleer te verwachten, of dat zij met de nieren in eene

nadere verbinding zouden zijn getreden (als de normale ureteres, in de blaas e statica urethrae zouden hebben uitgemond. echter evenmin verheelen dat de beschrev normale MÜLLER'sche gangen in hare ver wijken, en wel 1°. daar zij aan haar beg maar met de nieren vergroeid zijn en benedeneinde niet met elkander tot één ka Hoe het zij, wij hopen dat bovenstaande n eenig belang moge geacht worden daar v literatuur, voor zoover die ons ten dienste schrijving van een analoog geval hebben gezo

Leiden, Februari 1875.

VERKLARING DER PL

R. D.	Regter nier.
U. D.	„ ureter.
D. M. D.	„ MÜLLER'sche buis.
V. D. D.	„ vas deferens.
O. U. D.	Uitmonding van den regter ureter.
O. D. M. D.	„ „ „ „ MÜLLER's
C. S. R. D.	Regter bijnier.
A. R. D.	„ nierslagader.
V. R. D.	„ nierader.
V. C.	Vena cava.
A. A.	Arteria aorta.
C. S. R. S.	Linker bijnier.
C. M.	MÜLLER'sche blaas.
R. S.	Linker nier.
A. R. S.	„ nierslagader.
V. R. S.	„ nierader.
U. S.	„ ureter.
D. M. S.	„ MÜLLER'sche buis.
V. D. S.	„ vas deferens.
O. U. S.	Uitmonding van den linker ureter.
O. D M. S.	„ „ „ „ MÜLLER'schen
V. U.	Pisblaas.
O. D. S.	Uitmondingen der ductus seminales.

J. A. BOOGAARD, Persistentie der Müllersche gangen.



RÉVISION DES SICYDIINI ET LATRUNCULINI DE L'INSULINDE,

PAR

P. BLEEKER.

Phalanx SICYDIINI.

Gobiiformes corpore subelongato vel elongato antice cylindraceo; capite obtuso convexo; dentibus maxillis ex parte gingivalibus vel labialibus mobilibus; aperturis branchialibus isthmo lato separatis; squamis ex parte ctenoideis vel nullis; pinna ventrali integra orbiculari disco centrali lato ventri adnata radiis multifidis brevibus circa discum radiantibus; caudali obtusa. Vesica aërea nulla. B. 4.

Le groupe des Sicydiini est éminemment caractérisé par l'organisation de la nageoire ventrale en véritable ventouse se composant d'un disque central attaché partout au ventre et de rayons courts à branches nombreuses entourant la plus grande partie du disque.

Je sépare des Sicydiini les Sicydium zosterophorum et balinense, qui sont du genre Sicyopus Gill et appartiennent au groupe des Latrunculini.

Les Sicydiini comprennent les genres Sicydium Val., Sicyopterus Gill, Cotylopus Guich., Tridentiger Gill, Lentipes Günth. (= Sicyogaster Gill nec Bris.) et Microsicydium Blkr, genres dont on ne connaît en tout qu'une quinzaine d'espèces.

Ces genres se font aisément distinguer par la dentition et par l'écaillure. Les Lentipes, dont on ne connaît qu'une

seule espèce (de l'ile Hilo Hawaii), ont seuls le corps dénué d'écailles. — Les Tridentiger, connus seulement par une espèce du Japon, se distinguent par les dents bisériales aux deux mâchoires et par la forme tricuspide des dents de la rangée externe. — Le genre Sicydium, ne comprenant que l'espèce type des Indes occidentales, se fait aisément reconnaître par les barbillons mandibulaires et par l'absence de dents canines. — Le genre Cotylopus me paraît bien caractérisé par les sept épines dorsales, par l'absence de dents labiales, et par la forme dilatée et profondément échancrée des dents intermaxillaires. Il comprend deux espèces de l'île de la Réunion. — Dans le genre Microsicydium, représenté jusqu'ici par une seule espèce de Célèbes, le caractère de petites dents mandibulaires fixes et égales et de dents intermaxillaires à moitié libre dilatée en forme de massue se combine avec l'absence de barbillons et avec une première dorsale à cinq rayons. — Le genre Sicyopterus reste alors pour les espèces à dents labiales, à dents intermaxillaires unisériales et simples, à canines mandibulaires et à mâchoire inférieure sans barbillons.

SICYOPTERUS Gill = Sicydiops Blkr.

Corpus elongatum squamatum, capite depressiusculo superne postice tantum squamato, maxilla inferiore non cirrata. Dentes intermaxillares uniseriati confertissimi mobiles simplices apice non incisi, inframaxillares biseriati serie externa labiales horizontales gracillimi serie interna mandibulares fixi distantes inaequales ex parte canini. Dentes pharyngeales aciculares. Squamae trunco majore parte ctenoideae, 50 ad 80 in serie longitudinali. B. 4. D. 6—1/10 ad 6—1/12. A. 1/10 vel 1/11.

Rem. Les Sicyopterus sont des Sicydiini à corps squammeux, à mâchoires sans barbillons, à dents intermaxillaires unisériales et simples, à dents canines et labiales inframaxillaires et à six épines dorsales. L'examen de la dentition des nombreux individus de différentes espèces de Sicyopterus de l'Insulinde vient d'apprendre que dans ces espèces les dents intermaxillaires, bien que toujours simples et sans échancrure, se dilatent

souvent au milieu et se courbent constamment en arrière avec leur partie apicale. Cette partie apicale, mince et pointue, n'est que faiblement unie à la partie basale et se détache facilement en râclant la rangée des dents d'arrière en avant. Les dents ayant perdu leur partie apicale présentent alors un sommet obtus et souvent plus moins en forme de massue. La coupe sousgénérique de Sicydiops n'étant établi que sur des individus à dents intermaxillaires mutilées, doit donc être supprimée.

Des dix espèces connues de Sicyopterus neuf habitent les îles du bassin indo-pacifique. La dixième a été trouvée dans l'Asie continentale (fleuves de Birmah) et fut publiée l'an dernier par M. Day sous le nom de Sicydium fasciatum. L'Insulinde en nourrit six et ces espèces sont bien différenciées par la nature de l'écaillure, par la formule des écailles, par les proportions de la hauteur du corps, de la longueur de la tête et de la caudale, et puis encore par le plus ou moins de développement de la première dorsale et par les couleurs.

I. Tronc à 70 jusqu'à 80 écailles sur une rangée longitudinale. Ecailles de la partie antérieure du tronc beaucoup plus petites que celles du milieu. Hauteur du corps 6 à plus de 7 fois dans la longueur totale. Nageoires verticales sans gouttelettes blanchâtres; la caudale orange.

a. 17 écailles sur une rangée transversale entre l'anale et la dorsale molle. D. 6—1/11 ou 6—1/12. Corps à bandes transversales.

1. *Sicyopterus cynocephalus* Blkr.

b. 14 écailles sur une rangée transversale entre l'anale et la seconde dorsale. D. 6—1/10 ou 6—1/11. Corps sans bandes.

2. *Sicyopterus Parvei* Blkr.

II. Tronc à 55 jusqu'à 60 écailles sur une rangée longitudinale, à 15 ou 16 écailles sur une rangée transversale

entre l'anale et la seconde dorsale. Ecailles du milieu du tronc plus grandes que les autres. D. 6—1/10 ou 6—1/11.

a. Ecailles de la partie antérieure du tronc plus petites que celles de la queue. Hauteur du corps 7 à $7\frac{3}{4}$ fois, tête $6\frac{2}{3}$ à $6\frac{3}{4}$ fois, caudale $4\frac{1}{3}$ à $4\frac{2}{3}$ fois dans la longueur totale. Dorsales et pectorales à petites taches ou points violâtres. Caudale sans bande médiane.

3. *Sicyopterus microcephalus* Blkr.

b. Ecailles de la partie antérieure du tronc plus grandes que celles de la queue. Hauteur du corps 6 fois, tête $6\frac{1}{3}$ fois, caudale 6 fois dans la longueur totale. Corps à bandes transversales, caudale à bandelette médiane noirâtres.

4. *Sicyopterus micrurus* Blkr.

III. Tronc à 50 écailles sur une rangée longitudinale. D. 6—1/11 ou 6—1/12.

a. 14 ou 15 écailles sur une rangée transversale entre l'anale et la seconde dorsale. Ecailles de la partie antérieure du tronc beaucoup plus grandes que celles de la moitié postérieure. Hauteur du corps $6\frac{1}{2}$ à 7 fois, tête $5\frac{1}{3}$ à $5\frac{1}{2}$ fois dans la longueur totale. Caudale à bandelette médiane noirâtre.

5. *Sicyopterus macrostetholepis* Blkr.

b. 12 écailles sur une rangée transversale entre l'anale et la seconde dorsale. Ecailles de la partie antérieure du tronc pas plus grandes que celles de la moitié postérieure. Hauteur du corps 8 fois, caudale 6 fois dans la longueur totale. Caudale sans bandelette médiane.

6. *Sicyopterus xanthurus* Blkr.

Sicyopterus cynocephalus Blkr.

Sicyopt. corpore elongato antice cylindraceo postice compresso, altitudine 6 ad $7\frac{1}{2}$ in ejus longitudine; capite obtuso convexo $5\frac{1}{2}$ ad $6\frac{1}{4}$ in longitudine corporis; altitudine capitis $1\frac{1}{2}$ ad $1\frac{2}{3}$, latitudine capitis $1\frac{1}{3}$ ad $1\frac{1}{2}$ in ejus longitudine; oculis diametro 4 ad 5 et paulo in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{3}$ ad 2 distantibus; rostro valde obtuso convexo ante os prominente; maxillis subaequalibus, superiore sub oculi parte posteriore desinente; labio superiore papillato; dentibus intermaxillaribus confertissimis dimidio apicali angulatim curvatis integris vulgo acutis interdum obtusiusculis subclavatis; dentibus maxilla inferiore labialibus gracillimis, mandibularibus utroque latere 5 ad 12 curvatis anterioribus et posterioribus ceteris longioribus caninis vel caninoideis; squamis occipitalibus, nuchalibus, scapularibus, postaxillaribus ventralibusque cycloideis, ceteris ctenoideis; squamis 35 circ. in serie longitudinali occiput inter et pinnam dorsi anteriorem, 75 ad 80 in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 17 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam ; squamis lateribus antice iis mediis lateribus valde multo minoribus aetate provectioribus vulgo cute reticulatim elevata immersis; squamis occipito-nuchalibus minimis postrorsum autem magnitudine accrescentibus; appendice anali brevi obtusa; pinna dorsali anteriore acuta corpore vulgo altiore, spina 3ª ceteris longiore interdum in filum producta; dorsali radiosa et anali corpore humilioribus postice acutangulis, dorsali anali paulo tantum altiore et longiore; pectoralibus obtuse rotundatis capite paulo longioribus; ventrali subcirculari capitis parte postoculari paulo longiore membrana interspinali sat elevata; caudali obtuse rotundata capite paulo longiore; colore corpore superne profunde violaceo vel olivaceo-viridi, inferne margaritaceo vel aurantiaco; iride viridescente margine pupillari aurea; vitta suboculari subverticali fusco-violacea; dorso fasciis latis obliquis 6 vel 7 violaceo-fuscis vulgo plus minusve diffusis, interdum inconspicuis; pinnis dorsalibus et anali aurantiacis, dorsali radiosa interdum punctis magnis irregularibus

fuscis variegata, anali tertia vel quarta parte inferiore fusco-violacea; pectoralibus violascente-olivaceis aurantiaco marginatis; ventrali dilute olivascente vel aurantiaca; caudali aurantiaca basi olivascente vel violascente, postice violascente, superne et inferne vitta intramarginali diffusa violacea.

B. 4. D. 7—1/11 vel 1/12. P. 21 ad 23. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 16/14/16 circ.

Syn. *Gobio pinna ventrali subrotunda acetabutiformi* etc. Koelreut., Descr. pisc. rar., Nov. Comment. Acad. Petropol. IX p. 428 tab. 9 fig. 3, 4.

Sicydium cynocephalus CV., Poiss. XII p. 134 tab. 352; Blkr, Bijdr. ichthyol. Batjan, Nat. T. Ned. Ind. IX p. 201; Günth., Cat. Fish. III p. 94.

Sicydium lagocephalum Blkr, Verh. Batav. Gen. XXII, Blenn. Gob. p. 39 (nec CV.).

Gobius Hasseltii Blkr, Over nieuwe soort. Blenn. Gobioid. Nat. T. Ned. Ind. I p. 250.

Utjang Javan.

Hab. Sumatra (Padang, Priaman); Java (Tjisekat, Krawang, Garut, Purworedjo); Bali (Boleling); Borneo meridionalis; Celebes (Maros, Tonsea, Manado, Sawangan, Klabatdiatas); Batjan (Labuha); in fluviis.

Longitudo 42 speciminum 65‴ ad 160‴.

Rem. Le Sicyopterus cynocephalus est bien nettement caractérisé par la formule de l'écaillure, et sa diagnose est facilitée encore par la largeur relative des écailles de la partie antérieure et du milieu du tronc, par la formule de la seconde dorsale et par le système de coloration.

Le Gobio de Koelreuter, cité dans la synonymie, ne peut pas être de l'espèce du Sicydium lagocephalum CV., auquel il a été rapporté par Valenciennes. Le Sicyopterus lagocephalus est dit avoir les écailles nuchales et du dessous du ventre aussi grandes que les autres. Or, la figure publiée par Koelreuter représente exactement l'écaillure du cynocephalus, les écailles de la nuque, de la région thoracique et du ventre y étant beaucoup plus petites que celles du milieu des flancs et de la queue. La figure publiée par Pallas de son Gobius lagoce-

phalus est manifestement prise sur une espèce différente de celle de Koelreuter, et probablement sur celle qui est devenu le Sicydium lagocephalus CV.

Le Sicyopterus cynocephalus est, dans l'Insulinde, l'espèce la plus commune du genre et atteint aussi de plus grandes dimension que les autres espèces archipélagiques. Il est surtout habitant des îles de la Sonde, l'île de Batjan étant, jusqu'ici, la seule localité à l'est de Célèbes où il a été trouvé.

Sicyopterus Parvei Blkr

Sicyopter. corpore elongato antice cylindraceo postice compresso, altitudine 7 circ. in ejus longitudine; capite obtuso convexo $5\frac{1}{2}$ ad $5\frac{3}{4}$ in longitudine corporis; altitudine capitis $1\frac{3}{4}$ circ., latitudine capitis $1\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 4 ad 5 in longitudine capitis, diametro $1\frac{1}{2}$ ad 2 distantibus; rostro valde obtuso convexo ante os prominente; maxillis subaequalibus, superiore sub medio oculo circ. desinente; labio superiore papillato; dentibus intermaxillaribus confertissimis dimidio apicali angulatim curvatis apice integris acutis; dentibus maxilla inferiore labialibus gracillimis, mandibularibus utroque latere 8 curvatis anteriore et posteriore ceteris longioribus caninis; squamis nuchalibus scapularibus et ventralibus cycloideis, lateribus caudaque ctenoideis; squamis 30 circ. in serie longitudinali frontem inter et pinnam dorsalem spinosam, 70 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 14 in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis mediis lateribus caudalibus non multo, postscapularibus multo majoribus; appendice anali obtusa brevi; pinna dorsali anteriore acuta corpore altiore spina 3ª ceteris longiore; dorsali radiosa et anali subaequilongis corpore humilioribus postice angulatis; pectoralibus obtuse rotundatis capite longioribus; ventrali oblonga capite absque rostro non breviore membrana interspinali parum elevata; caudali obtuse rotundata 5 fere in longitudine corporis; colore corpore nigricante-violaceo inferne dilutiore; iride violascente-viridi; pinnis fuscescente-

violaceis vel violascentibus, caudali tantum aurantiaca superne inferne et postice violaceo late limbata.

B. 4. D. 6—1/10 vel 6—1/11. P. 21. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 14/14/8 circ.

Syn. *Sicydium Parvei* Blkr, N. soort Preanger-reg. Nat. T. Ned. Ind. IV p. 427; Günth., Cat. Fish. III p. 94.

Hab. Java (Garut), in fluviis.

Longitudo 3 speciminum 70‴ ad 119‴.

Rem. Cette espèce est voisine du cynocephalus par l'écaillure, mais bien distincte par trois écailles de moins sur une rangée transversale, par un rayon de moins à la seconde dorsale et par les couleurs. La seule espèce connue du continent asiatique, le Sicydium fasciatum Day, de Birmah, doit être fort voisine aussi du Parvei, mais se distingue suffisamment par son corps plus trapu (hauteur 5 fois dans la longueur totale), par les pectorales qui sont plus courtes, par les écailles qui s'avancent jusque près des yeux, par les bandes et taches du corps et par la couleur des nageoires qui sont toutes noirâtres et bordées de blanchâtre.

Je n'ai reçu le Parvei que de l'intérieur de l'île de Java, où il habite les régions élévées jusqu'à plus de 800 mètres au-dessus du niveau de la mer. M. Günther en cite trois individus comme provenant des Moluques, sans indication cependant d'île ou de localité. Cette habitation me paraît fort douteuse et pourrait bien ne reposer que sur une erreur, assez commune, qui confond les îles de la Sonde avec les Moluques.

Sicyopterus microcephalus Blkr.

Sicyopter. corpore elongato antice cylindraceo postice compresso, altitudine 7 ad $7\frac{3}{4}$ in ejus longitudiue; capite obtuso convexo $6\frac{1}{3}$ ad $6\frac{3}{4}$ in longitudine corporis; altitudine capitis $1\frac{2}{3}$ ad $1\frac{1}{2}$, latitudine capitis $1\frac{1}{4}$ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 4 ad 4 et paulo in longitudine capitis, diametris 2 circ. distantibus; rostro valde obtuso convexo ante os prominente; maxillis subaequalibus, superiore sub oculi parte anteriore desinente; labio superiore papillato; dentibus inter-

maxillaribus confertissimis dimidio apicali angulatim curvatis apice integris acutis; dentibus maxilla inferiore labialibus gracillimis, mandibularibus utroque latere 5 ad 8 curvatis, anteriore et posteriore ceteris longioribus caninis; squamis occipitalibus, nuchalibus et ventralibus cycloideis, ceteris ctenoideis; squamis occiput inter et dorsalem anteriorem 20 circ. in serie longitudinali, trunco 60 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 15 vel 16 in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis occipitalibus nuchalibus conspicue minoribus; squamis mediis lateribus squamis lateribus antice et caudalibus majoribus, caudalibus squamis lateribus antice majoribus; appendice anali brevi obtusa; pinna dorsali anteriore acuta corpore paulo ad sat multo altiore spinis 2ª 3ª et 4ª ceteris longioribus subaequalibus; dorsali radiosa analique subaequilongis corpore humilioribus postice angulatis, dorsali anali paulo altiore; pectoralibus obtuse rotundatis capite longioribus; ventrali subcirculari capite absque rostro non vel vix breviore membrana interspinali sat elevata; caudali obtuse rotundata 4¼ ad 4⅓ in longitudine corporis; colore corpore superne nitide violaceo, ventre margaritaceo; iride violascente-viridi margine pupillari aurea; vitta suboculari violascente; lateribus guttulis flavis in series longitudinales dispositis, guttulis cauda postice coalescentibus rete efficientibus; pinnis roseo-violascentibus, dorsalibus maculis parvis confertis irregularibus, pectoralibus punctis numerosissimis, caudali vittulis longitudinalibus profunde violaceis; caudali superne et inferne, pectoralibus et ventrali aurantiaco marginatis; anali violascente-aurantiaca inferne fusco marginata.

B. 4. D. 6—1/10 vel 6—1/11. P. 19 vel 20. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 17/14/17 circ.

Syn. *Sicydium microcephalus* Blkr. Spec. pisc. javan. nov. Nat. T. Ned. Ind. VII p. 437; Günth., Cat. Fish. III p. 95.

Hab. Java (Tjibiliong, provinciae Bantam); Celebes (Sawangan)? in fluviis.

Longitudo 3 speciminum 90‴ ad 112‴.

Rem. Le Sicyopterus actuel se fait aisément distinguer par la formule des écailles, par les couleurs et par les proportions

aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 14 vel 15 in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis postaxillaribus et lateribus antice squamis lateribus postice caudaque multo majoribus; appendice anali brevi obtusa; pinna dorsali anteriore acuta corpore altiore spinis 2ª 3ª et 4ª interdum im filum breve productis 3ª ceteris longiore; dorsali radiosa et anali longitudine et altitudine subaequalibus corpore paulo humiloribus postice angulatis; pectoralibus obtuse rotundatis capite non ad paulo longioribus; ventrali subcirculari capitis parte postoculari vix longiore membrana interspinali parum elevata; caudali obtusa convexa vel rotundata capite non ad paulo longiore; colore corpore superne violaceo-vel nigricante viridi, inferne dilutiore; iride violascente vel viridi marginc pupillari aurea; dorso fasciis 5 vel 6 latis diffusis transversis nigricante-violaceis; pinnis dorsalibus caudalique fuscescente-violaceis vel violascentibus interdum maculis parvis irregularibus nigricantibus; pectoralibus violascente-viridibus aurantiaco marginatis; ventrali viridescente-aurantiaca; anali profunde fusca vel violacea inferne nigro marginata; caudali vittis fuscis vel nigricantibus, mediana longitudinali, subperipherica formam ferri equini referente.

B. 4. D. 6—1/11 vel 6—1/12. P. 19. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 10/14/8 circ.

Syn. *Sicydium macrostetholepis* Blkr, Diagn. n. vischs Sumatra, Nat. T. Ned. Ind. IV p. 271; Günth., Cat. Fish. III p. 94.

Hab. Sumatra occidentalis; Singapura; Bali (Boleling); Amboina; in fluviis.

Longitudo 12 speciminum 58''' ad 103'''.

Rem. Le Sicyopterus macrolepis est remarquable par les écailles de la partie antérieure du tronc qui sont plus grandes que celles du milieu des flancs et que celles de la queue. Par ce seul caractère déjà il est parfaitement à reconnaître parmi ses congénères. C'est la seule espèce insulindienne, retrouvée jusqu'ici hors l'Inde archipélagique, où elle est connue habiter les rivières d'Aneiteum.

Sicyopterus xanthurus Blkr.

Sicyopter. corpore elongato antice cylindraceo postice conpresso, altitudine 8 circ. in ejus longitudine; capite obtuso convexo 6 circ. in longitudine corporis; altitudine capitis 1⅔ circ., latitudine capitis 1½ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 3½ circ. in longitudine capitis diametro 1 circ. distantibus; rostro valde obtuso convexo ante os prominente; maxillis subaequalibus superiore sub medio oculo circ. desinente; labio superiore papillato; dentibus intermaxillaribus confertissimis dimidio apicali angulatim curvatis apice acutis vel acutiusculis; dentibus maxilla inferiore, labialibus gracillimis, mandibularibus utroque latere 5 vel 6 valde inaequalibus anteriore ceteris multo longiore canino subhorizontaliter extrorsum curvato; squamis nuchalibus, scapularibus et ventralibus cycloideis, lateribus caudaque ctenoideis; squamis 14 circ. in serie longitudinali occiput inter et dorsalem spinosam, occipitalibus nuchalibus non multo minoribus; squamis trunco 50 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 12 in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis postaxillaribus et lateribus antice squamis lateribus postice caudaque non majoribus; appendice anali brevi obtusa; pinna dorsali anteriore acuta corpore altiore spina 3ª ceteris longiore; pinnis dorsali radiosa et anali longitudine et altitudine subaequalibus corpore non vel vix humilioribus postice angulatis; pectoralibus obtuse rotundatis capite paulo longioribus; ventrali subcirculari capitis parte postoculari vix longiore membrana interspinali sat elevata; caudali obtuse rotundata capite paulo longiore; colore corpore nigricante-violaceo, inferne dilutiore; iride viridescente; cauda postice aurantiaca; pinnis dorsalibus et anali fusco-violaceis; pectoralibus viridescente-violaceis aurantiaco marginatis; ventrali dilute violascente; caudali pulcherrime aurantiaca vitta nigra formam ferri equini referente totam pinnam angulis tantum exceptis amplectente.

B. 4. D. 6—1/11 vel 6—1/12. P. 19 vel 20. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 9/14/7 circ.

Syn. *Sicydium xanthurus* Blkr., Diagn. n. vischs. Sumatra, Nat. T. Ned. Ind. p. 271; Günth., Cat. Fish. III p. 93.

Sicyopterus (*Sicydiops*) *xanthurus* Blkr, Syst. Gob., Arch. néerl. sc. nat. IX p. 26.

Hab. Sumatra occidentalis; Bali (Boleling); in fluviis.

Longitudo speciminis descripti 64'''.

Rem. Bien que fort voisin du Sicyopterus macrostetholepis, l'espèce actuelle est bien distincte et aisément à reconnaître par les écailles de la partie antérieure du tronc, qui ne sont pas plus grandes que celles de la partie postérieure. Elle présente deux ou trois écailles de moins sur une rangée transversale et se distingue en outre par son corps plus allongé et par l'absence de bandelette longitudinale médiane sur la caudale.

MICROSICYDIUM Blkr.

Corpus subelongatum vel elongatum squamatum, capite obtuso alepidoto, maxilla inferiore non cirrata. Dentes, intermaxillares mobiles uniseriati stipitati apice clavati obtusi, inframaxillares biseriati serie interna parvi serie externa labiales. Squamae capite, nucha et regione thoraco-ventrali nullae, trunco ctenoideae 40 circ. in serie longitudinali. Pinna caudalis truncato-emarginata. B. 4. D. 5 vel 6—1/9 vel 1/10. A. 1/10 vel 1/11.

Rem. Le genre Microsicydium se distingue, dans le groupe des Sicydiini, par les caractères combinés d'écailles cténoïdes ne s'étendant pas en avant jusque dans la région nucho-thoracique, par l'absence de barbillons et de canines, par les dents intermaxillaires en forme de massue et par la caudale échancrée.

Je n'en connais qu'une seule espèce, dont je possède plus de trois cents individus, mais dont le plus grand ne mesure pas tout à fait quatre centimètres.

Microsicydium gymnauchen Blkr, Syst. Gobioïd. Arch. néerl. sc. nat. IX p. 314.

Microsicyd. corpore elongato antice cylindraceo postice compresso, altitudine 7 ad 8 in ejus longitudine; capite obtusius-

culo convexo 5 circ. in longitudine corporis; altitudine et latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro 4 ad 4½ in longitudine capitis, diametro 1 circ. distantibus; rostro obtuso convexo ante os prominente; maxillis subaequalibus, superiore sub oculi parte anteriore desinente; dentibus intermaxillaribus confertis stipitatis apice clavatis obtusis, inframaxillaribus serie externa gracillimis horizontalibus, mandibularibus subaequalibus; squamis trunco ctenoideis 40 circ. in serie longitudinali, 12 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis trunco antice medio et postice aequalibus; pinna dorsali anteriore acutiuscula; dorsali radiosa dorsali anteriore paulo altiore corpore humiliore antice quam postice altiore angulata; pectoralibus obtuse rotundatis capite vix brevioribus; ventrali patellaeformi oblonga capitis parte postoculari vix longiore membrana interspinali sat elevata; anali altitudine, longitudine et forma dorsali radiosae subaequali; caudali truncato–emarginata angulis acuta 5 et paulo ad 6 in longitudine corporis; colore corpore superne viridi, inferne margaritaceo; iride viridi vel violascente; fasciis vel vittis corpore nigricantibus vel fuscis transversis subaequidistantibus spatiis intermediis gracilioribus, 1ª oculari, 2ª nucho–thoracica, 3ª basi caudalis approximata, vittis 4 vel 5 posterioribus ceteris paulo gracilioribus leviter oblique antrorsum descendentibus; pinnis roseo–hyalinis, anali punctis nigricantibus. — Variat fasciis corpore diffusis et latis vel nullis.

B. 4. D. 6—1/9 ad 6—1/11. P. 19 circ. V. 1/5.5/1. A. 1/10 vel 1/11. C. 5/12/4 circ,

Syn. *Sicydium gymnauchen* Blkr, Act. Soc. Sc. Ind. neerl. III Tiende bijdr. vischf. Celebes p. 11; Günth., Cat. Fish. III p. 95.

Nikat Manadens.

Hab. Celebes (Manado); in aquis fluvio-marinis.

Longitudo plus quam 300 speciminum 23‴ ad 34‴.

Phalanx LATRUNCULINI.

Gobiiformes corpore subelongato vel elongato; squamis mediocribus vel magnis; aperturis branchialibus mediocribus isthmo lato separatis; dentibus maxilla inferiore uniseriatis; pinnis dorsalibus distantibus, radiosa non elongata; ventrali integra basi tantum ventri adnata; caudali obtusa.

Les quelques espèces rapportées aux genres Latrunculus, Evorthodus, Sicyopus, Leptogobius et Gobiopterus, composent un groupe nettement distinct, caractérisé par la forme allongée du corps, par la disposition unisériale des dents mandibulaires, par la ventrale sans disque central et par la brièveté de la seconde dorsale*).

L'Insulinde ne paraît nourrir que des espèces de Sicyopus, Leptogobius et Gobiopterus. J'en possède quatre, dont deux de Sicyopus. Une cinquième espèce insulindienne, décrite par M. Peters sous le nom de Apocryptes variegatus, est probablement du genre Gobiopterus.

Sicyopus Gill.

Corpus elongatum antice cylindraceum capite obtuso convexo alepidoto. Dentes utraque maxilla uniseriati simplices mobiles gracillimi uncinati, canini nulli. Squamae trunco ctenoideae 32 circ. in serie longitudinali. Pinnae dorsalis radiosa et analis obtusae. Isthmus latus. B. 4. D. 6—1/9 vel 6— 1/10. A. 1/9 vel 1/10.

Rem. Le genre Sicyopus est caractérisé, dans le groupe des Latrunculini, par les dents unisériales et pointues aux deux mâchoires, par l'absence de canines intrasymphysiennes, par la tête à museau obtus et convexe et par l'égale longueur et la

---

*) Dans la diagnose du groupe formulée dans l'Esquisse d'unu système naturel des Gobioïdes, il est imprimé par inadvertance, par rapport à cette dorsale, „elongata "au lieu de „non elongata"

forme obtuse de la seconde dorsale et de l'anale. — Les deux espèces insulindiennes sont les seules connues et nettement distinctes par les caractères suivants.

I. Dents intermaxillaires et mandibulaires fortes et inégales au nombre de 5 ou 6 de chaque côté. Corps à 4 bandes transversales brunâtres dont l'antérieure est beaucoup plus large que les autres.

1. *Sicyopus zosterophorum* Gill.

II. Dents petites et égales, les intermaxillaires au nombre d'environ 20, les mandibulaires au nombre d'environ 10 de chaque côté. Corps à bandelette céphalo-caudale brunâtre.

2. *Sicyopus balinense* Gill.

Sicyopus zosterophorum Gill, Proc. Acad. nat. sc. Philad. 1863 p. 262.

Sicyop. corpore elongato antice cylindraceo, postice compresso, altitudine 8 circ. in ejus longitudine; capite obtuso convexo 5 et paulo in longitudine corporis; altitudine capitis 2 fere, latitudine capitis 1½ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 3¼ circ. in longitudine capitis, diametro 1 fere distantibus; rostro obtuso convexo vix ante os prominente oculo breviore; maxillis aequalibus, superiore sub oculi parte posteriore desinente; dentibus maxillis conicis acutis curvatis distantibus utroque latere 5 vel 6 inaequalibus subposterioribus ceteris longioribus; labio superiore carnoso; squamis capite et nucha nullis, trunco valde ciliatis 32 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 8 vel 9 in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; squamis caudalibus squamis lateribus antice majoribus; appendice anali conica acuta; pinna dorsali anteriore obtusa rotundata corpore paulo humiliore spinis mediis ceteris

longioribus; dorsali radiosa dorsali anteriore vix vel non altiore postice acutangula; pectoralibus obtuse rotundatis capite non vel vix brevioribus; ventrali capite duplo circ. breviore; anali dorsali radiosa vix breviore et vix humiliore postice acutangula; caudali obtuse rotundata capite paulo longiore; colore corpore roseo-viridi, inferne dilutiore; capite toto violaceo; fasciis transversis vel zonis violaceo-fuscis 4 corpus totum cingentibus, zona anteriore latissima ante spinam dorsi 1^m incipiente et sub initio dorsalis radiosae desinente, zonis 2^a et 3^a gracilibus dorsalem radiosam inter et analem, zona 4^a caudali zonis 2^a et 3^a paulo latiore medio basin pinnae caudalis inter et analem; squamis spatiis interfascialibus singulis vittula intramarginali fusca semilunari; pinnis dorsalibus et anali leviter nigro marginatis; dorsali spinosa fusco-violacea superne tantum flavo-aurantiaca; dorsali radiosa dimidio basali violascente dimidio superiore aurantiaco flava; pectoralibus, ventralibus analique aurantiacis; caudali dimidio basali aurantiaca, dimidio libero violaceo-nigra.

B. 4. D. 6—1/9 vel 6—1/10. P. 15. V. 1/5.5/1. A. 1/9 vel 1/10. C. 9/11/10 vel 10/11/11 circ.

Syn. *Sicydium zosterophorum* Blkr, N. bijdr. ichth. Bali, Nat. T Ned Ind. XII p. 296; Günth., Cat. Fish. III p. 95.

Hab. Bali (Boleling); in fluviis.

Longitudo speciminis unici 51‴.

Rem. Le Sicyopus zosterophorum est surtout caractérisé par les fortes dents inégales et en petit nombre aux deux mâchoires et par les bandes transversales brunâtres, dont l'antérieure est plus large que les trois autres ensemble et occupe toute la partie du tronc entre l'aisselle et l'orifice anal. — Je n'en ai vu que le seul individu décrit.

Sicyopus balinense Gill, Proc. Acad. nat. sc. Philad. 1863 p. 267.

Sicyop. corpore elongato, antice cylindraceo, postice compresso, altitudine 8 circ. in ejus longitudine; capite obtuso convexo 5 et paulo in longitudine corporis; altitudine capitis 2 fere.

latitudine capitis $1\frac{3}{5}$ circ. in ejus longitudine; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, diametro 1 fere distantibus; rostro obtuso convexo vix ante os prominente, oculo breviore; maxillis subaequalibus, superiore sub oculi parte posteriore desinente; dentibus maxillis conicis acutis curvatis, intermaxillaribus parvis confertis aequalibus utroque latere 20 circ., mandibularibus distantibus inaequalibus utroque latere 10 circ.; labio superiore carnoso; squamis capite et nucha antice nullis, trunco valde ciliatis, nucha media 7 circ. in serie longitudinali, lateribus 35 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter basin pinnae caudalis, 8 vel 9 in serie transversali initium pinnae analis inter et pinnam dorsalem radiosam; squamis caudalibus squamis corpore antice multo majoribus; appendice anali conica; pinna dorsali anteriore rotundata obtusa corpore plus duplo humiliore spinis mediis ceteris longioribus; dorsali radiosa dorsali anteriore paulo altiore postice acuta; pectoralibus obtuse rotundatis capite paulo brevioribus; ventrali capite duplo fere breviore; anali dorsali radiosa non vel vix breviore et non vel vix humiliore postice acutangula; caudali obtuse rotundata capite non vel vix breviore; colore corpore roseo-viridi, inferne dilutiore; rostro violascente; iride viridescente; vitta oculo-maxillari violacea; vitta cephalo-caudali fusca; dorso lateribusque insuper fuscescente-violaceo diffuse nebulatis; squamis lateribus plurimis singulis stria intramarginali semilunari fusca; pinnis flavescente-aurantiacis; pectoralibus media basi macula fuscescente; caudali postice violascente.

B. 4. D. 6—1/9 vel 6—1/10. P. 17 vel 18. V. 1/5.5/1. A. 1/9 vel 1/10. C. 10/11/9 vel 11/11/10 circ.

Syn. *Sicydium balinense* Blkr, N. bijdr. ichth. Bali, Nat. T. Ned. Ind. XII p. 297; Günth., Cat. Fish. III p. 96.

Hab. Bali (Boleling); in fluviis.

Longitudo 2 speciminum 48‴ et 51‴.

Rem. Cette espèce, habitant les mêmes localités que le zosterophorum, présente les mêmes formes générales du corps et des nageoires, mais le système de coloration est assez différent et surtout la dentition, les dents, aux deux mâchoires, étant beaucoup plus petites et plus nomoreuses.

GOBIOPTERUS Blkr.

Corpus subelongatum vel elongatum capite compresso alepidoto, rictu subverticali. Dentes utraque maxilla uniseriati magni acuti distantes, intermaxillares aequales, inframaxillares inaequales. Canini insuper 2 mandibulares postsymphysiales. Squamae trunco 25 ad 36 in serie longitudinali. Pinna analis obtusa regulariter convexa. B. 4. D. 5 vel 6—1/7 vel 1/8. A. 1/7 ad 1/13

Rem. Le genre Gobiopterus est bien marqué, dans le groupe des Latrunculini, par la dentition et par la tête pointue et dénuée d'écailles. Les caractères sont établis sur le Gobiopterus brachypterus, mais je pense que l'Apocryptes variegatus Peters est du même type générique. Ces deux espèces sont cependant encore fort distinctes l'une de l'autre comme l'indique l'exposé suivant.

I. 25 écailles sur une rangée longitudinale. Corps et dorsales, pectorales et caudale sans taches. D. 5—1/7 ou 1/8. A. 1/12 ou 1/13.

1. *Gobiopterus brachypterus* Blkr.

II. 36 écailles sur une rangée longitudinale. Corps et nageoires à bandelettes ou à taches noirâtres. D. 6—1/8. A. 1/7.

2. *Gobiopterus variegatus* Blkr.

Gobiopterus brachypterus Blkr.

Gobiopt. corpore elongato compresso, altitudine 6 circ. in ejus longitudine, latitudine 1½ circ. in ejus altitudine; capite depresso 4 circ. in longitudine corporis; altitudine capitis 1⅔ circ., latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro 4 circ in longitudine capitis, diametro 1 fere distantibus; linea rostro-frontali rectiuscula; rostro depresso oculo breviore; rictu valde obliquo; maxilla superiore inferiore breviore sub oculi parte anteriore desinente: dentibus maxillis magnis

subulatis curvatis distantibus, intermaxillaribus omnibus subaequalibus utroque latere 9 vel 10, inframaxillaribus utroque latere 6 vel 7 erectis anterioribus 3 vel 4 ceteris et intermaxillaribus longioribus; caninis mandibularibus intrasymphysialibus erectis curvatis dentibus ceteris crassioribus; squamis capite et nucha nullis, trunco 25 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 8 circ. in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; appendice anali conica acuta; pinnis dorsalibus distantibus, anteriore radiosa humiliore, radiosa convexa antice quam postice altiore angulata corpore non vel vix humiliore: pectoralibus obtuse rotundatis capite absque rostro vix brevioribus; ventrali capite absque rostro breviore; anali corpore paulo humiliore dorsali radiosa multo longiore margine inferiore convexa, postice quam antice non humiliore angulata; caudali obtusa rotundata capite breviore; colore corpore viridescente-hyalino; iride flavescente-viridi; labio superiore nigro; pinnis flavescente-hyalinis, anali radiis fusco vel nigro variegatis.

B. 4. D. 5—1/7 vel 5—1/8. P. 14 vel 15. V. 1/5.5/1. A. 1/12 vel 1/13. C. 7/13/6 circ.

Syn. *Apocryptes brachypterus* Blkr, Versl. vischs. Oost-Java, Nat. T. Ned. Ind. IX p. 401; Günth., Cat Fish. III p. 80, 84.

Hab. Java, in lacu Grati, provinciae Pasuruan.

Longitudo 13 speciminum 23‴ ad 29‴.

Rem. Cette petite espèce est remarquable par la forme pointue et élévée en avant de la seconde dorsale et par l'anale qui est notablement plus longue que la dorsale molle. — Tous mes individus sont de fort petite taille mais ils me semblent représenter l'âge adulte ou presque adulte. — La seule localité connue de l'espèce est le petit lac de Grati dans la partie orientale de l'île de Java.

Gobiopterus variegatus Blkr.

Descriptio Petersiana sequens.

„Höhe zur Totallänge (ohne Schwanzflosse) wie 1: $4\frac{2}{3}$,

Kopflänge zu derselben wie 1 : 3¾. Zähne oben und unten in einer einzigen Reihe, jederseits unten ein Eckzahn Augen im zweiten Viertel des Kopfes, einen Durchmesser von einander entfernt. Zwischen dem Anfang der zweiten Rücken- und der Analflosse 11 Schuppenreihen. — Gelbbraun, unregelmässig schwarz gefleckt. Vom Auge nach der Oberlippe und nach dem oberen Theile des Vordeckels ein schwarzer Streif; auf der Backe ein dem letzteren paralleler länglicher Fleck. Auf der Mitte der Brustflossenbasis ein länglicher sich auf der Flosse zuspitzender Fleck. Rückenflosse mit Längsreihen, Schwanzflosse mit senkrechten Reihen schwarzer Flecke und Analflosse mit dunkler Längsbinde. D. 6—1/8. A. 1/7. L. lat. 36."

Syn. *Apocryptes variegatus* Peters, Ueber von Dr. Jagor im ostind. Arch. gesamm. Fische, Monatsber. k. pr. Akad. Wiss. 1868 p. 267.

Hab. Singapura.

Rem. Cette espèce me semble devoir être rapportée au genre Gobiopterus, mais elle doit être fort distincte de l'espèce type, par les écailles qui sont plus nombreuses, par l'anale courte à formule 1/7, par les six épines dorsales, par les couleurs, etc.

Leptogobius Blkr.

Corpus subelongatum, capite compressiusculo alepidoto rictu obliquo. Dentes utraque maxilla uniseriati graciles acuti subaequales, canini nulli. Squamae trunco ctenoideae, 25 circ. in serie longitudinali. Pinnae dorsalis radiosa et analis subtriangulares acutae. B. 4. D. 5—1/7 vel 5—1/8. A. 1/12 ad 1/14.

Rem. Voisin du genre Gobiopterus, le genre actuel en est cependant distinct par l'absence de canines intrasymphysiennes et par la forme triangulaire élévée et pointue en avant de l'anale. Je n'en connais qu'une seule petite espèce, laquelle habite les mêmes localités que le Gobiopterus brachypterus.

Leptogobius oxypterus Blkr.

Leptogob. corpore elongato compresso, altitudine 6 circ. in

ejus longitudine, latitudine $1\frac{2}{3}$ ad $1\frac{3}{4}$ in ejus altitudine; capite acuto compresso $4\frac{2}{3}$ circ. in longitudine corporis; altitudine capitis $1\frac{2}{3}$ ad $1\frac{3}{4}$, latitudine capitis plus quam 2 in ejus longitudine; oculis diametro 3 et paulo in longitudine capitis, minus diametro 1 distantibus; linea rostro-frontali rectiuscula; rostro acuto oculo multo breviore; rictu valde obliquo; maxilla superiore maxilla inferiore breviore, sub oculi dimidio posteriore desinente; dentibus maxillis parvis gracilibus aequalibus; squamis capite et nucha nullis, trunco ctenoideis 25 circ. in serie longitudinali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 7 vel 8 in serie transversali initium pinnae analis inter et dorsalem radiosam; pinnis dorsalibus distantibus, anteriore radiosa multo humiliore, radiosa antice elevata acuta corpore paulo altiore postice humili; pectoralibus obtuse rotundatis capite paulo longioribus; ventrali capite duplo fere breviore; anali dorsali radiosa longiore antice elevata acuta corpore non humiliore postice humili; caudali obtuse rotundata capite breviore; colore corpore viridescente-hyalino, pinnis flavescente-hyalino; iride dilute viridi vel flavescente; labiis nigris; regione postanali striis 12 circ. transversis angulatis violascentibus angulo antrorsum directis; radiis analibus violaceo punctatis vel striatis.

B. 4. D. 5—1/7 vel 5—1/8. P. 15. V 1/5.5/1. A. 1/12 ad 1/14. C. 7/13/6 circ.

Syn. *Gobius oxypterus* Blkr, Versl. vischs. Oost-Java, Nat. T. Ned. Ind. IX p. 400; Günth.. Cat. Fish. III p. 34.

Hab. Java, in lacu Grati, provinciae Pasuruan.

Longitudo 15 speciminum 23‴ ad 28‴.

Rem. L'espèce paraît rester dans les petites dimensions de mes individus. Quelques uns de ces individus ont le ventre gonflé d'oeufs, ce qui indique une maturité avancée.

La Haye, Février 1875.

GENERUM FAMILIAE SCORPAENOIDEORUM CONSPECTUS ANALYTICUS *).

AUCTORE

PETRO BLEEKER.

1. Corpus squamis normalibus ctenoideis vel cycloideis vestitum.
   1 Caput plus minusve squamatum. Squamae trunco regulariter imbricatae. Pinna dorsalis longe post oculos incipiens, profunde emarginata, spinis 12 ad 15. B. 7. V. 1/5.
   a. Vertex squamatus fossa quadrilatera nulla sed cristis osseis in spinam desinentibus. Praeoperculum et operculum squamata.
   aa. Radii pectorales inferiores simplices. Pinnae impares basi squamatae.

SEBASTES Cuv.

Rostrum, os supramaxillare et maxilla inferior squamatae. Crista suborbitalis anacantha. Dentes palatini. Pinna dorsalis spinis 15. Spec. typ. *Sebastes norvegicus* CV.

SEBASTICHTHYS Gill = Sebastodes, Sebastoplus, Sebastomus, Sebastosomus Gill (Genus revidendum, probabiliter compositum).

Rostrum et maxilla inferior alepidotae. Crista suborbitalis anacantha. Dentes palatini. Pinna dorsalis spinis 12 ou 13. Spec. typ. *Sebastes nigrocinctus* Ayr.

---

*) Extrait d'un „Mémoire sur les espèces insulindiennes de la famille des Scorpénoïdes" présenté à l'Académie royale des sciences dans la séance de Juin 1874

SEBASTOPSIS Gill.

Rostrum et maxillae alepidotae. Cristae capite superne in spinam desinentes. Crista suborbitalis anacantha. Dentes palatini nulli. Spec. typ. *Scorpaena polylepis* Blkr.

bb. Radii pectorales inferiores fissi. Pinnae impares alepidotae.

NEOSEBASTES Guich.

Rostrum et os supramaxillare squamata. Dentes palatini. Cauda parte libera plus duplo longior quam alta. Pinna dorsalis spinis 13. Spec. typ. *Sebastes panda* Rich.

b. Vertex, rostrum et maxillae alepidotae. Operculum et praeoperculum superne squamata. Pinna dorsalis spinis 11 ad 13. Radii pectorales inferiores fissi.

aa. Spinae dorsales non elongatae totae fere membrana unitae.

SETARCHES Johns.

Cristae capite superne et suborbitalis spinis erectis nullis. Fossa occipitalis nulla. Squamae parvae (86 circ. in serie longitudinali) cycloideae. Dentes palatini. Regio thoraco-praeventralis squamata. Spec. typ. *Setarches Güntheri* Johns.

SCORPAENA Art.

Cristae capite superne spinis erectis. Crista suborbitalis anacantha. Occiput fossa quadrilatera. Squamae operculo praeoperculoque sparsae cute immersae. Regio thoraco-praeventralis majore vel minore parte alepidota. Dentes palatini. Spec. typ. *Scorpaena porcus* L.

PARASCORPAENA Blkr.

Cristae capite superne et suborbitalis spinis erectis. Oc-

ciput fossa quadrilatera. Dentes palatini. Regio thoraco-praeventralis ubique squamata. Spec. typ. *Scorpaena picta* K. V. H.

SCORPAENOPSIS Heck. = Scorpaenichthys, Scorpaenodes Blkr.
Cristae capite superne et suborbitalis spinis erectis. Occiput fossa quadrilatera. Dentes palatini nulli. Regio thoraco praeventralis ubique squamata. Spec. typ. *Scorpaena gibbosa* Bl. Schn.

bb. Spinae dorsales 12 ou 13 elongatae rectae basi tantum membrana unitae. Cristae capite superne et suborbitalis spiniferae. Dentes palatini nulli. Pinnae pectorales spinas anales superantes.

PSEUDOMONOPTERUS Kl. = Pseudopterus Kl. = Pterois CV. = Dendrochirus, Macrochyrus, Pteroleptus, Pteropterus, Brachyrus Swns.

Pinna dorsalis spinis 12 vel 13; analis spinis 3; caudalis rotundata. Spec. typ. *Pterois volitans* CV.

PARAPTEROIS Blkr.

Pinna dorsalis spinis 13; analis spinis 2; caudalis truncata radiis lateralibus superiore et inferiore in filum productis. Spec. typ. *Pterois heterurus* Blkr.

2. Caput alepidotum.
a. Pinnae pectorales elongatae acutae, radio inferiore libero. Spinae praeorbitales bene evolutae. Dentes palatini. Squamae regulariter imbricatae margine posteriore dentatae. B. 7.

APISTUS Cuv. = Pterichthys Swns. = Polemius Kp.
Caput acutum cristis occipitalibus spinis erectis nullis. Sella postocularis nulla. Dorsalis longe post oculum incipiens spinis 15 et radiis 9 vel 10. A 3/7 vel 3/8. Spec. typ. *Apistus alatus* CV.

b. Pinnae pectorales radio libero nullo.

aa. Pinna dorsalis longe post oculum incipiens, parte spinosa divisione anteriore nulla. B. 7. V. 1/5.

PTEROIDICHTHYS Blkr.

Caput superne spinis nullis. Dentes palatini nulli. Squamae ctenoideae, trunco 40 circ. in serie longitudinali Radii pinnis verticalibus indivisi. Pinna dorsalis spinis 11 debilibus; analis spinis 2. Spec. typ. *Pteroidichthys amboinensis* Blkr.

GLYPTAUCHEN Günth.

Caput truncatum, superne cristis spinaeformibus. Sella occipitalis profunda. Os valde parvum. Squamae valde parvae. Radii pinnis verticalibus fissi. Pinna dorsalis spinis 17; analis spinis 3. Spec. typ. *Apistus panduratus* Rich.

CENTROPOGON Günth.

Caput non truncatum, superne cristis spinaeformibus. Sella occipitalis nulla. Rictus mediocris. Squamae parvae. Radii pinnis verticalibus fissi. Pinna dorsalis spinis 15; analis spinis 3. Spec. typ. *Apistus australis* CV.

bb. Dorsalis ante, supra vel paulo post oculos incipiens, divisione anteriore spinis divergentibus. Caput superne cristis spiniferis nullis. Spinae praeorbitales bene evolutae. Squamae minimae juxtapositae vel cute quasi immersae. Pinna analis spinis 3.

PARACENTROPOGON Blkr.

Caput obtusum linea rostro-frontali non curvata. Pinna dorsalis supra oculum incipiens, non cum caudali confluens, spinis 12 ad 14 et radiis 8 vel 9. A. 3/4 ad 3/6. V. 1/4 vel 1/5. B. 6. Spec. typ. *Apistus longispinis* CV.

AMBLYAPISTUS Blkr = Platypterus Swns.

Caput obtusum linea rostro-frontali concava. Dentes palatini. Pinna dorsalis supra oculum incipiens, cum cau-

dali confluens, antice valde elevata, spinis 15 ad 17 et radiis 7 ad 10. A. 3/5 ad 3/8. V 1/5. B. 5. Spec. typ. *Apistus taenianotus* CV.

COTTAPISTUS Blkr.

Caput obtusum linea rostro-frontali convexa. Dentes palatini nulli. Pinna dorsalis supra oculum incipiens, non cum caudali confluens, spinis 14 et radiis 8. A. 3/7. V. 1/4. B. 7. Spec. typ. *Apistus cottoides* CV.

PROSOPODASYS Cant. = Trichosomus Swns.

Caput acutum linea rostro-frontali recta. Dentes palatini. Pinna dorsalis supra vel post oculum incipiens, cum caudali non confluens, spinis 12 ad 16 et radiis 4 ad 8. A. 3/4 vel 3/5. V. 1/4 vel 1/5. B. 7. Spec. typ. *Apistus trachinoides* CV.

II. Corpus alepidotum, cute laevi vel spinulis parvis vel granulis scabriusculum.

1. Pinna pectoralis radio vel radiis liberis. Dentes palatini nulli. Spinae praeorbitales evolutae. Cutis laevis. A. 2/7 ad 2/9. V. 1/5.

CHORIDACTYLUS Rich. = Chorismodactylus Günth.

Dentes vomerini nulli. Radii pinnis verticalibus fissi. Pinna dorsalis supra oculum incipiens. Pinna pectoralis radiis 3 liberis. B. 6. D. 13/9. Spec. typ. *Choridactylus multibarbis* Rich.

MINOUS Cuv. = Corythobatus Cant.

Dentes vomerini. Radii pinnis indivisi. Pinna dorsalis supra operculum incipiens spinis 10 vel 11 et radiis 9 ad 11. Pectoralis radio libero unico. Cristae capite superne et suborbitalis spiniferae vel dentatae. B. 7. Spec. typ. *Minous monodactylus* CV.

2. Pinna pectoralis radio libero nulli. Crista suborbitalis anacantha.

a. Pinna dorsalis post oculum incipiens et cum caudali unita. Cristae capite superne spiniferae.

TAENIANOTUS Lac.

Spina praeorbitalis rudimentaria. Dentes palatini nulli. B. 7. D. 12/11. A. 3/7. V. 1/5. Spec. typ. *Taenianotus triacanthus* Lac.

b. Pinna dorsalis supra oculum incipiens.

aa. Dentes palatini. Cristae capite superne anacanthae. Radii pinnis fissi.

GYMNAPISTUS Swns. = Pentaroge Günth.

Spinae praeorbitales valde evolutae. B. 7. Pinnae, dorsalis spinis 12 ad 14 et radiis 8 ad 10, analis spinis 3 et radiis 5 ad 8. V. 1/4 vel 1/5. Spec. typ. *Apistus marmoratus* CV.

bb. Dentes palatini nulli. Radii pinnis simplices.

TRICHOPLEURA Kp = Sthenopus Rich.

Dentes vomerini. Pinnae, dorsalis 13/8, parte spinosa divisione anteriore, analis radiis 10. V. 1/2. B. 6. Spec. typ. *Sthenopus mollis* Rich.

COCOTROPUS Kp.

Dentes vomerini. Pinna dorsalis spinis 12 vel 13 et radiis 9 ad 11, parte spinosa indivisa spinis 2 anterioribus ceteris longioribus. A. 2/8 vel 3/8. V. 1/3 ad 1/5. B. 5 vel 6. Spec. typ. *Cocotropus echinatus* Kp.

GNATHANACANTHUS Blkr.

Dentes vomerini nulli. Os praeorbitale et praeoperculum spinis nullis. Pinna dorsalis 12/11, parte spinosa medio profunde emarginata A. 3/9. V. 1/5. B. 7. Spec. typ. *Gnathanacanthus Goetzeei* Blkr.

Aploactis Schl. = Aploactisoma Cast.

Dentes vomerini. Spinae praeorbitalis et praeoperculares obtusae truncatae. Pinna dorsalis spinis 13 vel 14 et radiis 11, parte spinosa divisione anteriore. Pinna analis radiis 12. V. 1/2. B. 5. Spec. typ. *Aploactis aspera* Rich.

Paraploactis Blkr.

Dentes vomerini nulli. Spinae praeorbitales et praeoperculares obtusae truncatae. Pinna dorsalis spinis 13 et radiis 11, parte spinosa divisione anteriore. Pinna analis spina unica et radiis 9. V. 1/3. B. 6. Spec. typ. *Paraploactis trachyderma* Blkr.

Agriopus CV. = Cephalinus Gron. (Genus forsan compositum).

Dentes vomerini. Spinae praeorbitales et praeoperculares nullae Os valde parvum. Pinna dorsalis spinis 17 ad 21 et radiis 12 ad 14, parte spinosa indivisa. Pinna analis spinis 2 vel 1 debilibus vel nullis et radiis 6 ad 10. V. 1/5. B. 5. Spec. typ. *Agriopus torvus* CV.

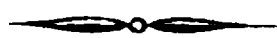
Hagae Comitis Calend. Dec. 1873.

DE INTERPOLATIE-FORMULE VAN TCHÉBYCHEF

VOLGENS DE METHODE DER KLEINSTE VIERKANTEN.

DOOR

Ch. M. SCHOLS.



§ 1. In de praktijk gebeurt het dikwijls dat, voor verschillende waarden van de veranderlijke x, de waarden van een functie $U = f(x)$, door meting gevonden zijn. De uitkomsten dezer metingen kunnen dan dienen, om, volgens de methode der kleinste vierkanten, de meest waarschijnlijke waarden van de constanten te bepalen, die in bedoelde functie voorkomen.

Veelal is de vorm der functie U geheel of ten deele onbekend. Is die vorm ten deele onbekend, dan kan de functie U vervangen worden door een interpolatie-formule van den vorm:

$$U = F\varphi_m = F(A_0^m + A_1^m x + A_2^m x^2 + \ldots . + A_{m-1}^m x^{m-1} + A_m^m x^m), \quad (1)$$

waarin F een bekende functie van x is. Is de vorm der functie geheel en al onbekend, dan heeft men in bovenstaande uitdrukking, F slechts door de eenheid te vervangen. Deze laatste onderstelling vormt dus slechts een bijzonder geval van de vorige, zoodat volstaan kan worden met de beschouwing van het meer algemeene geval door form. (1) uitgedrukt.

Tot welke macht de reeks φ_m moet opklimmen, d. i. welke waarde men aan m moet toekennen, kan *à priori* niet worden bepaald; dit kan eerst geschieden nadat de coëfficiënten A bepaald zijn, door na te gaan in hoeverre de uitkomsten uit de

formule (1), met die coëfficiënten verkregen, overeenstemmen met de waarnemingen; men kan namelijk de middelbare fout voor een enkele waarneming opmaken, en blijkt deze weinig te verschillen van de middelbare fout van een enkele waarneming langs anderen weg verkregen, zoo is m goed gekozen; mocht dit niet het geval zijn, dan moet men voor m een grootere waarde nemen en de coëfficiënten A op nieuw bepalen.

§ 2. Ten einde dit bezwaar te ontgaan heeft P. TCHÉBYCHEF formules ontwikkeld waardoor achtereenvolgens het polynomium φ_m, voor $m = 0, 1, 2, 3$ enz. wordt berekend, en waardoor tevens de middelbare fout voor een enkele waarneming wordt gevonden, zoo dat men telkens kan nagaan of men van dat polynomium genoeg termen berekend heeft en men de ontwikkeling dus kan staken.

De bedoelde formules zijn voor het geval $F = 1$ opgegeven in de *Mémoires de l'Académie des sciences de St. Pétersbourg VIIIe Serie, t. 1, n°.* 15, 1859 en voor het meer algemeene geval in de *Mémoires couronnés de l'Académie royale de Belgique, collection in* 8°. *t. XXI*, 1870 en in de *Balistique extérieure* van *N. Mayevski*, *Paris* 1872.

Het bewijs dier formules moet echter gezocht worden in eene verhandeling van TCHÉBYCHEF over de *kettingbreuken* in deel III van de *Mémoires savants de l'Académie impériale des sciences, pour la* 1re *et la* 3e *classe*, waarvan eene fransche vertaling voorkomt in het *Journal de Mathématiques par Liouville*, 2e *Serie*, *Tome III*, 1858.

Het ingewikkelde van dit bewijs, dat geheel op de theorie der kettingbreuken berust, is wellicht een der oorzaken van de minder algemeene bekendheid dier formules.

E. JOUFFRET geeft in de *Revue d'Artillerie* 1873—74, in een verhandeling: *Sur l'établissement et l'usage des tables de tir*, een meer elementair bewijs dier formules, dat echter nog vrij omslachtig is, aangezien die formules daar worden afgeleid uit een ander stel formules, die wederom eerst moesten afgeleid worden.

Het is mij mogen gelukken voor de formules van TCHÉBYCHEF een direct bewijs te vinden, waaruit tevens de beteekenis van de grootheden in die formules voorkomende, duidelijk blijkt.

§ 3. De interpolatie-formule (1) mogen wij steeds vervangen door een andere van den vorm:

$$U = F\varphi_m = F(K_0\psi_0 + K_1\psi_1 + K_2\psi_2 + \ldots + K_{m-1}\psi_{m-1} + K_m\psi_m). \quad (2)$$

waarin:

$$\psi_p = x^p + C^p_{p-1}x^{p-1} + C^p_{p-2}x^{p-2} + \ldots \ldots + C^p_1 x + C^p_0, \ldots (3)$$

een polynomium van de p^{de} macht, met p willekeurig gekozen coëfficiënten C, voorstelt, als slechts de $m+1$ grootheden K volgens de theorie der kleinste vierkanten bepaald worden.

Heeft men nu voor n verschillende waarden van x, namelijk voor $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ de daarmede overeenkomende waarden: $u_1, u_2, u_3 \ldots u_n$ van U, met de gewichten: $g_1, g_2, g_3 \ldots g_n$, gevonden, zoo geeft de theorie der kleinste vierkanten, ter bepaling van de grootheden K, de volgende normaal-vergelijkingen:

$$\begin{aligned}
[guF\psi_0] &= [gF^2\psi_0^2]K_0 + [gF^2\psi_0\psi_1]K_1 + \ldots + [gF^2\psi_0\psi_m]K_m \\
[guF\psi_1] &= [gF^2\psi_0\psi_1]K_0 + [gF^2\psi_1^2]K_1 + \ldots + [gF^2\psi_1\psi_m]K_m \quad (4) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
[guF\psi_m] &= [gF^2\psi_0\psi_m]K_0 + [gF^2\psi_1\psi_m]K_1 + \ldots + [gF^2\psi_m^2]K_m
\end{aligned}$$

Onder al de waarden, die voor de $\frac{1}{2}m(m+1)$ coëfficiënten C gekozen kunnen worden, is er één stel, waardoor de grootheden K bijzondere eigenschappen verkrijgen Bepalen wij die coëfficiënten namelijk zoodanig dat zij voldoen aan de $\frac{1}{2}m(m+1)$ vergelijkingen:

$$[gF^2\psi_p\psi_q] = 0 \ldots\ldots\ldots (5)$$

dan worden alle grootheden K onderling onafhankelijk, en bepaald door de vergelijking:

$$K_p = \frac{\left[gu F \psi_p\right]}{\left[g F^2 \psi_p^2\right]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

met het gewicht:

$$\left[g F^2 \psi_p^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Bovendien bezit de reeks (2) alsdan de bijzondere eigenschap, dat zij, bij welken term $K_p \psi_p$ men haar ook eindige, steeds de meest waarschijnlijke coëfficiënten geeft van het polynomium van p^{de} macht.

§ 4. De functie ψ_p een polynomium van de p^{de} macht, met p constanten, zijnde, kan steeds vervangen worden door de uitdrukking:

$$\psi_p = x \psi_{p-1} + \overset{p}{D}_{p-1} \psi_{p-1} + \overset{p}{D}_{p-2} \psi_{p-2} + \ldots + \overset{p}{D}_1 \psi_1 + \overset{p}{D}_0 \psi_0. \quad (8)$$

waarin de letters D, p nieuwe constanten voorstellen. Vermenigvuldigen wij deze vergelijking met $g F^2 \psi_q$, en sommeeren wij voor alle waarnemingen, zoo komt er, ingevolge (5), als $q \geqq p+1$ is:

$$\left[g x F^2 \psi_{p-1} \psi_q\right] = 0,$$

waaruit volgt, dat

$$\left[g x F^2 \psi_p \psi_q\right] = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

is, tenzij het verschil van p en q, één of nul zij.

Is echter $q \leqq p-3$, zoo geeft die sommatie:

$$0 = \left[g x F^2 \psi_{p-1} \psi_q\right] + \overset{p}{D}_q \left[g F^2 \psi_q^2\right]$$

waaruit volgt, in verband met (9), dat al de coëfficiënten D

gelijk *nul* zijn behalve de twee coëfficiënten D^p_{p-1} en D^p_{p-2}, die wij in het vervolg door $-b_p$ en $-a_p$ zullen voorstellen, en waardoor (8) dus overgaat in:

$$\psi_p = (x-b_p)\,\psi_{p-1} - a_p\,\psi_{p-2} \;\ldots\ldots\; (10)$$

Zijn dus de coëfficiënten a en b bekend, dan kunnen alle functies ψ uit bovenstaande vergelijking berekend worden.

§ 5. Vermenigvuldigen wij de vergelijking (10) met gF^2x^q, en sommeeren wij voor alle waarnemingen, zoo komt er:

$$\left[gF^2\psi_p x^q\right] = \left[gF^2\psi_{p-1}x^{q+1}\right] - b_p\left[gF^2\psi_{p-1}x^q\right] - a_p\left[gF^2\psi_{p-2}x^q\right]$$

of zoo wij algemeen stellen:

$$\left[gF^2\psi_p x^q\right] = (p\,.\,q)\,, \;\ldots\ldots\ldots\; (11)$$

$$(p\,.\,q) = (p-1\,.\,q+1) - b_p\,(p-1\,.\,q) - a_p\,(p-2\,.\,q)\,. \; (12)$$

Al de grootheden $(p\,.\,q)$ zijn nu gelijk *nul*, zoolang $p > q$ is; want uit (5) volgt, aangezien $\psi_0 = 1$ is:

$$0 = \left[gF^2\psi_p\psi_0\right] = \left[gF^2\psi_p\right] = (p\,.\,0)$$

zoolang, $p > 0$ is. Stellen wij nu in (12), $q = 0$, zoo komt er ingevolge bovenstaande gelijkheid: $(p-1\,.\,1) = 0$, zoo lang $p-2 > 0$ of $p-1 > 1$ is, dat is dus: $(p\,.\,1) = 0$, zoolang $p > 1$ is. Op deze wijze voortgaande en in (12) achtereenvolgens $q = 1\,.\,2\,.\,3\ldots.\;(p-3)$ stellende, vindt men algemeen:

$$(p\,.\,q) = 0$$

zoolang $p > q$ is.

Stellen wij vervolgens in (12), $q = p-2$, zoo komt er:

$$0 = (p-1 \,.\, p-1) - a_p\,(p-2 \,.\, p-2)$$

of:

$$a_p = \frac{(p-1 \,.\, p-1)}{(p-2 \,.\, p-2)} \,\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

en stellen wij eindelijk, $q = p-1$, zoo vinden wij:

$$0 = (p-1 \,.\, q) - b_p\,(p-1 \,.\, p-1) - a_p\,(p-2 \,.\, p-1),$$

of:

$$b_p = \frac{(p-1.p)}{(p-1.p-1)} - a_p\frac{(p-2.p-1)}{(p-1.p-1)} = \frac{(p-1.p)}{(p-1.p-1)} - \frac{(p-2.p-1)}{(p-2.p-2)} \,. \quad (15)$$

De drie vergelijkingen (12), (14) en (15) zijn voldoende om daaruit al de grootheden $(p \,.\, q)$, a en b te berekenen, uitgaande van de waarden van $(0 \,.\, q)$ waarvoor wij volgens (11) verkrijgen:

$$(0 \,.\, q) = \left[gF^2\psi_0 x^q\right] = \left[gF^2 x^q\right] \,\ldots\ldots \quad (16)$$

en die dus direct in de gegevens van het vraagstuk zijn uitgedrukt. De volgorde waarin de berekening het gemakkelijkst plaats heeft, zal hierachter worden opgegeven.

§ 6. Zijn de functies ψ bekend, dan kunnen de grootheden K uit (6) berekend worden; eenvoudiger kan zulks echter geschieden, door K_p uit te drukken in $K_{p-1} \,.\, K_{p-2} \ldots$ $K_1 \,.\, K_0$. Uit (11) volgt namelijk:

$$(m \,.\, p) = \left[gF^2\psi_m x^p\right]$$

$$(m-1.p) = \left[gF^2\psi_{m-1} x^p\right]$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(p+1.p) = \left[gF^2\psi_{p+1}x^p\right]$$

$$(p.p) = \left[gF^2\psi_p x^p\right]$$

$$(p-1.p) = \left[gF^2\psi_{p-1}x^p\right]$$

. . . .

$$(1.p) = \left[gF^2\psi_1 x^p\right]$$

$$(0.p) = \left[gF^2\psi_0 x^p\right]$$

Tellen wij deze vergelijkingen samen, na vermenigvuldiging met: K_m, K_{m-1},.... K_{p+1}, K_p, K_{p-1}.... K_1, K_0 en letten wij daarbij op (2) en (13), zoo komt er:

$$(p.o)K_p+(p-1.p)K_{p-1}+\ldots.+(1.p)K_1+(0.p)K_0=\left[gF^2\varphi_m x^p\right].$$

Door toepassing van de methode der kleinste vierkanten op de vergelijking (1) verkrijgen wij echter, aangezien de coëfficiënt van A_p^m, is: Fx^p

$$\left[guFx^p\right] = \left[gF^2\varphi_m x^p\right]$$

zoodat, wij ten slotte voor de waarde van K_p vinden:

$$K_p=\frac{\left[guFx^p\right]-(p-1.p)K_{p-1}-\ldots-(1.p)K_1-(0.p)K_0}{(p.p)} \quad . . (17)$$

Hierbij dient opgemerkt te worden dat de noemer van K_p hier dezelfde is als in (6), want uit (3) volgt door vermenigvuldiging met $gF^2\psi_p$ en sommeering voor alle waarnemingen en in verband met (11) en (13):

$$\left[gF^2\psi_p^2\right]=\left[gF^2\psi_p x^p\right]+C_{p-1}^p\left[gF^2\psi_p x^{p-1}\right]+.+C_0^p\left[gF^2\psi_p x^0\right]=(p.p).(18)$$

$$K_2 = \frac{[guFx^2]-(0.2)K_0-(1.2)K_1}{(2.2)}$$

$$\psi_2 = (x-b_2)\,\psi_1 - a_2\psi_0$$

$$\left[g\Delta_2^2\right] = \left[g\Delta_1^2\right] - (2.2)K_2^2$$

$K_3\ \psi_3$

$$(0.5) = [gF^2x^5] \qquad (0.6) = [gF^2x^6]$$

$$(1.4) = (0.5) - b_1(0.4) \qquad (1.5) = (0.6) - b_1(0.5)$$

$$(2.3) = (1.4) - b_2(1.3) - a_2(0.3) \quad (2.4) = (1.5) - b_2(1.4) - a_2(0.4)$$

$$a_3 = \frac{(2.2)}{(1.1)}$$

$$b_3 = \frac{(2.3)}{(2.2)} - \frac{(1.2)}{(1.1)} \qquad (3.3) = (2.4) - b_3(2.3) - a_3(1.3)$$

$$K_3 = \frac{[guFx^3]-(0.3)K_0-(1.3)K_1-(2.3)K_2}{(3.3)}$$

$$\psi_3 = (x-b_3)\,\psi_2 - a_3\,\psi_1$$

$$\left[g\Delta_3^2\right] = \left[g\Delta_2^2\right] - (3.3)K_3^2$$

$K_m\ \psi_m$

$$(0.2m-1) = [gF^2x^{2m-1}]$$

$$(1.2m-2) = (0.2m-1) - b_1(0.2m-2)$$

$$(2.2m-3) = (1.2m-2) - b_2(1.2m-3) - a_2(0.2m-3)$$

$$(3.2m-4) = (2.2m-3) - b_3(2.2m-4) - a_3(1.2m-4)$$

. . . .

$$(m-1.m) = (m-2.m+1) - b_{m-1}(m-2.m) - a_{m-1}(m-3.m)$$

$$a_m = \frac{m-1.m-1)}{(m-2.m-2)}$$

$$b_m = \frac{(m-1.m)}{(m-1.m-1)} = \frac{(m-2.m \quad 1)}{(m-2.m-2)}$$

$$(0.2m) = \left[{}_g F^2 x^{2m}\right]$$

$$(1.2m-1) = \quad (0.2m) \quad - b_1(0.2m-1)$$

$$(2.2m-2) = (1.2m-1) - b_2(1.2m-2) - a_2(0.2m-2)$$

$$. \quad .$$

$$(m-1.m+1) = (m-2.m+2) - b_{m-1}(m-2.m+1) - a_{m-1}(m-3.m+1)$$

$$(m.m) = (m-1.m+1) - b_m(m-1.m) - a_m(m-2.m).$$

$$K_m = \frac{\left[gu\,Fx^m\right] - (0.m)K_0 - (1.m)K_1 - \;.\;.\;.\;.\; - (m-1.m)K_{m-}}{(m.m)}$$

$$\psi_m = (x - b_m)\,\psi_{m-1} - a_m\,\psi_{m-2}$$

$$\left[g\Delta^2_m\right] = \left[g\Delta^2_{m-1}\right] - (m.m)\,K^2_m \quad .$$

Breda, Mei 1875.

$$K_2 = \frac{[guFx^2]-(0.2)K_0-(1.2)K_1}{(2.2)}$$

$$\psi_2 = (x-b_2)\,\psi_1 - a_2\psi_0$$

$$\left[g\Delta_2^2\right] = \left[g\Delta_1^2\right] - (2.2)K_2^2$$

$K_3\ \psi_3$

$(0.5) = \left[gF^2x^5\right]$ $\quad$ $(0.6) = \left[gF^2x^6\right]$

$(1.4) = (0.5) - b_1(0.4)$ $\quad$ $(1.5) = (0.6) - b_1(0.5)$

$(2.3) = (1.4) - b_2(1.3) - a_2(0.3)$ $\quad$ $(2.4) = (1.5) - b_2(1.4) - a_2(0.4)$

$$a_3 = \frac{(2.2)}{(1.1)}$$

$$b_3 = \frac{(2.3)}{(2.2)} - \frac{(1.2)}{(1.1)}$$ $\quad$ $(3.3) = (2.4) - b_3(2.3) - a_3(1.3)$

$$K_3 = \frac{[guFx^3]-(0.3)K_0-(1.3)K_1-(2.3)K_2}{(3.3)}$$

$$\psi_3 = (x-b_3)\,\psi_2 - a_3\,\psi_1$$

$$\left[g\Delta_3^2\right] = \left[g\Delta_2^2\right] - (3.3)K_3^2$$

$K_m\ \psi_m$

$(0.2m-1) = \left[gF^2x^{2m-1}\right]$

$(1.2m-2) = (0.2m-1) - b_1(0.2m-2)$

$(2.2m-3) = (1.2m-2) - b_2(1.2m-3) - a_2(0.2m-3)$

$(3.2m-4) = (2.2m-3) - b_3(2.2m-4) - a_3(1.2m-4)$

. . . .

$(m-1.m) = (m-2.m+1) - b_{m-1}(m-2.m) - a_{m-1}(m-3.m)$

$$a_m = \frac{m-1.m-1)}{(m-2.m-2)}$$

$$b_m = \frac{(m-1.m)}{(m-1.m-1)} = \frac{(m-2.m\;\;1)}{(m-2.m-2)}$$

$$(0.2m) = [{}_gF^2x^{2m}]$$

$$(1.2m-1) = (0.2m) - b_1(0.2m-1)$$

$$(2.2m-2) = (1.2m-1) - b_2(1.2m-2) - a_2(0.2m-2)$$

. . . .

$$(m-1.m+1) = (m-2.m+2) - b_{m-1}(m-2.m+1) - a_{m-1}(m-3.m+1)$$

$$(m.m) = (m-1.m+1) - b_m(m-1.m) - a_m(m-2.m).$$

$$K_m = \frac{[g\,u\,Fx^m] - (0.m)K_0 - (1.m)K_1 - \;.\;.\;.\;.\; - (m-1.m)K_{m-}}{(m.m)}$$

$$\psi_m = (x - b_m)\,\psi_{m-1} - a_m\,\psi_{m-2}$$

$$\left[g\Delta_m^2\right] = \left[g\Delta_{m-1}^2\right] - (m.m)\,K_m^2\,.$$

Breda, Mei 1875.

---

veraleten buizen enz, als grondstof gebezigd. Wanneer het eboniet als materiaal voor electriseermachines bepaald gevraagd zal worden, dan kan men verwachten, dat de fabrikanten meer zorgvuldig, bij de vervaardiging er van, voor dit doel zullen te werk gaan, en zal men bij voorzichtige keuze een voortreffelijke zelfstandigheid kunnen verkrijgen. Ik voor mij ten minste heb nu twee jaren dezelfde platen gebruikt, en zoo zij een vermindering in hun werking vertoonden, dit spoedig hersteld door het afwrijven met koolzure magnesia, of met petroleum. Vooral op vochtige dagen hielp dit laatste middel zeer goed; bij blootstelling aan een matige warmteuitstraling, behoefde ik de schijven dan nog slechts met de hand te wrijven, om talrijke vonken te bekomen, en begon de machine dan ook terstond te werken zoodra de platen er in gesteld waren.

Deze kleine voorzorgen zijn des te gemakkelijker uit te voeren wegens de eenvoudige constructie en de onbreekbaarheid der zamenstellende deelen. Het is mij ook gebleken, dat een blijvende verandering van het eboniet soms slechts oppervlakkig is, zoodat door het af te schaven en op nieuw te polijsten het isolerend vermogen hersteld wordt. In allen gevalle kan de machine, door haar niet onmiddelijk in het volle daglicht te bewaren, in goeden toestand gehouden worden.

Opwekking der machine. De machine met ebonietschijven heeft de merkwaardige eigenschap, dat, ofschoon zij zich in haar werkingen minstens even zoo krachtig toont als de toestellen met glazen schijven, zij nimmer geladen kan worden zonder den diametralen of schuinen conductor, die, in de as gestoken, volgens een middellijn tegenover de draaiende plaat zich bevindt.

Hij is volstrekt noodzakelijk, en indien de machine eenmaal actief is en krachtige vonken tusschen de electroden overspringen, dan verdwijnt elk spoor van electriciteit, zoodra de schuine conductor verwijderd wordt; de schijven schijnen als het ware haar geheele lading verloren te hebben, en zelfs in het donker is niets geen electriciteit meer waar te nemen.

En toch hervat de machine haar werking volkomen, zoodra de schuine conductor weder in de nabijheid wordt gehouden, tegenover de belegsels, en reeds op een afstand van 3 à 4 centim.

Overigens kan de machine geladen worden door eene met de

hand gewreven ebonietreep tusschen de beide schijven te houden tegenover de spitsen van den schuinen conductor; deze laat terstond veel electriciteit uitstroomen op de losse plaat en daardoor komt de vonkenstroom spoedig tusschen de electroden tot stand. Opmerking dient het vooral hierbij, dat bij het in werking stellen, deze electroden elkaar *niet* mogen aanraken en dit is juist wèl het geval met glazen schijven. Ik heb te vergeefs beproefd de machine actief te maken zonder schuinen conductor, of met denzelve bij geslotene electroden.

Werkingen met de machine verkregen. De machine waarvan hier sprake is heeft schijven van den grootsten tot dusver gebezigden diameter *); van de staande schijf bedraagt deze 58 centim. en van de draaijende 55 centim.; als condensators dienen Leidsche fleschen met één quadraatdecim. belegd oppervlak. Zonder deze ontstaat, als de negative electrode met een spheroïde (9 centim. middellijn) voorzien is, en de positive met een bol van 2 centim., een aanhoudende vonkenstroom ter lengte van 4 centim. Bij grooteren afstand der electroden vormt zich een pluim, die uit een steel van 2 à 3 centim. bestaat met een bundel van fijne violetkleurige draden, die nog tot op 17 centim. afstand tegen de andere electroden uitstralen en zich met haar electriciteit vereenigen. Met de condensatoren verbonden, ontstaan tusschen de electrode krachtige heldere vonken, waarvan de grootste lengte, onder gunstige omstandigheden, 25 à 26 centim. bedraagt. Maar ook bij de gewone temperatuur, zonder opzettelijke verwarming, bedraagt de lengte 17 à 20 centim., en in een bepaald vochtige atmospheer is de machine nimmer werkeloos gebleven; zelfs dan nog werden minstens 10 centim. lange vonken verkregen.

Men kan hieruit afleiden, dat deze ebonietmachine de beste glasmachine evenaart; buitendien bezit zij een hardnekkigheid om haar lading te behouden, in zoo hooge mate, dat het mij meermalen gebeurd is, om na een tijdsverloop van vier weken haar nog in den electrischen toestand te vinden, zoodat bij het draaien weldra de vonkenstroom tot stand kwam. Het was mij

*) Deze machine is in het bezit van het natuurkundig genootschap *Diligentia* te 's Hage.

zelfs moeijelijk haar geheel in den neutralen toestand terug te brengen, wanneer ik dit wilde; een spoor van overgebleven electriciteit was toereikend om de lading weder voort te brengen. Het best slaagde ik er in door de electroden met elkander in contact te brengen en eenigen tijd de beweging voort te zetten.

II. DE DUBBEL-ELECTROMACHINE MET EBONIETSCHIJVEN.

De zoogenaamde dubbel-electromachines, op de eenvoudigste wijze te zamengesteld, bestaan uit één vaste schijf, aan weerszijden waarvan een draaijende schijf zich beweegt.

Het eerste exemplaar daarvan werd vervaardigd door Dr. P. J. KAISER, te Leiden, in 1869, en dit toestel bewees de juistheid zijner opmerking, dat de HOLTZ-machine met slechts één draaiende schijf, eigentlijk maar een halve machine is, voor zoover de hoeveelheid der verkregen electriciteit betreft. Zijn machine met schijven van 26 centim. middellijn leverde vonken van 12 centim. en de hoeveelheden electriciteit, opgeleverd met twee bewegelijke schijven, vergeleken met één bewegelijke schijf, verhielden zich als 2.12 : 1.

In het jaar 1870 maakte POGGENDORFF, onafhankelijk hiervan, een dubbel-electromachine bekend, door hem vervaardigd, naar aanleiding van nieuwe, door hem ontdekte, verschijnselen bij de gewone HOLTZ-machine. Zij bestond uit twee dergelijke afzonderlijke toestellen, waarvan de electroden op vernuftige wijze gecombineerd waren, terwijl de schijven door een gemeenschappelijke as bewogen worden.

Beschrijving der machine. Ik geloof de eenvoudigste dubbelmachine te hebben zamengesteld door ook in dit geval de constructie van BORCHHARDT toe te passen. Derhalve heb ik de vaste schijf met de beide openingen voorzien, en aan *beide* zijden daarvan, papierbelegsels met cartonspitsen aangebracht, verder op een afstand van eenige millimeters aan weerskanten een draaiende ebonietschijf bevestigd met een diametralen conductor, en een stel electroden, die paarsgewijze verbonden zijn. Het in- en uit elkander nemen der deelen blijft even gemakkelijk als bij de enkelvoudige machine.

Opwekking der machine. Dit geschiedt op dezelfde wijze als bij de voorgaande en even spoedig. Een eigenaardige methode van lading bestaat daarin, dat ik de hand tegen een der losse schijven drukte, en dan de machine in snelle beweging bracht. Deze plaat werd dan door wrijving electrisch, hetgeen toereikend was, om weldra den vonkenstroom tusschen de electroden te voorschijn te brengen, en het spreekt wel van zelf, dat de hand dan verder overbodig is.

Werking der machine. In het hier bedoelde toestel heeft de staande schijf een middellijn van 35 centim. en de beide draaijende hebben 30 centim. middellijn. Tusschen de electroden (als de positieve in een spheroïde eindigt), ontstaat een vonkenstroom, zonder de condensatoren, van 6 centim.; in het omgekeerde geval, van 3 centim. Worden kleine condensatoren van 90 cM^2 belegd oppervlak aangebracht, dan ontstaan talrijke vonken van 10 à 12 centim. en onder de gunstigste omstandigheden (bijv. in de nabijheid van een houtskolenvuur), heb ik nog ontladingsvonken verkregen van $16^1/_2$ centim., alzoo $1^1/_2$ centim. grooter dan de diameter der draaijende schijf; de elektroden konden niet verder uitgeschoven worden. Vooral had dit plaats, als de uitstraling aan de positive elektrode verminderd werd door het in aanraking brengen met een ebonietplaatje. Ik moet hier nog bijvoegen, dat de omkeering van de polariteit der belegsels hier hoogst zelden intreedt; ik kon dit slechts bereiken door, na ontlading, de machine in tegenovergestelden zin te laden; bij de machine van de eerste soort werd dit zeer gemakkelijk bereikt door slechts den schuinen conductor uit zijn stand te verplaatsen en terstond weder daarin terug te voeren, dat onfeilbaar een omkeering der polariteit ten gevolge had.

III. NIEUWE WAARNEMINGEN OMTRENT EBONIET-ELECTROMACHINES.

a. De eigenschappen van den schuinen conductor. Het groote onderscheid tusschen de electro-machines met glazen schijven en die met eboniet is gelegen in de eigenaardigheid van dezen, dat zij den diametralen of schuinen conductor volstrekt vereischen,

om in werking te kunnen gebracht worden en daarin te blijven, zoodat zij terstond werkeloos worden bij verwijdering daarvan.

Daarentegen is het bekend, dat de machines met glazen schijven ook wel zonder dien conductor bruikbaar zijn, al werken zij niet zoo regelmatig en al is de vonkenlengte minder groot dan met deze *).

POGGENDORFF heeft geconstateerd, dat, wanneer geen groote papierbelegsels aanwezig zijn, het bij glasmachines noodzakelijk was, den diametralen conductor te *verwijderen* of ten minste werkeloos te maken, om de machines te kunnen laden. Hier is het nu juist omgekeerd. Herhaaldelijk beproefde ik de machine in den gang te brengen door een der beschreven methoden, zonder dezen conductor, maar de lading bleef slechts zoo lang als de opwekkende oorzaak (de hand of de geelectriseerde eboniet-reep) aanwezig was; een blijvende lading werd nimmer verkregen, dan wanneer de schuine conductor was aangebracht, en zij eindigde met het verwijderen daarvan.

Van deze eigenschap kan men partij trekken om op in 't oog loopende wijze de verdubbelde werking, voor zooverre de hoeveelheid electriciteit betreft, der dubbel-electromachine aan te toonen. Verwijdert men één der diametrale conductoren, dan wordt de schijf, tegenover welke hij gestaan heeft, werkeloos. Nu verkreeg ik bijv. in een halve minuut, bij het gebruik van twee losse schijven, 40 ontladingsvonken van 5 centim. slagwijdte, en na één der diametralen conductoren te hebben weggenomen, bijna naauwkeurig slechts 20 ontladingen.

Een lading der machine te verkrijgen zonder schuinen conductor met gesloten electroden is dus ook onmogelijk, omdat zij zonder dien in 't geheel niet werkt, hetgeen door de proefneming wordt bevestigd, en aldus ook een belangrijk onderscheid vormt met de glasmachines.

Ik moet bekennen, dat het mij nog niet gelukt is een bevredigende verklaring te vinden van het feit, waarom de diame-

---

*) De machine van Dr. KAISER bezit *geen* schuinen conductor; evenmin een exemplaar daarvan aan de Polyt. school te Delft, en toch leveren zij zeer krachtige vonken van 12 à 15 centim.

trale conductor bij eboniet-machines zich juist op tegenovergestelde wijze gedraagt als bij glazen schijven.

Wordt de eboniet-machine geladen door een gewreven ebonietplaat achter één der belegsels te houden, zoo is het zeker dat, uithoofde van het bijzonder slecht geleidend vermogen van het materiaal, de inductie door de schijven heen, op de electrodenspitsen zeer moeijelijk tot stand komt, en dat het dus voordeeliger moet zijn de gewreven plaat onmiddelijk achter de spitsen van den schuinen conductor te houden, die dan de draaiende schijf met de tegengestelde electriciteiten bekleedt, welke op haar beurt verdeelend terugwerken op de cartonspitsen der belegsels. En zoo heeft de lading inderdaad schielijk plaats.

Maar ditzelfde zou ook, zonder den schuinen conductor, door de spitsen der electroden kunnen geschieden, als deze elkaar aanraken en er kon ten minste een zwakke lading verwacht worden; bij de dubbel-electromachine met glasschijven is dit ook het geval. Zij wordt op die wijze, hoewel langzamer als gewoonlijk, geladen.

De theorie, die met deze eigenschap der ebonietmachine rekening houdt, is nog te geven.

b. Werking der ebonietmachine bij abnormale draaijing. De ebonietmachine van de eerste soort vertoont een bijzonderheid, die ik niet vermeld heb gevonden, omtrent de gelijksoortige toestellen van glas, dat zij namelijk ook electriciteit ontwikkelen, wanneer de schijven gedraaid worden *in* de richting der cartonspitsen; ik noem deze wijze van draaijing (die het tegenovergestelde is van de gebruikelijke beweging) *abnormaal.*

Hebben er namelijk gedurende eenigen tijd krachtige ontladingen plaats gehad, en wordt dan de schuine conductor achteruit gedraaid, zoodanig, dat hij evenveel links staat van den verticaal, als eerst regts (alzoo ook tegenover geen belegsels staat), dan vertoont zich weder een vonkenstroom tusschen de electroden, als de schijven in tegenovergestelden zin als te voren gedraaid worden; de slagwijdte bereikte zelfs bij de beschreven machine van de eerste soort 6 centim. De condensatoren zijn hierbij niet noodzakelijk; bij de dubbel electromachine heeft dit verschijnsel evenzeer plaats.

Ik geloof, dat de oorzaak er van gelegen is in het voorhan-

den blijven der electriciteit op de belegsels uithoofde van de uitmuntende isolatie, en dat *nu* de machine als electrophoormachine werkt, want de slagwijdte wordt nimmer grooter; zij vermindert daarentegen langzamerhand.

Ik heb hierbij nog tevens de bijzonderheid waargenomen, dat, als de schuine conductor in den zoo evengenoemden stand is gebracht, maar de machine op de gewone wijze gedraaid wordt, (alzoo tegen de cartonspitsen in,) dan de vonkenstroom tusschen de electroden wel ophoudt, maar dikwijls vertoont zich dan, bij dezelfde electrode, de helft der spitsen positief electrisch, de andere helft negatief elektrisch, blijkbaar uit de lichtverschijnsels daaraan zichtbaar.

Dit was tot dusver slechts bij de electromachines van de tweede soort opgemerkt.

c. Invloed der electriciteit op de vlammen. Toen ik beproefde de ebonietmachine door de nabijheid der vlam eener brandende kaars te ontladen, nam ik een opvallenden invloed waar, die de opgehoopte electriciteit op de gedaante der vlam uitoefent.

In de nabijheid van het met positive electriciteit geladen belegsel (uit welks spits alzoo negative uitstroomt) wordt de vlam teruggestooten, alzoo van de schijf af; tegenover het negatieve belegsel daarentegen aangetrokken, eindigt zij in een scherpe spits.

Hetzelfde doet zich voor bij de gasvlam, en het is mij zelfs gelukt den schuinen conductor te vervangen door een zoogenaamden *vlammenconductor*, bestaande uit een houten staaf, waarop, in plaats van metaalspitsen, kleine glazen buizen zijn geplaatst, die met de gasgeleiding in verband staan. Men verkrijgt alzoo een reeks van kleine vlammen in de nabijheid der draaiende schijf, die door hun gedaante den positieven en negatieven electrischen toestand der schijf aanwijzen.

De verklaring van dit verschijnsel berust op het weinig bekende feit, dat door RIESS in zijn *Lehre von der Reibungselektricität* vermeld wordt, dat bij de verbranding eener stof zelfstandig electriciteit wordt ontwikkeld, en dat in 't geval van koolstofhoudende stoffen het opstijgende koolzuur positief electrisch is. Ik moet echter opmerken, dat juist het bewijs, dat deze elektriciteiten ontwikkeld worden bij de verbranding, uit

het genoemde verschijnsel schijnt te moeten worden afgeleid, aangezien het langs geen anderen weg aangetoond is.

Uit hetgeen hier aangevoerd is, geloof ik te mogen besluiten, dat:

1°. de ebonietmachines, als zij uit een deugdelijk materiaal zijn zamengesteld, de beste machines met glazen schijven, wat de werking aangaat, minstens evenaren; haar echter door geringere kosten en onbreekbaarheid, en standvastigheid der lading verre overtreffen.

2°. dat de door mij vervaardigde dubbel-electromachine door eenvoudigheid der inrichting de meest bruikbare electriseermachine oplevert.

3°. dat het vervangen van het glas door eboniet niet alleen de aandacht verdient, omdat de bruikbaarheid der toestellen verhoogd wordt, maar omdat ook nieuwe gegevens verkregen worden, die voor de theorie der electromachines van groot belang kunnen geacht worden.

's Gravenhage, September 1875.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

VIII. Ludolph van Ceulen.

1. LUDOLPH VAN CEULEN, VAN COLLEN of VAN COLEN hebben wij reeds ontmoet in het nummer VII der Bouwstoffen, toen er van de quadratuur des cirkels door SIMON VAN DER EYCKE sprake was; thans willen wij nagaan, wat er omtrent dezen, waarlijk niet te verachten, wiskundige bekend is: zijne verdiensten toch zijn slechts al te dikwerf miskend geworden, bij het naschrijven van het oordeel der hoog-duitsche geschiedschrijvers, die met zijne geschriften, zijne methode en zijnen stalen ijver niet genoeg bekend schijnen geweest te zijn.

2. Wat de spelling van zijnen naam betreft, hijzelf, en ook zijne weduwe ADRIANA SYMONSZ, die enkele zijner werken na zijnen dood uitgaf, gebruikten ze alle drie: soms meer dan een in hetzelfde werk. In die dagen was zulks ook niet ongewoon; men gebruikte soms slechts een deel van den naam, of bracht dien in het latijn over, of veranderde dien, zonder veel nauwkeurigheid, — als men slechts meende een min of meer beroemden man juist genoeg te hebben aangewezen, om vergissingen voor te komen.

Zijne ouders JOHANNES VON CÖLLEN en HESTER DE ROODE woonden te Hildesheim in Sachsen. Aldaar werd onze LUDOLPH

geboren, niet in 1539, zooals gewoonlijk wordt aangegeven, maar den 18[den] Januari 1540. Dit is mij gebleken, bij het zoeken naar de twee schijnbaar verloren decimalen van zijne benadering van het getal π, die men nergens in zijne vroegere of latere werken terugvindt: zij moesten echter op zijn grafzerk uitgebeiteld zijn geweest. Nu wist men, dat LUDOLPH VAN CEULEN in de St. Pieterskerk te Leiden begraven werd, maar zijn grafzerk was aldaar onbekend: slechts bestond er eene overlevering van een grafsteen met een grooten cirkel, daarop uitgebeiteld, doch zonder cijfers. Er waren bij het verbouwen van een gedeelte van die Pieterskerk omstreeks de helft der vorige eeuw, een 29tal grafzerken verwijderd: daaronder konde de door mij gezochte grafzerk zich bevinden. En werkelijk in een beschrijving van Leiden „Les delices de Leide van 1712" [1]) vond ik op bladz. 67 de beschrijving van dien grafzerk.

„Epitaphium Belgicum, Latine translatum.

HIC JACET SEPVLTVS MR. LVDOLFF VAN CEVLEN PROFESSOR BELGICVS DVM VIVERET MATHEMATICARVM SCIENTIARVM IN ATHENAEO HVJVS VRBIS. NATVS HILDESHEMIAE ANNO 1540 DIE XXVIII JANVARII ET DENATVS XXXI DECEMBRIS 1610. QVI IN VITA SVA MVLTO LABORE CIRCVMFERENTIAE CIRCVLI PROXIMAM RATIONEM AD DIAMETRVM INVENIT SEQVENTEM.

Quando Diameter est 1
tunc circuli circumferentia plus est
quam 314159265358979323846264338327950288
100000000000000000000000000000000000
& minus
quam 314159265358979323846264338327950289
100000000000000000000000000000000000
sed quando Diameter
est 100000000000000000000000000000000000
tum est circumferentia circuli plus
quam 314159265358979323846264338327950288
& minus
quam 314159265358979323846264338327950289."

Later is deze beschrijving ook opgenomen door den heer Mr. K. J. F. C. KNEPPELHOUT VAN STERKENBURG in zijne „Gedenkteekenen in de Pieterskerk te Leiden" [2]).

Van Ceulen gaf onderwijs in wiskundige wetenschappen te Breda, toen te Amsterdam [zie ook den titel van het werkje van Noot (8)] tot 1584; daarna te Delft [zooals blijkt uit den titel van zijne werken, aangehaald onder Noot (10) en (11)] in 1585 en 1586; later te Arnhem, waar hij in 1589 woonde [zie de Voorreden voor het werk „Vanden Circkel, Noot (12)] de woorden: „Met noch het noodt-wendighste der voornoem- || den Regel Cos/ welck ick tot Aernhem op 't Hoff van Gelder- landt Anno 1589 gevon- || den hebbe/ door de hulpe van Godt|"]. Eindelijk trok hij naar Leiden, en aldaar werd hem van de stads-regeering eene goede woning kosteloos aangewezen, om daarin zijne school te houden. Dit volgt toch uit de opdracht van het tweede gedeelte van het werk van Noot (12), waar men leest: „maer oock || tot mynen versoucke seer gunstelick toe-ghelaten een bequame Schole: jae soo bequaem || ende ghelegen, dat: indien sulcx met aggreatie, ende believen van u E.VV. soude moghen || gheschieden, ick de reste van mijn leven onder u E.VV. regieringhe, ten dienste van || eenen yeghelicken, dies begerende, in myne beroupinghe gaerne soude employeren ende || voleynden: Nu vvete ick seer vvel dat soo danighe beneficie ende vveldaet by u E.VV. my || (hoe vvel onverdient) seer gunstelick bevvesen, princepalijck onder andere mede vereyscht || groote danckbaerheydt: maer considererende mijne sobere middelen, ende my metende || met mijn eygen mate: Ende daer-beneffens over-leggende 'tgene dese sake vvel soude eys- || schen, soo en bevinde ick in, ofte by my niet, daer mede ick 'tselve in eeniger manieren sou- || de kunnen verschuldighen, ten vvare u E.VV. nae der selver goedertierne ghevvoonte in || plaetse van vergeldinghe, gheliefde t'ontfanghen mijne propense hert, ende ten dienste goedtvvillicheydt:"

Dit had plaats gevonden in 1594, en zijne school was eene schermschool, zooals blijkt uit de resolutien van Leiden 9 Juni 1594 [3]), waarbij hem die school werd toegestaan. Hij geraakte in twist met PIETER BAILLY, die reeds in 1577 uit Antwerpen was overgekomen met zijne vrouw WILLEMTJE WOLFERTSDR VAN

NOORTWIJK, zijne drie kinderen ANNA, ANTONY en NEELTJE, met zijne zuster JACOMINE, zijn neef ANTONIE en zijne nicht SUZANNA [4]). Deze had reeds schermonderwijs, en sedert 1582 ook onderwijs in het schrijven gegeven. Op een request van VAN CEULEN, Januarij 1602, om zijne school te handhaven [5]), werd BAILLY gehoord [6]), en toen den 25sten Jan. het verzoek van VAN CEULEN toegestaan [7]).

Het was in het jaar 1600 dat MAURITS eene genieschool te Leiden stichtte en die aan de Akademie verbond. Als lectoren werken daarbij benoemd LUDOLF VAN CEULEN en SYMON FRANSZ VAN DER MERWEN, die in 1596 en 1599 Burgermeester van Leiden was; zooals blijkt uit de voorredens van de werken, aangehaald in de noten (12) en (16). Onze VAN CEULEN vervulde die betrekking tot aan zijnen dood, die tien jaren daarna plaats greep.

Die benoeming acht ik belangrijk genoeg, om haar hier mede te deelen: belangrijk, omdat zij een duidelijk inzicht geeft, in hetgeen toen van een ingenieur werd gevorderd: belangrijk ook, omdat zij een helder begrip verraadt omtrent de verbinding van theoretische en praktische lessen.

„Op te extraords. vergaderinge van de Curateurs ende Burgermm. daer versamelt waren den x^e January xvj. c. Mr. JOHAN VAN BANCHEM, President van den Hogen Raede, Mr. JOHAN DE GROOT, Curateurs, JAN YSNOUTSZ. VAN DER NES, Mr. FRANCK DUYCK, Mr. YSAACK NICOLAJ, Burgemeesteren. Is verhandelt 'tgeene volgt.

Alsoo syne Excelltie Grave Maurits van Nassaw, stadhouder van Holland ende Capiteyn-Generael, tot dienst van den Lande goetgevonden hadde, dat in de Universiteyt alhier soude worden gedoceert in goeder duytsche taele. Die Telkonsten ende Landmeten principalyken tot bevorderinge van den geenen, die hen souden willen begeeven tottet Ingenieurschap ende te dien fyne doen recommandeeren hadde de Persoonen van Mr. SIMON FRANSZ. VAN DER MERWEN ende Mr. LUDOLFF VAN CEULEN, die de voorsz. Consten zouden mogen opentlyck leeren, ende daer na oock demonstreeren, soo wel in 't groot als in 't cleyn, alles volgens de instructie die zyne Excelltie daer toe hadde doen contipieeren ende door Mr. SIMON STEVIN overgesonden aan de Curateurs van de Universiteyt gelijk deselve Instructie hier naer van woort tot woort geinsereert is.

Syne Excelltie heeft tot dienste van den Lande ende bevorderinge der geenre, die hun tot oeffeninge van het Ingenieurschap sullen begeven, oirbaer verstaen seekere ordre gevolgt te werden in de leeringe, die men daar af in de Academie tot Leyden doen sal, als volgt.

Die meyninge is dat men den Toehoorders zoo haest als mogelyck is, sal brengen om metter Daad het Land als Ingenieur te connen dienen, hier toe sal men leeren de Aritmethicque ofte het tellen ende het Landmeeten, maer alleenlijck van elk zooveel als tottet dadelyk gemeene Ingenieurschap nodig is. Die soo verre gecoomen zijn, hebbense als dan lust die diepzinnige dingen grondelycker te ondersoecken, dat sullen sy mogen doen. Dit is van de saecke in 't gemeen geseyt, waer aff breeder verclaringe gedaen werd, als volgt.

In de telling sullen geleert worden die vier specien, in geheel getal, in gebrooken getal, ende in 't thiende tal, mitsgaders den Regel van drien in elck der selver getalen.

In de voorsz. telling wel vast ende zeeker ervaren synde, sy connen genoeg tellen tottet geene in de gemene Ingenieurschap nodig is. Ende sullen coomen aen 't landmeeten op 't papier lantmetersche wyze, waer by te verstaen is, dat men niet en sal leeren door eenige gegeeven Linien, andere Linien vinden, maer alleenlyck deur gemeete Linien, mette cleyne Voetmaet, het inhout van 't plat te vinden gebruykende daer toe Reekeninge der thiende.

het meeten des ronts mette gedeelten van dien aengaende voorts het vlack des Cloots de forme genaemt ellipsis, parabola, hyperbole ende diergelyke, dat en is hier niet nodig, wantet den Ingenieurs seer selden te vooren comt sulcke meetinge te moeten doen: maer alleenlyck sallenze leeren met regtzienige platten, daer na cromzienige, lantmetersche wyse, meetende alsoo een plat deur verscheyde verdeelinge, als in driehoeken oft ander platten om te zien hoe 't een besluyt mettet ander overcompt.

Daer na sal volgen het meeten op het papier van Dycken, wallen ende eerdewercken, te weeten, hoe veel schachten oft voeten een voorgestelde wal oft hoop eerden in heeft.

In 't meten op 't Papier also genoeg ervaren wesende ende

deur 't cleyn verstaende watter in 't groot moet gedaen syn: soo sal men coomen totte dadelyke lantmetinge in 't veld heen wyzende hoe men in plaats van regel passer ende winkelhoek op 't Papier ander gereetschap op 't veldt gebruykt, strekkende nogtans tot diergelycken eynde. Sullen ook dadelijk leeren moeten de hoogde ende breete van wallen mettet Lighaemelyck inhout van dien, als hoe veel schachten oft voeten eerden daer in begreepen syn.

Daer na sullense leeren op 't Papier teeckenen den omtreck der Landen diese alsoo gemeeten hebben, ende wederom verkeert een plat op 't Papier gegeeven synde 't selve met aanwysende baecken op 't veldt te teekenen.

hier in genoeg ervaren wesende, sullen bequaem sijn om tot de fortificatie ofte sterckt bouwinge te coomen, waer toe bereyt sullen worden houten ofte eerden botsen van Schantsen ende Bolwercken, ende daer mede geleert hebbende die eygen naemen, so sal het trecken van plannen ofte grontteyckeningen van steden heur lieden licht vallen, 'twelck men hun aen steden oock dadelyck sal doen te werck stellen.

Sy sullen ook teekenen op 't Papier den omtreck van Schantsen, ofte Steeden met vier, vyff ofte meer Bolwercken waer af men als dan hen lieden de maeten sal geeven, ende sullen daer na sulcke stercken op 't velt tekenen met baecken.

Dus verre gecoomen synde sullen moogen in de zomer trecken na 't leger of ter plaetsen daer sterckten gebouwt werden, 't welck den geenen best geleegen sal syn, die als soldaten in dienst wesende, dan te velde moeten coomen, ende sien daer die saecke selfs, so helpen die metter daet bevorderen.

Ende daer toe gecoomen wesende, datze 't landt alsoo oorbaeren dienst connen doen, sullen henlieden, die willen, des winters tot Leyden mogen oeffenen, als vooren geseyt is in diepsinniger Stoffen, die daer geleert sullen worden, om tot alle saecken den Ingenieurs ontmoetende nog vaster ende volcomelycker voorzien te wesen.

De Lessen van Telling ende Meeting op papier sullen een half uyre lang gedaen werden in 't gemeen, 't ander half uyre sal volbracht worden met elcken in 't bizonder te beantwoorden ende onderwysen van 'tgeene sy vraegen ende uytte gemeene lessen niet verstaen en hebben.

Ende want de geene die dadelyck met Ingenieurs handel omgaen, met malcander geen latyn en spreecken oft immers seer selden, maer dat men in elck lant des landts spraecke gebruyckt. Soo en sullen deese Lessen niet in 't latyn, franchoys oft ander Talen gedaen werden, maer alleenlyck in 't duytsch.

Men verstaet oock, dat alle diegeene die tottet leeren deser const van Ingenieurs schap toe gelaeten worde, eerst sullen belooven ende sweeren aen den Viant deeser Landen daer mede geenen dienst te doen.

Actum den IX^{en} January XVJ hondert, ende was onderteykent

Maurice de Nassou.

Soo is 't dat Curateurs van de Universiteyt ende Burgemeesteren voornoemt om te bevorderen die begeerte van syne Excelltie daer toe hebben versocht ende bewillicht de voorsz. van der merwen ende van ceulen.

Te weeten:

Also syn Excelltie ten dienste van den Landen goetgevonden hadde, dat in de Universiteyt alhier opentlyck zoude gelesen werden in goede Nederduytsche Tale de Aritmeticque ofte het tellen ende het Landtmeten tot bevordering byzonder van den geenen, die hen tot oeffeninge van het Ingenieurschap sullen willen begeeven.

Ende mitsdien nodig bevonden was eenige bequaeme personen daer toe te verwilligen, die soo wel de lessen daer toe dienstelyck in goeden bescheyden Nederduytsche Tale doen, als deselve gedaen synde, den toehoorders zouden mogen voldoen op te zwarigheden by hen luyden voor te stellen, mitsgaders ook die gedaene lessen werckelycke demonstreeren, 'tsy op 't Papier in 't cleyn als op 't veldt in 't groot, naer die geleegentheyt ende dienst van den toehoorders sal vereyschen.

Soo is 't dat Curateurs van de Universiteyt ende Burgemeesteren der stad Leyden verstaen hebbende, die goede bequaemheyt, ervarenheyt, ende geschicktheyt in deselve consten van de Persoonen van Mr. Simon fransz. vande Merwen, Schepen der stad Leyden, ende Mr. Ludolff van Ceulen, deselve hebben aengenomen ende nemen aen mits deesen tot opentlycke leeringe van deselve consten. Te weeten, dat de voorsz. van Merwen ende van Ceulen haer in 't doen van de voorsz. Lessen

ende 't werckelyck vertoonen van dien soo in cleyn als groot, ende voorts in alles sullen reguleeren, volgende de Instructie van syn Excelltie hen ten dien eynde geleevert, ende dat sy luyden sulx doende metten anderen sullen ramen hoe ende in wat voegen allerbequaemelyckst, duydelyckst, ende ten meesten dienst ende bevorderinge van den toehoorders de voorsz. Lessen sullen mogen gedaen werden. Ende dat dienvolgende op heur luyder beyder goetvinden de voorsz. Mr. Ludolff deselve lessen sal doen in 't bywesen van de voorne. van Merwen. Ende dat die lessen gedaen synde het eene half uyr, het ander half uyr by hen luyden sal geemployeert werden tot onderlinge 'tsamenspraecke, berechtinge van den toehoorders ende verantwoordinge van de swarigheeden die de selve hen luyden sullen voordragen op te gedane lessen ende 't gevolge van dien. Deselve in alles onderwysende 't sy by 't getal, linien oft andersints zoo 't best sal connen geschieden, in 't cleyn. Dat sy luyden oock 't sy gesamenlycken oft ook bysonder, nae gelegentheyt van saecken daer van demonstreeren, in t' groot sullen doen te velde conform de Instructie hier vooren gevoert, ende dit alles op een proeve onder toezegginge van eerlycke beloninge, die henluyden ter expiratie van de eerste drie maenten sal gedaen worden naer de diensten die sy bevonden sullen worden in deesen gedaen te hebben.

Hebben voorts die voorsz. Curateurs ende Burgemeesteren tot een Leesplaetse geordonneert een gedeelte van de Faliebagynen Kercke ende de Bibliotheeque om met deelen afgeschooten en voorts soo met Banken ende stoelen als anders gemaeckt te werden bequaem tot een gemeene Leesplaetse, om 't welck te bevorderen gecommitteert zijn de voorn. Mr. Simon Fransz. van der Merwen ende Mr. Nicolaes van Zeyst, Pensionaris der stad Leyden ende Secretaris van de voorn. Curateurs ende Burmeesteren."

Dit stuk is door mij overgenomen uit de Notulen van Curatoren der Leidsche Hoogeschool.

Uit twee huwelijken had hij twaalf kinderen. Zijn tweede vrouw, ADRIANA SYMONSZ. of SIMONS [zoo toch onderteekende zij de opdrachten van de beide werken van haren man, van de noten (16) en (17), die zij na zijnen dood in 1615 uitgaf] schijnt genoeg bekend te zijn geweest in het werk van haren

man, om tot dien arbeid in staat te wezen. Zij heeft na den dood van VAN CEULEN te Leiden een linnenwinkel opgericht en stierf in 1627.

Het schijnt dat VAN CEULEN twee testamenten heeft nagelaten een van 1609 en een van 1610.

3. Na deze korte schets van hetgeen mij omtrent het leven van LUDOLF VAN CEULEN uit zijne geschriften bekend werd, — het kan misschien een geraamte zijn, waaraan later meer leven en bijzondere trekken kunnen worden bijgevoegd. — willen wij overgaan tot eene korte vermelding van zijne werken.

De drie eerste van zijne werken, die ik bezit [zie straks de noten (8), (10), (11)], zijn nergens anders door mij aangetroffen, dan in gedeeltelijken nadruk in het werk van noot (16), door zijne weduwe uitgegeven. Zij zijn alle drie in 4°, niet gepagineerd: het eerste is met een ouden gothischen letter gedrukt: wat de Engelschen „black letter" noemen: wat de beide anderen echter betreft, schijnen zij gedrukt te zijn, hoezeer men anders zoude meenen, dat zij op hout gegraveerd zijn met de toenmaals gebruikelijke schrijfletter. Dit zoude men althans besluiten uit de trekken, die onder aan vele letters voorkomen, en waarvan er sommige onder een zeker aantal andere letters doorloopen, sommige lager komen dan de bovenste trekken der onderstaande regel. Soms ook is de regel wat omgebogen, als 't ware om plaats te maken voor een breuk enz., die daarboven staat. Ik mag er ook hierop wijzen, dat deze beide boekjes zijn uitgekomen bij den bekenden „Figuersnijder" HARMEN JANSZOON MULLER, niet bij een gewonen boekdrukker: waren zij werkelijk op hout gesneden, dan deden beide boekjes den houtsnijder alle eer aan, en konde men ze beschouwen als voorloopers van hetgeen men thans autographische drukken noemt. Men vindt dezelfde wijze van drukken nog bij andere stukjes van dien tijd: soms zelfs met uit de hand en met gewone inkt daarin geteekende wiskundige figuren.

Het eerste werk „Solutie en Werckinge" [8]) werd door VAN CEULEN geschreven tegen zekeren WILLEM GOUDAEN [niet GONDAEN, zooals de heer VORSTERMAN VAN OYEN hem verkeerdelijk noemt in zijn opstel: Notice sur Ludolphe van Colen [9])]; waarschijnlijk beteekent dit Goudanus, van Gouda, zooals het toen ter

tijde gebruikelijk was, zich een naam aan te nemen. Hij begint zijn „Aen den Goetwilli- || ghen Leser" aldus.

„DEwijle God/ van wien || alle goede gauen comen/ alleen alle || eere toecoemt/ sullen uwer E. niet || meenen/ dat ick de naeuolghende || Willem Goudaens tot Haerlem || aengheslagen twee questiones ghe- || solueert ende in druck wtghegeuen || hebbe/ Dier meyningh om yet meer || te willen schynen dan ick ben/ noch || oock den voorsz. Goudaen in zyn deuchdelick officie (zoo hy || dat noemt) te verhinderen: Maer alleen om my te verant- || woorden van tgunt hy my achter rugghe in zyne schriften || t'onrecht naegheeft/ twelck hy in mijn teghenwoordicheyt || niet en heeft derven veel min connen bewysen."

Daarop verhaalt hij, hoe „Clement Cornelisz. Brouwer tot Delft" hem den 17 Juni 1583 „aendiende dat hij tot Haerlem aende Kerck || deure op een bort affgetrocken hadde sien hanghen een || Geometrische figuere/ met.... belooninghe van eenen prijs" voor de beantwoording „voor den 27 Junij"; hoe hij daarop „wt yuer ende liefde der const/ den 21. Junij" daarheen was gereisd; hoe Goudaen eerst weigerde hem inzage der figuur te geven, die hij eerst „met een ander bort ende geschrift ghesloten" had, maar daarna „door toedoen van eenighe omstaenderen" daartoe gedrongen was; hoe hij „die vraghe || ... des ande- || ren daeghs te 7. vren smorgens lichtelick ghesolueert, ende || de solutie in by wesen van Michiel van Woerden Secreta- || rius aldaer, den voorsz. Goudaen aengheboden." Maar deze wilde die „niet aensië veel min ontfangen, singenden met- ten || coeckoeck zijnen sang, compt den eerste Julij leeren, &c" zooals hij reeds den vorigen dag had gedaan. Daarop was van Ceulen „geoorsaect geweest, de voorsz. figuere mitsgaders de solutie van die..... open- || tlick doē aenslaen, ende also wederomme na Delft ghereyst || " maar toen Goudaen „een gheschrift met weynich bescheedts teghen my (van Ceulen) aenslaghen (hadt), inhoudende nef- || fens veel lasterende en vermetele woorden" dat „men teghen my soude procederen/ soo ick hem niet || en ghehoorsaemde ende opten eersten Julij niet en compa- || reerde &c" ben ik „ten 1. Julij tot Haerlem ghecomen, heb ick || verselschapt met Michiel van Woerden eñ Dirick Spijker || beyde Secretarissen, eñ met M. Heyndrick Diricxzoon my || gheuonden ten huyse van den voorsz. Goudaen, sittende al- || daer met eenighe mannen, alwaer hy ghetoont heeft d'ar-

ti- || culen ende conditien... welck aldaer opentlick door Michiel vernot werdē ghe || lesen": deze hielden o. a. in, dat ieder die deze lessen van Goudaen zoude willen bijwonen „souden moeten tellen hon- || dert Daelders oft ten minsten hondert gul- dens." Van Ceulen had daarop aan Goudaan zijne solutie overhandigd en voorgelezen, hem de waarheid daarvan bewezen, maar Goudaan had daarop niets geantwoord, ja zelfs niet na het „thoonen || (eener) attestatie van eenighe der const verstan- dighe, die mijn werck || ende solutie ghesien, voor oprecht ghe- proeft, eñ tot orconde || van dien met hem eyghen handen ghe- teykent hebben." Ten slotte was men overeengekomen, wederzijds de aangeslagen stukken te doen afnemen, „waer op hy my een dronck biers toedronck || ende ick hem bescheydt ghedaen mits- gaders malcanderen de || hant ghegheuen hebbende, zijn also (met vrientschap zoo ick || waende) gescheyden. So heeft hy nochtans daer na in || een zijn wtghegeven schrift (ghenaemt openbare presentatie *) || sich onderwondē my wederomme met veel lasteren te schel- || den..... Soo wil ick hem nochtans het kyuen, lasteren ende roe- || men alleen behouden, ende my ghenoeghen laten, dat ick die || Solutie..... al de werelt voor ooghen || stelle... Hier by voeghende twee by my ghe- = propo- neerde exemplen daer ic Willem Goudaen (in plaetse || van weer lasterens) mede vereere."

Daarop volgen twee Propositien „bij Willem Goudaen || Anno 1580 (en in 1583) tot Haerlem aengheslagen" met hunne solutie zonder en door Coss. Eindelijk de „twee Vraghen || ghedaen ende ghestelt door || Ludolph van Collen." Allen betreffen veelhoeken en binomische wortelvormen, vraagstukken die toen ter tijde aan de orde waren. Voor de oplossing zal van Ceulen „hem schenken (inde plaet- || se van een tinnen canne) een fijnen Silueren beker: welcke gratuiteyt ia meerdere hem van rechts weghen sal toe- || comen als eenen hoochuerstandighen, die niet alleē met woordē || dan oock met der daet bethoont dat hy is (ghelyck hy hem || seluen beschrijft) een Correcteur, ende restau- rateur der || erreuren inder veruallen (zoo hy seyt) const || Algebra, den welcken ick God beuele || van soo goeder herten als ick || gaerne ware zijnē, ende || een yder goede || vrient. || *Ludolf van Colen* || *Tot Delft*".

*) Dit is mij nimmer onder de oogen gekomen.

Al hebben wij hier slechts het zoo eigenaardige verhaal van VAN CEULEN omtrent dezen twist, en bezitten wij niet de tegenzijde naar de beschrijving van GOUDAAN, toch blijkt uit het aangehaalde genoegzaam de bijzondere wijze, waarop in die dagen zulk een twist werd gevoerd: en zal de beoordeeling van den rol, die beide partijen hierbij speelden, wel niet ten nadeele van VAN CEULEN uitvallen.

4. Het tweede der boven bedoelde boekjes „Kort Claar bewijs" [10]) is eene wederlegging van de „Quadrature du cercle" van SIMON VAN DER EYCKE, in het N°. VII dezer Bouwstoffen behandeld. De voorrede luidt dus.

»*Beminde Lezer.* ‖ *Gesien hebbende het Boecxken by Mr. Symon vander Eycke inden iare* 84. ‖ *in druck uytgegeuen/ ende den doorluchtighen Vorst den prince van Oraignien* ‖ *H. M. toegeschreuen/ waar inne de voornoemde Meester Symon stelt gheuonden* ‖ *te hebben de volcomen ende juyste proportie eens Circkels circonferentie ieghens hare* ‖ *diameter/ oock om een quadraat te maken/ net zoo groot zijnde als een voorgegheuen* ‖ *circkel/ heeft my tzelue niet min vreemt als vermetelyck geschenen dewyle noyt eeni-* ‖ *ge philosophen noch de hooghe verstandighe van aanbeghinne der werelt (datmen* ‖ *weet) de voorschreuen volcomen proportie hebben connen te weghe brenghen: waar* ‖ *door lust ende liefde der const my ghenodighet hebben om de waarheydt deser nieuwe* ‖ *ervindinghe tondersoecken: maer het contrarie daar inne beuindende heb ic den voor-* ‖ *noemden Symon vander Eycke zijn misgrijp by monde vriendelyck aanghedient/ die* ‖ *daar op andtwoordende zeer begeerde/ dat ick oft yemandt anders/ deze zijne inuen-* ‖ *tie zoude teghens schrijuen/ ten eynde hy stoffe ende oorsake hadde de selue te verdaedighen* ‖ *waar toe hy my oock naderhandt noch ernstelijck heeft doen versoecken.*

»*Op dat het dan nieten schijne dat ick verwaandelyck berispe zonder verbeteringe/* ‖ *ofte my het verbeteren vermete sonder bewys/ heb ick zonderlinghe door daanporringhe* ‖ *vande voorschreuen Meester Symon selue/ oock ouermits myne toesegginghe/ niet* ‖ *connen laten cortelick te schryuen ende aen te wysen (twelck by andere geschictere geschic-* ‖ *telycker had moghen off magh gedaen werden) dat de voorschreuen nieuw ervonden* ‖ *propositie niet volcomen noch recht zy: waar toe my niet ghedronghen heeft ye-* ‖ *mandts haet oft eygen eere/*

maer alleen des Conste liefde/ die niet en magh || lyden datmen tot de Conste onrechte ende dwalende weghen banen soude/ niet twyfe- || lende oft de redelyck constgerighe/ sal tselue zo aanghenaam wezen/ ghelyck het alleen tha- || ren besten ghedaen is door hun alder dienstwillighe || Ludolph van Cuelen." (sic)

In dit werkje berekent VAN CEULEN den omtrek van den omgeschreven regelmatigen 192 hoek, en vindt

"*Als den diameter... doet* || $\sqrt{}$ 32 + $\sqrt{}$512 + $\sqrt{}$131072+ + $\sqrt{}$8589934592 + $\sqrt{}$27670116110564 || 327424 + [$\sqrt{}$] 9223372036854775808/ *dan doet een zyde van een* 192 *eck* || *den Circkel omgheschreuen*/ $\sqrt{}$ 32 — $\sqrt{}$ 512 + $\sqrt{}$ 131072+ + $\sqrt{}$ 85899345 || 92 + $\sqrt{}$ 27670116110564327424 + $\sqrt{}$ 9223372036854775808," *zoodat* || *alsmen zet.* 1. *voor den diameter ende* 3. $\frac{28497}{199973}$ || *voor de circonferentie*" dit getal reeds te groot is, "*ende nochtans* 3 $\frac{69}{484}$ (*bij Symon vander Eycken* || *voor de circonferentie van ghelycke diameter ghenomen*) $\frac{5589}{96786932}$ *langher is... zoo moet volghen dat Sy-* || *mon vande eycken den diameter te langh stellende/ sich in zyn inuentie grotelyck misgrypt.*"

Dit "Kort Claer Bewijs" draagt geen jaartal: het moet echter zijn uitgekomen tusschen de beide boekjes van SIMON VAN DER EYCKE, de "Quadratvre du Cercle" van 1584 en het "Claerder Bevvys" van 1586; zoo was de onderstelling waarschijnlijk, dat het onbekende jaartal 1585 zoude zijn. Deze onderstelling wordt zekerheid door eene zinsnede in het derde, zoo straks te behandelen boekje: daarin vindt men eene aanhaling bladz. 6 (niet gepagineerd), regel 27: "*In mijn boecxken welck tvoorleden Jaer gedruct is/ hebbe ic bewesen*". Nu is die "Proefsteen ende Claerder wederlegginggh" gedrukt in 1586: het gezochte jaartal is dus werkelijk 1585.

5. Toen hierop het "claerder bewijs" van SIMON VAN DER EYCKE verschenen was — zie § 9 van het N°. VII der Bouwstoffen — antwoordde VAN CEULEN in zijn "Proefsteen ende Claerder wederleggingh" 11). Ook dit stuk begint met eene voorrede.

»*Den Achtbaren Eersamen/ voorsichtighen ende wyzen Heeren/ den* || *Heeren Schouth Burgermeesteren/ ende Raedt der*

Loflijcken || stadt Delft/ wensch Ludolph van Colen geluck ende zalicheyt. ||

Op datmen my onwetelyck ende t'onrecht niet en beschuldighe/ dat ic || uyt eyghensoeckelyckheyt/ oft wangunste van eens anders eere/ eens an- || ders werck vermetelyck ende sonder billicke oorzake berispe/ (twelck || dat ken God verre zy) heeft my goet gedocht/ al voren int corte te verhalen/ doorspronck || ende eensdeels de redene/ die my beweeght hebben te schrijuen/ ieghens tghene ic zekerlyck || weet ende verstae/ de waerheyt niet ghelyckformich te zyne. Tis warachtigh dat Sy- || mon vander eycke Anno 84. ghedichtet/ in druck uytghegeuen/ ende den prince van || Oraignien. H.M. toegeschreuen hebbende/ de volcomen (zo hy waent) Quadrature des || Circkels (waer inne oyt alle hooghe verstanden besweken zyn) zyne hooghgedachte Exce- || lentie een exemplaer der voorsz Symons ervindinghe behandight heeft gehadt/ aen M. || Adriaen thonissz *) *Burgermeester tot Alcmaer/ als een heruaren en der const verstandi- || ghe/ om by hem de waerheyt vandien ondersocht te werden: welcken Meester Adriaen de || voorsz Symons gewaende Quadrature onrecht bevindende/ my versochte van weghen || der const/ oock myn ghevoelen hem daer aff te willen te kennen gheuen:"*

Over den rol, dien onze ADRIAEN ANTHONISZ. in deze twist speelde, hoop ik later meer bijzonderheden mede te deelen. Voorshands zij de opmerking voldoende, dat die zich niet bepaalde tot deze tusschenkomst, maar van veel gewichtiger aard is geweest.

»*Ende de wyle || nu de verswyging der bekende ende versochte waerheyt/ my effen zo ombetamelyck ghe- || weest zoude hebben' gelyck het den vinder der voorsz. Quadraturen vermetelyck is/ ie- || ghens de waerheyt te streuen/ zo heb ic na lang neerstigh ondersoeck/ zekerlyc gevonden || ende (daer toe ghevordert) rondelyck verclaert/ de voornoemde Symons geroemde vol- || comen proportie eens circkels circonferentie iegens haren diameter/ ghemist te zyne/ ende || volghens/ hem zyn misgriip int vriendelyck aenghedient: Oock voorts het bewys van- || dien (doch door voorgaende zyns selfs aenporren ende begheren daer toe ghedrongen zyn- || de) in druck aenden dach*

*) Deze is ADRIAEN ANTHONISZ., over wien ik later hoop te spreken.

ghebracht *). *Ende hoe wel mijn voorsz. bewys den Const ver- || standighen genoechsaem ontdect ende aenwyst/ d'onvolcomenheyt der voorsz. vander || eyckens gedichte proportie (ghelyck oock door de heruarene Meester Michiel coignett/ || van Andtwerpen Symon Steuen* †)/ *Nicolaes petersz* §)/ *Jan de groote/ Gideon fallett/ || Adriaen Ockerz/ ende meer andere/ hun dies grondelyck verstaende/ den eenen || na den anderen schriftelyck betuygen) Nochtans deuwyle den voornoemden Symon van- || der eycke by zeker zijn onlangs uyt-gegeuen schrift uwer G. W. toegeschreuen / vermetelyck || onderwint / niet alleen om sich te verheffen int verneeren van de hervarenste eerste vã - || der conste/ ende met een ongegronde versieringhe/ zynen Meester (onverbetert) te || berispen/ int gunt hy selfs groflicker faelt/ Maer oock om den aencomers ende leerlin- || ghen/ zyn onzeker stuck werck voor de iuste volcomen Quadrature des Circkels/ wys || te maken/ ende in te planten :"*

Hier bedoelt hij het »Claerder Bewijs", door SIMON VAN DER EYCKE in 1586 uitgegeven (zie noot 5 van N°. VII dezer Bouwstoffen). Uit de bijgevoegde woorden blijkt, dat dit boekje is opgedragen aan Schout, Burgemeesteren en Raad der stad Delft. VAN CEULEN vervolgt verder.

»*Daer beneffens oock int voorsz. zyn uytghegeuen schrift is || arbeydende/ om het verstandt/ ende de waerheyt der zaken/ in mijn bewys opentlyck || ontdect/ met veel rechtschynende doch verkeerde ende onbestendighe alligatien duy- || sterlyck te bedecken/ ende ouersulcx my by uwer E. W. ende den gemeenen Volcke te || doen schynen/ recht off ic reden ende waerheyt missende in desen gedaen hadde/ anders || dan ic behoorde te doene/ so ben ic dan/ niet uyt eergiericheyt/ roem/ oft wangunste/ zo || vander Eycke my t'onrecht nagheeft/ maer eerstmael versocht/ nu andermael ghe- || dronghen ende ghenootsaect/ tot de voorsz. vander Eycke geroemde volcomen ende || iuste proportie/ alsulcken/ recht onderscheydende proefsteen ende claerder wederlegginghe || te gebruycken/ dat de selue/ zijne versierde proportie/ een schelende ongelycmatigheyt/ ende ||*

---

*) Dit is het stukje boven in § 9 besproken.

†) SIMON STEVIN.

§) NICOLAUS PETRI DAVINTRIENSIS.

zyn klaerder bewys (so hy zyn schrift noemt) een meerder verwerringe blycken sal: || want dit zyn tweede schrift (als ooc het eerste) niet alleen groflyck mist/ maer ooc iegens || het eerste (waer van hy het tweede een verclaringe waent te zyne) opentlyck is strydende."

Zooals men gezien heeft in N°. VII dezer Bouwstoffen, had SIMON VAN DER EYCKE eerst voor de quadratuur gevonden $3\frac{69}{484}$; later in zijn tweede boekje »Claerder bewijs," heeft hij evenwel deze verhouding laten varen, en daarvoor in de plaats gesteld den vorm $\sqrt{[(5120)-32]}$, die eene andere waarde bleek te hebben. Beide uitkomsten waren derhalve met elkander in strijd, zooals VAN CEULEN hier terecht opmerkt.

» *Wat een Lofflycken ende nutten Leser desen Leermeester Archimedis allen hooghen || verstandighen daermede is doende/ ende hoe mildelyck uyt dese ydel scrapratyt de uyt || delinghe van zijn gevonden iuyste metinghe des circkels/ die hy aller natien der we- || relt in zyne voorreden beroemelyck belooft geschieden sal/ laet ic u. E. W. bedencken/ ende || den verstandighe onderzoeckeren beuinden/ den welcken ick desen navolghenden proef- || steen tonderzoecken ende t'oordeelen voorstelle/ met aenbiedinge den seluen in iegenwoor- || dicheydt van uwer E. W. ende den const verstandighe mannen te proeuen/ ende || oprecht te doen blycken, et cet.*

Maer dewyle het bewys alleenlyck inde daet ende niet in wercklooze woorden bestaet/ || sal ic u. E. W. met gheen langher voorreden quellende twerck ter handt nemen/ wen- || schende dat uwer. E W. daer toe geduldighe ooren ende nauziende ooghen/ gheliefden || te verleenen/ ten eynde door onkunde der zaken/ des voornoemden Symons vander || eyckens schynende bewys/ by uwer E. W. in sulcker aensien ende achtingh niet en come/ || dat de waerheyt daer by verduystert/ die merckelycke dwalinge ghehandhaeft/ ende || een ongegronde ongelyckmatigheyt voor een ghewisse metinghe des cirkels aengenomen || werdt/ tot oneere ende vervalsingh der const/ ende verleydingh van den ieghen- || woordighen ende nacomenden Leergerighen/ den welcken ic zo gaerne geuordert zaghe ghe || lyck ic uwer E. W. gedienstelyck bidde/ dese myne waerschouwinge ende arbeyt (ten dienst || ende nutte der Constliefhebberen willigh ghedaen) ten

besten ende met opmerkinghe te || *willen aennemen. Hier mede zyn uwer E. W. den Almachtighen bevolen.* || *Binnen Delft desen* 3. *Juny* 1586. || *Bij uwer E. W.* || *Dienst schuldighen Ludolph van Colen.*"

Deze voorrede meende ik te moeten afschrijven, omdat zij verloren was geraakt, en ons een blik doet werpen op de houding der personen, die bij dezen twist betrokken waren.

Wat de methode betreft, door VAN CEULEN gevolgd, is die in het boekje van § 4, de gewone, om van de zijde van een regelmatigen veelhoek tot die van een anderen veelhoek met een dubbel aantal zijden over te gaan, Eerst echter bewijst hij dat de omtrekken van omgeschreven veelhoeken grooter, die van ingeschreven veelhoeken kleiner zijn dan die van den cirkel.

In het laatst aangehaalde boekje trekt hij eene raaklijn aan het eene uiteinde der middellijn, en snijlijnen van het andere uiteinde dier middellijn: wanneer van die snijlijnen het stuk bekend is, dat door den cirkel wordt afgesneden, kan men de koorde van den supplementsboog als rechthoekszijde berekenen, en dus ook het andere stuk van de snijlijn, begrepen tusschen den cirkel en de bovengenoemde raaklijn.

De eerste methode past hij toe op den regelmatigen 192hoek, zooals wij in § 4 zagen; de tweede op den 96hoek, en vindt daarmede dat $3\frac{1410300}{10000000}$ te klein en $3\frac{1427232}{10000000}$ te groot is.

Hij eindigt dit gedeelte met de woorden "*Actum* 3. *Juny* 1586. || *Naerder Proportie.* || *Als den Diameter eens Circkels doet.* 1. *moet de circonferentie langher* || *zijn dan* $3\frac{141557587}{1000000000}$ *ende corter dan* $3\frac{141662746}{1000000000}$." Hij vermeldt daarbij echter niet, hoe hij tot die uitkomst is geraakt.

6. Maar dit laatste boekje bevat nog een "*Corte verclaringhe op simpel reductie,*" ook op den titel vermeld, waarin hij VAN DER EYCKE ook op het punt van "*simpelen interest*" terecht zet. Hij begint met eene woordspeling aldus.

"*Dat Symon vander eycke tot dolen geboren/ doolt inde hooghwigh-* || *tighste stucken der const/ daer de verstandinghste philo-* || *sophen in bezweken zyn/ is niet te verwonderen: maer*

dat hy ‖ in dolinghe hertneckigh voort vaert/ hem seluen bouen de verstan- ‖ dighe stelt/ ende nochtans groflyck faelt in de slechtste beghinse- ‖ len der Arithmetiken/ waeraff de geringste Leerlinghen reden en ordeel connen ghe- ‖ uen/ is niet min vreemt als berispwaerdigh. Dat ic nu (E. W. Heeren) ‖ dit hier by voeghe/ is der haluen dat Symon vander eycke hem beroemt/ ‖ eenen constighen/ ende rechten wegh ghevonden te hebben/ om eenighe schulden/ die op ‖ iaerlycxe paeyn te betalen zyn/ in ghereet gelt te reduceren/ op simpelen interest: geuende ‖ stoutelyck van hem (hoe wel zijn solutie onrecht) dat veel andere (heruarender ‖ dan hy) die niet met hem ghevoelen de waerheydt ghemissen: Selfs dat ic tot ‖ meermael/ oock noch onlangs/ van eenen des voornoemden vander eyckens ‖ discipel heb moeten hooren/ dat ic zoe wel inde simpel reductie als int weder- ‖ legghen vande quadrature onrecht hadde."

Niet van belang ontbloot is het slot, omdat VAN CEULEN daarin verhaalt, hoe hij toen reeds bezig was met een uitgebreider arbeid over interest-rekening, die eerst tien jaren later (zie hieronder § 7) is uitgekomen, en waarop hij zelf grooten prijs stelde. Hier zegt hij daaromtrent.

„*Hier mede beminde verstandighe Leser/ een eynde makende/ laet ic. u. E voor- ‖ der bedencken/ hoe sekerlyck ende ghewis/ hy der hooge philosophen twijfelachtighe/ ‖ ende by hun onuytlycke swaerheden/ vinden ende uyten can/ die in dusdanige cley- ‖ ne ja kindsche dinghen beswycken/ ende latende den voornoemden Meester Sy- ‖ mon met sijnen discipel het heure behouden/ sal ic (indien my God daer toe ‖ sparen) zo van desen simpelen/ als gecomponeerde interest/ onder anderen wichtigher ‖ stucken der Conste/ breeder handelen in secker boeck twelck ic/ tot nut ende dienst ‖ der goethertigher leerlinghen/ ende tot genoegen (hoop ic) vanden verstandighen/ ‖ voorghenomen hebbe/ in druck te gheuen. Hier en tusschen weest Godt bevolen/ ende ‖ neempt dit ten besten van uwen goetwillighen. ‖ Ludolph van Colen.*"

7. En thans komen wij tot de grootere werken van VAN CEULEN, die wel meer voorkomen, en meermalen worden aangehaald, maar wier inhoud daarom nog niet altijd goed gekend of juist gewaardeerd wordt.

Het eerste is zijn „Vanden Circkel" te Delft in 1596 in

folio [13]) uitgegeven: het was hierin, dat hij het eerst zijn rechtstreeksch onderzoek omtrent de verhouding van den omtrek tot de middellijn van den cirkel bekend maakte, dat hij reeds in het vorige boekje van § 5 begonnen had. Hij zegt daaromtrent in zijn opdracht.

„Dese mijne inventie die ick door Gods || genaden in 't jaer 1586 gevonden hebbe/ ende den voornoemden Meester Jan de Groot [Burgermeester der stede Delff noemde hij dezen vroeger] || ende den konst-rijcken Meester Symon Stevijn, een Man van groot verstandt in desen/ || en veel ander konsten: Mede Meester Gedion Faleth Secretarius der Stadt Aem- || stelredam. Item Adriaen Ockertsz ghezworen Landt-meter der selver stede/ ende den || hoogh geleerden Joannes VVilhelmus Velsius, D. tot Leewaerden: Oock mede Symon || Fransz vander Mervven, Burgermeester der Stadt Leyden/ ende Adriaen Anthonisz || Burgermeester der Stadt Alcmaer/ Ingenieur der Staten van Hollandt/ ende Pieter || Jansz. vander Houck, gezworen Landt-meter van Delff. Item Meester Mathijs Min- || tens Franchoysche School-meester/ ende Reken-meester tot Leyden/ ende ten lesten || den hoogh-geleerden Mathematicus Rudolphus Snellius Professor inde Universiteyt || tot Leyden.... ghethoont hebbende mijn ghe- || vonden werck."

Deze opsomming van wiskundige tijdgenooten is niet zonder belang: met enkelen daarvan zullen wij, hoop ik, nader kennis maken, alsook met „den wijdt-beroemden hoogh-gheleerden || Adriaen van Romen," die veel met VAN CEULEN schijnt te hebben opgehad.

Voor deze eerste benadering gebruikte hij de opvolgende zijden van om- en ingeschreven veelhoeken, door telkens het aantal zijden te verdubbelen, tot aan den veelhoek van $2^{33} \times 60 = 322122547 20$ zijden. Op die wijze bepaalde hij twintig decimalen zuiver; men vindt die uitkomst op de eerste bladzijden van het blad N°. 14 (hetgeen door 14[1] worde aan gegeven). Hij zegt daarbij het volgende.

„Die lust heeft/ can naerder comen: Ick dancke den almachtigen Godt daer door my bekent is/ als den Diame- || ter eenes Circkels doet 200000000000000000000/ duymen/ voeten/ ellen/ ofte wat mate || men begheert/ dan is syn omloop der selver mate 628318530717958647694 te langk/ en- || de 628318530717958647692 te cort."

Langs denzelfden weg zocht hij ook de omgekeerde waarde van onze gezochte verhouding, en vindt, drie bladzijden verder, dat is bladz. 15².

„Daerom sal anders niet bevonden werden/ als || den omloop eenes Circkels doet 20000000000000000000/ dan sal voor syn middel-linie || comen/ min dan 6366197723675813431/ ende meer als 6366197723675813430."

Het eerste gedeelte „Vanden Ronden Circkel," waarin het vorige voorkomt, is verdeeld in zeventien hoofdstukken, en bevat nog na de ontwikkeling der voorgaande waarden, verschillende bewerkingen en berekeningen over aanverwante onderwerpen. Het zeventiende hoofdstuk bevat bladzijde 26²—48² „Tafelen voor de Land-meters || Tafelen van Sinuum, Tangentium en Secantium, tegen 20000000 den Dia.," dus met zeven mantissen: hij noemt die hier

„Sinus, Perpendi. [of Perpen., voor Perpendiculaer] en Snijder."

Hiervan leert hij het gebruik in Capittel XVIII, bladz. 49¹—53², met het hoofd „Vande Rechte Linien" en in Capittel XIX—XXI, bladz. 53²—63¹, met het hoofd „Van 't Land-meten." Daarop volgen bladz. 63¹—66² een achttiental stellingen omtrent den cirkel, met het opschrift:

„Hier volghen nu eenighe konstighe || stucken den Circkel aengaende/ Geproponeert/ ende gevonden door || een hoog-gheleert Man: Daerinne syn door-luchtig verstandt || ghemerckt werdt/ welcke stucken aen mijn ghesonden zijn/ be- || gheerdt mijn meninghe daer van te weten: Daerom ick || door 't onder-soucken de selve beantwoordt hebbe/ || ende meest door ghetal goedt ghevonden/ || Als volght: ||"

Blijkens hetgeen in de Voorreden vermeld wordt, is deze hoog-geleerde man niemand anders dan ADRIAAN VAN ROME of ROMANUS, die met VAN CEULEN zeer bevriend was, en met wien wij, zooals reeds boven werd gezegd, later kennis hopen te maken.

Reeds hier staat aan het hoofd der bladzijden „Konstighe Vraghen", welke titel eigenlijk behoort, en dan ook gebruikt wordt, bij Capittel XXII, bladzijde 66²—72², die de „honderd Exempels" of hondert konstighe Vraghen bevat, waarover wij later zullen te spreken hebben.

VAN CEULEN eindigt dit eerste gedeelte met het vers:

„Ich thu das meine, Soo viel mijr God bescheert,
Ein ander thu das seine, Soo vvirdt de Const ghemheert."

Het tweede gedeelte bevat met doorloopende pagineering, Fol. 77[1]—114[2], de „INTEREST-REKENINGHE", waarin hij onderscheidene vraagstukken van gewone en zamengestelde interest, van disconteering en rabat, van gezelschapsrekening behandelt. Dit werk werd door den schrijver zelven van eenige waarde gerekend: hij eindigde het met de woorden „Godt alleen de eer", en rekende een dier vraagstukken van genoeg gewicht, om het op den eersten titel te doen graveeren: *„Een leent* [aan] 7 *ander* [A, B, C, D, E, F en G] 1000 *f* [gulden], *op gelijcke intrest ten* 100 *int iaer.* A *ghebruickt* || *zijn deel* [van de 1000 gulden] 12, B 10, C 9, D 8, E 6, F 5, G 3 *maent. Betaelt elck ten einde* [bij het einde] *zijns* || *tyds, voor geleent gelt ende gewin* [voor kapitaal en interest, zouden wij zeggen] A 300, B 280, C 260, D 256, E 244, F 240, G 220 *f* [gulden] ||. *Vrage na het geleent gelt van elck, ende na den intrest ten* 100 *int iaer.*"

Dit gedeelte droeg hij op aan de „EDELE ACHTBARE VVYSE || SEER VOORZIENIGE HEEREN, SCHOVT, || BVRGERMEESTEREN, ENDE REGIERDERS DER || STEDE LEYDEN." De theorie behandelde hij Fol. 77[2]—105[1], en gaf daarop Fol. 105[1]—108[2] zijne „Tafelen van Interest" tegen den penningh 4 tot 20 en 25, en daarop tegen 4—20 ten 100 in 't Jaer. Reeds bij de theorie behandelde hij 134 vraagstucken, die daarop betrekking hebben; achter de tafels, laat hij Fol. 109[1]—113[2] nog de Exempelen 135—178 als voorbeelden daarbij volgen.

Merkten wij zoo even op, dat VAN CEULEN zelf aan deze Interest-Rekeninghe nog al eenig gewicht hechtte, evenzoo was ook de meening van andere deskundigen. In den jare 1599 toch werd er door de Leidsche Magistraat eene onderzoek ingesteld „tot het maecken vande reductien vande Jaer-custinghen tot gereede penningen": daartoe werd eene commissie van experts („alle inde cijfer-conste wel ervaren") benoemd, onder den Stadssecretaris JAN VAN HOUT: zij bestond uit den reeds genoemden SYMON FRANSZ. VAN MERWEN, JAN PIETERSZ. DOU,

zeer gunstig bekend landmeter, over wien, met het oog op de droogmaking van de Haarlemmermeer, de heer AMERSFOORT onlangs heeft geschreven [13]); MATTHYS MINTENS, een schoolmeester. En het was deze arbeid over interest-tafels, die ook aan VAN CEULEN eene plaats in deze commissie verzekerde. Het rapport van deze commissie werd op het Raadhuis van Leiden gedrukt [14]) en is vrij zeldzaam: het bevat merkwaardige bijzonderheden over hollandsche lengtematen, hunne verdeeling en verificatie.

Maar ook hierbij bleef het niet: volgens gewoonte dier dagen werd door de Staten van Holland aan onzen VAN CEULEN eene gratificatie toegelegd voor dezen arbeid „van den Circkel" en wel den 25sten November 1596 [15]); dus nog lang vóór de Leidsche commissie.

8. In de tweede voorrede van zijn werk „van den Circkel" „Aende Konst-lievende Lesers" schreef hij op de tweede bladzijde.

„So verre ick danckbaerheyt mercke || sal haest naer desen volghen een grooter werck/ daer inne onder andere ghehandelt sal || werden van den alder-constighsten Regel Cos/ met veel konstighe Exempels/ my van || veel Meesters deser konst te maken ghesonden/ met de beantwoordinghe/ ende het gene || daer op ghemaeckt ende ghevonden is/ Met noch het noodtwendighste der voornoem- || den Regel Cos/ welck ick tot Aernhem op 't Hoff van Gelder-landt Anno 1589 gevon- || den hebbe/ door de hulpe van Godt/."

Maar het schijnt, dat zijne veelsoortige, en drukke werkzaamheden hem verhinderd hebben, zijn voornemen ten uitvoer te brengen: althans in de voorreden van het werk, aangehaald in Noot (17), schrijft zijne weduwe.

„Hebbe derhalven oock || dese Aritmetische ende Geometrische Fondamenten van Mr. Ludoff (sic) || van Colen mijn man sal: ged: de welcke al over lange jaren van den || Autheur selve (in sijn boeck gheschreven vanden Circkel) zijn be- || looft gevveest, doch van wegen zijn veelvoudige, soo publijcke als || particuliere occupatien, tot noch toe inghehouden, int licht laten || comen, ten dienste der nakomelinghen."

Hieruit volgt, mijns inziens, dat de heer VORSTERMAN VAN OYEN zich moet vergist hebben, toen hij den datum der eerste

uitgave van dit aangehaalde werk, »de Arithmetische en Geometrische Fondamenten" op 1595 vaststelt; zie diens »Notice sur Ludolphe van Colen", boven aangehaald in Noot (9). Dewijl verder die weduwe in de tweede uitgave van het werk »Vanden Circkel", slechts de gedeeltelijke overdrukken der boven in Noten (8), (10), (11) aangehaalde werkjes inlascht: mogen wij daaruit tot de gevolgtrekking besluiten, dat die werken van Noten (8), (10), (11) en (12) de eenige zijn, die door LUDOLF VAN CEULEN zelven zijn uitgegeven; en dat die werken, welke wij thans zullen gaan beschouwen, alle na zijnen dood eerst het licht hebben aanschouwd.

9. Het eerste werk, dat die weduwe onder handen nam, was eene tweede uitgave van zijn »Vanden Circkel" in 1615 te Leyden in 4°. [16]). Deze tweede druk is van een kleiner formaat: volgens het beweren der uitgeefster, geheel van fouten gezuiverd. Tusschen het eerste werk »vanden Circkel" en het tweede »Interest rekeninghe" [die trouwens met eene nieuwe pagineering en ook met eene nieuwe signatuur begint; zoodat het als het ware, een nieuw werk vormen zoude, ware het niet, dat daarbij de nieuwe titel, de opdracht en de voorrede geheel ontbreken]; — tusschen beide in heeft zij de reeds behandelde werkjes van de Noten (8), (10), (11) ingeschoven, maar evenzeer met weglating der titels en der voorrede van het laatstgenoemde. Natuurlijk vindt men ook hier onze verhouding tusschen den omtrek en de middellijn van den cirkel: doch zij heeft het hier, evenzeer als in het oorspronkelijke werk, slechts bij twintig decimalen gelaten, hoezeer haar toen reeds, zoodals wij straks zullen zien, een veel grooter aantal uit de papieren van haar man ten diensten stond. Hier heeft zij echter niets meer, dan eene herziene tweede uitgave willen leveren.

Zij droeg dezen arbeid op aan de »Achtbare, VVijze, ende zeer voorzienighe ‖ HEEREN ‖ MIJN HEEREN ‖ BVRGEMEESTERS ‖ ende ‖ REGEERDERS ‖ Der STADT ‖ LEYDEN"; misschien wel met het oog op eene dergelijke gratificatie, als reeds haren echtgenoot was ten deele gevallen. Immers haar man had eene »Huysvrouvv, Kinderen, en geheele Familie" „ende een Huys vol kinderkens" maar »sobere middelen", want zeide hij »soo en bevinde ick in, ofte by my niet, daer mede ick 't selve in eeniger

manieren soude kunnen verschuldighen, . . . naedemael ick voor de handt anders niet en hebbe." [Zie de voorreden voor beide deelen van het werk, aangehaald in Noot (12)].

In deze opdracht verklaarde zij voornemens te wezen, ook de overige geschriften van haren man uit te geven.

„Daerom na dien Mr. Ludolf van || Colen mijn Man sal. ghed. sich mede niet so seer || eenen eeuwighen Naem door soo- danighen arbe- || del (het welcke nochtans behoorlijck/ jae prij- se- || licken is) heeft willen maecken/ als wel syne na- || come- linghen dienstich zijn/ ende dat selvighe al || by syn leven/ begonnen: Soo hebbe ick het be- || hoorlijck gheacht te wesen/ zijn resterende werck/ || het welcke onder my is berustende/ soo veel als || moghelijck is/ in het licht te brengen: ende hebbe || dit jegenwoordighe Boeck/ als een preambulum || ende beghinsel voor laten gaen/ ende goet ghevon- || den de selve uwe E. W. als Patronen ende Me- || cenates van soodanighe wetenschappen te dedi- || ceren ende op te draghen. Ootmoedichlijck || versoe- ckende dat ghy de selve in danck wilt aen- || nemen."

10. En deze belofte deed zij gestand; want reeds in hetzelfde jaar gaf zij uit de „Arithmetische en Geometrische Fundamenten" [17]). Dit werk bevat zes Deelen; het eerste handelt over de fondamenten van Arithmetica, en vooral over worteltrekking; het tweede over de fondamenten van Geometrie, uyt Euclides getrocken, en bevat 33 Diffinitiën en 84 propositiën; het derde leert de Figueren op menigerhande manieren te veranderen, item die te deelen, daerbij te voeghen ende af te snijden na begeeren, met 14 werckstucken, 27 vraghen en een „Bijvoegh" van 14 propositiën. In het vierde deel worden veele (56) constighe Geometrische exempelen ghestelt ende ghesolveert. Het vijfde deel handelt van constighe trecken, bewezen eensdeels Geometrici (sic) ende door getallen, door Coss ende door de Tafelen ghesolveert; hier vindt men 46 vraghen. Eindelijk het zesde deel, daer in eerst ghehandelt werdt van de ghelijcksijdighe figueren, in ende om de Circkels beschreven, ook met het ghebruyck der tafelen in figueren van cromme linien; waarbij 17 vraghen voorkomen.

In het derde boek (op bladz. 163) komt de verhouding van den omtrek tot de middellijn des cirkels voor in twee

en dertig decimalen, die alle juist zijn; hij had die gevonden met behulp van zijn leerling PIETER CORNELISZ., hoezeer hij overtuigd is, dat zijne vroegere benadering tot twintig decimalen ruim voldoende is voor alle berekeningen: omtrent de berekening dier meerdere decimalen treedt hij in geene nadere bijzonderheden, ofschoon het zeer waarschijnlijk is, dat daarbij dezelfde methode door hem is gevolgd. Ware het toch anders, dan zoude hij zeker daarvan melding hebben gemaakt, al was het dan niet zoo uitvoerig, als hij ook hier weder de eerste methode beschrijft. VAN CEULEN zelft zegt daaromtrent op de aangehaalde plaats.

„In mijnen boeck van den circkel, is bewesen, als den Diameter eenes ‖ circkels is $3\frac{14159265358979323846}{100000000000000000000}$ mael vvert genomen, comt een linie ‖ vvelcke te cort is voor den omloop des selven circkels, ende den Diameter ‖ ghenomen. $3\frac{14159265358979323847}{100000000000000000000}$ mael, compt te lanck voor den om- ‖ loop, hoe vvel men door dese can meten alle circkels, vvelcke op deser Aer- ‖ den moghen voor-ghestelt vverden, nochtans heeft mijn ghelust dese reden ‖ veel naerder te soecken met hulpe mijnes Discipels *Pieter Cornelisz.* te vve- ‖ ten, den Diameter ghenomen. $3\frac{14159265358979323846264338327950}{10000000000000000000000000000000000}$ ‖ mael, compt te vveynich, ende $3\frac{14159265358979323846264338327951}{10000000000000000000000000000000000}$ ‖ mael ghenomen, compt een rechte linie, vvelcke langher dan des circkels ‖ omloop is."

Hier is echter eene drukfout ingeslopen; de beide laatste noemers bevatten 34 nullen, in plaats van 32, het aantal cijfers in den teller. Vanhier komt misschien de overlevering, dat LUDOLF VAN CEULEN 34 decimalen gaf in zijne werken: die komen echter noch hier, noch ergens voor; evenmin in de vertalingen door R. SNELLIUS, waarover straks nader. Nergens vindt men meer dan de boven gegeven 32 decimalen. Wij zagen evenwel reeds boven in § 2, dat die twee ontbrekende decimalen in het grafschrift van VAN CEULEN zijn teruggevonden: doch ook hierover straks.

11. Omtrent de uitgave van deze twee werken en de opdracht daarvan zijn nog een paar bijzonderheden mede te deelen, wier wegblijven misschien op een dwaalspoor konde brengen.

In de Bibliotheca Utenhoviana van de Akademische Bibliotheek te Utrecht komt een exemplaar voor van het eerste werk, aangehaald in Noot (16), volkomen gelijk aan het beschrevene; ook de titel is geheel dezelfde, behalve de beide laatste regels, die hier luiden.

„Voor JACOB MARCVS, Boeck-vercooper/ || Anno 1615." zoodat daaruit blijkt, dat hetzelfde werk, bij twee verschillende boekverkoopers is uitgegeven. En het is ook geen hernieuwde uitgaaf [een titeluitgaaf zooals men zulks pleegt te noemen, waarbij een nieuwe titel voor een oud werk wordt gebracht]; want het jaartal 1615 is mede hetzelfde.

Wat het tweede werk betreft, dat van Noot (17): hierbij is eene andere, merkwaardige bijzonderheid te vermelden. Ik bezit toch daarvan een exemplaar, waarin de opdracht aan „GRAEF ERNEST VAN NASSAV" en de „Edele Moghende, Hoochvvijze, ghebiedende Heeren de Staten der Provintie van Gelderlandt," is weggelaten. Maar daarin wordt zij vervangen, door een opdracht (in verso van den titel) „AEN DEN || Hooch-geabooren Vorst ende Heere MAVRITS, mitsgaders de Edele, Hoochmogende, VVijze, Voorzienighe Heeren de Staten van Hollandt ende West-Vrieslandt." Daarop volgt een voorrede van 2 bladz., geheel en al verschillend van de beschrevene en eenige malen aangehaalde. Missen wij dus in dit exemplaar de bijzonderheden uit die voorrede, die voor ons van gewicht waren, — deze tweede opdracht is voor ADRIANA SYMONS van het meeste nut geweest: want het was zeker dientengevolge, dat zij haar wensch naar een subsidie bevredigd zag: daarop volgde toch denkelijk de resolutie der Algemeene staten van 29 Juni 1615, waarbij haar, op haar verzoek, eene som van 72 gulden werd toegekend [18].

In de bibliotheek van het genootschap: „Een Onvermoeide Arbeid, enz., te Amsterdam, vindt men een exemplaar, dat is opgedragen „Aende Hoochweerdige Voorsienighe, wyse Heeren || DE HEEREN SVPERINTENDEN- || ten ende Raden der Admiraliteyten van Hollandt || ende West-Vrieslandt."

12. Gaan wij thans er toe over, om te zien wat de Leid-

sche Hoogleeraar in dien tijd WILLEBORD SNELLIUS R. Fil. voor den arbeid van onzen VAN CEULEN heeft gedaan. Diens weduwe ADRIANA SYMONS had hem inzage gegeven in de papieren van haren man, waarin zij, zooals wij reeds vroeger zagen, goed tehuis schijnt geweest te zijn: en daarom was het hem niet moeijelijk daarvan eene latijnsche vertaling in het licht te geven. Het waren echter geene zuivere vertalingen die hij leverde, maar eerder omwerkingen, althans zeer vrije vertalingen. Bovendien was de druk niet overal even nauwkeurig, soms zelfs ergerlijk slordig: men zoude bijna meenen, dat hij zich van dit werk kweet, omdat hij zulks niet gevoegelijk konde achterwege laten; maar zich aan de nauwkeurigheid van den druk, iets dat bij wiskundige werken van dezen aard, met vele getallen, toch van het hoogste gewicht is, niet veel liet gelegen liggen. Daartegenover staat echter, hetgeen men niet vergeten mag, dat SNELLIUS door deze vertalingen in het latijn de werken van VAN CEULEN ook buitenslands bekend deed worden, waar diens hollandsche werken wel niet zouden zijn doorgedrongen.

Zijn eerste arbeid in deze richting was de latijnsche uitgave „FUNDAMEMTA (sic) ARITHMETICA ET GEOMETRICA in 1615" [19]. Uit de inhoudsopgave blijkt reeds duidelijk, op welke wijze SNELLIUS is te werk gegaan.

Het eerste boek bevat „Surdorum Arithmetica"; het tweede „Geometrica quaedam Fundamenta ex Euclidis selecta". Daarop volgen met een afzonderlijken titel „Lvdolphi a Cevlen Variorum Problematum Libri 4", een opdracht aan „D. Aemilio Rosendalio J. V. D."; het derde tot het zesde boek: de pagineering echter blijft doorloopen. Liber III „de Figurarum transmutatione et sectione", Problemata 45. Liber IV „de Δεδομένων Geometricorum per numeros solutione" Zetemata 57. Liber V (verkeerdelijk staat er „quartus") „Problematum miscellaneorum", behandelende 35 problemata. Liber VI „de Figuris ordinatis circulo adscriptis & alijs quibusdam huc spectantibus" met 12 Problemata. Eindelijk een toevoegsel „Appendicula de circulo data ratione secando", met 3 Problemata.

In dit werk vindt men de 32 decimalen onzer verhouding in het tweede Zetema op bladz. 144.

In het jaar 1619 deed SNELLIUS daarop volgen „de circulo

et adscriptis" [20]), eene latijnsche bewerking, waarin het gedeelte van het werk, beschreven in § 7, en wel met weglating onder anderen van het geheele tweede gedeelte, — met een uittreksel uit het zoo even behandelde werk.

Dit boek is bij uitstek slordig gedrukt. De paginatuur is soms geheel in de war; men vindt toch achtereenvolgens: bladz. 1—31, wit, 33—79, 5 wit, 85—101, 101, 103—107, 118, 119, 120, 111, 120, 113, 135, wit, 137—160, 159—213, 2014, 215—269.

Wat den inhoud betreft, heeft men eerst „Surdorum quadraticorum Arithmetica"; daarop volgt dadelijk „De Figurarum transmutatione et sectione" als Liber II; als Liber III „De Δεδομενων Geometricorum per numeros solutione", waarbij als hoofd des bladzijden dikwerf voorkomt „De Zematum (sic) Geometricorum Epilogismo" soms met verschillende lettersoort. Daarna volgt „Problematum miscellaneorum liber quartus" met het hoofd der bladzijden „De Problematis Miscellamis (sic)." Lib. V „de Figuris ordinatis circulo adscriptis" met het hoofd der bladzijden De inventione polygonorum". Dit boek bevat slechts 3 Problemata en een bijvoegsel.

Het geheel bevat 220 bladzijden (terwijl het boek van Noot (19) er 269 bevat). Dan volgt met afzonderlijke signatuur, bladz. 1—54 „De Circulo et adscriptis Liber" van „Ludolhi (sic) à Ceulen."

Bij beide uitgaven schijnt snellius herhaaldelijk gebruikt gemaakt te hebben van de aanteekeningen van ludolph van ceulen.

Deze beide uitgaven van de werken van ludolph van ceulen door snellius, in verband met den eigen arbeid van snellius, dien wij straks zullen aanhalen, hebben tengevolge gehad, dat de werken van van ceulen buitenslands meer bekend zijn geworden: maar ook, dat het oordeel dier buitenlanders over beider arbeid, hetgeen misschien uit den vorm der behandeling werd opgemaakt, niet rechtvaardig was. Men schreef aan snellius eigenlijk de methode toe, die toch buiten eenigen twijfel aan van ceulen toekwam: en bij het naschrijven van deze meening kwam men er toe, om, zonder opzettelijke bestudeering der werken, snellius voor den fijneren analyticus, van ceulen slechts voor een bloot onvermoeiden rekenaar te

houden. En nu werd, loffelijker gewoonte, dit oordeel weder door onze landgenooten overgenomen, zonder nader onderzoek: zoodat men zulks in onze nederlandsche biographische Encyclopediën herhaaldelijk kan terugvinden. Wanneer echter het onderzoek, waarmede wij ons thans bezig hielden, slechts dienen mag, om VAN CEULEN in zijne eer te herstellen — die van WILLEBRORD SNELLIUS behoeft echter allerminst daaronder te lijden — dan is het doel van dit opstel in dit opzicht bereikt.

13. Twee jaren later gaf dezelfde WILLEBRORD SNELLIUS een eigen werk uit over dit onderwerp, zijn „Cyclometicus" 21) van 1621, waarover wij bij gelegenheid naderhand te spreken hebben. Hier behoeven wij slechts hetgeen SNELLIUS op bladz. 54 en 55 zegt.

„diligentinimus || logista, Ludolphus noster, initio facto à latere quadrati e- || andem inscriptarum inventionem sexagies continuavit, ad || taxationem diametri quinque & septuaginta circulorum, || & inde demum istos limites nobis summo cum labore ex- || pressit, quos ideò sepulchro suo tanquam exantlato- || rum laborum testes insculpi jussit. || $3\frac{14159}{100000}$, $\frac{26535}{00000}$, $\frac{89793}{00000}$, $\frac{23846}{00000}$, $\frac{26433}{00000}$, $\frac{83279}{00000}$, $\frac{50289}{00000}$, || $3\frac{14159}{100000}$, $\frac{26533}{00000}$ (sic), $\frac{89793}{00000}$, $\frac{23846}{00000}$, $\frac{26433}{00000}$, $\frac{83279}{00000}$, $\frac{50288}{00000}$. ||"

Het was deze zinsnede, die mij tot de jagt op het grafschrift van LUDOLF VAN CEULEN voerde: reeds boven in § 2 zagen wij, tot welke uitkomsten de gelukkige vondst van dit grafschrift nog bovendien voerde.

Het mag eenigzins vreemd schijnen, dat deze 34 decimalen nergens voorkomen in VAN CEULENS werken, noch in de herdrukken of uitgaven door zijne weduwe, noch in de vertalingen en bewerkingen door W. SNELLIUS. Wat de eerste betreft, zagen wij reeds, dat ADRIANA SYMONS zeer zorgvuldig was in het bezorgen van de werken van haren echtgenoot, en die onveranderd in het licht gaf, zooals haar man ze had geschreven; zoodat bijv. in den tweeden druk van het boek „vanden Circkel" in 1615, slechts de 20 decimalen van den eersten druk van 1596 voorkomen, hoewel reeds bij zijn dood in 1610 de 34 decimalen bekend waren. Wat de uitgaven door SNELLIUS be-

treft, is de reden moeijelijker te gissen, omdat deze ang zoo zorgvuldig niet was, en hier en daar de aanteekeningen van VAN CEULEN gebruikte: misschien was deze toen reeds bezig met zijn Cyclometricus, waarin hij evenzeer de 34 decimalen op eenigzins andere wijze afleidde: maar het is juist in dit werk, dat voornoemde aanteekening omtrent de grafsteen voorkomt. Het komt dus waarschijnlijk voor, dat VAN CEULEN wel de 34 decimalen heeft achtergelaten, maar zonder de berekeningen, die daarbij behoorden.

14. Wij hebben boven gezien, dat VAN CEULEN de cirkelquadratuur van SIMON VAN DER EYCKE bestreed, en daardoor tot zijn eigene berekeningen schijnt gekomen te zijn. Hij bestreed echter evenzoo de cirkelquadratuur van JOSEPHUS SCALIGER, die van veel lager wetenschappelijk gehalte was; maar het schijnt wel, dat hij tegen zulk een beroemd man niet in het publiek door gedrukte stukken, wilde opkomen. Wij zouden dus van deze geheele zaak niets weten, ware het niet, dat een even hoog persoon als SCALIGER, ADRIAAN VAN ROMEN (gewoonlijk bekend als ADRIANUS ROMANUS) zich dien wetenschappelijken twist had aangetrokken. Later hopen wij met dien man nader in kennis te komen: hier zij het genoeg aan te halen, wat ROMANUS daaromtrent vermeldt in zijn werk, dat gewoonlijk „Apologia pro Archimede [22]) wordt genoemd.

Voor de „Exercitationes Cyclicae" geeft A. ROMANUS een „Lectori Philomathi" (bladz. 55—57); en daarin verhaalt hij hoe LUDOLPH VAN CEULEN binnen de twaalf eerste dagen na het in het licht verschijnen van SCALIGER's „Cyclometrica Elementa" [die later ter sprake zullen komen] aan den schrijver de fouten mededeelde, die hij begaan had; met de bede om de exemplaren van dit werk in te trekken, nu hij nog tijd en gelegenheid had, om zijne eer te redden; hoe SCALIGER den „pugil" (schermmeester) had uitgelachen, dat deze in zulk eenen korten tijd den arbeid zoude kunnen verbeteren van iemand, als hij zelf (SCALIGER) was; hoe VAN CEULEN sedert nog twee of driemaal daarop was teruggekomen, doch te vergeefs; hoe hij zelf (ROMANUS) zich toen de zaak had aangetrokken, doch op vrij wat hooger toon; dan ook dit had niet geholpen. ROMANUS toch schrijft daarover.

„Opus Cyclometricum Scaligeri vix ex- || cusum fuit, quamprimum id in manus adsumpsit Excellentissimus nostri aeui Mathematicus LUDOLFVS VAN COLLEN to- || tum euoluit, & examinavit. Errores praecipuos annotavit, atque per viros tum doctos, tum Scaligero familiares ei obtulit, simul || eum adhortatus, vt anteqvam opus in manus aliorum veniret, supprimeretur, sicque & non alia ratione honori eius cautum || fore. Risit virum doctissimum Scaliger, non fore cuiusuis etiam doctissimi Mathematici, longúmque tempus ea in re impen- || dentis, sua scripta examinare, imò vel intelligere asseruit vnde parui faciendum iudicium Pugilis alicuius (sic namque Ludol- || fvm Mathematici nomen dedignatus vocabat) qui, quotidianis suis occupationibus detentus, decem aut duodecim diebus || (tot enim insumpserat Ludolfus) ea examinare non potuit, ideòque velle se ait, vt Ludolfus censuram suam in lucem ederet. || Licet id responsi accepisset Ludolfus, non destitit tamen iterum bis terve hominem, vt honori suo consularet, admonere. Sed || frustrà. Posteà cum & opus ipsum per me esset examinatum, iudicium amicis illud a me petentibus aperui modestissimè, & || quidem non definiendo errores singulos, sed confusè plurimos in opere contineri errores, ideòque ei fidendum non esse, admo- || nui Idem deinqve aperui Francisco Raphalengio viro tum doctissimo, tum humanissimo, id ab eo petens vt iudicium meum || Scaligero communicaret. Egi autem satis vehementer, sperans vt si blandae admonitioni Ludolfi non acquiesceret, nostra ve- || hementiori accepta, maturius de rebus suis deliberare inciperet."

ROMANUS laat daarop een brief volgen, dien SCALIGER zelf hem als antwoord toezond, met de opmerking.

„Sed & ego frustrà laboraui, in erroribus namque suis perseue- || rauit, atque hasce beneuolentia plenas ad me misit."

15. Nog verdient hier vermelding eene bestrijding, die hier slechts als ter loops voorkomt, van eene der vele benaderingen van de verhouding tusschen den cirkelomtrek en zijne middellijn door den kardinaal NICOLAS DE CUSA (ook wel CUSANUS) gegeven.

Men vindt die bestrijding in de „Arithmetische en Geometrische Fondamenten" van Noot (17) op bladz. 143 en bladz. 164, N°. 11; en in de „Fundamenta Arithmetica et Geome-

trica" van Noot (19) op bladz. 119 en 143, 144. Het geldt hier de volgende benadering

$$\sqrt{\frac{972}{98^7/_{16}}} = 3.1423.$$

Zij verschilt van de meer bekende benadering

$$\frac{1562}{497} = 3.14285,$$

waarover vrij uitvoerig wordt gesproken in het werk „de Triangulis" [23]) van REGIOMONTANUS: deze wijdt toch daaraan een geheel toevoegsel van het genoemde werk.

Bij VAN CEULEN komt de bestrijding eerder voor als eene toepassing van de uitkomsten, die hij reeds verkregen had bij de berekeningen, die hij zich had voorgesteld.

Deze onderscheidene benaderingen van den kardinaal DE CUSA worden niet altijd genoeg uit elkander gehouden: wij ontmoetten ze reeds in het N°. VII der Bouwstoffen.

16. Volgens al het voorgaande is het dus gansch niet ten onrechte, dat de naam van LUDOLPH VAN CEULEN verbonden is geworden aan onze verhouding van den omtrek tot de middellijn des cirkels. Vooral zijn het de Duitschers die dit getal π „die Ludolfische Zahl" noemen. Men is langen tijd bij deze 35 decimalen blijven staan: en voor het gewone gebruik zijn deze dan ook meer dan genoeg. Eerst later bij de ontwikkeling van de theorie der reeksen zijn er geweest, die datzelfde getal π tot in 500 en meer decimalen berekend hebben, door middel van sterk convergeerende reeksen, en dus langs geheel anderen weg.

Dat echter VAN CEULEN zich niet alleen door deze berekeningen verdienstelijk heeft gemaakt, zagen we reeds boven in § 7, waar sprake was van hetgeen hij gedaan heeft voor de berekening van interest en van disconteering van custinghbrieven.

Bovendien ook hebben zijne „Hondert konstighe Vragen" eenigen naam gemaakt. Er moet daarvan eene vertaling bestaan onder den titel van „Zetemata" in Duitschland uitgegeven: deze is mij echter nimmer onder de oogen gekomen.

17. Van deze „hondert constighe Vraghen" voeren de dertig laatste slechts tot de oplossing van hoogere-machtsvergelijkingen: de zeventig eerste zijn opgelost door LAURENS PRAALDER in zijne „Verzameling" van 1777 [24]), waarvan een tweede druk bestaat onder den titel „Ludolf van Keulen's Mathematische Voorstellen" in 1790 [25]).

Deze LAURENS PRAALDER onderwees de wiskundige wetenschappen te Rotterdam in 1753, en gaf toen in het licht zijne „Gronden der Wiskonst" [26]) en het „Verhael van 't gepasseerde, beneffens d'Examen die gehouden is ter gelegentheit der beroepinge van Adriaan Visser tot Stats Schoolmeester en Voorzanger te Purmerende" [27]). Hij bekleedde toen de betrekking van examinateur van de zee-officieren, bij het Ed. Mogend Collegie ter Admiraliteit op de Mare. Naderhand, in 1777, was hij Lector in de wiskunde aan de Fundatie van de Vrouwe van Renswoude te Utrecht: denkelijk leefde hij nog in 1790 bij de uitgave van het werk, aangehaald in Noot (25).

NASCHRIFT.

Uit een brief van E. CATALAN aan den Prins BALTHASAR BONCOMPAGNI [28]) met eenige noten van de hand des laatsten, volgen nog een paar opmerkingen over den grafsteen van LUDOLF VAN CEULEN. Vooreerst vindt men daar een brief van JOSEPH LAKANAL, geboren te Serres den 14den Juli 1762, en overleden te Parijs den 14den Februari 1845, die gedurende de Fransche Revolutie groote diensten heeft bewezen aan de wetenschap, hare beoefenaars en hare verzamelingen, en ook heeft medegewerkt aan de oprichting van het Institut de France. Deze schrijft, den 17den November 1840.

„J'ai vu à Leyde sur une tombe 36 chiffres qui forment une

sorte d'énigme dont le mot est peu connu, même dans le pays. VAN CEULLEN, mathématicien, travailla beaucoup pour déterminer le rapport du cercle à la circonférence: il exprima ce rapport en 36 chiffres; .... ce travail est, sans doute étonnant; car il fallut, qu'il fît des extractions jusqu'à ce qu'il trouvât dans la circonférence du cercle, le nombre des chiffres rapporté: c'est pour conserver la mémoire de cet homme laborieux, que ces chiffres ont été gravés sur sa tombe."

Hieruit zoude volgen, dat die grafsteen nog bestond in deze eeuw: maar uit hetzelfde stukje blijkt verder, dat alle nader onderzoek vruchteloos is geweest.

AANTEEKENINGEN.

---

1) Les || Delices || de || Leide, || Une des célébres || villes || de l'Europe, || *Qui contiennent* || Une description exacte de son Antiquité, || de ses divers Aggrandissemens, de son || Academie, de ses Manufactures, || de ses Curiosités, & générale- || ment de tout ce qu'il y a de || plus digne à voir. || *Le tout enrichi de Tailles Douces.* || A Leide, | Chez pierre vander Aa, || MDCCXII. || *Avec Privilège.* in 8°. 32 platen.

VIII bladz. bevattende vóór dezen titel een gegraveerden titel in 4°.; na den titel echter de Préface (2 bladz.) en de avis au Relieur (2 bladz.).

A—S. blz. 1—224. Dan „Table des matières" (10 bladz. zonder pagineering) en „Catalogue des Livres &c qui se trouvent a Leide chez Pierre van der Aa" (42 bladz. zonder pagineering).

2) De || gedenkteekenen || in de || pieters-kerk || te || leyden, verzameld en beschreven || door || mr. k. j. f. c. kneppelhout van sterkenburg. || vignette: wapen: kerkgebouw met gekruiste sleutels met opschrift: ni deus hoc servet nil mea cura facit. | te leyden || bij p. h. van den heuvell. || 1864. || in folio.

1—23 blz. 1—90 met 48 platen.

Op blz. . komt het grafschrift voor als N°. 320.

3) Resolution der stad Leiden van 9 Juny 1594.

„Opte Requeste, daerby de bovengeschreven suppliant (van Colen) is versoeckende schermschool te mogen houden, in het Catrynen gasthuys, stont geapostelleert. Die van de Gerechte hebben den Thoonder, om 't goet uytbrengen van synen persoon hen gedaen, ende van syne nutticheyt, geschictheyt, ende ervarenheyt, toegelaten, en laten toe mits desen, om tot sijn schermschool te mogen gebruycken de plaetse over de biblioteke, 't welck eertijts der Falie bagynen kerck is geweest, dewelcke hem thoonder, ter ordonnantie van de Regenten van den Hoff, deur degeene, die van haren wegen de slotel in bewaringe heeft, t' allen behoorlycke tyden, tzynen

versoucke, sal werden geopent ende dit al met conditie en onder besprec, dat daerinne by hem noch syne scholieren niet en worden gebroocken, off ten zal deur hem toonder moeten werden gerepareert, ende gestelt in syne jegenwoordige ende behoorlicke staet, en by provisie ende tot kennelicke wederzeggen toe van die van de Gerechte."

[4]) Zie eene Mededeeling van Jhr. W. J. C. Rammelman Elzevier in de „KRONIJK || VAN HET || HISTORISCH GEZELSCHAP || TE || UTRECHT." || 2e *Jaargang* 1846. || UTRECHT, || KEMINK EN ZOON || 1846. in 8°., en aldaar bladz. 351.

[5]) „Aen myn E. Heeren, mijn Heeren Schout, Burgermeesteren ende Gerechte deser Stadt Leyden.

Vertoont met aller reverentie Uwer. E. dienstwillighe Ludolf van Colen, hoe dat hy in Juny 1594 aen myn eerwaerdighen Heeren versoeck gedaen heeft, om alhier de ridderlicke conste van schermen voort te leeren aen burgers ende studenten, hetwelcke myn E. Heeren hem niet alleen vergunt ende toegelaten, maer noch eene bequame plaetse daertoe geordonneert, daervoor hy tot allen tyden danckbaer wesen zal: het is nu alsoo, dat een, met naeme Mr. Pieter Bailly, van Antwerpen (welcke aen hem suppliant verbonden is, dat hy ter plaetse waer hy woont gheen scholieren leeren moet, in 't heymelicke ofte int openbaer, naer uytingen der aengeloofde meesterseed, die hy gedaen, ende met syn handt onderteykent heeft), hem vervordert, alhier eenighe te leeren buyten hem suppliant, consent ende wille, hetwelck niet alleen strydet tegen syn eedt ende belofte, maer oock mede tegen de ordre onser voorvaderen, voorlanghe onderhouden, dat geen aengelooft meester is, als gebleecken is in het jaer 1563 toen de vromen Mr. Andries Allerts hier tot Leyden word Mr. gemaeckt, dat doe alle degeene die geen meesters gemaeckt ende geslaegen waeren moete stille sitten ende geene scholieren leeren.

Biddet derhalven de suppliant ootmoedigh, dewyle hy met groote laste ende veel kinderen beladen is, myn E. Heeren willen hem, in syne gerechtichheyt voorstaen, ende verbieden den genoemden Mr. Pieter zijn schermschoole.

Dit doende, &c."

[6]) „Sy Pieter Bailly jegens het jegenswoordighe versouck gehoort. Aldus gedaen opte 3 January 1602, my tegenwoordich (w. get.) S. van Hout."

„Sy gestelt in handen van Mr. Pieter Bailly, om binnen acht

daghen hier tegen te seggen tgeen hem goedduncken sal. Aldus gedaen opt Raedthuys der stadt Leyden in de vergadering van die van de Gerechte opte 17 January 1602."

7) Resolutien der stadt Leiden 25 January 1602.

„Die van de Gerechte deeser stadt Leyden, in haer vergaderinge op 't Raedhuys der voorsz. stadt, gesien, gelesen ende rypelick overwogen hebbende 'tgeen van wegen Pieter Bailly (hem intituleerende aenghelooft vechtmeester) jegens 't versouck van Mr. Ludolf van Colen in 't blanck van desen gestelt, by geschrifte overgelevert is, mitsgaders oock den eedt, dewelcke de voorn. Bailly opte 22 September 1597 voornoemden van Colen gedaen ende met eygene handt onderschreven heeft, hebben verstaen, goed gevonden ende besloten: dat hij niet van meninghe is, binnen deser stede noch in de vrydommen van dien, andere schermscholen, tsy in 't heymelick of in 't openbaer te gedogen dan een, te weten by de voornoemden van Colen, of andersins toe te laeten ende verhouwen sullen, hebben over sulx den voornoemden Pieter Bailly verboden, ende verbieden hem mits deesen, van nu voortaen, alhier tsy in 't heymelick ofte openbaer eenige schermschole te houden, of hem te onderwinden yemandt de conste van schermen voors. te leeren ofte onderwijsen, maer daervan af te houden en 't school, by hem sonder wettige kennisse ofte toelatingh opgericht, te sluyten ende breecken, alles, soo hy hem anders vervorderde te doen, op soodanigen straffe ende correctie als de voorzeiden van de Gerechte verclaeren ende arbitreren sullen.

Aldus gedaen in haer vergaderinge opt Raedthuys op den 25 January 1602 my jegenwoordigh."

(was get.) S. van Hout.

8)* Solutie ende Werckinghe || Op twee Geometrische || vraghen by Willem Goudaen || Inde Jaren 1580 ende 83. binnen || Haerlem aenden Kerckdeure ghestelt. || Mitsgaders Propositie || Van twee andere Geometrische vraghen tsamen door || *Ludolph van Colen gheboren in Hildesheim.* || vignette: eene meetkundige figuur, behoorende bij de tweede der opgegeven vragen op bladz. 18 voorkomende. || Ghedruckt t'Amstelredam by Cornelis Claesz. opt vvater, || by die oude Brugghe. Anno 1584. in 4°.

A—C. 20 blz. 4°. (niet gepagineerd).

9)* Notice || sur || Ludolphe van Colen || par || Mr. G. A. Vorsterman van Oyen. || enz. || Extrait || du- Bulletino di Bibliographia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche || Tomo I—Maggio

1868. || ROME || IMPRIMERIE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES. || Rue Lata, N°. 211, A. || 1868. (18 bladz, 4°.).

10)* Kort Claer bewijs || Dat die nieuwe ghevonden || proportie eens Circkels iegens zyn diameter te || groot is ende overzulcx de quadratura Circuli des zelven || vinders onrecht zy. *Door Ludolph van Ceulen gheboren in Hildesheym*, woonachtich tot Delfft. || vignette: meetkundige figuur, voorkomende op de eerste bladzijde. || Gheprent tot Aemstelredam/ by mijn Harmen Janszoon || Muller/ Figuersnijder, woonende inde Warmoe-straet. || inden vergulden Passer. in 4°.

6 blz. 4°. niet gepagineerd. De datum moet 1585 zijn.

11)* Proefsteen || Ende Claerder wederleggingh dat het || claarder bewijs, (so dat ghenaempt is) op de || gheroemde ervindingh vande Quadrature des || Circkels een onrecht te kennen gheven/ ende gheen || waerachtich bewijs is. || Hier bygevoeght || Een corte verclaringh aengaende het onverstant ende || misbruyck inde reductie op simpel interest. Den ghemeenen || volcke tot nut. Tsamen door || *Ludolph van Colen woonachtich tot Delft*. || vignette: Een boekdrukkers ornament. || Gheprent tot Aemstelredam/ by my Harmen Janszoon || Muller/ Figuersnijder/ woonende inde Warmoesstraet || in den vergulden Passer. 1586. in 4°.

A—B. 12 blz. 4°. niet gepagineerd.

12)* VANDEN CIRCKEL. || Daer in gheleert werdt te vinden de || naeste Proportie des Circkels-diameter tegen/ synen Omloopdaer || door alle Circkels (met alle Figueren/ ofte Landen met cromme Linien besloten) recht || ghemeten kunnen werden. Item aller Figueren-syden in den Circkel beschreven/ || Beginnende van den 3/ 4/ 5/ 15/ hoeck/ in Irrationale ghetallen te brengen/ || al hadde de Figuer veel hondert-duysent hoecken. Item des || 7/ 11/ 13/ 17/ 19/ 23 Hoecx syden/ ende wat syden ofte || Coorden men begeerdt/ welcker Boge groot zijn || Graden/ Minuten/ Secunden, &c. || Naer elcx behaghen. || Noch de Tafelen SINVVM, TANGENTIVM, ende SECANTIVM, met || het gebruyck van dien, hoogh-noodigh voor de Land-meters: Met veel ande- || re konstighe stucken, dierghelijcke noyt in druck uytghegheven, || Ten laetsten van Interest/ met alderhande Tafelen daer toe dienen- || de/ met het ghebruyck/ door veel constighe Exempelen gheleerdt/ || ende door 't gheheele werck bewesen/ ende gheproeft. || Alles door LVDOLPH van CEVLEN, gheboren in HILDESHEIM, || beschreven, ende inden druck ghebracht: || vignette: Een zeer fraai portret op koper gegraveerd met het opschrift „LVDOLFF VAN COLLEN, OVT 56." Rondom staan eenige wapens (hij was toen meester in het schermen). || TOT DELF, || Ghedruckt by Jan Andriesz. Boeckvercooper/ woonende aen 't || Marct-veldt/ in 't Gulden ABC. Anno 1596. in folio.

Onder het portret is een cirkel met een horizontale middellijn, waarop. „*Diameter,* || 100000000000000000000." In de halve omtrek boven dien diameter leest men „314159265358979323846 *te cort*": in den anderen halven omtrek beneden dien diameter daarentegen leest men „314159265358979323847 *te lanck.*" Onder den cirkel vindt men: „*Gheijn fec*" en verder iets lager „*Een leent* 7 *ander* 1000 *f op gelijcke intrest ten* 100 *int iaer A ghebruickt* || *zijn deel* 12 *B* 10 *C* 9 *D* 8 *E* 6 *F* 5 *G* 3 *maent betaelt elck ten einde zijns* || *tyts voor geleent gelt. ende gewin A* 300 *B* 280 *C* 260 *D* 256 *E* 244 *F* 240 *G* 220 *f* || *vrage na het geleent gelt van elck ende na den intrest ten* 100 *int iaer.* ||

+ en A—Ff (240 bladzijden: de 12 eerste zijn niet gepagineerd). In vel A—S is van ieder blad slechts de eerste bladzijde genommerd 1—72. Vel T heeft 4 bladz. zonder nummering. Bij vel V—Ff vindt men wederom 77—113: het laatste blad is niet genummerd.

De twaalf eerste bladzijden bevatten: den titel, de „Voor-reden," eene opdracht „AENDEN HOOGH-GHEBOREN || VORST ENDE HEERE, || MAVRITZ GEBOREN PRINCE VAN ORANGIEN || GRAVE VAN NASSAV, CATZENELLEBOGE, VYANDEN, || DIETZ, MARQVIS VAN DER VERE ENDE VLISSINGEN, &c. || Gouverneur ende Capiteyn generael van . . . || . . . Admirael generael || vander Zee deser Nederlanden. || Mitsgaders de Edele, Vermoghende, VVijse, seer voorsienighe Heeren, Staten van || Hollandt, Zeelandt, ende VVest-Vrieslandt": (3 blz.) gedateerd: „Wt Leyden, den 20sten September/ Anno 1596", een „SONNET" (1 blz.) „Aende Konstlievende Lesers" (2 blz.) en de „Inhoudt deses Boucx" (1 blz.). Vanden Ronden Circkel. HET EERSTE CAPITTEL (3 blz.). Verder:

Fol. 1^1—26^1. Capittel II—XVII met het hoofd Vanden Ronden Circkel.

Fol. 26^2—48^2. Tafelen voor de Land-meters: Tafelen van Sinuum, Tangentium en Secantium, tegen 20000000 den Dia. (dus met 7 decimalen).

Fol. 49^1—53^2. Capittel XVIII met het hoofd aan ieder bladz. „Vande Rechte Linien."

Fol. 53^2—63^1. Capittel XIX—XXI met het hoofd Van 't Land-meten.

Fol. 63^1—66^2. „Hier volghen nu eenighe konstighe || stucken den Circkel aengaende/ Gepropomeert/ ende gevonden door || een hoogh-ghcleerdt Man *): Daerinne syn door-luchtigh verstandt || ghemerckt werdt/ welcke stucken aen mijn ghesonden zijn/ be- || gheerdt mijn meninghe daer van te weten: Waerom ick || door 't onder-soucken de selve beantwoordt hebbe/ || ende meest door ghetal goedt ghevon-

*) Blijkens de voorrede is dit niemand anders dan ADRIANUS ROMANUS, over wien wij later hopen te spreken.

den, || Als volght: || " Aan het hoofd der bladzijden staat reeds Konstige Vraghen even als boven

Fol. 66²—72². Capittel XXII bevat de „hondert Exempels", waarover later.

Dan komt een nieuw titelblad.

INTEREST-REKENINGHE || In wat manieren daer mede ghehan- || delt werdt/ op veel voorvallende Conditien/ te weten: Geldt seker || tyden te beleggen/ ofte op Renten te setten: Geldt welck over een seker || tijdt te betalen is/ tot ghereedt geldt te brenghen/ 'tsy naer || simpel/ ofte winsgewin: Met veel andere || konstighe Rekeninghen. || Item van veelderhande voorbereyder Tafelen/ door welcke men || terstont Huys/ ofte Rusting-brieven tot ghereedt geldt brenghen can. || Ghereedt geldt te beleggen/ ende weder Jaerlijcx uyt den Capitael || ende ghewin te ontfangen een seker summa/ tot voldoeninge des uytgheleyden gelds: || Ofte een Huys/ stuck Landts/ ofte ander goedt/ welck een seker summa ghereedt geldt ; magh gelden/ te vercoopen voor een deel ghereedt te betalen/ ende de reste te ontfanghen met ghelijcke Jaerlicxe payen daer aen volghende/ sulcx: Alsmen de payen Reduceert tot ghereedt geldt naer sulcken Interest als den Cooper belooft heeft) ende || by het ghevonden ghereedt geldt ghedaen/ soo veel den Cooper || ghereedt betaelt/ dat dan de summa over een comt/ met || de gereede waerde des Huys ofte Landts/&c. || Met noch andere Tafelen/ die- || nende tot verscheyden || Exempelen. || Item het maecken ende ghebruyck der Tafelen van Interest: Mede || het werck van de noodt-wendighste Exempels/ met de Proeve van dien. || Ten laetsten ettelijcke konstighe Vraghen/ met de beantwoordinge || daer by/ dierghelijcken onmoghelijck ghehouden te ontbinden. || Alles door LVDOLPH VAN COLLEN, gheboren in HILDESHEIM, || beschreven, ende inden druck gebracht. || vignette: een boekdrukkers-ornament || TOT DELF, || Ghedruckt by Jan Andriesz. Boeckvercooper/ woonende aen 't Merc-veldt/ in 't Gulden ABC. || ANNO 1596.

Verder de opdracht aan de „EDELE ACHTBARE VVIJSE || SEER VOORSIENIGE HEEREN, SCHOVT || BVRGERMEESTEREN, ENDE REGIERDERS DER || STEDE LEYDEN." (1 bladz.) gedateerd: „In Leyden, den 20 Septembris. Anno: 1596." Daarop „Tot den verstandighen Leser" (1 blz.).

Fol. 77¹ - 105¹. Van Interest.

Fol. 105¹—108². Tafelen van Interest tegen den penningh 4 tot 20 en 25, en 4— 0 ten 100 in 't Jaer.

Fol. 109¹— 13². Exempelen N°. 135—178. (NB. De 134 eerste Exempels komen in het vorige, Fol. 78¹—105¹.)

Fol. 114¹. (niet genummerd) bevat de „Fauten naer den druck bevonden" (52 in aantal).

Fol. 114² bevat: „Extract vande Privilegie" ter name van Johan Andriesz. en gedateerd „Gedaen in s' Graven haghe den sesthienden || dagh van October/ Anno xv^c.xcvj."

13)* Een oud plan van doorgraving || van || Holland op zijn smalst, || met || eenige bijdragen tot de levensbeschrijving || van || Jan Pieterszoon Dou, || zijn zoon Johannes Dou, || zijn kleinzoon Jan Johanneszoon Dou, || alle drie landmeters van Rijnland, || door || Mr. Jacob Paulus Amersfoordt, || te haarlemmermeer. || Overgedrukt uit het Tijdschrift van het Koninklijk || Instituut van Ingenieurs. || 1872—1873. || Derde aflevering. || met een bijvoegsel. || te 's Gravenhage. || bij gebr. J. & H. van Langenhuysen. || 1873. in 8°. met 3 platen.

Bladz. 1—87.

14) Corte onderrichtinghe die- || nende tot het maecken vande re- || ductien vande Jaer-custinghen tot gereede || penningen, om dienvolgends te eysschen eñ || ontvangen den veertigsten penning op alle || vercochte of vervreemde onroerende || goeden, volgende tplacaet der Hee- || ren Staten vanden XXII De- || cembris vyftienhondert || achtent-negentich. || Gedruckt opt Raadhuys der stadt || Leyden, inden Jare 1599. in 4°.

A—C. 20 bladz.

Aenhang totte voorgaende corte on- || derrichtinghe, dienende tot het maken vande || reductien. in 4°.

A. 8 bladz.

Beide stukken zijn geteekend:

J. van Hout („Jan van Hout der stadt Leyden Secretarijs").

S. F. van Merwen („meester Symon Fransz. van der Merwen, Presiderende Schepē der voorschreven stede").

Ludolff van Coelen („Meester Ludolff van Ceulen").

M. Minten („Meester Matthys Mintens Franchois schoolmeester").

J. Pietersz. Dou („Meester Jan Pietersz. Dou, ghezworen wijnroeijer").

„Al binnen der voorsz. stede woonende, en inde cijfer-conste wel ervaren."

15) Resolutien van de Staten van Hollant. 28 November 1596.

Is geaccordeert Mr. Ludolf Jansz. de somme van 225 ponden van 40 groot het pont, tot een vereering van seker bouck, geintituleert: van den Circkel, ende is de vereeringe daervan verhoogt met . . . . . (sic).

16)* Vanden Circkel, || Daer in gheleert werdt te vinden || de naeste Proportie des Circkels-Diameter teghen synen om- || loop/ daer door alle Circkels (met alle Figueren/ ofte Landen met cromme || Linien besloten) recht ghemeten connen werden. Item/ aller Figueren- || syden in den Circkel beschreven/ beginnende van den 3, 4, 5, 15 hoeck/ || in Irrationale ghetallen te brenghen/ al hadde de Figuer veel || hondert-duysent hoecken. Item/ des

7,11,18,17,19, 23 hoecx- || syden, ende wat syden ofte Coorden men|| begheert, welc- || ker Boghe groot zijn Graden, Minuten, Secunden, || etc. Naer elcks behaghen. || Noch de Tafelen SINVVM, TANGENTIVM, ende SECANTIVM, || met het ghebruyck van dien, hoogh-noodigh voor de Land-meters: Met veel || andere konstighe stucken, dierghelijcke noyt in druck uyt-ghegeven. || Ten lattsten, van Interest, met alderhande Tafelen daer toe || dienende, met het gebruyck, door veel constige Exempelen geleert, || ende door 't gheheele werck bewesen, ende gheproeft. || Tweede Editie. || Van nieus oversien, ende van alle de voorgaende fauten verbetert, ende || eyndelick vermeerdert met drij Tractaetgens, waer in door den Autheur weder- || legt werden, beyde inventien vande quadrature des Circkels, uyt-gegeven || door Symon vander Eycke. Met noch de beantwoordingen eeniger || aengheslaghene Geometrische questien. || Alles door LVDOLF van CEVLEN, geboren in HILDESHEYM, || beschreven, ende in druck ghebracht. || vignette: eene meetkundige figuur, voorkomende op bladz. 191 van het boek beschreven in N°. 17. || Ghedruckt tot Leyden, By Joris Abrahamsz. vander Marsse. || Voor JOOST van COLSTER Boeck-vercooper, || Anno 1615. in 4°.

VI bladz. zonder paginatuur, bevatten: de titel en de opdracht aan de „Achtbare, VVijse, ende seer voorsienighe || HEEREN, || MYN HEEREN || BVRGEMEESTERS || ende || REGEERDERS, || Der STADT || LEYDEN." (4 bladz.) geteekend door „Vwer EE. || Ootmoedighe || ADRIANA SYMONS; || *Weeduwe van Ludolff van Ceulen.*"

A—Bb (waarvan ieder blad genummerd is 1 tot 102) bevat hetgeen in de eerste uitgave voorkomt van af: „Aende Konst-lievende Lesers" tot Fol. 72*.

Dd—Ff (Folio 103 tot 114) bevat de boekjes der noten (8), (9), (10); echter zonder de titels en voorrede.

A—O (Folio 1—56) bevat Fol. 77—113 van de eerste uitgaaf, zonder titel, opdracht of voorrede. De woorden aan het einde „Godt alleen de eer" zijn hier weggelaten, alsmede wat daar op bladz. 114 (zonder nummer) voorkwam.

NB. Er is in de Bibliotheca Utenhoviana te Utrecht een volkomen gelijk exemplaar voorhanden, alleen met dit onderscheid, dat de laatste regels van den titel zijn.

„Voor JACOB MARCVS, Boeck-vercooper, || Anno 1615;" zoodat het werk bij verschillende uitgevers is verschenen.

17)* DE || Arithmetische en Geometrische || fondamenten, || VAN || Mr. LVDOLF || VAN CEVLEN, || *Met het ghebruyck van dien,* || In veele verscheydene constighe questien, soo Geometrice door || linien, als Arithmetice door irrationale ghetallen, || oock door den regel Coss, ende de tafelen || sinuum ghesolveert. || vignette: een portret van VAN CEULEN op hoogeren leeftijd, met het opschrift „LUDOLHF A COLLEN. MATHE-

MATICAE. PROFESSOR LVGD. BATT. OBYT. *anno* 1610. *atatis* (sic) *sua*. 71. &c." || TOT LEYDEN, || By JOOST van COLSTER, ende JACOB MARCVS. || Ann. cIɔ.Iɔ.cXV. || in 4°.

IV bladz. bevatten titel en opdracht „AENDEN || Edelen, Doorluchtigen ende Hoochgebooren Grave, || GRAEF ERNEST van NASSAV, || Catsenelleboge, Vyanden, Diest, &c: Heere tot Bilstein, || Maerschalck du Camp, ende Gouverneur || van Gelderlandt. || MITSGADERS || *De Edele, Moghende, Hoochvvijse, ghebiedende Heeren,* || MIJN HEEREN DE STATEN DER PROVINTIE VAN || GELDERLANT," door „ADRIANA SIMONS || *Weeduwe van Mr. Ludolf van Ceulen*" (2 blz.).

A—Ll (blz. 1 tot 271) bevatten zes deelen.

Blz. 1—68. EERSTE DEEL.

Blz. 69—114. HET TWEEDE DEEL, || Daer inne de fondamenten van Geometrie opt eenvou || dichste beschreven zijn, uyt *Euclides* getrocken. — 33 Diffinitien en 84 propositien,

Blz. 115—167. HET DERDE DEEL DESES BOECX. || Daer inne wt voorgaende gronde geleert wert de Figuerē op || menigerhande manieren te veranderen: Item die te deelen, || daer by te voeghen, ende af te snijden na begeeren, wat ge- || deelte ofte andere groot-heden men wil: Item de specien, || eens deels met eenighe proeven van de voorgaende stucken || door ghetallen &c. — met 14 werkstukken, 27 vragen en „Bijvough" van 14 propositien.

Blz. 168—201. HET VIERDE DEEL DESES BOECX || Daer in veel Constighe *Geometrische* exempelen ghestelt ende || ghesolveert zijn (156 exempelen).

Blz. 202 is wit.

Blz. 203—246. HET VIJFDE DEEL DESES BOECX, || Van constighe trecken, bewesen eensdeels *Geometrici* (sic), ende door || getallen, met andere besonder exempels, buyten ende door || Coss, ende door de Tafel Sinus, Tangent en Secant ghe- || solveert (46 vraghen).

Blz. 247—271. HET SESTE DEEL DESES BOECX, || Daer in eerst ghehandelt werdt, van de ghelijcksydighe || figueren, in ende om de Circkels beschreven, ende andere || Const-stucken met het ghebruyck der tafelen, synus, || tangent, en secant, in figuren van cromme linien (17 vragen).

Op het einde staat: FINIS. || GHEDRVCKT TOT LEYDEN, || By Vlderick Cornelisz. ende Joris Abramsz. || Anno CI.I.IO.CXV.

Van dit werk bezit ik een ander exemplaar, volkomen identiek met het beschrevene; behalve wat het voorwerk betreft. In verso van den titel (dat aldaar wit is), komt hier de opdracht:

„AENDEN || Hooch-gebooren Vorst ende Heere || MAVRITZ. . . .
Mitsgaders, de Edele Hoochmogende, VVijse, Voor- || sienige Heeren, mijn Heeren de Staten van || Hollandt ende West- || Vrieslandt."

Daarop volgt een voor-reden [illegible] van de vorige.

Nog bezit de Bibliotheek van het [illegible] Arbeid te Amsterdam een exemplaar van dit werk [illegible] in de opdracht van het vorige [illegible].

De verso van den titel is wit. [illegible] „Aende Hoochweerdige [illegible] SVPEPINTEN- || denten ende Raden [illegible] ende West-Vrieslandt."

Ook deze opdracht is wederom [illegible].

18) Resolutien der Algemeene Staten, [illegible]

Op te requeste van Adriana [illegible] Mr. Ludolff van Colen, in [illegible] aldaer geweest zynde professor van [illegible] der suppliante toegeleyt de somme van [illegible] Ho Mo. heeft gededicecrt ende [illegible] geometrie, geintituleert: fundamenta [illegible] eorundem usu etc.

19)* FVNDAMEMTA (sic) ARITHMETICA [illegible] || In varij problematis, Geometricis [illegible] partim per numeros irrationales, & [illegible] solutis. || AVTHORE LVDOLPHO A CEVLEN [illegible] culo in Latinum translata [illegible] kundige figuur. || LVGDVNI BATAVORVM, Apud [illegible] Bibliopolam, || Anno CIↃIↃCXV. in 4°.

A—Ll (blz. 1—269) bevat:

Blz. 1—31 Surdorum Arithmetica [illegible]

Blz. 33—79. Liber secundus, in quo Geometrica [illegible] Fundamen- || ta ὁλογερῶς ex Euclidis [illegible] selecta explicantur. Definitiones 33 et Propositiones 84.

Blz. 80 en 82 is wit. — Blz. 81 heeft een fransche titel.

LVDOLPHI A CEVLEN, Variorum Problematum Libri 4. A || WILLEBRORDO SNELLIO R. F. || é vernaculo in latinum translati, ac varijs locis demonstrationibus aucti & illustrati: Anno 1615.

Blz. 83, 84 een opdracht „Amplissimo Consultissimoque viro, || D. AEMILIO ROSENDALIO J. V. D., et in Curia Hollandica senatori || prudentissimo."

Blz. 85—135. Liber tertius || DE Figurarum transmutatione & sectione. Problemata 45.

Blz. 136 is wit.

Blz. 137—184. Liber quartus || De || Ἀεδοφίνων Geometricorum per numeros solutione. Zetemata 57.

Blz. 185—240. Problematum miscellaneorum liber quartus, (dit moet zijn quintus) quae hic vel || Geometricè per solas lineas, vel per canonem trian || gulorum, aut denique per Algebricas positio- || nes solvuntur. Problemata 35.

Blz. 241—263. Liber sextvs, || de Figuris ordinatis circulo adscriptis, & alijs || quibusdam huc spectantibus, cum usu Ca- || nonis triangulorum in circula- || rium segmentorum || geodaesia. Problemata 12.

Blz. 264—269. Appendicula de circulo data ra- || tione secando. Problemata 3.

[20]) Ludolphi a Ceulen || de || circvlo et adscriptis || Liber, || In quo plurimorum polygonorum latera per irrationalium numerorum || griphos, quorum libet autem per numeros absolutos secundum || Algebraicarum aequationum leges explicantur. || *Quae insuper accesserunt pagina versa indicabit.* || *Omnia è vernaculo Latina fecit, et annotationibus illustravit* || Wellebrordus Snellius, R. F. || vignette: hetzelfde portret als in Noot 16, maar eenigzins meer afgesleten. || Lvgd. Batav. || Apud Jodocvm à Colster. Anno 1619. in 4°.

IV blz. bevatten titel en opdracht van W. Snellius aan de Staten (4 blz.).

A—Ee (blz. 1—220) bevatten:

Blz. 1—23 (moet zijn 31). Surdorum quadraticorum Arithmetica. Blz. 32 is wit.

Blz. 33—73 (moet zijn 83). Liber secundus De *Figurarum transmutatione & sectione*. Problemata 45. Blz. 84 is wit.

Blz. 85—122 (moet zijn 134). Liber tertius De *Δεδομένων Geometricorum per numeros solutione*; met het hoofd der bladzijden De zematum (sic) of zetemtum (sic) Geometricorum Epilogismo. Zetemata 57.

Blz. 185 (moet zijn 135) —190. Problematum miscellaneorum liber quartus, quae hic vel || Geometricè per solas lineas, vel per canonem trian- || gulorum, aut denique per Algebricas positio- || nes solvuntur. || Aan het hoofd der bladzijden staat De problematis Miscellamis (sic). Problemata 36.

Blz. 191—220. Lib. Qvintvs, || de Figuris ordinatis circulo ad scriptis. & alijs || quibusdam huc spectantibus, cum usu Ca- || nonis triangulorum in circula- || rium segmentarum || geodaesia. Aan het hoofd der bladzijden staat De inventione polygonorum. Problemata 3, met een bijvoegsel.

Daarop volgt:

a—g, blz. 1—54. Ludolhi (sic) à Cevlen || De || *Circulo & adscriptis* Liber.

Aan het einde: LVGD. BATAV. || *Excudebat* Georgius Abrahami a Marsce. || Anno 1619.

Zooals reeds blijkt uit het voorafgaande is het boek slordig gedrukt en bevat dus vele fouten.

Het eerste gedeelte verschilt weinig van het werk onder noot (16); het tweede is eene vertaling van het eerste gedeelte van het werk van noot (12).

21)* VVILLEBRORDI SNELLII R. F. || CYCLOMETRICVS, || De circuli dimensione secundum Logista- || rum abacos, & ad Mechanicem accuratis- || sima; atque omnium parabilissima. || *Eiusdemque usus in quarumlibet adscriptarum* || *inventione longe elegantissimus,* & || *quidem ex ratione diametri ad* || *suam peripheriam data.* || vignette: een arend met lint waarop de woorden: „CONCORDIA RES PARVAE CRESCUNT" || LVGDVNI BATAVORVM, || Ex officinâ ELZEVIRIANA, || ANNO CIↃIↃCXXI. in 4°.

XX en 102 bladzijden.

22) IN || ARCHIMEDIS || CIRCVLI DIMENSIONEM || Expositio & Analysis. || APOLOGIA PRO ARCHIMEDE, || ad Clariss. virum Josephum Scaligerum. || EXERCITATIONES CYCLICAE || contra Josephum Scaligerum, Orontium Finaeum, & Raymarum || Vrsum, in decem Dialogos distinctae. || AVTHORE ADRIANO ROMANO EQVITE || *Aurato, Matheseωn Excellentissimo Professore in* || *Academia VVurceburgensi.* || Vignette: eene paauw || WVRCEBVRGI. || Anno CIↃIↃXCVII. in folio.

4 bladz. (zonder pagineering), A—EE, 112 bladzijden. Aan het hoofd der bladzijden staat overal APOLOGIA PRO ARCHIMEDE.

23)* DOCTISSIMI VIRI ET MATHE- || maticarum disciplinarum eximij professoris || JOANNIS DE RE- || GIO MONTE DE TRIANGVLIS OMNI- || MODIS LIBRI QVINQVE: || Quibus explicantur res necessariae cognitu, uolentibus ad || scientiarum Astronomicarum perfectionem deueni- || re: quae cum nusquâ alibi hoc tempore expositae || habeantur, frustra sine harum instructione || ad illam quispiam aspirarit. || Accesserunt huc in calce pleraq; D. Nicolai Cusani de Qua- || dratura circuli, Déq; recti ac curui commensuratione: || itemq; Io. de monte Regio eadem de re ἐλεγκτι- || κὰ hactenus à nemine publicata. || vignette: eene meetkundige figuur (zie het tweede gedeelte bladz. 6) || Omnià recens in lucem edita, fide & diligentia || singulari. Norimbergae in aedibus Io. Petrei. || ANNO CHRISTI || M.D.XXXIII. in 4°.

A—R, blz. 1—137 bevatten titel, opdracht van „JOANNES SCHONE- || RVS CAROLOSTADIVS AMPLISS. SENA- || torum ordini ciuitatis Noricae Dominis prudentiss. S. P. D." (2 blz.), waaruit blijkt dat SCHONER deze uitgave bezorgde: de „LECTORIBUS" (2 blz.) en dan blz. 1—46, Li-

ber I (theoremata LVII); blz. 46—68, Liber II (theoremata I—XXXIII); blz. 68—92, Liber III (theoremata LVI); blz. 93—125, Liber IV (theoremata XXXIIII); blz. 126—137, Liber V (theoremata XV).

3 blz. wit, daarop de titel.

JOANNIS DE REGIO || MONTE GERMANI, NATIONIS FRAN- || cicae, Mathematicarum disciplinarum principis, De quadratura circu- || li, dialogus, & rationes diuersae separatim aliquot libellis ex- || quisitae: Ad ea de re Cardinalis Cusani tradita & inuenta: || quibus autor haec praescripsit uerba Graeca, quae, ne- || quid illius subtraheremus studiosis, subijci (sic) cu- || rauimus. || *ἐπιχειρήματα ποικίλα πρὸς τȣ̃ κύκλου τετρα-* || *γωνισμοὺς Νικόλεω τ̃ Κουσαιου ἐκδεδομενοισι* || waaronder een grieksch vers.

Na eene witte bladzijde op blz. 3, 4 een brief JOANNES SCHO- || NER CAROLOSTADIVS GEOR- || GIO TANSTETERO REGIO MEDICO S. D. gedateerd „pridie idus Julij anno M.D.XXXIII."

a—c. Blz. 5 - 93, het werk zelf: op blz. 94 (zonder paginatuur) de „ERRATA RECOGNITI OPERIS," waaronder „EXCVDEBATVR NORIMBERGAE PER || JOH. PETREIVM ANNO || M.D.XXXIII. || MENSE AVGVSTO."

2 witte bladz.

24)* VERZAAMELING || VAN EENIGE OPGELOSTE || ZO BEPAALDE ALS ONBEPAALDE || MATHEMATISCHE || VOORSTELLEN; || Eertijds door den vermaarden || LUDOLF VAN KEULEN || Onder den tytel van KONSTIGE VRAAGEN, zonder || Ontbindingen in 't licht gegeeven. || VERRIJKT MET || NOODIGE AANMERKINGEN || EN || NUTTIGE UITBREIDINGEN, || Welken tot eene byzondere Verklaaring || daar toe behooren. || IN DEEZE ORDE GESCHIKT, *Ten dienste der geenen, welken zich de handgreepen der* || *Stelkunde gemeenzaam trachten te maaken, en zich* || *daar in zouden willen oeffenen.* || DOOR || LAURENS PRAALDER || Mathematicus te UTRECHT, || TE AMSTERDAM, || By J. MORTERRE, Boekverkoper. || MDCCLXXVII. in 8°. met 3 platen.

(A)—(R), blz. 1—264.

Blz. 265 (zonder pagineering) bevat VERBETERDE AANMERKING.

Blz. 266—267 (zonder pagineering) lijst van uitgegeven werken.

Rose geeft bij dezen titel het jaartal 1806 (?).

25)* LUDOLF VAN KEULEN'S || MATHEMATISCHE || VOORSTELLEN, || BEKEND ONDER DEN TYTEL VAN || KUNSTIGE VRAAGEN || ZONDER || ONTBINDINGEN, || OPGELOST || EN VERRIJKT MET || AANMERKINGEN EN UITBREIDINGEN, || DOOR || LAURENS PRAALDER, || LEERAAR IN DE WISKUNDE TE UTRECHT. || MET PLAATEN. || Te AMSTERDAM, by || J. W. Smit. || MDCCXC. in 8°.

Volkomen hetzelfde werk als het vorige met hetzelfde aantal bladzijden, enz.

36)* GRONDEN || DER || WISKONST, || BEHELSENDE EEN KLAERE || FONDAMENTELE INSTRUCTIE || VAN DE || MATHESIS || EERSTE STUK || ONTWORPEN, BEREKENT, EN IN 'T || LICHT GEBRAGT || DOOR || LAURENS PRAELDER, || *Examinateur van d'Zee Officieren, by het Ed. Mog.* || *Collegie ter Admiraliteit op de Maze; en Leermeester* || *der Wiskonst, te Rotterdam.* || TE ROTTERDAM, || By de Wed. PIETER VAN GILST, Boekverkoop- || ster in 't Hang. 1753. in 4°. met 2 platen.

VIII bladz. bevat den titel en „VOORREDEN || AEN DEN || GOETGUNSTIGEN || LEEZER," waarin hij mededeelt eenige eigenschappen te geven van driehoeken, die 1° een regten, eenen halven en anderhalven regten hoek hebben, 2° „*als d'drie Perpendicularen (welke uit het centrum* || *van een Omgeschreven cirkel, tot yeder syde van den* || *driehoek getrokken) eene Arithmetische progres is*", 3° „*eene Geometrische progres.*" Verder belooft hij een „*Tweede deel, nopens den Sphaerischen driehoek,*" dat echter nimmer is verschenen.

A—Q, blz. 1—128 bevatten:

Blz. 1—24. I HOOFTSTUK. || HANDELENDE VAN DE || HOEKMATEN, || RAEKLIJNEN, || EN || SNIJLIJNEN.

Blz. 25—119. II HOOFTSTUK. || VAN DE || TRIGONOMETRIA.

Blz. 120—128. AENHANGSEL met 25 Voorstellen.

37)* VERHAEL || VAN 'T GEPASSEERDE || BENEFFENS || D'EXAMEN DIE GEHOUDEN || IS, TER GELEGENTHEIT || DER BEROEPINGE || VAN ADRIAAN VISSER, || TOT STATS SCHOOLMEESTER EN || VOORZANGER TE || PURMERENDE. || TE ROTTERDAM, || By de Wed. PIETER VAN GILST, Boekverkoop- || ster in 't Hang. 1752. in 4°.

A—C bevatten:

4 bladz. (zonder paginatuur) de titel en „VOORREDEN || AEN DEN || GOETGUNSTIGEN LEEZER."

Blz. 5—24.

38)* INTORNO AD UNA ISCRIZIONE POSTA SULLA TOMBA DI LUDOLF VAN CEULEN || LETTERA || DEL SIG. EUGENIO CATALAN || PROFESSORE NELL' UNIVERSITÀ DI LIÈGE || A D. B. BONCOMPAGNI. — BULLETINO || DI || BIBLIOGRAPHIA E DI STORIA || DELLE || SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE || PUBLICATO || DA. B. BONCOMPAGNI. || TOMO VII. || MARZO 1874 || PAG. 141—144. ROMA.

OVER DE

QUANTITATIEVE BEPALING VAN KININE IN KINABASTEN

MET BEHULP VAN DEN POLARISTROBOMETER.

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

In mijne verhandeling *Over het soortelijk draaiingsvermogen der voornaamste kina-alkaloïden in vrijen en gebonden toestand*, heb ik de meening geuit, dat het gebruik van den polaristrobometer bij de quantitatieve analyse van mengsels van twee of meer kina-alkaloïden een belangrijk hulpmiddel kan worden en heb ik getracht, door eenige voorbeelden te bewijzen, dat de storende invloeden, die hetzij door wijziging van den concentratiegraad, hetzij door het gelijktijdig samenzijn van twee of meer alkaloïden kunnen worden uitgeoefend, in elk geval zoo gering zijn, dat een onderzoek met den polaristrobometer bij eenige oefening veel nauwkeuriger uitkomsten geeft, dan eene analyse langs zuiver scheikundigen weg.

Eene gereede aanleiding tot voortzetting van mijn onderzoek vond ik in de omstandigheid, dat sommige scheikundigen en kininefabrikanten ter beoordeeling van de waarde der basten het gehalte aan kinine bepalen, door uit een langs zekere methode bereid aftreksel der basten kinine en cinchonidine als moeilijk oplosbare wijnsteenzure zouten neerteslaan, en uit het mengsel de kinine in een of anderen vorm af te zonderen.

In verband met mijn vroeger onderzoek kwam het mij niet

onmogelijk voor, door middel van den polaristrobometer het gehalte aan kinine in dergelijk mengsel van twee tartraten te vinden. Wel is waar zijn deze verbindingen in water onoplosbaar, maar zij worden gemakkelijk opgelost in verdunde zuren. Het kwam er nu slechts op aan, voor de beide tartraten de draaiingsconstanten bij eene bepaalde verhouding van tartraat en zuur te bepalen en door synthetische proeven te beslissen, of uit het S. D. V. van een mengsel der tartraten langs een of anderen weg de procentische samenstelling daarvan en dus ook het gehalte aan kinine kon berekend worden.

De uitkomst van het onderzoek heeft mijne verwachting verre overtroffen en mij bevestigd in de meening, dat men door juiste waarneming van het S. D. V. bij dergelijk onderzoek veel spoediger tot het doel geraakt, dan door eene tijdroovende en lastige scheikundige analyse.

Zij wederspreekt tevens op treffende wijze het afkeurend oordeel, dat HESSE, ofschoon geheel zonder grond en voorbarig, ten aanzien van het nut der bepaling van het S. D. V. bij kinologische onderzoekingen heeft geveld (zie *Ann. der Chemie u. Pharm.* 166, S. 230).

In de volgende bladzijden heb ik zoo kort mogelijk trachten samen te vatten wat tot eene juiste waardeering der door mij aanbevolen methode en van de daardoor te bereiken nauwkeurigheid noodzakelijk is.

Over de neutrale tartraten van kinine en cinchonidine.

Het neutrale tartraat van kinine is door ARPPE (*J. f. p. C.* LIII, p. 334) onderzocht. Hij vond, dat de verbinding bij drogen op 130° -140° C. slechts 1.5 pCt. water verloor en besloot daaruit, dat het zout geen kristalwater bevatte, te meer omdat het er na het drogen volstrekt niet verweerd uitzag. Deze opgave strookt echter niet met mijne ervaring; herhaalde malen heb ik het tartraat vervaardigd door neutrale oplossingen van zuivere kininezouten met kalium-natrium-tartraat neerte-

slaan en steeds heb ik daarin bij drogen op 120°—130° C. een watergehalte gevonden, dat met 1 molecule H_2O overeenkomt. Buitendien was het gedroogde tartraat kennelijk van het ongedroogde onderscheiden; het hing op eene eigenaardige wijze samen en had een S. D. V. dat juist zooveel grooter was dan dat van het niet verhitte, als met het verlies van 1 mol. water overeenkwam.

Zie hier de uitkomst van eenige waterbepalingen tot staving van het gezegde:

1) 1.1420 gram tartraat (Praeparaat A, nog eenigzins samenhangend) verloren na 4 uur drogen bij 125° C. 0.0288 gr. water.

2) 1.3218 gram tartraat (Praeparaat B, korrelig kristallijn, geheel luchtdroog) verloren na 4 uur drogen op 130° C. 0.0292 gr. water.

3) 1.1124 gram tartraat (Praeparaat C, lange naalden, fijngewreven, geheel luchtdroog) verloren na 5 uur drogen op 125° C. 0.0240 gr. water.

Alzoo:

Gevonden			Berekend uit
1)	2)	3)	$2(C_{20}H_{24}N_2O_2),C_4H_6O_6+H_2O$
2.6	2.1	2.2	2.2

Dat ARPPE slechts 1.5 pCt. water vond, laat zich wellicht daaruit verklaren, dat het kinine-tartraat zijn kristalwater bij 130° vrij langzaam verliest.

Ik meen dus voor het kinine-tartraat de samenstelling $2(C_{20}H_{24}N_2O_2),C_4H_6O_6+H_2O$ te moeten aannemen.

Wat nu het cinchonidine-tartraat betreft, dit is door HESSE (*Ann. der Chem. u. Pharm.* 135, S. 337) onderzocht en bevonden aan de samenstelling $2(C_{20}H_{24}N_2O),C_4H_6O_6+2H_2O$ te beantwoorden. De formule eischt 4.5 pCt. kristalwater.

HESSE vond in 4 proeven 4.5—4.7 pCt. Ofschoon deze bepalingen alle vertrouwen verdienen, heb ik het kristalwater van het cinchonidine-tartraat zelf insgelijks bepaald en bij meerdere proeven een gehalte van 4.2 tot 4.5 pCt. water door drogen op 130° gevonden.

Neemt men de boven opgegevene formulen aan dan vindt men voor het alkaloïdegehalte der zouten:

79.41 pCt. kinine in het kinine-tartraat
76.80 „ cinchonidine in het cinchonidine-tartraat.

Soortelijk draaiingsvermogen van kinine- en cinchonidine-tartraat bij oplossing in eene zwakke overmaat van zoutzuur.

Ter bepaling van het S. D. V. heb ik de verhouding gekozen van 6 C.C. normaal zoutzuur op 0.816 gr. kinine-tartraat en 0.802 gr. cinchonidine-tartraat. Beide gewichten stellen 1 molecule van het zout voor, in milligrammen uitgedrukt. De aangegevene hoeveelheid zoutzuur is voldoende om het tartraat bij het omroeren terstond in oplossing te brengen.

Ten einde mij echter rekenschap te geven van den invloed, dien de concentratiegraad uitoefent en ook voor anderen de bepalingen van kinine bij andere concentratiën dan de boven aangegevene mogelijk te maken, heb ik, voor eene temperatuur van 17° C. drie seriën van waarnemingen gedaan, telkens met eene andere vloeistof, waarin bij behoud van de verhouding van 1 molec. tartraat op 6 ClH., alleen het watergehalte verschillend was.

Deze vloeistoffen waren aldus samengesteld:

A)	0.4	gr.	tartraat	en	3	C.C. normaal ClH	op	20	C.C. water.
B)	0.8	„	„	„	6	„ „ „	„	20	„ „
C)	1.2	„	„	„	9	„ „ „	„	20	„ „

Het kinine-tartraat, dat voor deze proeven diende, was verkregen, door zuiver uit kinine-benzolaat bereid alkaloïde in verdund zoutzuur tot zwak zure reactie op te lossen, de vloeistof warm met seignette-zout neer te slaan en het bij bekoeling afgezette zout uit uiterst verdunden alcohol om te kristalliseeren.

Het cinchonidine-tartraat was vervaardigd door het neerslaan van eene warme oplossing van neutraal cinchonidine-hydrochloraat met seignette-zout.

Beide tartraten waren na het afwasschen aan de lucht gedroogd.

De uitkomsten van het onderzoek waren de volgende:

Kinine-tartraat.

Concentratie A.

(0.4 gr. tartraat en 3 C.C. norm. ClH op 20 C.C.).

$(\alpha)_D = 216^\circ.0$

$(\alpha)_D = 215^\circ.6$

$(\alpha)_D = 215^\circ.3$

$(\alpha)_D = 215^\circ.8$

Midden $(\alpha)_D = 215^\circ.8$

Concentratie B.

(0.8 gr. tartraat en 6 C.C. norm. ClH op 20 C.C.).

$(\alpha)_D = 211^\circ.2$

$(\alpha)_D = 211^\circ.7$

$(\alpha)_D = 211^\circ.5$

Midden $(\alpha)_D = 211^\circ.5$

Concentratie C.

(1.2 gr. tartraat en 9 C.C. norm. ClH op 20 C.C.).

$(\alpha)_D = 207^\circ.7$

$(\alpha)_D = 207^\circ.9$

Midden $(\alpha)_D = 207^\circ.8$

Cinchonidine-tartraat.

Concentratie A.

(0.4 gr. tartraat en 3 C.C. norm. ClH op 20 C.C.).

$(\alpha)_D = 131^\circ.2$

$(\alpha)_D = 131^\circ.4$

Midden $(\alpha)_D = 131^\circ.3$

Concentratie B.

(0.8 gr. tartraat en 6 C.C. norm. ClH op 20 C.C.).

$(\alpha)_D = 129^\circ.9$

$(\alpha)_D = 129^\circ.3$

Midden $(\alpha)_D = 129^\circ.6$

Concentratie C.

(1.2 gr. tartraat en 9 C.C. norm. ClH op 20 C.C.).

$(\alpha)_D = 127^\circ.8$

$(\alpha)_D = 128^\circ.3$

Midden $(\alpha)_D = 128^\circ.1$

Het zal niet geheel overbodig zijn, hier de opmerking te maken, dat het waargenomene S. D. V. niet dat is, wat aan het tartr at op zich zelf toekomt, maar eigenlijk betrekking heeft op een door verdund zoutzuur geheel of gedeeltelijk ontleed wijnsteenzuur zout.

Bij mijne vroegere proeven omtrent den invloed van zuren in overmaat op het S. D. V. der kinine-alkaloïden nam ik de concentratie zóó, dat op 20 C.C. vocht 0.312 gr. (ongeveer 1 molecule in milligrammen uitgedrukt) was bevat. Daar deze hoeveelheid juist overeenkomt met ± 405 milligram tartraat, bij de concentratie A genomen, zoo kunnen wij door berekening komen tot de kennis, of de in zoutzuur opgeloste tartraten zich geheel gedragen als mengsels van een weinig wijnsteenzuur met in overmaat (3 H Cl op 1 molecule kina-basis) van zoutzuur opgeloste alkaloïden.

Voor het S. D. V. van kinine-tartraat vinden wij bij concentratie A. 215°.8; dit wordt op kinine berekend 271°.7; het S. D. V. van het wijnsteenzuur (in de vooronderstelling dat dit door de zwakke overmaat van zoutzuur en door de aanwezigheid van het zure kinine-hydrochloraat niet gewijzigd wordt) bedraagt naar de door LANDOLT gegevene formule juist ↗ 15°.0. De rechtsche draaiing door de geringe hoeveelheid van het aanwezige wijnsteenzuur (0.0746 gr.) te weeg gebracht, bedraagt 0°.17 en dit bedrag moet bij dat van het op kinine berekende S. D. V. worden geteld, om de ware grootte daarvan, zooals

het zich in de gemengde oplossing heeft getoond, te vinden. Men komt aldus tot het cijfer 271°.9. Vroeger zagen wij, dat 1 molecule kinine, met 3 C C. normaal zoutzuur op 20 C.C, verdeeld, een S. D. V. opleverde van 27[illegible]°.5 en het blijkt dus, dat de aanwezigheid van wijnsteenzuur de waarde van $(\alpha)_D$ bij kinine onder de gegevene omstandigheden vermindert.

Evenzoo berekenen wij voor $(\alpha)_D$ van chinchonidine, na de voor het wijnsteenzuur aangebrachte correctie, 171°.2, terwijl vroeger voor dezelfde verhouding van alkaloïde en zoutzuur, maar bij afwezigheid van wijnsteenzuur gevonden was 175°.6.

De onderzochte oplossingen gedragen zich alzoo *niet* als een mengsel van in 3 moleculen Cl H opgeloste kinine en wijnsteenzuur, en ik geloof dit alleen daaraan te kunnen toeschrijven, dat het alkaloïde niet geheel aan zoutzuur, maar nog voor een deel aan wijnsteenzuur gebonden is; hoogstwaarschijnlijk toch zal het S. D. V. van kinine in eene zure wijnsteenzure oplossing geringer zijn, dan wanneer het in overmaat van zoutzuur is opgenomen.

Soortelijk draaiingsvermogen van mengsels der beide tartraten in eene zwakke overmaat van zoutzuur opgelost.

Daar het moleculairgewicht van wijnsteenzure kinine en wijnsteenzure cinchonidine, en het gehalte der beide zouten aan alkaloïde slechts weinig van elkander verschillen, zoo zal bij het toevoegen van 6 C.C. normaal zoutzuur aan 0.810 gr. van het tartraten-mengsel, ten aanzien van de oververzadiging van beide alkaloïden ongeveer dezelfde toestand worden in het leven geroepen, als bij de oplossing van ieder der tartraten ten bedrage van 0.8 gr. Uit vroegere proeven toch is gebleken, dat eenige milligrammen alkaloïde of een paar droppels normaal zoutzuur meer of minder geen merkbaar verschil in het resultaat te weeg brengen.

Ik voedde dus eenige hoop, dat ik door het bepalen van het S. D. V. van oplossingen, die op 20 C.C. evenveel normaal zoutzuur en gemengde tartraten bevatten, als boven ten opzichte der *zuivere* wijnsteenzure zouten is opgegeven, tot de kennis

van de procentische samenstelling der bedoelde mengsels zou kunnen geraken.

Daartoe had ik namelijk slechts gebruik te maken van de formulen:

$$215^{\circ}.8 \times x + 131^{\circ}.8 \times (100 - x) = 100 \times (\alpha)^{m} \text{ (voor concentr. A)}$$
$$211^{\circ}.5 \times x + 129^{\circ}.6 \times (100 - x) = 100 \times (\alpha)^{m} \text{ (voor concentr. B)}$$
$$207^{\circ}.8 \times x + 128^{\circ}.1 \times (100 - x) = 100 \times (\alpha)^{m} \text{ (voor concentr. C)}$$

waarvan x het procentgehalte aan kinine-tartraat en $(\alpha)^{m}$ het waargenomene S. D. V. voor streep D van het op de zoo even beschrevene wijze behandelde tartraten-mengsel beteekenen.

Zie hier nu de uitkomsten van eenige in dit vooruitzicht genomene proeven:

CONCENTRATIE A.

Waargenomen S. D. V. $(\alpha)_D$.	Werkelijk gehalte aan kinine-tartraat in het mengsel.	Gehalte aan kinine-tartraat uit het S. D. V. berekend.	Δ
152°.5	25.0 pCt.	25.1 pCt.	— 0.1
165°.7	39.7 "	40.7 "	— 1.0
171°.9	47.9 "	48.0 "	— 0.1
183°.5	60.0 "	61.8 "	— 1.8
191°.6	70.3 "	71.4 "	— 1.1
194°.3	73.8 "	74.6 "	— 0.8
195°.3	75.2 "	75.7 "	— 0.5
203°.3	85.2 "	85.2 "	0

CONCENTRATIE B.

Waargenomen S. D. V. $(\alpha)_D$.	Werkelijk gehalte aan kinine-tartraat in het mengsel.	Gehalte aan kinine-tartraat uit het S. D. V. berekend.	Δ
150°.2	25.3 pCt.	25.0 pCt.	+ 0.3
171°.2	49.1 "	50.6 "	— 1.5
170°.8	50.0 "	50.3 "	— 0.3
172°.3	52.5 "	52.0 "	+ 0.5
183°.7	64.3 "	66.0 "	— 1.7
186°.0	68.8 "	69.7 "	— 0.9
188°.0	70.1 "	71.3 "	— 1.2
191°.7	75.0 "	75.8 "	— 0.8
195°.3	79.6 "	80.2 "	— 0.6
195.1	80.2 "	80.0 "	+ 0.2
203°.5	90.9 "	90.2 "	+ 0.7

CONCENTRATIE C.

Waargenomen S. D. V. $(\alpha)_D$.	Werkelijk gehalte aan kinine-tartraat in het mengsel.	Gehalte aan kinine-tartraat uit het S. D. V. berekend.	Δ
147°.5	24.9 pCt.	24.3 pCt.	+ 0.6
171°.3	54.6 "	54.1 "	+ 0.5
189°.1	75.4 "	76.4 "	— 1.0

Men ziet uit deze resultaten, dat de bereikte naauwkeurigheid zeer voldoende is.

Uit de omstandigheid, dat de verschillen meestal in een bepaalden zin uitvallen, en dat men meestal *te veel* kinine-tartraat vindt, mag met eenige waarschijnlijkheid worden opgemaakt, dat de wet, volgens welke het S. D. V. der mengsels van hunne samenstelling afhankelijk is, niet door eene rechte lijn maar door eene lijn met zeer zwakke kromming moet worden voorgesteld. De door mij bereikte naauwkeurigheid was echter niet groot genoeg, om hieromtrent tot volkomene zekerheid te geraken.

Ten slotte geef ik hier de formulen op, die bij de berekening van het S. V. D. bij alle concentraties tusschen 0.4 en 1.2 gr. tartraat op 20 C.C. behooren te worden gebezigd.

Gr. tartraat op 20 C.C.	Aantal C C, normaal ClH.	Formulen voor de berekening van het S. V. D. geldig voor $t = 17^{0}$ C.
0.405	3	$215^{\circ}.8\, x + 131^{\circ}.3\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$
0.506	3.75	$214^{\circ}.7\, x + 130^{\circ}.9\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$
0.608	4.50	$213^{\circ}.6\, x + 130^{\circ}.4\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$
0.708	5.25	$212^{\circ}.5\, x + 130^{\circ}.0\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$
0.810	6.00	$211^{\circ}.5\, x + 129^{\circ}.6\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$
0.911	6.75	$210^{\circ}.4\, x + 129^{\circ}.2\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$
1,012	7.50	$209^{\circ}.5\, x + 128^{\circ}.8\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$
1.114	8.25	$208^{\circ}.6\, x + 128^{\circ}.4\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$
1.215	9.00	$207^{\circ}.8\, x + 128^{\circ}.1\, (100-x) = 100 \times (\alpha)^{m}$

Delft, 26 Nov. 1875.

KUNSTMATIGE DIGESTIE

VAN

CELLULOSE,

DOOR

Th. H. MAC GILLAVRY.

Nadat de hoogleeraar DONDERS had aangetoond, dat de eiwitlichamen van rogge en tarwe hoofdzakelijk voorkomen in een enkele cellenlaag, die den geheelen korrel omgeeft en dat deze laag. bij het malen van het graan, op de meeste plaatsen met de zemelen verbonden blijft, onderzocht hij verder of de eiwitlichamen en de vetten der zemelen door dieren (hond en konijn) verteerd worden. Omstreeks denzelfden tijd bepaalde Dr. J. A. FLES de verteerbaarheid van zemelen bij honden, konijnen, geiten en menschen, terwijl iets later door F. C. HEKMEIJER hetzelfde vraagstuk bij runderen en paarden werd behandeld.

De vraag die bij deze voor ongeveer 25 jaren verrichte onderzoekingen op den voorgrond trad luidt: wordt de cellulosewand der cellen die de eiwitlichamen bevatten door de spijsverteeringsvochten aangetast? Viel het antwoord bevestigend uit, dan was van zelf klaar dat de celinhoud eveneens verteerd moest worden; in het omgekeerde geval moest aan zemelen ondanks hun rijkdom aan eiwitlichamen en vetten alle waarde voor de voeding worden ontzegd. Men weet dat door de genoemde onderzoekers bewezen werd dat planteneters zemelen verteeren, terwijl vleeschetters en ook de mensch hiertoe niet in staat bleken te zijn. *)

---

*) Men zie over een en ander de jaargangen 1850 tot 1852 van het Nederlandsch Lancet.

Het feit dat cellulose door planteneters wordt verteerd is sedert nooit weersproken, maar tallooze malen bevestigd geworden. In den nieuweren tijd is door HENNEBERG, STOHMANN en WEISKE aangetoond, dat ook de mensch dat vermogen, hoewel in geringe mate bezit.

De scheikundigen der proefstations hebben in de laatste tientallen jaren een arbeid verricht die bewondering verdient. Door hen zijn we in staat gesteld met cijfers aan te toonen dat de cellulose in het voeder der planteneters een gewichtig voedingsmiddel daarstelt en voor een aanzienlijk deel de uitgaven van het organisme dekt. Tot toelichting wensch ik enkele korte mededeelingen te doen die ik ontleend heb aan het *Organ für naturwissenschaftliche Forschung auf dem Gebiete der Landwirthschaft.*

Wanneer men grashooi achtereenvolgens uittrekt met verdund zwavelzuur, verdunde natronloog, alcohol, aether en water houdt men een vezelmassa over, die vroeger cellulose werd genoemd, later van HENNEBERG en STOHMANN den naam *Rohfaser* heeft ontvangen *). Die *Rohfaser* welken ik *plantenvezel* zal noemen bevat nog aschbestanddeelen maar geen stikstof meer. Bij behandeling met jodium en zwavelzuur wordt ongeveer 60 pCt. blauw gekleurd, de blauwe gedeelten zwellen op tot een pap, de rest neemt een geelbruine kleur aan.

Door elementair-analyse is gevonden dat deze plantenvezel, na aftrek van aschbestanddeelen, bevat:

C.	H.	O.
46,34 pCt.	6,46 pCt.	47,19 pCt.

terwijl de zamenstelling van zuivere cellulose is als volgt:

44,44 pCt.	6,17 pCt.	49,39 pCt.

Men weet dat de *plantenvezel* behalve cellulose andere lichamen bevat, waarvan enkelen namen hebben ontvangen b. v. Lignine, Suberine, Cutine, welke allen een hooger koolstofgehalte bezitten dan cellulose. Het is Dr. STUTZER gelukt,

*) Zie voor nadere bijzonderheden het in den tekst aangehaalde tijdschrift, Band XVIII, N°. 5, *die Rohfaser der Gramineen von* Dr. A. STUTZER.

hoofdzakelijk door langdurige behandeling met salpeterzuur van 1,33 S. G. bij kookhitte, uit den *plantenvezel* een massa af te scheiden, in elementaire samenstelling vrij wel met zuivere cellulose overeenkomende, die ook door jodium en zwavelzuur geheel blauw wordt gekleurd. Omgekeerd heeft hij door gedurende 18 dagen voortgezette verhitting met zwavelzuur (1 : 5) de *plantenvezel* voor een groot deel in druivensuiker omgezet en een massa overgehouden die aldus was samengesteld:

C.	H.	O.
50,20 pCt.	6,80 pCt.	42,99 pCt.

Deze massa gaf bij de reactie met jodium en zwavelzuur nog een geringe violette verkleuring. In het geheel was door de behandeling met zwavelzuur 65,44 pCt. *plantenvezel* opgelost. Ik meen nu dat men veilig kan aannemen dat de plantenvezel voor meer dan de helft uit cellulose bestaat.

Daar vaststaat dat de mest der herkauwers een deficit van meer dan 50 pCt. *plantenvezel* geeft en de *plantenvezel* der mest in koolstofgehalte verre de *plantenvezel* van het voeder overtreft, blijkt dat het vooral de cellulose van den *plantenvezel* is, die in het darmkanaal wordt opgelost. Onderstaande tabel geeft de procenten die door verschillende onderzoekers verkregen zijn.

Van den *plantenvezel* uit grashooi wordt verteerd *)

60 pCt. door ossen,	volgens proeven gedaan te	Weende
63 pCt. 〃 Electoraal schapen 〃	〃 〃	door Peters
72 pCt. 〃 Negretti 〃 〃	〃 〃 〃	Hellriegel en Lucanus
54 pCt. 〃 gewone 〃 〃	〃 〃 〃	Hellriegel en Lucanus
58 pCt. 〃 〃 〃 〃	〃 〃 〃	Hofmeister
54 pCt. 〃 〃 〃 〃	〃 〃 〃	〃

Omtrent de nog al uiteenloopende getallen dezer tabel dient te worden opgemerkt, dat herkauwende dieren van dezelfde soort en van denzelfden leeftijd, die voor één waarnemer en voor parallelproeven dienden, dikwijls even groote afwijkingen ver-

*) O. f. n. F. a. d. G. d. L. Band XVI, N°. 1, pag. 21.

toonden als door verschillende onderzoekers voor verschillende soorten van herkauwers zijn gevonden. Ook is het van gewicht, dat kleine herkauwers een levendiger stofwisseling blijken te bezitten dan grootere, een feit dat geheel overeenstemt met de theorie die voor kleinere dieren naar evenredigheid grootere verliezen van arbeidsvermogen postuleert.

Uit de tabellen, die door STOHMANN worden meegedeeld *) blijkt, dat een geit. die per dag 1 à 1,5 L. melk produceerde per dag en per K.G. lichaamsgewicht, gemiddeld bijna 4 G. plantenvezel verteerde, terwijl te gelijker tijd per dag en per K. G. lichaamsgewicht 4,8 G. eiwitlichamen werd opgenomen. Alles te zamen vattende, meen ik niet te overdrijven, indien ik de per dag en per K. G. lichaamsgewicht, door de geit verteerde zuivere cellulose op 3 G. stel.

Terwijl men nu, steunende op de in proefstations verkregen resultaten, in staat is den veehouder een rationeele voederleer voor te schrijven, blijft bij dit alles de wetenschappelijke behoefte onbevredigd. De physioloog zou willen weten in welke afdeelingen der spijsverteeringsbuis en door welke vochten de cellulose wordt opgelost en welke omzettingen daarbij plaats hebben. Voor zoo verre ik de literatuur ken is het wel beproefd antwoord te geven op de vragen, die den physioloog in de eerste plaats belangstelling inboezemen, maar is het niet gelukt bevredigende opheldering te geven.

Door FUNKE werd reeds in 1855 †) meegedeeld, dat het secreet van het nauwe gedeelte van den blinden darm (processus vermicularis?) der konijnen onder kunstmatige digestie cellulose onveranderd liet en dat zweedsch filtreer-papier, in dit orgaan van het levende dier gebracht, daaruit onveranderd te voorschijn kwam. FUNKE verzwijgt niet dat hij een tegengestelde uitkomst verwacht had. Even als FUNKE verkreeg HOFMEISTER, die de werking van speeksel en maagsap op cellulose onderzocht, slechts negatieve resultaten §).

In de maanden Juli en Augustus van dit jaar hebben de

*) *Biologische Studien* von F. STOHMANN, 1stes Heft, pag. 89.

†) *Lehrbuch der Physiologie.*

§) *Bericht über das Veterinärwesen im Königreiche Sachsen für das Jahr* 1874

heeren ARONSTEIN en VAN DER HARST met mij in het laboratorium der veeartsenijschool samengewerkt, ten einde te beproeven door kunstmatige digestie cellulose oplosbaar te maken. De cellulose werd bereid uit watten en uit zweedsch filtreer-papier. Uit laatstgenoemde stof, door oplossen in koper-oxyd-ammoniak en neerslaan met zoutzuur. Het praecipitaat werd met kokend water uitgewasschen en daarmede herhaalde keeren voortgegaan, nadat geel bloedloogzout het filtraat niet meer kleurde. De aldus verkregen cellulose werd zoowel in vochtigen toestand als na drooging bij 100° C. met de kunstmatige digestievloeistof vermengd. De slijmvliezen der spijsverteeringswerktuigen en de alvleeschklier werden in volkomen verschen toestand met water gereinigd, in kleine stukken geknipt en met zuivere geconcentreerde glycerine (volgens het voorschrift van VON WITTICH) overgoten. Na dagen lang aftrekken werd een hoeveelheid aftreksel, dat door bezinken helder was geworden, met verdund zoutzuur of met een verdunde oplossing van natrium-carbonaat vermengd, de cellulose toegevoegd en het mengsel dagen lang bij een temperatuur van ongeveer 38° C. gedigereerd. Ook werd beproefd of de opeenvolgende inwerking van verschillende glycerine-aftreksels tot het gewenschte resultaat zou voeren. Daar verondersteld werd dat, zoo cellulose door kunstmatige digestie kon opgelost worden, druisensuiker zou gevormd worden, werd nooit verzuimd op druivensuiker te reageeren. De helder afgegoten vloeistof of het filtraat werd vermengd met enkele druppels kali-hydraat en daarna onder schudden met een weinig, zeer verdunde oplossing van kopersulfaat, totdat de kleur tegen een witten achtergrond gezien lichtblauw zag. Het volume vocht werd in twee helften en wel in reageerglaasjes van gelijk caliber verdeeld en slechts een dezer verwarmd. Indien een aldus bereide vloeistof een lichaam bevat, dat koper-oxyde reduceert, verraadt zich de geringste hoeveelheid van dit lichaam door ontkleuring der verwarmde helft. Geringe ontkleuring wordt nog zichtbaar door vergelijken met het niet verwarmde buisje. Bij krachtige reductie ontstaat een rood, respectief geel bezinksel. Deze methode, die door BRÜCKE is aangegeven en die zeer kleine sporen suiker aantoont, geeft meer vertrouwbare uitkomsten dan de reactie met proefvocht.

Hoewel er gedurende den gang van het onderzoek een periode geweest is, waarin we meenden zekerheid te hebben verkregen, dat de blinde darm (geit) het orgaan is, dat cellulose in suiker omzet, deed voortgezet onderzoek ons weer twijfelen aan de juistheid van deze uitkomst. De kleur van het bezinksel was niet die, welke door opzettelijke toevoeging van suiker te voorschijn trad. Ze had meestal iets vuils, grauwachtigs. Ook waren de reacties zeer wisselvallig. Onze slotsom luidde, dat we niet durfden verzekeren ooit een lichaam te hebben gevonden, dat reacties als die van druivensuiker vertoonde en dat we onze negatieve uitkomsten de moeite van het publiceeren niet waard achtten.

In September ben ik op nieuw begonnen en heb het onderzoek tot nu toe voortgezet. In het bezit van resultaten die geen twijfel meer toelaten, acht ik het oogenblik gekomen die te publiceeren, doch bepaal mij thans tot de hoofdzaak. Wanneer men het dunne gedeelte van den blinden darm der konijnen in volkomen verschen toestand met water reinigt, in stukken knipt en 24 uren onder spiritus van 85 pCt. laat staan, daarna aan de lucht laat uitdroogen en met glycerine in een mortier innig mengt verkrijgt men een émulsie die uiterst langzaam bezinkt. Enkele droppels van het helder afgeschonken aftreksel worden met natrium-carbonaat oplossing (0,2 pCt.) vermengd en met vochtige, scheikundig zuivere eellulose bedeeld. Na een paar dagen digestie bij ongeveer 38° C. opaliseert de vloeistof, ook na met zorg gefiltreerd te zijn. De proef van BRÜCKE geeft niet alleen ontkleuring der vloeistof maar een vrij aanzienlijk steenrood praecipitaat. Wordt natrium-carbonaat oplossing met het glycerine-aftreksel zonder cellulose gedigereerd, of bij aanwezigheid van cellulose de natrium-carbonaat oplossing vervangen door zoutzuur (0,2 pCt.) dan geeft de proef van BRÜCKE absoluut negatieve uitkomsten.

Ik meen derhalve gerechtigd te zijn uit te spreken dat: *het slijmvlies van den processus vermicularis der konijnen een secreet levert, dat bij alkalische reactie, cellulose omzet in een in water oplosbaar lichaam, welk lichaam zich bij de proef van* BRÜCKE *verhoudt als druivensuiker en ook hoogstwaarschijnlijk bij nauwgezet onderzoek druivensuiker zal blijken te zijn.*

Of aan andere gedeelten van den darm gelijke functie toekomt waag ik voor als nog niet te beslissen. De eigenlijke blinde darm gaf, even als de prosessus vermicularis behandeld, negatieve resultaten.

Verder is mij gebleken dat vloeistoffen die door kunstmatige digestie zijn verkregen groote hoeveelheden suiker kunnen bevatten zonder dat die suiker bij de proef van BRÜCKE koperoxyde reduceert. Wanneer n.l. verzuimd wordt het dierlijk weefsel vooraf met spiritus te behandelen bevat het gefiltreerde, volkomen heldere glycerine-aftreksel een tamelijke hoeveelheid albuminaten. Vermengt men dergelijk aftreksel met water en lost in het mengsel een groote hoeveelheid druivensuiker op dan geeft de proef van BRÜCKE een violette verkleuring (reactie op eiwitlichamen) en geen spoor koper-oxydule.

Merkwaardig zou het zijn indien ook de processus vermicularis van den mensch de eigenschap bezit cellulose in suiker om te zetten. De tegenwoordig algemeen aangenomen meening omtrent dit orgaan zou dan wijziging behoeven.

Ik ben de eerste die erkent dat hetgeen thans aan het licht is gebracht weinig bedraagt in vergelijking met hetgeen nog gedaan moet worden en ben dan ook voornemens het onderzoek verder uit te breiden. Ik weet echter dat ik moeilijk tijd zal vinden om het vraagstuk des digestie van cellulose volledig op te lossen en zal mij daarom verheugen wanneer anderen door mijne mededeeling er toe gebracht worden hunne krachten daaraan ten beste te geven.

Utrecht, November 1875.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

TIENDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1876.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

TIENDE DEEL

TWEEDE REEKS.



VERSLAGEN.

Rapport van de Heeren J. VAN GEUNS, J. ZEEMAN en T. PLACE over den invloed van de droogmaking van het zuidelijk gedeelte der Zuiderzee op den gezondheidstoestand der aangrenzende gewesten. (Met twee Platen) . . . . blz. 129.

Verslag van de commissie tot voorbereiding der waarneming van den Venus-overgang, over de rapporten uit Ned. Indië door tusschenkomst van den minister van marine en koloniën ontvangen, 1°. van de Nederlandsche zeeofficieren, 2°. van de ingenieurs METZGER en WOLDRINGH en den assistent TEUNISSEN, allen van de geographische dienst in N. I., betreffende waarnemingen van dien overgang. (Met één plaat en twee tabellen) . . . . " 232.

MEDEDEELINGEN.

F. J. VAN DEN BERG, Over de onderlinge afwijkingen van de geodetische lijn en van de wederzijdsche vlakke normale doorsneden tusschen twee nabijgelegen punten van een gebogen oppervlak. (Met een plaat) . . . blz. 1.
E. A. MEES, Onderzoekingen omtrent de theorie der vlammen. 〃 46.
C. A. J. A. OUDEMANS, Bijdragen op het gebied der Mycologie . . . . 〃 76.
D. BIERENS DE HAAN, Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlanden . . . . 〃 161.
A. W. M. VAN HASSELT, Bijdrage tot de natuurlijke geschiedenis der Watersalamanders . . . . 〃 209.
C. H. D. BUIJS BALLOT, Nog een woord over Asteroïden-invloed op de temperatuur in Mei en Februari . . . 〃 220.
H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Bepaling van de fout in de berekende tijden van contact bij den overgang van Venus voorbij de Zon, op 8 December 1874, uit meridiaanwaarnemingen van Venus . . . . 〃 252.
J. BOSSCHA, La commission internationale du mètre et la conférence diplomatique du mètre . . . . 〃 273.
P. BLEEKER, Notice sur les genres et sur les espèces des Chétodontoïdes de la sousfamille des Taurichthyiformes. 〃 308.
J. D. VAN DER WAALS, Over het betrekkelijk aantal botsingen, dat een molekuul ondergaat, wanneer het zich beweegt door bewegende molekulen of door molekulen, die men onderstelt stil te staan; alsmede over den invloed van de afmetingen der molekulen volgens de richting der relative beweging op het aantal dier botsingen . . . . 〃 321.
——————— Over het aantal botsingen en den gemiddelden botsings-afstand in gasmengsels . . . 337.

D. J. KORTEWEG, Over de berekening van den gemiddelden botsingafstand der gasmoleculen, met in achtneming van al hunne afmetingen. . . . . blz. 349.
——————— Berekening van de vermeerdering welke de spanning van een gas tengevolge van de botsingen der moleculen ondergaat . . . . // 363.
C. H. C. GRINWIS, Over lichtabsorptie volgens de theorie van MAXWELL. . . . . // 371.
P. BLEEKER, Description de quelques espèces inédites de Pomacentroïdes de l'Inde Archipélagique . . . . . // 384.
C. K. HOFFMANN, Over de ontwikkelingsgeschiedenis van Tetrastemma varicolor, Oersted. Eene bijdrage tot de kennis der Nemertinen. (Met een plaat) . . . . . // 404.

OVER DE ONDERLINGE AFWIJKINGEN

VAN DE

GEODETISCHE LIJN EN VAN DE WEDERZIJDSCHE VLAKKE NORMALE DOORSNEDEN

TUSSCHEN TWEE

NABIJGELEGEN PUNTEN VAN EEN GEBOGEN OPPERVLAK,

DOOR

F. J. VAN DEN BERG.

Bij de berekening van driehoeken op de spheroïdische aardoppervlakte worden dikwijls als zijden beschouwd, in plaats van de kortste of zoogenaamde geodetische lijnen tusschen de hoekpunten, de doorsneden van de aardoppervlakte met platte vlakken gaande door de normaal van een der hoekpunten en door een ander hoekpunt. Zoowel ten opzigte van de lengte der zijden als ten opzigte van de grootte der hoeken vloeijen uit deze vervanging zekere in den regel wel is waar geringe verschillen voort, omtrent wier grootte het evenwel in de geodesie van belang kan zijn zich nader rekenschap te geven. Daartoe strekken, in de onderstelling dat de aarde als eene flaauw afgeplatte omwentelingsellipsoïde beschouwd wordt, de reeds door BESSEL voor het verschil in azimuth in de *Astronomische Nachrichten*, Band 1, 1823, pag. 36, zonder bewijs medegedeelde en in Band 14, 1837, pag. 289, afgeleide formule (19), en voor het verschil in lengte de door hem in Band 14, 1837, pag. 285, opgegeven formule. De eerste dezer formulen is later door J. J. BAEYER in zijn *Das Messen auf der sphäroïdischen Erdoberfläche*, 1862, pag. 66, op andere wijze teruggevonden en in

vergelijking (81) aldaar in eenigzins anderen vorm gebragt. Zij komt almede voor als de eerste der formulen (52) en (53) op pag. 60 der *Geodätische Untersuchungen* van P. A. HANSEN, 1865, opgenomen in den 8en Band der *Mathem. Phys. Abhandlungen der Kön. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften* (zie ook pag. 105 en 208 aldaar). Bovendien is in § 24, pag. 87—93, van BAEYER's werk een onderzoek van WEINGARTEN over hetzelfde onderwerp, maar voor een willekeurig oppervlak, opgenomen, waaraan in de *Astron. Nachr.*, Band 60, 1863, pag. 134—136, nog de uitkomst van eene door hem verrigte verdere berekening is toegevoegd. Op grond van de aldaar eerst in het algemeen en daarna in het bijzonder voor de omwentelingsellipsoïde medegedeelde formulen, welke laatsten ook zijn overgenomen op pag. 338 van W. JORDAN, *Taschenbuch der praktischen Geometrie*, 1873, wordt de eigenschap vermeld dat de geodetische lijn, die twee nabijgelegen punten van eenig oppervlak verbindt, ligt tusschen de doorsneden van het oppervlak met de beide vlakken bepaald door de normaal van het eene punt en door het andere punt, en wel zóó dat in ieder dezer punten de hoek van de geodetische lijn met de aldaar normale doorsnede één derde bedraagt van den hoek dier doorsneden onderling. Voor deze eigenschap vindt men ook een meetkundig bewijs van A. SONDERHOF in GRUNERT's *Archiv der Mathematik und Physik*, 51er Theil, 1870, pag. 29—33 en 42—45. Zij is tevens voor de aardspheroïde, door σ gelijk nul of gelijk σ' te stellen, opgesloten in de formule $\frac{QP}{QQ'} = \frac{\sigma' + \sigma}{3\,\sigma'}$, voorkomende in een opstel van A. R. CLARKE in het *Philosophical Magazine*, Vol. 39, 1870, pag. 361.

Tegen de algemeene geldigheid nu van de genoemde eigenschap, waaromtrent de mogelijkheid van uitzonderingsgevallen door WEINGARTEN niet was onderzocht, is C. BREMIKER in zijne *Studien über höhere Geodäsie*, 1869, pag. 3, opgekomen met de opmerking dat, als bijv. de beide punten op aarde gelijke breedte hebben, de beide normaaldoorsneden in een zelfden elliptischen boog zamenvallen en niettemin de geodetische lijn een ander beloop volgt. Met een beroep op BREMIKER wordt de aangehaalde plaats van JORDAN's *Taschenbuch* ook veroordeeld

door F. R. HELMERT in eene recensie voorkomende in de bij SCHLÖMILCH's *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 18er Jahrgang, 1873, behoorende *Literaturzeitung*, pag. 39, alwaar tevens eene (naar mij voorkomt evenwel niet juiste) formule wordt opgegeven voor den afstand dien in het evengenoemde bijzondere geval de gemeenschappelijke normaaldoorsnede en de geodetische lijn in haar midden vertoonen.

Ofschoon omtrent de schijnbare tegenstrijdigheid die zich hier voordoet, uit de door CLARKE voor de aarde opgemaakte formulen (9) en (15) eenige opheldering zou kunnen worden afgeleid, is mij niet bekend dat sedert bepaaldelijk is aangewezen hoe deze tegenstrijdigheid kan worden opgelost, en als eene proeve van zoodanige oplossing en tevens van een verder onderzoek naar de wijze waarop de geodetische lijn en de normaaldoorsneden op eenig oppervlak in verschillende gevallen met elkander in verband staan, veroorloof ik mij de navolgende beschouwingen in het midden te brengen.

Zoolang het er slechts om te doen is, niet de werkelijke waarde, maar alleen de verhouding der hoeken van de geodetische lijn met de normaaldoorsneden te vinden, kan men zich (door eene methode die ook in andere soortgelijke gevallen dienst zou kunnen doen) gemakkelijk en nagenoeg zonder eenige berekening overtuigen dat in het algemeen genomen de door WEINGARTEN gevonden eigenschap geldig is.

1°. Gesteld toch dat op eenig oppervlak tusschen twee willekeurige nabijgelegen punten P en P_1 de geodetische lijn en de beide vlakke in P en in P_1 normale doorsneden getrokken zijn en dat men in de punten der geodetische lijn de raakvlakken van het oppervlak aanlegt, dan geven deze door hunne doorsneden twee aan twee de beschrijvende lijnen van een ontwikkelbaar oppervlak dat volgens de geodetische lijn zelve het gegeven oppervlak omhult. Verwijdert men zich op kleinen afstand zijdelings van die lijn, dan volgt uit de raking der beide oppervlakken dat hun onderlinge afstand daar ter plaatse eene kleine grootheid is van eene orde dubbel van die der verwijdering van de geodetische lijn, en dus in vergelijking van die

verwijdering zelve buiten beschouwing te laten. Daar wijden de beide oppervlakken in alle punten der geodetische lijn PP_1 de normalen gemeen hebben, blijkt dat zij niet alleen tusschen P en P_1 eene volstrekt gemeenschappelijke geodetische lijn opleveren, maar tevens met verwaarloozing van kleinen van hooger orde gemeenschappelijke doorsneden met de twee normaalvlakken aldaar. Zoodoende wordt het bewijs voor een willekeurig oppervlak teruggebragt tot dat voor een daardoor bepaald ontwikkelbaar oppervlak. Gaat men nu tot de ontwikkeling van dit laatste op een plat vlak over, dan blijven de eindige hoeken onveranderd van grootte, terwijl de geodetische lijn PP_1 eene regte wordt (Fig. 1) en de in P en in P_1 normale doorsneden in kromme lijnen PpP_1 en P_1p_1P overgaan die respectievelijk in P en in P_1 buigpunten zullen vertoonen *. Bovendien zullen deze krommen zich voordoen aan de tegengestelde zijden van hare gemeenschappelijke koorde PP_1: immers het bestaan van het buigpunt in P wijst uit dat de kromme PpP_1, achterwaarts verlengd, op een afstand PP' genoegzaam gelijk aan PP_1 nog een snijpunt P' met de verlengde P_1P zou opleveren en dus vooreerst door de normaal in P, maar overigens even goed door het achterwaartsche punt P' als door het voorwaartsche punt P_1 kan worden bepaald, dat is op dezelfde wijze als in P_1 de

---

*) Denkt men zich in het algemeen voor eenig punt P eener willekeurige kromme MPQ op een ontwikkelbaar oppervlak de beschrijvende lijn PS, de wederzijdsche gelijke elementen MP en PQ en het verlengde PM' van het eerste dezer elementen, maakt men in het vlak SPM' den hoek SPq gelijk SPQ en neemt men $Pq = PM' = PQ$, dan blijkt uit den oneindig kleinen regthoekigen driehoek $M'Qq$ dat de door den contingentiehoek $M'Pq$ of door de regthoekszijde $M'q$ gemeten kromming der ontwikkelde kromme MPq gelijk is aan de door den contingentiehoek $M'PQ$ of door de hypotenuse $M'Q$ gemeten kromming der oorspronkelijke kromme MPQ maal den cosinus van den door het krommingsvlak $M'PQ$ dezer kromme met het raakvlak $M'PS$ van het oppervlak gevormden hoek $QM'q$. (Zie voor deze eigenschap ook een bewijs van F. MINDING in CRELLE's *Journal für Mathematik*, 16er Band, 1837, pag. 851; van E. CATALAN in de *Comptes-rendus de l'académie des sciences*, Tome 17, 1848, pag. 788—789; alsook J. DE LA GOURNERIE, *Géométrie descriptive*, 1860—64, Artt. 474 en 819, en P. SERRET, *Théorie nouvelle des lignes à double courbure*, 1860, pag. 8—10 en 129—130). Staat dus het krommingsvlak in eenig punt P normaal op het ontwikkelbaar oppervlak, dan wordt de kromming van de ontwikkelde kromme in het overeenkomstige punt gelijk nul, dat is deze kromme heeft aldaar een buigpunt, zooals ook regtstreeks daaruit blijkt dat voor ieder dergelijk punt P de wederzijdsche elementen MP en PQ op het oppervlak gelijke hoeken met de beschrijvende lijn PS moeten maken.

kromme $P_1 p_1 P$ door de normaal aldaar en door het achterwaartsche punt P bepaald wordt: en nu moeten, behoudens te verwaarloozen verschillen van hooger orde, bij den overgang van P naar P_1 de overeenkomstige krommen $Pp'P'$ en $P_1 p_1 P$ niet alleen gelijk en gelijkvormig, maar ook gelijkstandig zijn. Maakt men verder gebruik van de opmerking dat juist in een buigpunt de algemeene eigenschap, volgens welke eene koorde eener willekeurige kromme met de raaklijnen in hare uiteinden kleine hoeken maakt wier grensverhouding gelijk de eenheid is, eene uitzondering ondergaat en dat daar namelijk de hoek in het buigpunt zelf de helft is van den onmiddellijk volgenden, (gelijk zoo straks uit eene eenvoudige berekening nader zal blijken), dan volgt hieruit dat $\angle pPP_1 = \angle p'PP' = \frac{1}{2}\angle p'P'P$ en dus behoudens een verschil van hooger orde ook $= \frac{1}{2}\angle p_1 PP_1$ is, en evenzoo dat $\angle p_1 P_1 P = \angle p'PP' = \angle pPP_1 = \frac{1}{2}\angle pP_1 P$ is, waarmede het gestelde is bewezen.

2°. Gaat men evenwel na deze algemeene beschouwing van twee willekeurige nabijgelegen punten P en P_1 over tot de onderstelling dat zij zoodanig geplaatst zijn dat hunne normalen elkander snijden, dan vallen de twee normaaldoorsneden in eene enkele zamen die dan in de ontwikkeling zoowel in P als in P_1 een buigpunt vertoont. Deed zich nu in dit bijzondere geval evenals in het algemeene deze gemeenschappelijke doorsnede van P afgerekend geheel op dezelfde wijze voor als van P_1 in denzelfden zin uitgaande, dan zou weder naast de kromme met twee buigpunten in P en in P_1 eene gelijke, gelijkvormige en gelijkstandige met twee buigpunten in P′ en in P zijn te teekenen. Maar dit is hier het geval niet: van P uit beschouwd is de kromme bepaald door de normaal aldaar en de daarop in P_1 volgende, van P_1 uit beschouwd door de normaal aldaar en de daaraan in P voorafgaande, daar toch eene volgende normaal die van P_1 niet snijdt. Van daar dat thans in P_1 eene herhaling der kromme in denzelfden voortgaanden zin als in P niet in aanmerking komt, maar in teruggaanden zin, in overeenstemming met het zamenvallen der beide krommen tot eene enkele.

3°. Een ander bijzonder geval dat nog in aanmerking kan komen is dat waarin niet de normaal van het, ofschoon op

kleinen, toch op eindigen afstand verwijderde punt P_1, maar de normaal van een ander, en wel oneindig nabijgelegen punt der geodetische lijn die van P zelf snijdt, m. a. w. het geval waarin de geodetische lijn rakend is aan eene der beide door P gaande kromtelijnen van het oppervlak. In die onderstelling vallen de twee buigpunten der kromme PpP_1, zoo even nog door een eindigen afstand PP_1 gescheiden, zamen in P en heeft die kromme aldaar drie opvolgende elementen in elkanders verlengde. Uithoofde evenwel in dit geval de tweede normaaldoorsnede P_1p_1P, in tegenstelling van de eerste, haar algemeen karakter (gewoon buigpunt in P_1) behoudt, schijnt het beswaarlijk alsnu zonder opzettelijke berekening van de hoeken zelve in P en in P_1 hunne verhouding op te maken.

Het voorgaande kan gedeeltelijk verduidelijkt worden door eene eenvoudige berekening waardoor tevens, ofschoon voorloopig nog de werkelijke waarde van den hoek tusschen geodetische lijn en normaaldoorsnede in het midden wordt gelaten, evenwel betrekkingen worden gevonden tusschen dezen hoek en twee andere grootheden die wel geschikt zijn om het onderscheid tusschen beide krommen te doen uitkomen, namelijk het verschil van hare lengten en haar grootsten onderlingen afstand of pijl.

1°. Ten opzigte namelijk van P als oorsprong en van de raaklijn PX aldaar aan de ontwikkelde normaaldoorsnede PpP_1 als abscissenas van een regthoekig coordinatenstelsel kan in het algemeen de vergelijking van deze kromme nabij P worden voorgesteld door $y = Ax^3 + Bx^4 + Cx^5 +$ enz. (wordende hierbij de termen in x^4 en x^5 in rekening gebragt met het oog op de sub 2°. en 3°. vermelde bijzondere gevallen), waaruit volgt voor den hoek tusschen geodetische lijn en normaaldoorsnede in P: $\frac{y}{x} = Ax^2 + Bx^3 + Cx^4 +$ enz. Deze formule in verband met $\frac{dy}{dx} = 3Ax^2 + 4Bx^3 + 5Cx^4 +$ enz. bewijst vooreerst dat men voor een nabijgelegen punt P_1 of (x, y) heeft

$\frac{y}{x} = \frac{1}{3}\frac{dy}{dx}$ of dat de evengenoemde hoek een derde bedraagt van den rigtingshoek der raaklijn in P_1 en dus, in overeenstemming met het boven aangevoerde, de helft van den hoek tusschen de geodetische lijn en dezelfde normaaldoorsnede in P_1. *)
Uit de gevondene $\frac{y}{x}$ en $\frac{dy}{dx}$ volgt verder, noemende de lengte der geodetische lijn $PP_1 = \sigma$ en die van de normaaldoorsnede $PpP_1 = \sigma'$, dat

$$\sigma = \sqrt{(x^2+y^2)} = x\{1 + A^2x^4 + 2ABx^5 + (B^2+2AC)x^6 + \text{enz.}\}^{\frac{1}{2}} =$$
$$= x + \frac{1}{2}A^2x^5 + ABx^6 + \frac{1}{2}(B^2 + 2AC)x^7 + \text{enz.},$$

$$\sigma' = \int_0^x dx\sqrt{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}} =$$
$$= \int_0^x dx\left\{1 + 9A^2x^4 + 24ABx^5 + (16B^2 + 30AC)x^6 + \text{enz.}\right\}^{\frac{1}{2}} =$$
$$= x + \frac{9}{10}A^2x^5 + 2ABx^6 + \frac{1}{7}(8B^2 + 15AC)x^7 + \text{enz.}$$

en dus

$$\sigma' - \sigma = \frac{2}{5}A^2x^5 + ABx^6 + \frac{1}{14}(9B^2 + 16AC)x^7 + \text{enz.}$$

---

*) Dat, ofschoon de geodetische lijn en de normaaldoorsnede elkander niet raken, haar hoek toch tot de 2e orde opklimt, wordt alzoo juist door de hier voorkomende bijzonderheid van het bestaan eener gemeenschappelijke hoofdnormaal dier krommen op het gebogen oppervlak, dat is door de bijzonderheid van het buigpunt P in de ontwikkeling, verklaard. En door de niet raking op den voorgrond te stellen, maar daarbij niet op deze bijzonderheid te letten, heeft dan ook H. LEVRET in eene in de *Comptes-rendus*, Tome 76, 1873, pag. 540—542, opgenomen, maar blijkens pag. 822 later teruggenomen verhandeling ten onregte eene formule $A + z = 200^{gr.} + \frac{K e^2 \sin 2L \sin 2z \cos z}{4 a \sin 1''}$ (of in de hieronder aangenomen notatie: $\gamma - \gamma' = \frac{1}{4}e^2\frac{x}{a}\sin 2\varphi \sin 2\alpha \cos\alpha$) voor de aardspheroïde opgemaakt, volgens welke die hoek slechts van de 1e orde in z zou zijn.

of als eerste benadering $\sigma' - \sigma = \frac{2}{5} x \left(\frac{y}{x}\right)^2$ is, zijnde dezelfde waarde die bij JORDAN, pag. 339, onder den vorm $\frac{2}{5} s\, (\beta - \alpha)^2$ wordt opgegeven. Eindelijk heeft men den pijl δ op het ontwikkelbare oppervlak zelf te beschouwen als eene geodetische lijn, normaal op de gegeven geodetische lijn en op de normaaldoorsnede, en dus in de ontwikkeling als eene regte lijn normaal op beiden; noemt men alzoo het punt $p\ (x', y')$, neemt men in aanmerking dat $\angle\, p\, \mathrm{P}\, \mathrm{P}_1$ slechts van de 2^e orde is en dat dus de verhouding van de afstanden gemeten loodregt op PP_1 en op PX slechts in de 4^e orde van de eenheid afwijkt, en behoudt men hier in y en in y', weder met het oog op de bijzondere gevallen sub 2°. en 3°., de termen in x^4 en in x'^4, dan heeft men

$$\delta = \frac{y}{x} x' - y' = (\mathrm{A}x^2 + \mathrm{B}x^3)\, x' - (\mathrm{A}x'^3 + \mathrm{B}x'^4) = \text{max. in } x'.$$

Dit vordert

$$\mathrm{A}x^2 + \mathrm{B}x^3 = 3\, \mathrm{A}x'^2 + 4\, \mathrm{B}x'^3,$$

waaruit

$$x' = \sqrt{\frac{x^2}{3}\left(1 + \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} x - \frac{4\mathrm{B}}{\mathrm{A}} \frac{x'^3}{x^2}\right)} = \frac{1}{3} x \sqrt{3} \left(1 + \frac{\mathrm{B}}{2\mathrm{A}} x - \frac{2\mathrm{B}}{\mathrm{A}} \cdot \frac{\frac{1}{9} x^3 \sqrt{3}}{x^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{3} x \sqrt{3} + \frac{1}{18} \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} x^2\, (3\sqrt{3} - 4),$$

en hiermede

$$\delta = \frac{2}{9} \mathrm{A} x^3 \sqrt{3} + \frac{1}{9} \mathrm{B} x^4 (3\sqrt{3} - 1) = 0.385\, \mathrm{A} x^3 + 0.466\, \mathrm{B} x^4,$$

of als eerste benadering $\delta = 0.385\, y$. *)

---

*) De benaderingsformule $\delta = \mathrm{A}\, x^2 . x' - \mathrm{A}\, x'^3 = \mathrm{A}\, x' (x - x')(x + x')$ voor een willekeurig punt (x', y') leert nog door verwisseling van x' en $x - x'$, dat de segmenten op eene ordinaat afgesneden tusschen $\mathrm{P}\, p\, \mathrm{P}_1$ en $\mathrm{P}\, \mathrm{P}_1$, tusschen $\mathrm{P}\, \mathrm{P}_1$ en $\mathrm{P}\, p_1\, \mathrm{P}_1$, eu tusschen $\mathrm{P}\, p\, \mathrm{P}_1$ en $\mathrm{P}\, p_1\, \mathrm{P}_1$, zich verhouden als $x + x'$, $2x - x'$ en $3x$,

2°. Wil men van deze voor het algemeene geval gevonden uitkomsten gebruik maken voor het boven sub 2°. beschouwde bijzondere geval, dan moet men eenige omzigtigheid in acht nemen. In het voorgaande toch zijn in werkelijkheid de coëfficiënten A, B, C enz. van gelijke orde van grootte ondersteld. Dit nu heeft niet meer plaats indien, altijd in de onderstelling van een kleinen eindigen afstand PP_1, P_1 niet meer een willekeurig punt, maar zelf evenals P een buigpunt van de kromme PpP_1 is. Noemende dit buigpunt P_1 ter onderscheiding (x_1, y_1), dan moet aldaar $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x_1} = 6Ax_1 + 12Bx_1^2 + 20Cx_1^3 + \text{enz.} = 0$ zijn, hetgeen vordert dat de coëfficiënt $A = -2Bx_1 - \frac{10}{3}Cx_1^2 - \text{enz.}$ tot ééne orde hooger dan B opklimt en met x_1 vergelijkbaar is. Vooreerst wordt daardoor voor een willekeurig punt van den boog PpP_1 de ordinaat $y = -2Bx_1 x^3 + Bx^4 + \text{enz.}$, die in het algemeen bij benadering evenredig was aan de 3e magt van de abscis x, alsnu van de 4e orde en verkrijgt bovendien een getallencoëfficiënt afhankelijk van $\frac{x}{x_1}$ zelf. Ook wordt voor het buigpunt P_1 : $y_1 = -Bx_1^4 + \text{enz.}, \frac{y_1}{x_1} = -Bx_1^3 + \text{enz.}$ en

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_1} = -6\,Bx_1 \,.\, x_1^2 + 4\,Bx_1^3 + \text{enz.} = -2Bx_1^3 + \text{enz.},$$

waaruit blijkt dat, gelijktijdig met de verheffing tot de 3^e^ orde van deze beide in het algemeene geval tot de 2^e^ orde behoorende

---

hetgeen voor $x = a\sigma'$ en $x' = a\sigma$ overeenstemt met de boven aangehaalde formule $\frac{QP}{QQ'} = \frac{\sigma' + \sigma}{3\sigma'}$ van CLARKE voor de segmenten op eene aardmeridiaan. Evenzoo bevat de meer naauwkeurige formule

$$\delta = (Ax^2 + Bx^3)x' - (Ax'^3 + Bx'^4) = x'(x - x')\left\{A(x + x') + B(x^2 + xx' + x'^2)\right\},$$

door daarin, zooals hieronder zal blijken, voor de aardspheroïde te substitueren

$$A = \frac{1}{6}\frac{e^2 \cos^2\varphi \sin\alpha \cos\alpha}{a^2} \text{ en } B = -\frac{1}{24}\frac{e^2 \sin\varphi \cos\varphi \sin\alpha}{a^3},$$

door δ te vervangen door $QP \sin\alpha$ of $a\delta u . \sin\alpha$, x door $a\sigma'$ of $a(\sigma + \sigma_1)$, x' door $a\sigma$, φ door u, en door te letten op de formule van CLARKE voor $\sin u'$ op pag. 355, als bijzonder geval zijne formule (15).

hoeken, de onderlinge gelijkheid der hoeken van de kromme $P p P_1$ met hare koorde $P P_1$, welke gelijkheid uitzondering leed zoolang slechts het één punt P een buigpunt was, weder hersteld wordt. Verder klimt nu het verschil in lengte $\sigma' - \sigma$, dat in het algemeen van de 5e orde bleek te zijn, tot de 7e orde op: het wordt namelijk, omdat hier 16 AC in den coëfficiënt van den derden term tegen $9 B^2$ wegvalt,

$$\sigma' - \sigma = \frac{2}{5} . 4 B^2 x_1^2 . x_1^5 - 2 B x_1 . B x_1^6 + \frac{9}{14} B^2 x_1^7 + \text{enz} = \frac{17}{70} B^2 x_1^7 + \text{enz}.$$

En eindelijk kan de algemeene formule voor den pijl in dit geval niet regtstreeks meer dienen, daar de vorenstaande oplossing van $A x^2 + B x^3 = 3 A x'^2 + 4 B x'^3$ waarop zij gegrond is almede gelijke orde van A en B onderstelt, en alleen in die onderstelling dan ook de uit de gevondene x' af te leiden x'^2 en x'^3 respectievelijk bij twee en bij één termen afgebroken mogen worden en zoodoende deze vergelijking verifiëeren. In plaats van de ter eerste benadering afgekorte vergelijking $A x^2 = 3 A x'^2$ heeft men integendeel thans de vergelijking voluit, maar onder den vorm $- 2 B x_1 . x_1^2 + B x_1^3 = - 6 B x_1 . x'^2 + 4 B x'^3$ of $4 x'^3 - 6 x_1 x'^2 + x_1^3 = 0$ te gebruiken, gevende voor den hier bedoelden wortel $x' = \frac{x_1}{2}$. Zooals wel eenigzins te verwachten was, vertoont in dit geval de pijl zich midden tusschen de beide buigpunten: hij verkrijgt overigens tot eerst benaderde waarde

$$\delta = \frac{y_1}{x_1} x' - y' = \frac{y_1}{2} - \left\{ -2 B x_1 \left(\frac{x_1}{2}\right)^3 + B \left(\frac{x_1}{2}\right)^4 \right\} = -\frac{5}{16} B x_1^4 = 0.3125\, y_1$$

en is niet meer van de 3e, maar van de 4e orde.

3°. In het geval waarin de geodetische lijn eene der door P gaande kromtelijnen raakt, verkrijgt op dezelfde coordinatenassen de vergelijking der ontwikkelde normaaldoorsnede $P p P_1$ den vorm $y = B x^4 +$ enz. Behalve voor zoover betreft het boven gevonden verschil in lengte, dat door $A = 0$ te stellen thans van de 7e orde wordt, namelijk $\sigma' - \sigma = \frac{9}{14} B^2 x^7 +$ enz., en ook desverkiezende dadelijk uit $y = B x^4 +$ enz. zelf is uit

te rekenen, schijnt het bezwaarlijk de formulen voor dit geval door dezelfde substitutie uit die van het algemeene geval sub 1°. af te leiden. Althans de vroegere betrekking $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}\frac{dy}{dx}$ verliest hare geldigheid en is wegens $\frac{y}{x} = Bx^3 +$ enz. en $\frac{dy}{dx} = 4Bx^3 +$ enz. te vervangen door $\frac{y}{x} = \frac{1}{4}\frac{dy}{dx}$. En ofschoon ook de formule zelve voor den pijl wel de substitutie $A = 0$ zou toelaten, zou zij daardoor, gegrond als zij is op de voor x' gevonden waarde die in dit geval onbruikbaar wordt, niet de juiste zijn. Integendeel heeft men hier deze benadering:

$$\delta = \frac{y}{x}x' - y' = Bx^3 x' - Bx'^4 = \text{max.},$$

dus

$$Bx^3 - 4Bx'^3 = 0,\ x' = \frac{1}{2}x\sqrt[3]{2},\ \delta = \frac{3}{8}Bx^4\sqrt[3]{2} = 0.47y.$$

Door de hier sub 1°. tot 3°. ontwikkelde formulen is men dus in staat om, de hoek tusschen geodetische lijn en normaaldoorsnede door middel der coefficienten A, B, C enz. bekend zijnde, daaruit regtstreeks het verschil in lengte en den pijl te berekenen.

Wil men thans tot de werkelijke berekening der hoeken van de geodetische lijn met de beide normaaldoorsneden overgaan en zich daarbij slechts tot zekeren graad van benadering bepalen, dan is het niet noodig op het gegeven oppervlak zelf te werken, maar kan men ook daartoe weder gebruik maken van het reeds langs de geodetische lijn aangelegde omhullend ontwikkelbaar oppervlak. Wil men zich met een nog geringeren graad van naauwkeurigheid vergenoegen, dan ligt het voor de hand dit ontwikkelbaar oppervlak door een eenvoudiger te vervangen, namelijk den kegel hebbende het raakpunt der keerlijn met de door het beschouwde punt P gaande beschrijvende lijn

tot top en de geodetische lijn zelve tot rigtlijn. Wil men eindelijk nogmaals een graad van naauwkeurigheid laten vallen, dan is de vervanging van dezen kegel door een cilinder met dezelfde rigtlijn en dezelfde beschrijvende lijn, m. a. w. de vervanging van het even bedoelde punt der keerlijn door een punt in het oneindige, mogelijk.

Om dus op eenvoudige wijze eene eerst benaderde waarde voor de meergenoemde hoeken te vinden, beschouwe men allereerst (Fig. 2) op een omwentelingscilinder met straal r twee punten P en P_1 van eene met de beschrijvende lijnen een hoek γ makende schroeflijn; den met deze punten overeenkomenden middelpuntshoek PQR stelle men door ε voor. De doorsnede van het door de normaal PQ en door het punt P_1 gaande vlak met den cilinder of met zijn raakvlak in P maakt dan aldaar met de beschrijvende lijn een hoek γ gelijk aan den hoek RP_1S van de beschrijvende lijn in P_1 met het eerstgenoemde vlak en dus, uithoofde P_1R = boog PR. $\cot\gamma = r\,\varepsilon\cot\gamma$ is, bepaald door $tg\,\gamma' = \dfrac{r \sin\varepsilon}{r\,\varepsilon\cot\gamma} = \dfrac{\sin\varepsilon}{\varepsilon}\,tg\,\gamma$. De doorsnede daarentegen van het door de normaal P_1Q_1 en door het punt P gaande vlak met den cilinder of met zijn raakvlak in hetzelfde punt P maakt met de beschrijvende lijn aldaar een hoek γ'', bepaald door $tg\,\gamma'' = \dfrac{r\,tg\,\varepsilon}{r\,\varepsilon\cot\gamma} = \dfrac{tg\,\varepsilon}{\varepsilon}\,tg\,\gamma$. De tangenten derhalve der drie hoeken γ', γ, γ'' verhouden zich als $\sin\varepsilon$, ε, $tg\,\varepsilon$; zoodat voor $\varepsilon < 90°$ steeds $\gamma' < \gamma < \gamma''$ is.

Deze formulen zijn van toepassing te maken op twee op kleinen afstand van elkander verwijderde punten van een willekeurigen cilinder. Dan toch is voor r de kromtestraal en voor ε de kleine hoek te nemen die den contingentiehoek der rigtlijn van den cilinder tot grenswaarde heeft Door ontwikkeling van $\sin\varepsilon$ en $tg\,\varepsilon$ komt in dat geval $tg\,\gamma' = \left(1 - \dfrac{1}{6}\varepsilon^2\right) tg\,\gamma$ en $tg\,\gamma'' = \left(1 + \dfrac{1}{3}\varepsilon^2\right) tg\,\gamma$, waaruit volgt

$$\gamma - \gamma' = -\Delta\gamma = -\cos^2\gamma\,\Delta.tg\gamma = \cos^2\gamma(tg\gamma - tg\gamma') = \frac{1}{6}\varepsilon^2 \sin\gamma\cos\gamma = \frac{1}{12}\varepsilon^2 \sin 2\gamma,$$

en evenzoo

$$\gamma'' - \gamma = \cos^2\gamma\,(tg\,\gamma'' - tg\,\gamma) = \frac{1}{3}\varepsilon^2 \sin\gamma\cos\gamma = \frac{1}{6}\varepsilon^2 \sin 2\gamma,$$

zoodat dan steeds

$$\gamma'' - \gamma = 2(\gamma - \gamma') \text{ of } \gamma = \frac{1}{3}(2\gamma' + \gamma'') \text{ is.}$$

Voor $\gamma = 0$ en voor $\gamma = 90°$ worden $\gamma - \gamma'$ en $\gamma'' - \gamma$ naar behooren gelijk nul. Voor $\gamma = 45°$ worden zij zoo groot mogelijk, namelijk $\frac{1}{12}\varepsilon^2$ en $\frac{1}{6}\varepsilon^2$.

Voor het meermalen genoemde ontwikkelbaar oppervlak is nu het voor den cilinder gevondene onmiddellijk te gebruiken, omdat dan de twee beschrijvende lijnen van P en P_1 wel niet volstrekt evenwijdig loopen, maar elkander toch onder een zoo kleinen hoek snijden dat deze alleen van invloed zou zijn indien een hoogere graad van benadering verlangd werd, daar de verhouding van de onderlinge afstanden dier lijnen in P en in P_1 weinig van de eenheid afwijkt. De formulen

$$\gamma - \gamma' = \frac{1}{12}\varepsilon^2 \sin 2\gamma \quad \text{en} \quad \gamma'' - \gamma = \frac{1}{6}\varepsilon^2 \sin 2\gamma$$

blijven dus als eerste benadering geldig, mits ε opvattende, voor een ontwikkelbaar oppervlak als den hoek der eindnormalen van zijne doorsnede met het normaalvlak van de beschrijvende lijn in P, en voor een willekeurig oppervlak als den hoek der eindnormalen van de doorsnede van het oppervlak zelf met het normaalvlak der beschrijvende lijn van het door de geodetische lijn bepaalde ontwikkelbaar oppervlak, welke beschrijvende lijn in dat geval tevens den (scherpen) hoek γ bepaalt. Uithoofde deze beschrijvende lijn voorkomt als doorsnede van het raakvlak in P met dat in het onmiddellijk volgend punt der geodetische lijn, kan zij tevens beschouwd worden als dezelfde doorsnede voor deze zelfde twee punten op de krommings-paraboloïde van het gegeven oppervlak in P, en valt dus als zoodanig langs de aan de raaklijn der geodetische lijn toegevoegde middellijn van de indicatrix van dit oppervlak, dat is langs de toegevoegde raaklijn van het oppervlak zelf in P.

Wil men zich nog meer bepaaldelijk rekenschap geven van den graad van naauwkeurigheid dien men bereikt naarmate het gegeven oppervlak door een ontwikkelbaar oppervlak, een kegel of een cilinder wordt vervangen, dan merke men op dat in ieder punt van de geodetische lijn behalve in P de beschrijvende lijnen van ontwikkelbaar oppervlak en cilinder een kleinen hoek vormen; twee lijnen op die oppervlakken getrokken op kleine afstanden van dezelfde orde gerekend uit de geodetische lijn hebben een onderlingen afstand van ééne orde hooger en dus te verwaarloozen, en zoowel de geodetische lijn als de normaaldoorsnede van het ontwikkelbare oppervlak zijn tevens als zoodanig te beschouwen voor den cilinder. Nu is zoo even (in overeenstemming trouwens met het reeds boven in het algemeen gevondene) gebleken dat voor den cilinder de hoek $\gamma-\gamma'$ van geodetische lijn en normaaldoorsnede van de 2e orde en dus de afstand dezer lijnen, zooals men in de rigting der beschrijvende lijn ook gemakkelijk regtstreeks zou kunnen uitrekenen, van de 3e orde is. Dit geldt alzoo tevens voor het ontwikkelbare oppervlak; en op dien afstand van de 3e orde is weder de onderlinge afstand der normaaldoorsneden van het gegeven en van het ontwikkelbare oppervlak, zooals in den aanvang werd opgemerkt, van de dubbele of 6e orde, en stemt alzoo met eene onderlinge hoekafwijking van de 5e orde overeen. Hieruit blijkt dat, wilde men voor het gegeven oppervlak den hoek $\gamma-\gamma'$ werkelijk tot in de 5e orde benaderen, daartoe de berekening op dit oppervlak zelf en niet op eenig hulpoppervlak zou moeten worden uitgevoerd; dat daarentegen, als men zich met de 4e orde wil vergenoegen, het omhullend ontwikkelbaar oppervlak in de plaats van het gegevene kan gesteld worden. Bedenkt men verder dat de vervanging van dit ontwikkelbare oppervlak door den reeds boven omschreven kegel zou nederkomen op eene verwaarloozing van kleine deelen der opvolgende beschrijvende lijnen nabij de keerlijn in vergelijking met de gedeelten tot aan de rigtlijn, dan schijnt men geregtigd tot het besluit dat deze vervanging den graad der naauwkeurigheid weder met één verlaagt en dus den hoek $\gamma-\gamma'$ tot in de 3e orde doet kennen. Eindelijk weder, dat de vervanging van eindige beschrijvende lijnen door oneindige, dat is de

overgang van den kegel tot den cilinder, nogmaals één graad in naauwkeurigheid doet verloren gaan, en dat dus de boven voor den cilinder gevonden hoek van de 2e orde dan ook voor een willekeurig oppervlak slechts tot in de 2e orde naauwkeurig is. Waaraan men, de geleidelijke vereenvoudiging van oppervlakken zoover mogelijk doorvoerende, nog zou kunnen toevoegen dat de vervanging der geodetische lijn zelve door hare raaklijn in P, dat is van den cilinder door het raakvlak, eene uitkomst zou geven naauwkeurig tot in de 1e orde, hetgeen werkelijk hiermede sluit dat de bedoelde hoek in het algemeen van de 2e orde is, maar voor een plat vlak volstrekt gelijk nul wordt. Met deze uitkomsten stemt de opmerking overeen dat plat vlak, cilinder, kegel en ontwikkelbaar oppervlak, voor zoover de kennis der keerlijn van dit laatste hier vereischt zou worden, te bepalen zijn respectievelijk door de raakvlakken in één, twee, drie en vier opvolgende punten der geodetische lijn.

Stel dat men thans, de berekening tot in de 4e orde door het ontwikkelbare oppervlak wegens hare meerdere zamengesteldheid achterwege latende, daarentegen door middel van den kegel de berekening tot in de 3e orde wil uitvoeren, dan kan daartoe, evenals boven voor den cilinder, eenvoudigheidshalve een omwentelingskegel dienen. Vooreerst is als top van dezen kegel te nemen het overeenkomstig punt der keerlijn van het ontwikkelbaar oppervlak, dat is het snijpunt der raakvlakken van het gegeven oppervlak in drie opvolgende punten der geodetische lijn; ten andere kan men als omwentelingsas gebruiken de lijn die met deze drie vlakken gelijke hoeken maakt, dat is de doorsnede der inwendige deelvlakken van deze vlakken twee aan twee. In de onderstelling namelijk van een kleinen boog PP_1 kan weder de afwijking van den werkelijken kegel en van dezen omwentelingskegel verwaarloosd worden. Zijn nu (Fig. 3) de beschrijvende lijnen $TP = l$ en $TP_1 = l_1$, de halve tophoek $PTQ = P_1TQ = \beta$ en de middelpuntshoek $POR = \varepsilon$, dan gaat vooreerst bij ontwikkeling van den kegel de geodetische lijn PP_1 in de zijde van een driehoek PTP_1 over, waarvan de overstaande hoek gelijk $\frac{\text{boog } PR}{TP} = \frac{\varepsilon . OP}{TP} = \varepsilon \sin \beta$ is en waarin dus $l : l_1 = \sin(\gamma + \varepsilon \sin \beta) : \sin \gamma$ staat. Verder worden de hoeken γ' en γ'' be-

paald door de doorgangen van het door de normaal P Q en door het punt P_1 gaande vlak en van het door de normaal $P_1 Q_1$ en door het punt P gaande vlak respectievelijk met het raakvlak in P, dat is door de snijpunten p' en p'' van dit laatste vlak met de lijn uit P_1 evenwijdig aan P Q en met de lijn $P_1 Q_1$ zelve. Nu zijn ten opzigte van de onderling loodregte lijnen of assen P Q, P S en P T de coordinaten van P_1: $\{l_1 \sin\beta\,(1-\cos\varepsilon)\cos\beta,\ l_1 \sin\beta \sin\varepsilon,\ (l-l_1) + l_1 \sin\beta\,(1-\cos\varepsilon)\sin\beta\}$, en van Q_1 als snijpunt van de normaal in R_1 met de kegelas: $\{l_1\, tg\,\beta,\ 0,\ l-l_1\}$. Uit de eerste coordinaten volgt:

$$tg\gamma' = \frac{l_1 \sin\beta \sin\varepsilon}{(l-l_1)+l_1 \sin^2\beta(1-\cos\varepsilon)} = \frac{\sin\gamma \sin\beta \sin\varepsilon}{\sin(\gamma+\varepsilon\sin\beta)-\sin\gamma+\sin\gamma\sin^2\beta\,(1-\cos\varepsilon)},$$

of voor kleine waarden van ε, tot in de 3e orde naauwkeurig:

$$tg\gamma' = \frac{\sin\gamma \sin\beta\,(\varepsilon - \frac{1}{6}\varepsilon^3)}{\sin\gamma\,(1-\frac{1}{2}\varepsilon^2\sin^2\beta + \frac{1}{24}\varepsilon^4\sin^4\beta) + \cos\gamma(\varepsilon\sin\beta - \frac{1}{6}\varepsilon^3\sin^3\beta) - \sin\gamma + \sin\gamma(\frac{1}{2}\varepsilon^2 - \frac{1}{24}\varepsilon^4)\sin^2\beta} =$$

$$= \frac{(1-\frac{1}{6}\varepsilon^2)\sin\gamma}{\cos\gamma - \frac{1}{6}\varepsilon^2\cos\gamma\sin^2\beta - \frac{1}{24}\varepsilon^3\sin\gamma\sin\beta\cos^2\beta} =$$

$$= tg\,\gamma - \frac{1}{6}\varepsilon^2\, tg\,\gamma \cos^2\beta + \frac{1}{24}\varepsilon^3\, tg^2\gamma \sin\beta\cos^2\beta.$$

Uit de verbinding van beide stelsels coordinaten volgt, door het snijpunt p'' van $P_1 Q_1$ of van

$$\frac{X - l_1\, tg\,\beta}{\sin\beta\,(1-\cos\varepsilon)\cos\beta - tg\,\beta} = \frac{Y}{\sin\beta\sin\varepsilon} = \frac{Z-(l-l_1)}{\sin^2\beta\,(1-\cos\varepsilon)}$$

met het raakvlak $X = 0$ te bepalen, dat:

$$tg\,\gamma'' = \frac{Y}{Z} = \frac{-l_1\, tg\,\beta \sin\beta\sin\varepsilon}{(l-l_1)\{\sin\beta\cos\beta(1-\cos\varepsilon)-tg\beta\} - l_1\, tg\beta\sin^2\beta(1-\cos\varepsilon)} =$$

$$= \frac{\sin\gamma\sin\beta\sin\varepsilon}{\{\sin(\gamma+\varepsilon\sin\beta)-\sin\gamma\}\{1-\cos^2\beta(1-\cos\varepsilon)\}+\sin\gamma\sin^2\beta(1-\cos\varepsilon)}\ \text{is,}$$

of voor kleine ε:

$$tg\gamma'' = \frac{\sin\gamma \sin\beta \left(\varepsilon - \frac{1}{6}\varepsilon^3\right)}{\left\{\sin\gamma\left(1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2\sin^2\beta + \frac{1}{24}\varepsilon^4\sin^4\beta\right) + \cos\gamma\left(\varepsilon\sin\beta - \frac{1}{6}\varepsilon^3\sin^3\beta\right) - \sin\gamma\right\}\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\varepsilon^2 - \frac{1}{24}\varepsilon^4\right)\cos^2\beta\right\} + \sin\gamma\left(\frac{1}{2}\varepsilon^2 - \frac{1}{24}\varepsilon^4\right)\sin^2\beta} =$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{1}{6}\varepsilon^2\right)\sin\gamma}{\cos\gamma - \left(\frac{1}{6}\varepsilon^2\cos\gamma\sin^2\beta + \frac{1}{2}\varepsilon^2\cos\gamma\cos^2\beta\right) + \frac{5}{24}\varepsilon^2\sin\gamma\sin\beta\cos^2\beta} =$$

$$= tg\,\gamma + \frac{1}{3}\varepsilon^2\, tg\,\gamma\cos^2\beta - \frac{5}{24}\varepsilon^2\, tg^2\,\gamma\sin\beta\cos^2\beta.$$

Ook tot in de 3e orde blijkt wijders dat, evenals boven voor den cilinder tot in de 2e orde,

$$\gamma - \gamma' = \cos^2\gamma(tg\gamma - tg\gamma'), \text{alzoo} = \frac{1}{6}\varepsilon^2\sin\gamma\cos\gamma\cos^2\beta - \frac{1}{24}\varepsilon^3\sin^2\gamma\sin\beta\cos^2\beta,$$

en

$$\gamma'' - \gamma = \cos^2\gamma(tg\gamma'' - tg\gamma), \text{alzoo} = \frac{1}{3}\varepsilon^2\sin\gamma\cos\gamma\cos^2\beta - \frac{5}{24}\varepsilon^3\sin^2\gamma\sin\beta\cos^2\beta \text{ is.}$$

Voor $\beta = 0$ gaan deze formulen weder in de vroegere over. Ook thans geven zij, zoolang men zich tot de 2e orde bepaalt, als vroeger $\gamma'' - \gamma = 2(\gamma - \gamma')$: namelijk in de onderstelling dat γ niet te zeer tot 90° toenadert. Is dit daarentegen wel het geval, is bijv. $\gamma = 90^0 - k\varepsilon$, als wanneer $\sin\gamma = \cos k\varepsilon = 1$ en $\cos\gamma = \sin k\varepsilon = k\varepsilon$ te stellen is, dan heeft men tot in de 3e orde: $\gamma - \gamma' = \frac{1}{24}\varepsilon^3\cos^2\beta\,(4k - \sin\beta)$ en $\gamma'' - \gamma = \frac{1}{24}\varepsilon^3\cos^2\beta\,(8k - 5\sin\beta)$, zoodat dan de verhouding $\frac{\gamma'' - \gamma}{\gamma - \gamma'} = \frac{8k - 5\sin\beta}{4k - \sin\beta}$ wel degelijk afhangt van k en dus van de volstrekte grootte

der hoeken $\gamma - \gamma'$ en $\gamma'' - \gamma$ zelve. Om niet in herhalingen te vallen zullen de bijzondere gevolgen die daaromtrent reeds hier zouden zijn af te leiden, liever later bij de berekening op het willekeurig gegeven oppervlak zelf worden besproken, en wordt thans slechts aangestipt dat de boven sub 2°. en sub 3°. vermelde bijzondere gevallen respectievelijk overeenkomen met de onderstellingen $k = \frac{1}{2} \sin\beta$ en $k = 0$, waarvoor de verhouding $\frac{\gamma''-\gamma}{\gamma-\gamma'}$ overgaat in -1 of in $+5$.

In plaats van in den middelpuntshoek ε op de kegelas, kan men de hoeken $\gamma - \gamma'$ en $\gamma'' - \gamma$ ook uitdrukken in den hoek ω dien de raaklijnen der geodetische lijn in P en in P_1 met elkander maken en die den contingentiehoek dezer lijn zelve tot grenswaarde heeft. Deze raaklijnen, respectievelijk liggende in de raakvlakken in P en in P_1, wier onderlinge doorsnede TU ter wederzijde met de beschrijvende lijnen TP en TP_1 gelijke hoeken boog $tg\left(\sin\beta \, tg \frac{1}{2}\varepsilon\right)$ maakt, vormen met deze doorsnede de hoeken $\gamma +$ boog $tg\left(\sin\beta \, tg \frac{1}{2}\varepsilon\right)$ en $(\gamma + \varepsilon \sin\beta) -$ — boog $tg\left(\sin\beta \, tg \frac{1}{2}\varepsilon\right)$, wier verschil $-\varepsilon \sin\beta + 2$ boog $tg\left(\sin\beta \, tg \frac{1}{2}\varepsilon\right) =$
$$= -\varepsilon \sin\beta + 2 \sin\beta \left(\frac{1}{2}\varepsilon + \frac{1}{24}\varepsilon^3\right) - \frac{2}{3}\sin^3\beta . \frac{1}{8}\varepsilon^3 = \frac{1}{12}\varepsilon^3 \sin\beta \cos^2\beta$$
van de 3e orde is. Van daar dat als men zich voorstelt ω slechts tot in de 2e orde uit te drukken in ε of omgekeerd, deze hoeken der raaklijnen met TU ieder gelijk $\gamma + \frac{1}{2}\varepsilon \sin\beta$ gedacht mogen worden. En is dit zoo, dan komen zij voor als de gelijke zijden van een gelijkbeenigen bolvormigen driehoek, waarvan de ingesloten hoek ψ de standhoek der beide raakvlakken en de derde zijde gelijk ω is, zoodat men heeft $\sin \frac{1}{2}\omega = \sin \frac{1}{2}\psi \sin\left(\gamma + \frac{1}{2}\varepsilon \sin\beta\right)$. Een tweede dergelijke driehoek, bepaald door de kegelas en door de loodlijnen uit een van hare punten op de beide raakvlakken, en hebbende dus den hoek ε tusschen de beide gelijke zijden $90° - \beta$ en verder

ψ tot derde zijde, geeft evenzoo $\sin\frac{1}{2}\psi = \sin\frac{1}{2}\varepsilon.\cos\beta$. Bijgevolg wordt $\sin\frac{1}{2}\omega = \sin\frac{1}{2}\varepsilon\cos\beta\sin\left(\gamma + \frac{1}{2}\varepsilon\sin\beta\right)$ of tot in de 2^e orde naauwkeurig $\omega = \varepsilon\cos\beta\left(\sin\gamma + \frac{1}{2}\varepsilon\sin\beta\cos\gamma\right)$, waaruit omgekeerd volgt

$$\varepsilon = \frac{\omega}{\sin\gamma\cos\beta} - \frac{\varepsilon^2}{2}.\frac{\cos\gamma\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{\omega}{\sin\gamma\cos\beta} - \frac{\omega^2}{2}\frac{\cos\gamma\sin\beta}{\sin^2\gamma\cos^2\beta}.$$

En de substitutie van deze waarde in de voor $\gamma - \gamma'$ en voor $\gamma'' - \gamma$ gevondene geeft nu

$$\gamma - \gamma' = \frac{1}{6}\omega^2\cot\gamma - \frac{1}{24}\omega^3\frac{\sin\beta(\sin^2\gamma + 4\cos^2\gamma)}{\sin^3\gamma\cos\beta}$$

en

$$\gamma'' - \gamma = \frac{1}{3}\omega^2\cot\gamma - \frac{1}{24}\omega^3\frac{\sin\beta(5\sin^2\gamma + 8\cos^2\gamma)}{\sin^3\gamma\cos\beta}.$$

Al mogen hier de laatste termen meer zamengesteld zijn dan die in de oorspronkelijke vormen in ε, zijn daarentegen de eerste termen, waartoe deze waarden zich weder voor den cilinder zouden bepalen, eenvoudiger. Het is dan ook niet moeijelijk om in het cilindrische geval deze waarden regtstreeks te vinden, en wél nog spoediger dan dit boven in functie van ε geschied is. Daartoe heeft men slechts (Fig. 4) de geodetische lijn PP_1 te beschouwen als een kleinen boog van haar kromtecirkel, waarvan de straal $OP = OP_1 = R$ en de middelpuntshoek $POP_1 = \omega$ is. (Brengt men den standdriehoek P_1RS op OP aan, dan blijkt dat deze kromtestraal R met den boven beschouwden kromtestraal $QP = QR = r$ der projectie PR van de geodetische lijn of der rigtlijn van den cilinder zamenhangt volgens $\frac{R}{r} = \frac{2R.PS}{2r.PS} = \frac{P_1S^2}{RS^2} = \frac{1}{\sin^2\gamma}$ als eerste

benadering, waarvan de deeling door $\frac{R\omega}{r\varepsilon} = \frac{P_1 S}{R S} = \frac{1}{\sin\gamma}$ weder de even gevonden benadering $\frac{\varepsilon}{\omega} = \frac{1}{\sin\gamma}$ voor het geval van $\beta = 0$ oplevert.) Maar zonder thans r en ε in te voeren kan men volstaan met de opmerking dat de doorsneden $P_1 S$ en $P_1 S'$ van het krommingsvlak $O P P_1$ der geodetische lijn met het vlak $P_1 R S$ evenwijdig aan het raakvlak van den cilinder in P en met het raakvlak $P_1 R S'$ zelf in P_1, respectievelijk met de beschrijvende lijn $P_1 R$ hoeken maken gelijk γ' en (wegens den kleinen afstand $P P_1$ van de raakpunten dier beide vlakken) slechts in hoogere orde verschillende van γ''. Slaat men dan ook de regthoekige driehoeken $P_1 R P$ (zijnde deze een kromlijnige), $P_1 R S$ en $P_1 R S'$, die $R\omega$, $R \sin\omega$ en $R\, tg\, \omega$ tot hypotenusen hebben, in een zelfde plat vlak (Fig. 5) op de gemeenschappelijke regthoekszijde $P_1 R$ uit en beschrijft men nog uit P_1 een cirkelboogje met straal $P_1 P = R\omega$, dat dus op de beide andere hypotenusen stukken $R\omega - R\sin\omega$ en $R\, tg\, \omega - R\omega$ afsnijdt, dan leest men uit deze figuur onmiddellijk af dat $\gamma - \gamma' = \frac{(R\omega - R\sin\omega)\cot\gamma}{R\omega} = \frac{1}{6}\omega^2 \cot\gamma$ en $\gamma'' - \gamma = \frac{(R\, tg\, \omega - R\omega)\cot\gamma}{R\omega} = \frac{1}{3}\omega^2 \cot\gamma$ is, als boven.

Boven was reeds sprake van de bepaling van top en as van den omwentelingskegel die in vervanging van het omhullend ontwikkelbaar oppervlak komt. Wilde men hieromtrent in het algemeen eene berekening uitvoeren, dan zou men het raakvlak in het punt P of (x, y, z) van het gegeven oppervlak $dz = p\,dx + q\,dy$ kunnen voorstellen door $U = p(X - x) + q(Y - y) - (Z - z) = 0$ en den afstand van eenig punt (X, Y, Z) tot dat vlak in regthoekige coordinaten door $\frac{U}{\sqrt{(p^2 + q^2 + 1)}}$. De kegeltop als snijpunt van drie opvolgende raakvlakken wordt dan bepaald door het stelsel $U = 0$, $dU = 0$, $d^2 U = 0$; de kegelas als meetkundige plaats der even ver van de drie vlakken verwijderde punten door het stelsel $d\left(\frac{U}{\sqrt{(p^2+q^2+1)}}\right) = 0$, $d^2\left(\frac{U}{\sqrt{(p^2+q^2+1)}}\right) = 0$.

Bij het uitwerken van deze differentialen komen X, Y, Z als constanten voor en x, y, z als veranderlijken, zamenhangende vooreerst door de betrekking $dy = A dx$ en dus $dz = p dx + q dy = (p + Aq) dx$ die de rigting der geodetische lijn bepaalt, ten andere door de differentiaalvergelijking van deze lijn als uitdrukking van de hoofdeigenschap dat het punt $(x + 2dx + d^2x,\ y + 2dy + d^2y,\ z + 2dz + d^2z)$ moet genomen worden in het platte vlak bepaald door het punt $(x,\ y,\ z)$ en door de normaal van het punt $(x + dx,\ y + dy,\ z + dz)$. Merkt men echter op dat in de formulen voor $\gamma - \gamma'$ en $\gamma'' - \gamma$ bij den kegel de lengten l en l_1 die den top en den stand der as bepalen verdwenen zijn, dan blijkt dat wat deze berekening betreft alles slechts op den halven tophoek β en op den hoek γ zou aankomen.

In plaats evenwel van deze berekening moge thans een analytisch onderzoek volgen op het willekeurig gegeven oppervlak zelf. Voor de raaklijn in P van de geodetische lijn als X as en de normaal van het oppervlak als Z as van een regthoekig coordinatenstelsel is volgens de reeks van TAYLOR in de nabijheid van dezen oorsprong P de vergelijking van het oppervlak:

$$z = \frac{1}{2}(r x^2 + 2 s x y + t y^2) + \frac{1}{6}(u x^3 + 3 v x^2 y + 3 v_1 x y^2 + u_1 y^3) +$$
$$+ \frac{1}{24}(u' x^4 + 4 v' x^3 y + 6 w' x^2 y^2 + 4 v'_1 x y^3 + u'_1 y^4) + \frac{1}{120}(u'' x^5 + \text{enz.}) + \text{enz.},$$

waarin als coëfficiënten voorkomen de waarden die de opvolgende partiële differentiaalquotienten van z ten opzigte van x en y in den oorsprong verkrijgen. De projectie der geodetische lijn op het vlak XY dat loodregt op haar krommingsvlak XZ in P staat zal, volgens eene algemeene eigenschap, in P zelf een buigpunt vertoonen en dus eene vergelijking van den vorm $y = Ax^3 + Bx^4 +$ enz. hebben, zooals ook hieruit blijkt dat als de waarde van y met een term $A_0 x^2$ begon, de projectie op YZ zou zijn $z = \frac{r}{2 A_0} y +$ enz. en dus het krommingsvlak niet

door de normaal PZ zou gaan. Ter berekening nu van de onbepaalde coëfficiënten A, B, enz. moet, als $\left(\frac{dz}{dx}\right)$ en $\left(\frac{dz}{dy}\right)$ de partiële differentiaalquotienten uit de vergelijking van het oppervlak voorstellen, de (desverkiezende ook analytisch af te leiden) vergelijking

$$\begin{vmatrix} 1 & \frac{dy}{dx} & \frac{dz}{dx} \\ 0 & \frac{d^2y}{dx^2} & \frac{d^2z}{dx^2} \\ \left(\frac{dz}{dx}\right) & \left(\frac{dz}{dy}\right) & -1 \end{vmatrix} = 0$$

dienen, die de hoofdeigenschap uitdrukt volgens welke in een zelfde vlak (waarvan de rigtingscoëfficiënten geëlimineerd zijn) liggen: 1°. de raaklijn der geodetische lijn, 2°. de diagonaal van het parallelogram op hare in de onderstelling van dx constant wederzijdsche elementen $\left(\pm dx,\ \pm dy+\frac{1}{2}d^2y,\ \pm dz+\frac{1}{2}d^2z\right)$, en 3°. de normaal van het oppervlak, van welke drie lijnen de rigtingscosinussen respectievelijk evenredig zijn aan de elementen der 1e, 2e en 3e rij van den vorenstaanden determinant; of ook, wat hetzelfde is en door de ontwikkelde vergelijking:

$$\left(-\frac{dy}{dx}\cdot\frac{d^2z}{dx^2}+\frac{dz}{dx}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}\right)\left(\frac{dz}{dx}\right)+\frac{d^2z}{dx^2}\cdot\left(\frac{dz}{dy}\right)+\frac{d^2y}{dx^2}=0\ . \quad (1)$$

wordt uitgedrukt, dat het krommingsvlak der geodetische lijn, wiens rigtingscoëfficiënten evenredig zijn aan de inhouden $-dy\,d^2z+dz\,d^2y,\ dx\,d^2z,\ -dx\,d^2y$ der projectien van evengenoemd parallelogram, loodregt staat op het raakvlak van het oppervlak, wiens rigtingscoëfficiënten evenredig zijn aan $\left(\frac{dz}{dx}\right),\ \left(\frac{dz}{dy}\right),\ -1.$

Beperkt men de berekening tot de twee eerste termen in $y = Ax^3 + Bx^4 +$ enz, dan heeft men voor den laatsten term der vergelijking (1): $\frac{d^2 y}{dx^2} = 6Ax + 12Bx^2$, zoodat dan in die vergelijking in haar geheel de 3^e en hoogere magten van x overbodig worden. Daar nu $\left(\frac{dz}{dx}\right)$ en $\left(\frac{dz}{dy}\right)$ beiden met de 1^e magt van x aanvangen, y en z respectievelijk met de 3^e en de 2^e magt, dus de eerste term van (1) met de 3^e magt, kan in dit geval deze term buiten rekening worden gelaten en de vergelijking zelve worden afgekort tot:

$$\frac{d^2 z}{dx^2}\left(\frac{dz}{dy}\right) + \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \;, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1')$$

waarin, mede tot in x^2, $\left(\frac{dz}{dy}\right) = sx + \frac{1}{2}vx^2$ te nemen is. Het wordt dan noodig $\frac{d^2 z}{dx^2}$ tot in x in rekening te brengen, waartoe de door substitutie van y in de vergelijking van het oppervlak te vinden ordinaat z der geodetische lijn tot in x^3 vereischt wordt, dat is $z = \frac{1}{2}rx^2 + \frac{1}{6}ux^3$, dus $\frac{d^2 z}{dx^2} = r + ux$. De beide onbepaalde coëfficiënten A en B zijn alzoo op te lossen uit $(r+ux)\left(sx + \frac{1}{2}vx^2\right) + (6Ax + 12Bx^2) = 0$, gevende $6A + rs = 0$ en $12B + \left(\frac{1}{2}rv + su\right) = 0$, ten blijke dat op het aangenomen XYvlak de geodetische lijn zich projecteert volgens

$$y = -\frac{1}{6}rsx^3 - \frac{1}{24}(rv + 2su)x^4 + \text{enz.}$$

Is nu (x, y, z) meer bepaaldelijk het eindpunt P_1 der geodetische lijn, dan wordt in P de boven door $\gamma - \gamma'$ voorgestelde

hoek van deze lijn met de in P normale en door $P_{\prime}$ gaande vlakke doorsnede van het oppervlak

$$\mp(\gamma-\gamma') = \frac{y}{x} = -\frac{1}{6} r s x^2 - \frac{1}{24}(r v + 2 s u) x^3 + \text{enz.}, \quad (2)$$

waarin, omdat boven door γ een scherpe hoek verstaan is, het bovenste of het onderste teeken is te nemen naarmate r en s gelijke of ongelijke teekens hebben.

De hoek in P daarentegen, dien de geodetische lijn vormt met de in $P_{\prime}$ normale en door P gaande doorsnede, kan gevonden worden door middel van het snijpunt der normaal $\frac{X-x}{\left(\frac{dz}{dx}\right)} = \frac{Y-y}{\left(\frac{dz}{dy}\right)} = -(Z-z)$ met het raakvlak $Z=0$, dat is het punt $\Big\{X = x + z\left(\frac{dz}{dx}\right) = x + \frac{1}{2} r x^2 . r x + \text{enz.} = x + \text{enz.},$

$$Y = y + z\left(\frac{dz}{dy}\right) = (Ax^3 + Bx^4 + \text{enz.}) + \left(\frac{1}{2} r x^2 + \frac{1}{6} u x^3\right)\left(s x + \frac{1}{2} v x^2\right) =$$

$$= \left(A + \frac{1}{2} r s\right) x^3 + \left(B + \frac{1}{4} r v + \frac{1}{6} s u\right) x^4 + \text{enz.} =$$

$$= \frac{1}{3} r s x^3 + \frac{1}{24}(5 r v + 2 s u) x^4 + \text{enz.}\Big\}.$$ Hieruit volgt namelijk voor dien hoek

$$\pm(\gamma''-\gamma) = \frac{Y}{X} = \frac{1}{3} r s x^2 + \frac{1}{24}(5 r v + 2 s u) x^3 + \text{enz.} \quad . \; . \; . \; (3).$$

In al deze formulen mag, uithoofde $\frac{dy}{dx}$ van de 2e en $\frac{dz}{dx}$ van de 1e orde is en dus de lengte $\sigma = \int_0^x dx \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right\}}$ der geodetische lijn zelve slechts in de 3e orde van de abscis x afwijkt, x door σ vervangen worden. Dit zou echter niet meer het geval zijn indien men y en z voor de geodetische lijn tot in de 5e magt van x had willen benaderen: voor dat geval, waarin men ook niet meer van de zoo even volgens (1')

afgekorte, maar van de volledige differentiaalvergelijking (1) dier lijn had moeten uitgaan, zouden de volgende formulen gevonden zijn, waarin evenwel de wet der coëfficiënten niet zeer eenvoudig schijnt:

$$y = -\frac{1}{6} rsx^3 - \frac{1}{24}(rv + 2su)x^4 + \frac{1}{120}\{rs(3r^2 + rt + 12s^2) -$$
$$- 3(su' + uv)\} x^5 + \text{enz.}$$

$$z = \frac{1}{2} rx^2 + \frac{1}{6} ux^3 - \frac{1}{24}(4rs^2 - u')x^4 - \frac{1}{120}\{5s(3rv + 2su) - u''\} x^5 + \text{enz.}$$

$$X = x + \frac{1}{2} r^2 x^3 + \text{enz.}$$

$$Y = \frac{1}{3} rsx^3 + \frac{1}{24}(5rv + 2su)x^4 - \frac{1}{120}\{rs(-3r^2 + 9rt + 8s^2) -$$
$$- (2su' + 7uv + 10rv')\} x^5 + \text{enz.}$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{1}{3} rsx^2 + \frac{1}{24}(5rv + 2su)x^3 - \frac{1}{120}\{rs(17r^2 + 9rt + 8s^2) -$$
$$- (2su' + 7uv + 10rv')\} x^4 + \text{enz.}$$

Uit de beide eersten zou nu volgen:

$$\sigma = \int_0^x dx \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right\}} = x + \frac{1}{6} r^2 x^3 + \frac{1}{8} ru\, x^4 -$$
$$- \frac{1}{120}(3r^4 + 13r^2 s^2 - 4ru' - 3u^2)x^5 - \frac{1}{144}(6r^3 u + 13r^2 sv + 14rs^2 u -$$
$$- ru'' - 2uu')x^6 + \text{enz.},$$

en hieruit bij omkeering:

$$x = \sigma - \frac{1}{6} r^2 \sigma^3 - \frac{1}{8} ru\sigma^4 + \frac{1}{120}(13r^4 + 13r^2 s^2 - 4ru' - 3u^2)\sigma^5 +$$
$$+ \frac{1}{144}(27r^3 u + 13r^2 sv + 14rs^2 u - ru'' - 2uu')\sigma^6 + \text{enz.}$$

$$y = -\frac{1}{6}\, rs\sigma^3 - \frac{1}{24}(rv + 2su)\sigma^4 + \frac{1}{120}\{rs(13r^2 + rt + 12s^2) -$$
$$- 3\,(su' + uv)\}\ \sigma^5 + \text{enz.}$$

$$z = \frac{1}{2}\, r\sigma^2 + \frac{1}{6} u\,\sigma^3 - \frac{1}{24}\{4r\,(r^2 + s^2) - u'\}\,\sigma^4 - \frac{1}{120}\ \{25\, r^2 u +$$
$$+ 5s\,(3\,rv + 2\,su) - u''\}\ \sigma^5 + \text{enz.},$$

terwijl men evenzeer de hoeken $\frac{y}{x}$ en $\frac{Y}{X}$ in σ zou kunnen uitdrukken. *) Nog zou men de lengte der doorsnede van het

---

*) Deze drie laatste formulen voor de coordinaten x, y, z, en daaruit wederkeerig alle vorige formulen, had men ook van den beginne af door onbepaalde coëfficiënten in de lengte σ in plaats van in x kunnen opmaken, indien men was uitgegaan van de vergelijking $\left(\frac{dz}{dx}\right) dx + \left(\frac{dz}{dy}\right) dy - dz = 0$ van het oppervlak of wel van de betrekking $dx^2 + dy^2 + dz^2 = d\sigma^2$, een van beiden verbonden met de voor constante $d\sigma$ geldende differentiaalvergelijkingen $\frac{d^2x}{\left(\frac{dz}{dx}\right)} = \frac{d^2y}{\left(\frac{dz}{dy}\right)} = -d^2z$ der geodetische lijn, die de hoofdeigenschap uitdrukken dat hare hoofdnormaal, dat is de diagonaal van de ruit op de wederzijdsche gelijke elementen $\pm d\sigma$ of $\left(\pm dx + \frac{1}{2} d^2x,\ \pm dy + \frac{1}{2} d^2y,\ \pm dz + \frac{1}{2} d^2 z\right)$, en wier rigtingscosinussen dus evenredig zijn aan d^2x, d^2y, d^2z, zamenvalt met de normaal van het oppervlak, wier rigtingscosinussen evenredig zijn aan $\left(\frac{dz}{dx}\right)$, $\left(\frac{dz}{dy}\right)$, -1. Dat deze vier ter oplossing van x, y, z in σ dienende vergelijkingen werkelijk met elkander zamenhangen, kan blijken doordien de eerste, term voor term vermenigvuldigd met de drie laatste gelijke waarden, de differentiaal $dx\,d^2x + dy\,d^2y + dz\,d^2z = 0$ geeft van de tweede vergelijking voor constante $d\sigma$. En wilde men zich wijders vergewissen dat in de gelijkheid der even bedoelde waarden de boven bij constante dx gebruikte differentiaalvergelijking (1), alleen uitdrukkende dat het krommingsvlak der geodetische lijn door de normaal van het oppervlak gaat, is opgesloten, dan zou daartoe de opmerking kunnen dienen dat, als men d^2x, d^2y, d^2z in hunne meest algemeene beteekenis, onafhankelijk van de voorwaarde dat zij bij constante $d\sigma$ behooren, opvat, dat dan in de vergelijking

$$\begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ d^2x & d^2y & d^2z \\ \left(\frac{dz}{dx}\right) & \left(\frac{dz}{dy}\right) & -1 \end{vmatrix} = 0$$

de elementen der 2e rij voor de raaklijn evenredig zijn aan die der 1e en voor de hoofdnormaal blijkens meergenoemde gelijke waarden evenredig aan die der 3e rij: dat dus die vergelijking in het algemeen het door de raaklijn en de hoofdnormaal bepaalde vlak, dat is het krommingsvlak, voorstelt; maar tevens dat zij door nu de onderstelling $d^2x = 0$ in te voeren in de vergelijking (1) overgaat.

gegeven oppervlak $Z = \frac{1}{2}(r X^2 + 2 s X Y + \text{enz.}) + $
$+ \frac{1}{6}(u X^3 + 3 v X^2 Y + \text{enz.}) + \frac{1}{24}(u' X^4 + \text{enz.}) + $
$+ \frac{1}{120}(u'' X^5 + \text{enz.}) + \text{enz.}$ met het door de normaal in P en door P_1 gaande vlak $Y = \frac{y}{x} X = \left\{ -\frac{1}{6} rs\, x^2 - \frac{1}{24}(rv + 2su)x^3 + \text{enz.} \right\} X$ kunnen opmaken (waarbij dan x als constant en X, Y, Z als veranderlijken te beschouwen), en daarvoor verkrijgen:

$$\sigma' = x + \frac{1}{6} r^2 x^3 + \frac{1}{8} ru x^4 - \frac{1}{360}(9r^4 + 35 r^2 s^2 - 12 ru' - 9u^2) x^5 -$$
$$- \frac{1}{144}(6 r^3 u + 12 r^2 sv + 12 r s^2 u - ru'' - 2 uu') x^6 + \text{enz.},$$

zoodat $\sigma' - \sigma = \frac{1}{90} r^2 s^2 x^5 + \frac{1}{144} rs(rv + 2 su) x^6 + \text{enz.}$ zou worden: dezelfde uitkomst trouwens die boven door aanwending van het omhullend ontwikkelbaar oppervlak reeds op veel eenvoudiger wijze en verder benaderd uit de vergelijking $y = Ax^3 + Bx^4 + Cx^5 + \text{enz.}$ in het platte vlak is verkregen onder den vorm

$$\sigma' - \sigma = \frac{2}{5} A^2 x^5 + AB x^6 + \frac{1}{14}(9 B^2 + 16 AC) x^7 + \text{enz.}$$

In dezen vorm toch is, daar $\frac{y}{x}$ op het oppervlak zelf en in de ontwikkeling denzelfden hoek beteekent, terwijl de abscissen x gebleken zijn in deze twee gevallen respectievelijk slechts in de 3e en in de 5e orde van de lengte σ der geodetische lijn te verschillen, volgens (2) slechts te substitueren $A = -\frac{1}{6} rs$ en $B = -\frac{1}{24}(rv + 2 su)$. Wilde men nog bovendien de zoo even op het oppervlak zelf berekende en in x uitgedrukte lengten σ en σ' der geodetische lijn en der in P normale doorsnede vergelijken met de lengte der koorde PP_1, dan

zou men daartoe voor deze laatste vinden $\sqrt{(x^2+y^2+z^2)} =$

$$= x + \frac{1}{8} r^2 x^3 + \frac{1}{12} r u x^4 - \frac{1}{1152} (9 r^4 + 80 r^2 s^2 - 24 r u' -$$

$$- 16 u^2) x^5 - \frac{1}{1440} (15 r^3 u + 80 r^2 s v + 80 r s^2 u - 6 r u'' -$$

$$- 10 u u') x^6 + \text{enz.}$$

Bepaalt men zich tot de formulen (2) en (3), dan geven deze de hoeken van de geodetische lijn met de beide normaaldoorsneden reeds een graad verder benaderd dan de overeenkomstige formulen van WEINGARTEN voor $\alpha - \beta$ (hier $\pm (\gamma - \gamma')$) en voor $(\beta') - \beta$ (hier $\pm (\gamma'' - \gamma') = \pm ((\gamma'' - \gamma) + (\gamma - \gamma'))$), namelijk

$$\alpha - \beta = - \frac{1}{6} \sigma^2 (r_0 \cos^2 \beta + t_0 \sin^2 \beta) (r_0 - t_0) \sin \beta \cos \beta \text{ en}$$

$$(\beta') - \beta = - \frac{1}{2} \sigma^2 (r_0 \cos^2 \beta + t_0 \sin^2 \beta) (r_0 - t_0) \sin \beta \cos \beta ,$$

terwijl zij bovendien een meer beknopten vorm hebben. Dit laatste blijkt vooral indien men van de formulen (2) en (3) overgaat tot die op de door WEINGARTEN gebruikte coordinatenassen, namelijk de raaklijnen aan de beide door P gaande hoofddoorsneden van het oppervlak als X- en Y-assen, makende dan de geodetische lijn, de in P normale doorsnede en de in P_1 normale doorsnede respectievelijk met de X-as de hoeken α, β en (β'). Daartoe moet, de coordinaten volgens WEINGARTEN noemende x' en y', in zijne tot de 3e orde voortgezette vergelijking van het oppervlak, stel

$$z = \frac{1}{2} (r_0 x'^2 + t_0 y'^2) + \frac{1}{6} (u_0 x'^3 + 3 v_0 x'^2 y' + 3 v'_0 x' y'^2 + u'_0 y'^3) + \text{enz.},$$

gesubstitueerd worden $x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha$ en $y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha$, waardoor men voor de hier gebruikte vergelijking

$$z = \frac{1}{2} (r x^2 + 2 s x y + \text{enz.}) + \frac{1}{6} (u x^3 + 3 v x^2 y + \text{enz.}) + \text{enz.}$$

verkrijgt:

$$\left.\begin{aligned} r &= r_0 \cos^2\alpha + t_0 \sin^2\alpha, \ldots\ldots \\ s &= -(r_0 - t_0)\sin\alpha\cos\alpha, \ldots\ldots \\ u &= u_0\cos^3\alpha + 3v_0\sin\alpha\cos^2\alpha + 3v'_0\sin^2\alpha\cos\alpha + u'_0\sin^3\alpha, \ldots \\ v &= -u_0\sin\alpha\cos^2\alpha + v_0\cos\alpha(\cos^2\alpha - 2\sin^2\alpha) + v'_0\sin\alpha(2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + \\ &\quad + u'_0\sin^2\alpha\cos\alpha \ldots\ldots \end{aligned}\right\} (4)$$

Deze waarden, waarvan de eerste de betrekking volgens EULER tusschen de krommingen der normale doorsneden uitdrukt, geven vooreerst:

$$A = -\frac{1}{6} rs = +\frac{1}{6}(r_0 \cos^2\alpha + t_0 \sin^2 a)(r_0 - t_0)\sin\alpha\cos\alpha$$

in overeenstemming met de formule van WEINGARTEN voor α–β (behoudens vervanging van α door β en van x door σ), en ten andere, indien die formule slechts ééne orde verder was voortgezet, den zeer zamengestelden coëfficiënt:

$$B = -\frac{1}{24}(rv + 2su) = -\frac{1}{24}\Big\{ -3r_0u_0\sin\alpha\cos^4\alpha + \\ + r_0v_0\cos^3\alpha(\cos^2\alpha - 8\sin^2\alpha) + r_0v'_0\sin\alpha\cos^2\alpha(2\cos^2\alpha - 7\sin^2\alpha) + \\ + r_0u'_0\sin^2\alpha\cos\alpha(\cos^2\alpha - 2\sin^2\alpha) + t_0u_0\sin\alpha\cos^2\alpha(2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + \\ + t_0v_0\sin^2\alpha\cos\alpha(7\cos^2\alpha - 2\sin^2\alpha) + t_0v'_0\sin^3\alpha(8\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + \\ + 3t_0u'_0\sin^4 a\cos\alpha\Big\}.$$

Evenzoo komt de eerste term van de voor het verschil in lengte gevonden formule

$$\sigma' - \sigma = \frac{1}{90} r^2 s^2 x^5 + \frac{1}{144} rs(rv + 2su)x^6 + \text{enz.}$$

overeen met de formule

$$s - \sigma = \frac{\sigma^5}{90}(r_0 - t_0)^2(r_0\cos^2\beta + t_0\sin^2\beta)^2\cos^2\beta\sin^2\beta + \text{enz.}$$

van WEINGARTEN in BAEYER's *Messen*, etc., pag. 92. Maar tevens blijkt dat de daar voorkomende opmerking, volgens welke bij voortgezette ontwikkeling van dit verschil ook de verdere termen den factor $(r_0 - t_0)^2$ zouden bevatten, niet juist is: immers dan zouden die termen in de thans gebezigde notatie den factor s^2 moeten hebben. Nu bevat de eerstvolgende term den factor s slechts in de 1e magt, en de daarop volgende term, waarvoor boven in het algemeen gevonden werd $\frac{1}{14}(9\,B^2 + 16\,AC)\,x^7$, in het geheel niet meer, wijl die term voor $s = 0$ of $A = 0$ en $B = -\frac{1}{24} rv$ niet verdwijnt. Al moge dan ook volgens WEINGARTEN voor den bol het verschil der hoofdkrommingen r_0 en t_0 en tevens het verschil in lengte $s - \sigma$ gelijktijdig nul worden, is omgekeerd de eerste omstandigheid die zich ook in de umbilici van een willekeurig oppervlak voordoet niet voldoende om tot de laatste te besluiten: terwijl toch bij den bol buitendien andere bijzondere betrekkingen tusschen de hoogere partiële differentiaalquotienten u_0, v_0, v'_0, u'_0, enz. bestaan die het verdwijnen der hoogere termen in $s - \sigma$ kunnen verklaren, behoeft dit bij een willekeurig oppervlak niet plaats te hebben, maar zal daar in het algemeen voor $r_0 = t_0$ het verschil $s - \sigma$ slechts van de 5e tot de 7e orde opklimmen Voor de hoeken $\gamma - \gamma'$ en $\gamma'' - \gamma$ geldt eene overeenkomstige opmerking; deze klimmen in het bedoelde geval van de 2e tot de 3e orde op.

Voor zoover de eerste termen in de formulen voor $\gamma - \gamma'$, $\gamma'' - \gamma$ en $\sigma' - \sigma$ betreft, doen wel is waar de vormen volgens WEINGARTEN deze grootheden meer onmiddellijk kennen als functiën van de hoofdkrommingen r_0 en t_0 van het oppervlak en van den hoek α (of benaderd β) der geodetische lijn met de bij r_0 behoorende hoofddoorsnede; maar daarentegen springt in den thans gevonden vorm meer onmiddellijk de beteekenis van den factor r in het oog als kromming van de aan de geodetische lijn rakende normaaldoorsnede van het oppervlak, dat is als kromming van de geodetische lijn zelve, terwijl ook aan den factor s eene eenvoudige beteekenis is te geven door middel van den boven ingevoerden (scherpen) hoek γ van de geodetische

lijn met hare toegevoegde raaklijn. De indicatrix toch van het oppervlak is $rx^2 + 2sxy + ty^2 = C$; hare aan de raaklijn $y = 0$ der geodetische lijn toegevoegde middellijn is bijgevolg $rx . X + sx . Y = 0$, waaruit $\mp tg\,\gamma = \frac{Y}{X} = -\frac{r}{s}$ of $s = \pm r cot \gamma$. Hieruit volgt nog, de formulen (2) en (3) afbrekende bij den eersten term,

$$\mp(\gamma - \gamma') = -\frac{1}{6} rsx^2 = \mp \frac{1}{6} r^2 x^2 cot \gamma \text{ en } \pm(\gamma'' - \gamma) = \pm \frac{1}{3} r^2 x^2 cot \gamma,$$

hetgeen werkelijk weder sluit met de boven uit kegel of cilinder gevonden formulen $\gamma - \gamma' = \frac{1}{6}\omega^2 cot \gamma$ en $\gamma'' - \gamma = \frac{1}{3}\omega^2 cot \gamma$, uithoofde de aldaar ingevoerde hoek ω der raaklijnen in de uiteinden der geodetische lijn gelijk is aan het quotient van hare lengte σ of x door haren kromtestraal, dat is gelijk aan het product rx.

Wat nu de verhouding der hoeken van de geodetische lijn met de beide normaaldoorsneden betreft, uit (2) en (3) volgt:

$$\frac{\gamma'' - \gamma}{\gamma - \gamma'} = \frac{8\,rs + (5\,rv + 2\,su)\,x + \text{enz.}}{4\,rs + (\,rv + 2\,su)\,x + \text{enz.}}.$$

Wordt x oneindig klein gedacht, dan is deze verhouding gelijk 2. Voor eindige maar kleine x is zij bij benadering gelijk 2, ten minste zoolang r of s niet te klein zijn. Wordt daarentegen bijv. s van dezelfde orde als x, stel $s = kx$, dan worden $\mp(\gamma - \gamma') = -\frac{1}{24} r(4k + r)\,x^3 +$ enz. en $\pm(\gamma'' - \gamma) = \frac{1}{24} r(8k + 5r)\,x^3 +$ enz. van de 3^e orde en $\frac{\gamma'' - \gamma}{\gamma - \gamma'} = \frac{8k + 5v}{4k + v}$ afhankelijk van k zelf; bijv. voor $k = -\frac{1}{2}v$ of $s = -\frac{1}{2}vx$ komt $\mp(\gamma - \gamma') = \pm(\gamma'' - \gamma) = \frac{1}{24} rvx^3 +$ enz. of $\gamma' = \gamma''$: dit is het in den aanvang sub 2°. beschouwde geval waarin de twee normaaldoorsneden, op het vlak XY een zelf-

den doorgang hebbende, zamenvallen, of waarin de normalen in P en in P_1 elkander snijden, althans een afstand hebben van hooger orde dan in het algemeene geval; voor $k = 0$ of $s = 0$, als wanneer zooals sub 3°. werd ondersteld de X-as of raaklijn der geodetische lijn tevens raaklijn is van eene der beide kromtelijnen, komt $\frac{\gamma''-\gamma}{\gamma-\gamma'} = 5$; voor $k = -v$ of $s = -vx$ komt $\frac{\gamma''-\gamma}{\gamma-\gamma'} = 1$ of $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma' + \gamma'')$, zoodat dan de geodetische lijn den hoek der beide normaaldoorsneden middendoor deelt; enz. Onderstelt men dat niet s, maar r klein is, bijv. $r = k'x$, dan worden $\mp(\gamma - \gamma') = -\frac{1}{12}s(2k' + u)x^2 +$ enz. en

$\pm(\gamma''-\gamma) = \frac{1}{12}s(4k' + u)x^2 +$ enz. evenzeer van de 3e orde en de verhouding $\frac{\gamma''-\gamma}{\gamma-\gamma'} = \frac{4k' + u}{2k' + u}$ afhankelijk van k'; bijv. voor $k' = -\frac{1}{3}u$ of $r = -\frac{1}{3}ux$ komt weder $\gamma' = \gamma''$, dat is éène gemeenschappelijke normaaldoorsnede; voor $k' = 0$ of $r = 0$, dat is als de geodetische lijn rakend is aan eene der beide asymptotische lijnen van het oppervlak, komt $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma' + \gamma'')$; enz.

In de hier besproken gevallen waarin óf s, óf r kleine waarden hebben, dat is waarin de beschouwde boog der geodetische lijn van dezelfde orde is als haar gedeelte tusschen de punten waarvoor de normalen van het oppervlak elkander snijden, nemen niet alleen de formulen voor de hoeken $\gamma-\gamma'$ en $\gamma''-\gamma$ en voor hunne verhouding, maar evenzeer de boven voor het verschil in lengte en voor den pijl van geodetische lijn en normaaldoorsnede in het algemeen opgemaakte formulen, andere vormen aan, van de coëfficiënten k of k' afhankelijk.

Wil men na het voorgaande onderzoek voor een willekeurig oppervlak thans overgaan tot de toepassing daarvan op eenig omwentelingsvlak, dan stelle men dat dit laatste ten opzigte

van de omwentelingsas OZ (Fig. 6) en van het door het punt P gaande meridiaanvlak XOZ gegeven is door eene vergelijking van den vorm $\varrho^2 = x^2 + y^2 = F(z)$. Het komt er dan vooreerst op aan de vergelijking op te maken ten opzigte van de raaklijn en de normaal van den meridiaan in P als assen der X′ en der Z′ en van de raaklijn der parallel aldaar als as der Y′, welke coordinatenassen overeenstemmen met de door WEINGARTEN in het algemeen gebezigde. Daartoe dienen, als $(\varrho_1, 0, z_1)$ het punt P en φ de hellingshoek der normaal is, de formulen

$$x = \varrho_1 - x' \sin\varphi - z' \cos\varphi,\quad y = y',\quad z = z_1 + x' \cos\varphi - z' \sin\varphi,$$

door wier substitutie de nieuwe vergelijking wordt, als men het tweede lid volgens de reeks van TAYLOR ontwikkelt, alle termen met z'^2 en den term in $x'^2 z'$ als van de 4e orde achterwege laat, en tevens op $\varrho_1{}^2 = F(z_1)$ en op $tg\,\varphi = -$

$$-\frac{d\varrho_1}{dz_1} = -\frac{F'(z_1)}{2\varrho_1} \text{ of } 2\varrho_1 = -F' \cot\varphi \text{ let,}$$

$$F' \cot\varphi\,(x' \sin\varphi + z' \cos\varphi) + (x'^2 \sin^2\varphi + 2x'z' \sin\varphi \cos\varphi) + y'^2 =$$
$$= F'(x' \cos\varphi - z' \sin\varphi) + \frac{1}{2} F''(x'^2 \cos^2\varphi - 2x'z' \sin\varphi\cos\varphi) + \frac{1}{6} F''' x'^3 \cos^3\varphi$$

of

$$\left\{\frac{F'}{\sin\varphi} + (F''+2)x' \sin\varphi\cos\varphi\right\} z' = \frac{1}{2}\left\{(F''+2)\cos^2\varphi - 2\right\}x'^2 - y'^2 + \frac{1}{6} F''' x'^3 \cos^3\varphi.$$

Hieruit z' oplossende door met $\frac{\sin\varphi}{F'}\left\{1 - \frac{(F''+2)x' \sin^2\varphi\cos\varphi}{F'}\right\}$ te vermenigvuldigen, heeft men dus in het geval van een omwentelingsvlak voor de coëfficiënten in de reeds boven door

$$z' = \frac{1}{2}(r_0 x'^2 + t_0 y'^2) + \frac{1}{6}(u_0 x'^3 + 3v_0 x'^2 y' + 3v'_0 x' y'^2 + u'_0 y'^3) + \text{enz.}$$

voorgestelde vergelijking volgens WEINGARTEN de navolgende waarden:

$$r_0 = \frac{\sin\varphi}{F'}\left\{(F''+2)\cos^2\varphi - 2\right\},\qquad t_0 = -\frac{2\sin\varphi}{F'},$$

$$u_0 = \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{F'}\left[F'''\cos^2 + \frac{3(F''+2)\sin^2\varphi}{F'}\left\{(F''+2)\cos^2\varphi - 2\right\}\right],\quad v_0 = 0,$$

$$v'_0 = \frac{2(F'+2)\sin^3\varphi\cos\varphi}{F'^2},\qquad u'_0 = 0.$$

Dezelfde waarden zijn ook af te leiden uit formulen die tevens voor de uitrekening geschikter zijn in die gevallen waarin de abscis ϱ van den meridiaan in functie van den hellingshoek φ gegeven of door middel van $\varrho^2 = F(z)$ en $tg\,\varphi = -\frac{d\varrho}{dz}$ gemakkelijk uit te drukken is. Vooreerst toch zijn r_0 en t_0 niets anders dan de hoofdkrommingen van het omwentelingsvlak in P, dat is de omgekeerde waarden van den kromtestraal R_1 van den meridiaan en van de normaal R_2 tot de omwentelingsas, zoodat men heeft $r_0 = \frac{1}{R_1} = \frac{d\varphi}{dx'} = -\frac{sin\,\varphi\cdot d\,\varphi}{d\varrho}$ en $t_0 = \frac{1}{R_2} = \frac{cos\,\varphi^0}{\varrho}$, waaruit nog volgt $r_0\,d\,\varrho = d\,(t_0\,\varrho)$ of $r_0 - t_0 = \frac{\varrho\,d\,t_0}{d\varrho}$. Ten andere heeft men $u_0 = \frac{dr_0}{dx'} = r_0\frac{dr_0}{d\varphi} = \frac{1}{2}\frac{d(r_0^2)}{d\varphi}$ en $v'_0 = \frac{d\,t_0}{dx'} = r_0\frac{d\,t_1}{d\varphi}$ of ook $= -\frac{sin\,\varphi\,d\,t_0}{d\varrho} = -\frac{(r_0 - t_0)\,sin\,\varphi}{\varrho} = -(r_0 - t_0)t_0\,tg\,\varphi$. En verder moeten in het tegenwoordige geval v_0 en u'_0, als partiële differentiaalquotienten van r_0 en t_0 ten opzigte van y', gelijk nul zijn omdat de hoofdkrommingen r_0 en t_0 bij den overgang van P tot het onmiddellijk volgende punt van den parallelcirkel onveranderd blijven. Wilde men nu van deze waarden gebruik maken om vooreerst de voorgaande waarden voor r_0 en t_0 en daaruit die voor u_0 en v'_0 terug te vinden, dan zou dit hoofdzakelijk slechts nederkomen op de substitutie van $2\varrho = -F'cot\,\varphi$ en van $d\varrho = -tg\,\varphi.dz$ of $-F''cot\,\varphi\,dz + F'\frac{d\,\varphi}{sin^2\varphi} = -2tg\,\varphi\,dz$ dat is $F'cos\,\varphi\,d\,\varphi = sin\,\varphi\,\{(F'' + 2)cos^2\varphi - 2\}\,dz$.

Worden vervolgens in het vlak X′Y′ de coordinatenassen vervangen door de raaklijn PX aan de geodetische lijn en door de daarop loodregte PY, dan heeft men de reeds vroeger gebruikte formulen $x' = x\,cos\,\alpha - y\,sin\,\alpha$ en $y' = x\,sin\,\alpha + y\,cos\,\alpha$ noodig, waaruit met weglating van de termen in y^2 en in y^3, die buiten invloed blijven op de alleen benoodigde coëfficiënten r, s, u, v, de waarden van x'^2, y'^2, x'^3 en $x'y'^2$ te berekenen en in de gevonden vergelijking van het omwentelingsvlak te substitueren zijn. Op die wijze, of ook door in de vroeger in

het algemeen gevonden formulen (4) te substitueren $v_0 = 0$ en $u'_0 = 0$, verkrijgt men:

$$r = r_0 \cos^2 \alpha + t_0 \sin^2 \alpha, \qquad s = -(r_0 - t_0) \sin \alpha \cos \alpha,$$
$$u = \cos \alpha \, (u_0 \cos^2 \alpha + 3 v'_0 \sin^2 \alpha),$$
$$v = \sin \alpha \left\{ -u_0 \cos^2 \alpha + v'_0 (2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \right\},$$

of ook:

$$r = \frac{\sin\varphi}{F'} \left\{ (F''+2) \cos^2\varphi \cos^2\alpha - 2 \right\}, \quad s = -\frac{\sin\varphi}{F'} (F''+2) \cos^2\varphi \sin\alpha \cos\alpha,$$

$$u = \frac{\sin\varphi \cos\varphi \cos\alpha}{F'} \left[F''' \cos^2\varphi \cos^2\alpha - \frac{3 (F''+2) \sin^2\varphi}{F'} \left\{ (F''+2) \cos^2\varphi \cos^2\alpha - 2 \right\} \right],$$

$$v = -\frac{\sin\varphi \cos\varphi \sin\alpha}{F'} \left[F''' \cos^2\varphi \cos^2\alpha - \frac{(F''+2) \sin^2\varphi}{F'} \left\{ 3 (F''+2) \cos^2\varphi \cos^2\alpha - 2 \right\} \right],$$

waaruit nog volgt:

$$A = -\frac{1}{6} rs = \frac{1}{6} \frac{\sin^2\varphi}{F'^2} (F''+2) \cos^2\varphi \sin\alpha \cos\alpha \left\{ (F''+2) \cos^2\varphi \cos^2\alpha - 2 \right\}$$

en

$$B = -\frac{1}{24} (rv + 2 su) = \frac{1}{24} \frac{\sin^2\varphi \cos\varphi \sin\alpha}{F'^2} \left[F''' \cos^2\varphi \cos^2\alpha \left\{ 3(F''+2) \cos^2\varphi \cos^2\alpha - 2 \right\} - \frac{(F''+2)\sin^2\varphi}{F'} \left\{ (F''+2) \cos^2\varphi \cos^2\alpha - 2 \right\} \left\{ 9(F''+2) \cos^2\varphi \cos^2\alpha - 2 \right\} \right].$$

Wat de verhouding der hoeken $\gamma - \gamma'$ en $\gamma'' - \gamma$ betreft, die

de geodetische lijn op het omwentelingsvlak met de beide normaaldoorsneden maakt, zijn weder dezelfde gevallen op te merken die boven voor een willekeurig oppervlak besproken werden. O. a. is daar gebleken dat voor $s = -\frac{1}{2} v x$ de twee normaaldoorsneden zamenvallen. Als dit geval zich op het omwentelingsvlak (altijd in de onderstelling van een kleinen afstand x) voordoet, zal blijkbaar de hoek α slechts weinig van 90° afwijken: men kan dan bijv. stellen $\alpha = 90^{\circ} - k \frac{x}{R_1} = 90^{\circ} - k t_0 x$ en dus benaderd $\sin \alpha = 1$ en $\cos \alpha = k t_0 x$, zoodat in dat geval

$$s = -(r_0 - t_0) \sin \alpha \cos \alpha = -(r_0 - t_0) k t_0 x \quad \text{en}$$

$$v = \sin\alpha \{-u_0 \cos^2\alpha + v'_0 (2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\} = -v'_0 = (r_0 - t_0) t_0 tg \varphi$$

is. Deze waarden gesubstitueerd in de voorwaarde $s = -\frac{1}{2} v x$ geven $k = \frac{1}{2} tg \varphi$ en dus $\alpha = 90^{\circ} - \frac{x}{2 R_1} tg \varphi$. Dat dit werkelijk het azimuth is waarvoor de beide normaaldoorsneden zamenvallen, dat wil zeggen waarvoor de punten P en P_1 op een zelfden parallelcirkel liggen, kan ook regtstreeks blijken door, ditmaal niet langs de geodetische lijn of de gemeenschappelijke normaaldoorsnede, maar langs den parallelcirkel zelf den omhullenden omwentelingskegel aan te leggen. De hoeken tusschen geodetische lijn en parallelcirkel zijn dan op omwentelingsvlak en kegel bij benadering gelijk en blijkens ontwikkeling van den kegel ook gelijk aan den halven hoek van diens beschrijvende lijnen in P en in P_1, dat is gelijk aan het quotient $\frac{x}{2 R_1} tg \varphi$ van $\frac{1}{2}$ P P_1 of $\frac{x}{2}$ door de lengte $R_1 \cot \varphi$ dezer beschrijvende lijnen. Deze uitkomst bevat tevens als bijzonder geval de boven regtstreeks voor den omwentelingskegel, waarvoor de hoek $P T P_1 = \varepsilon \sin \beta$ is, gevonden formule $\gamma = 90^{\circ} - k \varepsilon = 90^{\circ} - \frac{1}{2} \varepsilon \sin \beta$.

In het hier bedoelde geval der gemeenschappelijke normaaldoorsnede is boven in het algemeen voor haren hoek met de

geodetische lijn gevonden $\mp(\gamma-\gamma') = \pm(\gamma''-\gamma) = \frac{1}{24} rvx^3 +$ enz.; wegens $r = r_0 \cos^2 \alpha + t_0 \sin^2 \alpha = t_0$ en $v = -v'_0 = (r_0 - t_0)\, t_0\, tg\, \varphi$ komt daarvoor dus hier $-\frac{1}{24} t_0 v'_0 x^3$ of $\frac{1}{24}(r_0 - t_0) t_0^2 x^3 tg\varphi$. Uit dezen hoek laten zich, zooals in den aanvang sub 2°. is ontwikkeld, dadelijk het verschil in lengte en de pijl van beide krommen afschrijven: met den hoek $\frac{y_1}{x_1} = -B x_1^3$ aldaar kwam toch het verschil $\sigma' - \sigma = \frac{17}{70} B^2 x_1^7$ en de pijl $\delta = -\frac{5}{16} B x_1^4$ overeen; derhalve is hier, wegens $B = \frac{1}{24} t_0 v'_0$, het verschil in lengte $\sigma' - \sigma = \frac{17}{70 \times 24^2} t_0^2 v'^2_0 x^7$ en de pijl $\delta = -\frac{5}{384} t_0 v'_0 x^4$.

De hier gebezigde betrekkingen tusschen den hoek, het verschil in lengte en den pijl zijn gevonden door eene berekening waarbij het ééne eindpunt of buigpunt P in de ontwikkeling als oorsprong van coordinaten gold, terwijl het andere eindpunt P_1 evenzeer in een buigpunt was overgegaan. In plaats van op deze wijze zou men in het tegenwoordige geval, waarbij zoowel op het omwentelingsvlak zelf als op het volgens de geodetische lijn PP_1 omhullend ontwikkelbaar oppervlak het meridiaanvlak van het midden tusschen P en P_1 een vlak van symmetrie is — welke symmetrie trouwens, voor zoover men tusschen de nabij-gelegen eindpunten P en P_1 eener gemeenschappelijke normaaldoorsnede van een geheel willekeurig oppervlak blijft, ook zelfs dan, behoudens verschillen van hooger orde, zou blijken te bestaan — de berekening regelmatiger ten opzigte van de raaklijn en de normaal van het midden der ontwikkelde normaaldoorsnede als coordinatenassen kunnen uitvoeren. Op deze assen zou de kromme zijn $y = A' x^2 + B' x^4 +$ enz. of, omdat men voor de wederzijdsche eind- of buigpunten $(\pm x_1, y_1)$ moet hebben $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x_1} = 2A' + 12 B' x_1^2 = 0$, waaruit $A' = -6 B' x_1^2$ volgt, $y = -6 B' x_1^2 x^2 + B' x^4$. Hieruit komt, nu de ontwikkelde geo-

detische lijn of de koorde P P_1 evenwijdig aan de abscissenas loopt, voor $x = x_1$ de pijl $\delta = y_1 = -5\,B'x_1^4$ en de hoek $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_1} = -12\,B'x_1^2\,.\,x_1 + 4\,B'x_1^3 = -8\,B'x_1^3$, welke waarden, doordien de hier gebruikte abscis x_1 de helft is van de vroegere, met de vroegere waarden overeenstemmen zoodra slechts de coëfficiënten B en B' gelijk genomen worden. En wat aangaat het verschil in lengte, heeft men:

$$\sigma' - \sigma = 2\int_0^{x_1} dx \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}} - 2\,x_1 =$$

$$= 2\int_0^{x_1} dx \sqrt{\left\{1 + 16\,B'^2(-3\,x_1^2 x + x^3)^2\right\}} - 2\,x_1 =$$

$$= 2\int_0^{x_1} 8\,B'^2\,(9\,x_1^4 x^2 - 6\,x_1^2 x^4 + x^6)\,dx =$$

$$= 16\,B'^2\left(3\,x_1^7 - \frac{6}{5}x_1^7 + \frac{1}{7}x_1^7\right) = \frac{16\times68}{35}B'^2 x_1^7 = \frac{17}{70}B'^2(2x_1)^7,$$

mede in overeenstemming met de vroegere formule.

Eindelijk mogen hier nog een paar eenvoudige voorbeelden van omwentelingsvlakken volgen, die trouwens, indien men niet eerst de formulen voor deze oppervlakken in het algemeen had willen ontwikkelen, ieder voor zich beknopter zouden kunnen uitgewerkt worden. Vooreerst de omwentelingskegel. Daarvoor is de hellingshoek φ constant en gelijk aan den halven tophoek β, dus $r_0 = -\frac{\sin\varphi\, d\varphi}{d\varrho} = 0$ en, weder de beschrijvende lijn tot aan den top l noemende, $t_0 = \frac{\cos\varphi}{\varrho} = \frac{\cot\beta}{l}$; verder $u_0 = \frac{dr_0}{dx'} = 0, v'_0 = -(r_0 - t_0)t_0 tg\varphi = \frac{\cot\beta}{l^2}$,

$$A = -\frac{1}{6}\,rs = -\frac{1}{6}\,(t_0\sin^2\alpha)\,(t_0\sin\alpha\cos\alpha) = -\frac{1}{6}\,\frac{\sin^3\alpha\cos\alpha\cot^2\beta}{l^2} \text{ en}$$

$$B = -\frac{1}{24}(rv + 2su) = -\frac{1}{24} t_0 v'_0 \sin^3\alpha \left\{(2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + 6\cos^2\alpha\right\} =$$

$$= -\frac{1}{24} \frac{\sin^3\alpha\,(8\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\cot^3\beta}{l^3}.$$

Uit formule (2) is bijgevolg:

$$-(\gamma - \gamma') = -\frac{1}{6}\frac{\sin^2\alpha\cos\alpha\cot^2\beta}{l^2}x^2 - \frac{1}{24}\frac{\sin^3\alpha(8\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)\cot^3\beta}{l^3}x^3.$$

Vervangt men hierin, overeenkomstig de vroegere notatie, α door γ en substitueert men, zooals uit de ontwikkeling van den kegel blijkt:

$$\frac{x}{l} = \frac{\sin(\varepsilon\sin\beta)}{\sin(\gamma + \varepsilon\sin\beta)} = \frac{\varepsilon\sin\beta}{\sin\gamma + \varepsilon\cos\gamma\sin\beta} = \frac{\varepsilon\sin\beta}{\sin\gamma}\left(1 - \frac{\varepsilon\cos\gamma\sin\beta}{\sin\gamma}\right),$$

dan komt men neder op de vroeger regtstreeks voor den kegel berekende waarde:

$$\gamma - \gamma' = \frac{1}{6}\varepsilon^2\sin\gamma\cos\gamma\cos^2\beta - \frac{1}{24}\varepsilon^3\sin^2\gamma\sin\beta\cos^2\beta.$$

Op dezelfde wijze blijkt dit ten opzigte van den hoek $\gamma'' - \gamma$.

Als tweede voorbeeld neme men de omwentelingsellipsoïde $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{1-e^2} = a^2$. Daarvoor bijv. uitgaande van de gemakkelijk in den hellingshoek φ uit te drukken abscis

$$\varrho = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{(1 - e^2\sin^2\varphi)}},$$

heeft men:

$$r_0 = \frac{1}{B_1} = -\frac{\sin\varphi\, d\varphi}{d\varrho} = \frac{(1 - e^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}{a(1-e^2)},$$

$$t_0 = \frac{1}{B_2} = \frac{\cos\varphi}{\varrho} = \frac{\sqrt{(1 - e^2\sin^2\varphi)}}{a},$$

$$u_0 = \frac{1}{2}\frac{d(r_0^2)}{d\varphi} = -\frac{3\,e^2(1-e^2\sin^2\varphi)^2\sin\varphi\cos\varphi}{a^2(1-e^2)^2},$$

$$v'_0 = r_0\frac{dt_0}{d\varphi} = -\frac{e^2(1-e^2\sin^2\varphi)\sin\varphi\cos\varphi}{a^2(1-e^2)},$$

waaruit volgt:

$$r = \frac{(1-e^2+e^2\cos^2\varphi\cos^2\alpha)\sqrt{(1-e^2\sin^2\varphi)}}{a(1-e^2)}$$

(dat is naar behooren de kromming van de geodetische lijn of $\frac{1}{R}$ van JORDAN's *Taschenbuch*, pag. 260, formule (5)),

$$s = -\frac{e^2\cos^2\varphi\sin\alpha\cos\alpha\sqrt{(1-e^2\sin^2\varphi)}}{a(1-e^2)},$$

$$u = -\frac{3e^2(1-e^2\sin^2\varphi)(1-e^2+e^2\cos^2\varphi\cos^2\alpha)\sin\varphi\cos\varphi\cos\alpha}{a^2(1-e^2)^2},$$

$$v = \frac{e^2(1-e^2\sin^2\varphi)(1-e^2+3e^2\cos^2\varphi\cos^2\alpha)\sin\varphi\cos\varphi\sin\alpha}{a^2(1-e^2)^2},$$

en dus:

$$A = -\frac{1}{6}rs = \frac{1}{6}\frac{e^2(1-e^2\sin^2\varphi)(1-e^2+e^2\cos^2\varphi\cos^2\alpha)\cos^2\varphi\sin\alpha\cos\alpha}{a^2(1-e^2)^2}$$

en

$$B = -\frac{1}{24}(rv+2su) = -\frac{1}{24}\frac{e^2(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}(1-e^2+e^2\cos^2\varphi\cos^2\alpha)}{a^3}\,.$$

$$\frac{(1-e^2+9e^2\cos^2\varphi\cos^2\alpha)\sin\varphi\cos\varphi\sin\alpha}{(1-e^2)^3}.$$

Hierdoor zijn dan de hoek $\mp(\gamma-\gamma') = \frac{v}{x} = Ax^2 + Bx^3$, het verschil in lengte $\sigma' - \sigma = \frac{2}{5}A^2x^5 + ABx^6$ en de pijl $\delta = 0.385\,Ax^3 + 0.466\,B\,x^4$ gevonden.

Meer in het bijzonder zijn de formulen voor de aardspheroïde, die men ook op zich zelve had kunnen opmaken door reeds dadelijk e^2 klein te onderstellen, in de evengevonden formulen opgesloten. In die onderstelling wordt namelijk bij benadering

$$A = \frac{1}{6}\,\frac{e^2 \cos^2 \varphi \sin\alpha \cos\alpha}{a^2} \quad \text{en} \quad B = -\frac{1}{24}\,\frac{e^2 \sin\varphi \cos\varphi \sin\alpha}{a^3},$$

derhalve vooreerst

$$\gamma - \gamma' = \frac{1}{6} e^2 \frac{x^2}{a^2} \cos^2\varphi \sin\alpha \cos\alpha - \frac{1}{24} e^2 \frac{x^3}{a^3} \sin\varphi \cos\varphi \sin\alpha,$$

dat is, behoudens vervanging van de geographische breedte φ door de daarmede volgens $tg\, u = \sqrt{(1-e^2)}\, tg\, \varphi$ zamenhangende herleide breedte u, de formule van BESSEL zooals die door BAEYER vervormd is; ten andere

$$\sigma' - \sigma = \frac{1}{90} e^4 \frac{x^5}{a^4} \cos^4\varphi \sin^2\alpha \cos^2\alpha - \frac{1}{144} e^4 \frac{x^6}{a^5} \sin\varphi \cos^3\varphi \sin^2\alpha \cos\alpha,$$

dat is de formule van BESSEL, ééne orde verder benaderd; terwijl men ten derde ook de vorenstaande waarden van A en B in de formule voor den pijl δ kan substitueren.

Liggen de punten P en P_1 op eene zelfde parallel, dan moet zooals reeds werd opgemerkt deze laatste formule vervangen worden door

$$\delta = -\frac{5}{384} t_0 v'_0 x^4 = \frac{5}{384}\,\frac{e^2 (1 - e^2 \sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}} \sin\varphi \cos\varphi}{a^3 (1 - e^2)}\, x^4$$

of voor de aardspheroïde bij benadering door

$$\delta = \frac{5}{384} e^2 \frac{x^4}{a^3} \sin\varphi \cos\varphi.$$

Deze formule, in deelen van den straal a uitgedrukt en stellende $x = 2y$, onder den vorm $\frac{\delta}{a} = \frac{5}{48} e^2 \frac{y^4}{a^4} \sin 2\varphi$, komt dus in de plaats van de in den aanhef bedoelde van HELMERT, na-

melijk (in secunden) $206265 \frac{e^2}{4} \frac{y^2}{R^2} \sin 2\varphi$, die dan ook wel eene bij den overgang van de spherische tot de spheroïdische onderstelling in acht te nemen correctie in de geographische breedte aangeeft, maar eene correctie waarbij op de spheroïde het onderscheid tusschen de geodetische lijn en de gemeenschappelijke normaaldoorsnede nog buiten rekening is gelaten. De gevonden formule is ook als bijzonder geval opgesloten in de onderste formule van CLARKE op pag. 361, waarin slechts δu of $\frac{QP}{a}$ door $\frac{\delta}{a}$, σ en σ_1 door $\frac{x}{2a}$ en u door φ te vervangen zijn. Op pag. 362 aldaar komt nog de opmerking voor, dat deze pijl δ gelijk is aan $\frac{5}{6}$ gedeelte van den afstand van het midden S'' der gemeenschappelijke normaaldoorsnede PP_1 tot het midden S' der doorsnede gaande door de koorde PP_1 en door de normaal van haar midden Q. Zij nog R het midden van den parallelboog PP_1, dan geeft men zich voor een willekeurig omwentelingsvlak gemakkelijk rekenschap van de navolgende benaderingsberekening:

$$S''S' = QS''.S''QS' = QR\cos\varphi\left(\frac{RS'}{R_1} - \frac{RS''}{R_2}\right) = QR\cos\varphi.QR\sin\varphi.(r_0 - t_0) =$$

$$= \left\{\frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^2}{2\varrho}\right\}^2 \sin\varphi\cos\varphi.(r_0 - t_0) = \frac{1}{64}x^4\left(\frac{\cos\varphi}{\varrho}\right)^2 tg\,\varphi.(r_0 - t_0) =$$

$$= -\frac{1}{64}t_0 v'_0 x^4 = \frac{6}{5}\delta,$$ waaruit blijkt dat dezelfde opmerking ook voor zulk een oppervlak in het algemeen geldt.

Zooals door BREMIKER in zijne boven aangehaalde *Studien* wordt opgemerkt, zou men in plaats van bij berekeningen op de aardspheroïde gebruik te maken van de geodetische lijn of van eene der beide normaaldoorsneden, ook andere daarmede min of meer zamenhangende lijnen tusschen twee nabijgelegen punten P en P_1 kunnen nemen. Zonder hier in een meer uitvoerig onderzoek te treden naar dergelijke lijnen hetzij op een

willekeurig oppervlak hetzij op de aardspheroïde, kan het eenvoudig voorbeeld van den cilinder dienen om den stand dien zij ten opzigte van elkander innemen aan te toonen. Ziehier eene opgaaf der volledige en der tot in de 3e orde benaderde vergelijkingen in cilinder-coordinaten van sommige lijnen die in dezen zin in aanmerking kunnen komen, waarbij, terwijl in Fig. 2 de constanten r, γ en ε hare beteekenis behouden en $r \cot \gamma = k$ gesteld is, door de veranderlijken ψ en z verstaan worden de uit het aanvangsvlak PQQ_1 gemeten hoek van het meridiaanvlak en de uit het grondvlak PQR gemeten hoogte van eenig punt der lijn:

1°. De geodetische lijn, $z = k\psi$.

2°. De in P normale doorsnede, $z = k \dfrac{\varepsilon}{\sin \varepsilon} \sin \psi =$

$$= k\psi \left\{1 + \frac{1}{6}(\varepsilon^2 - \psi^2)\right\}.$$

2'°. De in P_1 normale doorsnede, $z = k \dfrac{\varepsilon}{\sin\varepsilon} \{\sin\varepsilon - \sin(\varepsilon - \psi)\} =$

$$= k \frac{\varepsilon}{\sin \varepsilon} \cdot 2 \sin \frac{1}{2}\psi \cos(\varepsilon - \frac{1}{2}\psi) = k\psi \left\{1 - \frac{1}{6}(\varepsilon - \psi)(2\varepsilon - \psi)\right\}.$$

3°. De projectie van de koorde PP_1 op den cilinder,

$$z = k \frac{\varepsilon \sin \psi}{2 \sin \frac{1}{2}\varepsilon \cos(\frac{1}{2}\varepsilon - \psi)} = k\psi \left\{1 + \frac{1}{6}(\varepsilon - \psi)(\varepsilon - 2\psi)\right\}.$$

4°. De meetkundige plaats der raakpunten van die raaklijnen aan den cilinder, die de normalen van P en van P_1 snijden,

$$z = k \frac{\varepsilon}{\sin \varepsilon} \sin \psi \cos(\varepsilon - \psi) = k\psi \left\{1 - \frac{1}{3}(\varepsilon - \psi)(\varepsilon - 2\psi)\right\}.$$

5°. De door de normaal in het midden van PP_1 gaande doorsnede, $z = k \dfrac{\varepsilon}{2 \sin \frac{1}{2}\varepsilon} \left\{\sin \frac{1}{2}\varepsilon - \sin(\frac{1}{2}\varepsilon - \psi)\right\} =$

$$= k \frac{\varepsilon}{\sin \frac{1}{2}\varepsilon} \sin \frac{1}{2}\psi \cos \frac{1}{2}(\varepsilon - \psi) = \psi k \left\{1 - \frac{1}{12}(\varepsilon - \psi)(\varepsilon - 2\psi)\right\}.$$

6°. De kromme, waarvoor overal het rakend normaalvlak door P gaat, $\dfrac{dz}{r\,d\psi} = \dfrac{z}{r \sin \psi}$, waaruit $z = k \dfrac{\varepsilon}{tg \frac{1}{2}\varepsilon} tg \frac{1}{2}\psi =$

$$= k\psi \left\{1 - \frac{1}{12}(\varepsilon^2 - \psi^2)\right\}.$$

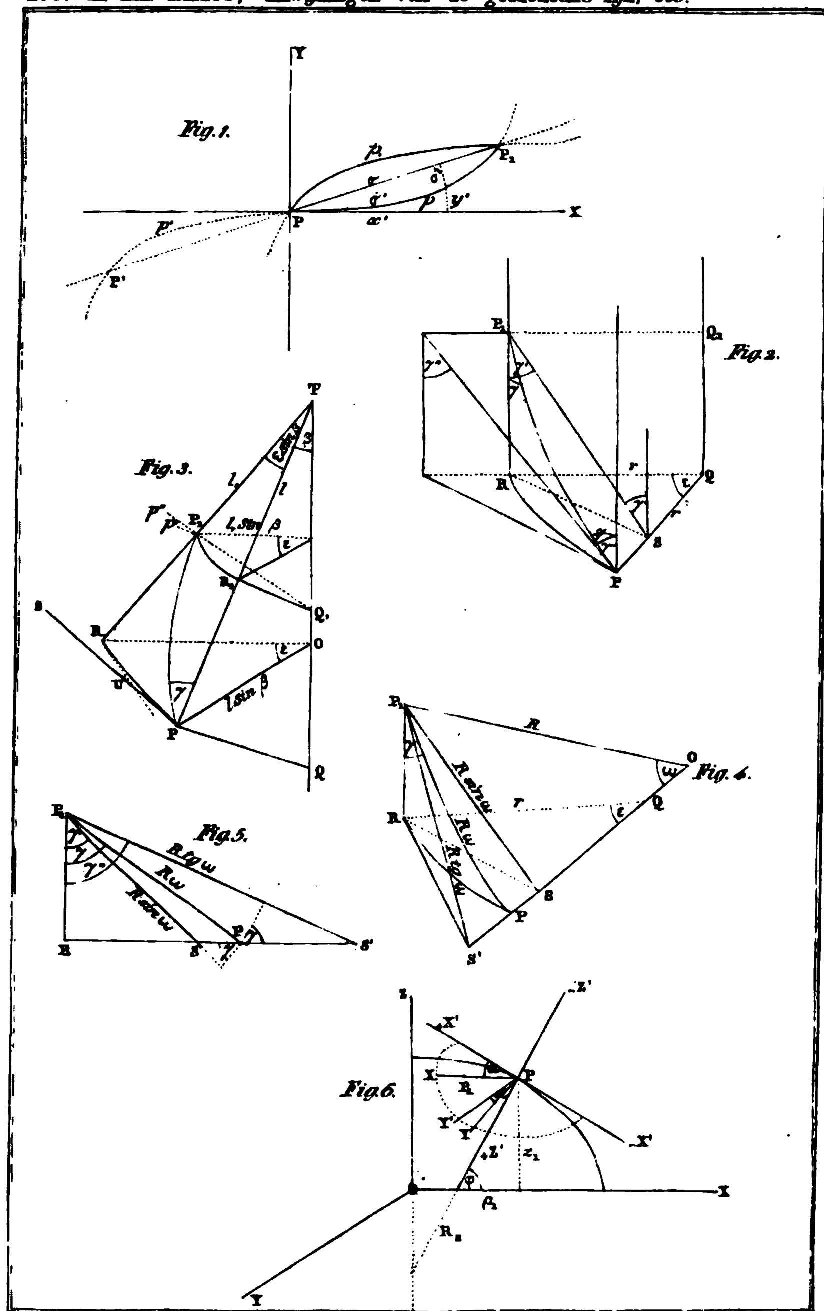
6'°. De kromme, waarvoor overal het rakend normaalvlak door P_1 gaat, $\frac{dz}{r d\psi} = \frac{h\varepsilon - z}{r \sin(\varepsilon - \psi)}$, waaruit $z = h \frac{\varepsilon}{tg \frac{1}{2}\varepsilon} \left\{ tg\frac{1}{2}\varepsilon - tg\frac{1}{2}(\varepsilon - \psi) \right\} =$
$= h \frac{\varepsilon}{\sin \frac{1}{2}\varepsilon} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}\psi}{\cos \frac{1}{2}(\varepsilon - \psi)} = h\psi \left\{ 1 + \frac{1}{12}(\varepsilon - \psi)(2\varepsilon - \psi) \right\}$; enz.

Voor een willekeurig oppervlak zouden nog in aanmerking kunnen komen de beide krommen, die respectievelijk de kromtelijnen van het oppervlak zelf of van het langs de geodetische lijn omhullend ontwikkelbaar oppervlak onder constanten hoek doorsnijden, en welke voor den cilinder met de geodetische lijn zelve zamenvallen. Voor een oppervlak met middelpunt nog de doorsnede met een door dit punt gaand plat vlak.

De kromme N°. 3 is dezelfde als de door BREMIKER op pag. 2 voor een willekeurig oppervlak onder de benaming *Feldlinie* aangeduide. Aldaar en vooral in de definitiën op pag. 62 onder en pag. 64 boven is evenwel (zooals ook wordt opgemerkt door B(RUNS) in eene aankondiging in het *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, 2er Band, 1869—1870, pag. 836—838) abusievelijk gesteld dat in ieder punt van deze kromme haar rakend normaalvlak door de beide eindpunten P en P_1 gaat; in plaats daarvan leze men: een zeker (in het algemeen niet rakend) normaalvlak. Het is dan ook, zooals blijkt wanneer men zich nader rekenschap geeft van de beteekenis der op deze definitiën gegronde berekeningen van pag. 63—65, slechts schijnbaar dat deze berekeningen de kromme aan de eerstgenoemde voorwaarde laten voldoen. Alleen de bepaling der *Feldlinie* op pag. 65 onder is de juiste. Daarentegen kan men wel verlangen dat het rakend normaalvlak hetzij overal door P of overal door P_1 zal gaan: zoodoende verkrijgt men voor den cilinder de krommen N°°. 6 en 6'.

Evenzoo treedt de kromme N°. 4 in de plaats der door BREMIKER op pag. 4 genoemde, waaraan de onmogelijke eisch wordt gesteld dat overal de raaklijn der kromme zelve de normalen van P en van P_1 moet snijden.

Niet alleen voor den cilinder, maar voor een willekeurig oppervlak, is wijders de kromme N°. 5 dezelfde als die bepaald door de voorwaarde dat haar vlak gelijke hoeken moet maken


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
R tg ω
R ω
R sin ω
l sin β
J.C. Bircher sc.

met de normalen [illegible]
en P_1. Zij [illegible]
vlak tusschen [illegible]
in den geest van [illegible]
1848, par [illegible]
voor de [illegible]
doordien: [illegible]
kromme [illegible]
kromme [illegible]
en in P_1 [illegible]
straal heeft [illegible]
kromtestralen [illegible]
zamenhangen [illegible]
vlakke kromme [illegible]
is die welke [illegible]
Ook de beschouwing [illegible]
punt kan het [illegible]

Delft, October [illegible]

---

t
n
et
ok
af-
atst
ver-
lijke
vend
van
Hij
t vele
wavel-
k zeer
nwezig-

iterstof-
eid van
l de ge-
vlammen

ntoonden
den weg-

ONDERZOEKINGEN

OMTRENT DE

THEORIE DER VLAMMEN.

DOOR

R. A. MEES.

Ondanks de vele fraaie onderzoekingen, waaraan men de vlammen in het algemeen en meer in het bijzonder die der koolwaterstoffen onderworpen heeft, zijn de natuur- en scheikundigen nog altijd verdeeld gebleven omtrent de wijze van verklaring van het licht der laatstgenoemde vlammen. Terwijl men voor de overige vlammen eenstemmig is, om haar licht toe te schrijven aan de gloeiing van stoffen, die zich in den damp- of gasvormigen toestand in de vlam zouden bevinden, bestaat die eenstemmigheid niet ten opzichte van de koolwaterstofvlam. Nam men toch vroeger in navolging van DAVY algemeen aan, dat het sterke lichtgevend vermogen, waardoor deze vlam zich van de meeste andere onderscheidt, en waaraan zij voornamelijk haar praktisch belang voor den mensch ontleent, moest worden toegeschreven aan gloeiende kooldeeltjes, die in *vasten* toestand in haar aanwezig zouden zijn, zoo hebben, vooral na de schoone onderzoekingen van FRANKLAND *) omtrent het licht der waterstof- en kooloxydvlam bij verschillende

*) *Proceedings of the Royal Society* XVI, p. 419, June 11, 1868; *Phil. Mag.* (4) vol. 36, p. 309; *Comptes rendus*, 12 Octobre 1868, t. 67, p, 736; *Ann d. Chem. u. Pharm.* Suppl. Bd. 6, S. 308.

drukking en dichtheid van het brandende gas, velen en onder hen in de eerste plaats FRANKLAND zelf gemeend de oude DAVY'sche verklaringswijze te moeten opgeven, en ook het licht der koolwaterstofvlammen evenals dat der overige aan gloeiende *gasvormige* deelen te kunnen toeschrijven. FRANKLAND had toch gevonden, dat de waterstof, die onder de gewone omstandigheden met een zoo weinig lichtgevende vlam brandt, bij hare verbranding onder hoogere drukking meer en meer lichtgevend wordt. Onder een drukking van tien atmospheren gaf zij zooveel licht, dat men er op twee voet afstand een courant bij kon lezen. Bij de vlam van kooloxyde werd hetzelfde in nog sterker mate waargenomen. Hij besloot hieruit, dat het lichtgevend vermogen van een vlam, waarin zich de stoffen in gasvorm bevinden, sterk toeneemt met de dichtheid van het gas; en daar hij nu vroeger reeds *) gevonden had, dat ook het lichtgevend vermogen van de koolwaterstofvlam sterk afneemt met de drukking van de atmospheer, waarin zij geplaatst is, meende hij gerechtigd te zijn tot het besluit, dat men ter verklaring van het licht der koolwaterstofvlam geen afzonderlijke hypothese zooals die van DAVY behoeft, maar het lichtgevend vermogen dier vlam kan toeschrijven aan de uitstraling van dichte maar doorschijnende dampen van koolwaterstoffen. Hij werd in die meening versterkt door de opmerking, dat vele vlammen, zooals die van arsenik, van phosphorus, van zwavelkoolstof bij de verbranding dezer stoffen in zuurstof ook zeer sterk lichtgevend zijn, terwijl bij deze onmogelijk de aanwezigheid van vaste stof kan worden aangenomen.

Ook de continuïteit van het spectrum der koolwaterstofvlammen kon niet meer als bewijs voor de aanwezigheid van gloeiende vaste deeltjes worden aangezien, want ook al de genoemde door FRANKLAND onderzochte sterk lichtende vlammen gaven continue spectra.

Toen nu in 1870 KNAPP †) en later ook anderen aantoonden, dat het lichtgevend vermogen van lichtgas kon worden weg-

*) *Phil. Trans.* (1861) vol. 151, p. 629.

†) *Journ. f. praktische Chemie, Neue Folge*, Bd. 1, S 428.

genomen door het vóór de verbranding te vermengen met indifferente gassen als stikstof, koolzuur, zoutzuur, kooloxyde, waterstof of waterdamp, meenden sommigen hierin een nieuwe bevestiging te zien van de FRANKLAND'sche zienswijze, daar zij aannamen, dat ook hier de vermindering van het lichtgevend vermogen aan de verdunning van het lichtgas door de bijmenging van andere gassen moest worden toegeschreven. Ja men ging zelfs zoover van ook de oorzaak der geringe lichtsterkte der Bunsen'sche vlam in de verdunning van het gas door de bijmenging van lucht te zoeken.

Zoo ontwikkelde zich dus allengs naast de hypothese van DAVY een tweede hypothese, die wij die van FRANKLAND kunnen noemen; en tusschen deze beide zijn de natuur- en scheikundigen tegenwoordig verdeeld.

Voor mij is altijd de oude hypothese van DAVY nog de meest waarschijnlijke gebleven. Vooreerst toch meen ik, dat men door haar al de tot nog toe waargenomen verschijnselen even goed, zoo niet beter, kan verklaren dan door die van FRANKLAND. En ten tweede ben ik tot eenige experimenteele uitkomsten gekomen, waaruit ten duidelijkste blijkt, dat de koolwaterstofvlam, wat haar wezen betreft, verschilt van de meeste andere door mij onderzochte vlammen, en die het zeer waarschijnlijk maken, dat in die vlam wezenlijk deeltjes in den vasten toestand voorhanden zijn

Dat de dichtheid van een gas grooten invloed heeft op den aard van het licht, hetgeen dat gas in gloeienden toestand zal uitzenden, en dus ook op den aard van het spectrum, hetwelk dat licht zal opleveren, dat een verandering van die dichtheid behalve den aard ook de sterkte van dat licht zeer zal kunnen wijzigen, is zeker aan FRANKLAND volkomen toe te geven. Maar men moet den invloed van die dichtheid niet te overdreven voorstellen. Het is slechts een der vele factoren, die den aard en de sterkte van het licht zullen bepalen. Reeds H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE *) wees er op bij zijn bespreking

*) *Comptes rendus*, 30 Novembre 1868, t. 67, p. 1089; *Phil. Mag.* (4) vol. 37, p. 111.

der FRANKLAND'sche proeven, dat ook de temperatuur bij die proeven als werkzame factor kan beschouwd worden, want ook deze onderging groote veranderingen; en hij toont aan eenige voorbeelden aan, dat men zeer waarschijnlijk in vele gevallen voornamelijk aan de verhooging der temperatuur het sterker worden van het licht en het meer continu worden van diens spectrum moet toeschrijven.

Ook de dikte van de gaslaag, die de lichtstralen uitzendt kan op de sterkte en den aard van het licht grooten invloed hebben. Vooral bij WÜLLNER in zijn Experimentalphysik *) vindt men den vermoedelijken invloed van elk der drie genoemde factoren, voor zooverre wij op het oogenblik in staat zijn daarover te oordeelen, zeer goed uiteengezet.

Behalve den aard der gloeiende stof en haren aggregaattoestand vonden wij dus reeds drie andere factoren, namelijk de dikte, de dichtheid en de temperatuur der laag, die de stralen uitzendt, welke op aard en sterkte van het licht van grooten invloed kunnen zijn. Doch er zijn er, naar het schijnt, nog andere. Maar alvorens daarover verder te spreken nog een opmerking over FRANKLAND's proeven en de door hem daaruit afgeleide besluiten.

FRANKLAND vindt door zijn proeven, dat de waterstof en het kooloxyde, wanneer hun door drukking een groote dichtheid wordt gegeven, branden met een lichtgevende vlam; hij vindt verder, dat ook het lichtgevend vermogen der koolwaterstofvlam sterk verandert met de drukking, d. i. met de dichtheid van den atmospheer, en hij meent nu ook het sterke licht der laatstgenoemde vlam onder gewone omstandigheden aan de gloeiing van *dichte* zeer hooge koolwaterstoffen in dampvorm te kunnen toeschrijven. Maar hij vergelijkt hier twee gevallen van groote dichtheid, die zeer van elkander verschillen. In de eerste gevallen, waar hij de lichtsterkte zag toenemen met de dichtheid, werd die grootere dichtheid verkregen door een grootere toenadering van de moleculen van het gas tot elkander; bij de kool-

*) A. WÜLLNER, *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Bd. II, Dritte Auflage (1875), SS. 244—258.

waterstofvlam onder gewone omstandigheden hebben wij daarentegen, als wij FRANKLAND's hypothese omtrent de constitutie dier vlam aannemen, een groote dichtheid, niet doordat de moleculen daar dichter bij elkander gelegen zijn, maar omdat zij uit een groot aantal atomen bestaan, een zeer complexe structuur hebben. Deze beide gevallen mogen niet met elkander geïdentificeerd worden. En het is niet geoorloofd uit verschijnselen in het eerste geval waargenomen tot het bestaan van soortgelijke verschijnselen in het tweede geval te besluiten.

Moet echter de meerdere of mindere graad van complexiteit der moleculen als een der factoren beschouwd worden die den aard en de sterkte van het licht bepalen? De zoo belangrijke onderzoekingen van J. NORMAN LOCKYER *) maken dit niet onwaarschijnlijk. Door zijn spectroskopische waarnemingen heeft deze toch niet slechts aangetoond, dat het licht door een gas uitgezonden des te meer soorten van kleuren bevat, zijn spectrum dus des te rijker is en des te meer tot een continu spectrum nadert, naarmate de dichtheid grooter is; maar tevens is het door hem zeer waarschijnlijk gemaakt, dat op dezelfde wijze als een grooter worden van de dichtheid ook werkt een meer complex worden van den bouw der moleculen. Het spectrum van het licht der verbindingen staat, dit was reed vroeger bekend, nader bij een volkomen continu spectrum als dat van het licht der metalen; waarschijnlijk omdat de moleculen der eerste minder eenvoudig van bouw zijn, dan die der laatste. Maar ook de moleculen van eenzelfde stof, van een element bijv., schijnen onder verschillende omstandigheden een meer of minder complexe structuur te kunnen bezitten; en nu schijnt het regel te zijn, dat hoe complexer die structuur is, des te meer soorten

---

*) *Researches in Spectrum Analysis in connexion with the Spectrum of the Sun, Proc. of the Roy. Soc.* Dec. 12, 1872, May. 8 and Nov. 27, 1873; *Phil. Mag.* (4) vol 45, p. 147, vol. 46, p. 407, vol. 47, p. 384, vol. 49, p. 326; *Phil. Trans.* (1873) vol. 163, pp. 253 and 639, (1874) vol. 164. pp. 479 and 805. *Spectroscopic Notes, Proc. of the Roy. Soc.* Jun. 11, 1874; *Phil. Mag.* (4) vol. 49, pp. 233 and 320; POGG. *Ann.* Bd. 155, S. 136. De vroegere verhandelingen hetzij van LOCKYER alleen, hetzij van hem in vereeniging met FRANKLAND, waarin voornamelijk de invloed van de dichtheid wordt nagegaan, laat ik onvermeld.

van licht door het gas worden uitgezonden. Dit moet natuurlijk niet zoo worden opgevat, alsof alle complexe moleculen een spectrum zouden geven, dat tot het continue spectrum nadert, want men moet niet vergeten, dat de graad van complexiteit der moleculen slechts één der vele factoren is, die hier werkzaam zijn.

Het is dus niet onwaarschijnlijk, — maar stelliger kunnen wij ons nog niet uitdrukken, daartoe geven ons LOCKYER's waarnemingen niet het recht, — dat het spectrum van het licht der *zeer* hooge koolwaterstoffen wegens de complexe structuur harer moleculen weinig verschillend is van een continu spectrum; en het is daarom ook niet geheel onmogelijk, — want hier kunnen wij ons met nog minder zekerheid uitdrukken, daar LOCKYER's waarnemingen ons hieromtrent weinig leeren, — dat zij reeds bij betrekkelijk niet zeer hooge temperaturen, zooals die in de koolwaterstofvlam voorkomen, licht van groote sterkte zullen uitzenden Geeft haar licht een continu spectrum, dan zal dat licht zeker weinig gekleurd en vrij wit moeten zijn; of het echter ook een sterk, schitterend licht zal zijn, is een andere zaak en veel minder zeker.

LOCKYER's uitkomsten geven dus wel eenigen steun, hoe zwak en onzeker die ook nog moge zijn, aan FRANKLAND's zienswijze omtrent de koolwaterstofvlam, wanneer men deze ten minst zoo opvat, dat men de groote mate van complexiteit der moleculen van de dampvormige hooge koolwaterstoffen in de vlam als de oorzaak beschouwt van het sterke licht en van de continuïteit van diens spectrum. Zoodanig opgevat heeft zeker FRANKLAND's zienswijze recht van bestaan. Het is tegenwoordig zeker niet meer mogelijk uit de continuïteit van het spectrum met zekerheid tot het voorhanden zijn van stof in den vasten of vloeibaren aggregaat-toestand te besluiten. Wij kennen te veel vlammen met continu spectrum, van welke wij met zekerheid weten, dat de stof er in gas- of dampvorm in aanwezig is. Behalve de vlammen van phosphorus, van arsenik en van zwavelkoolstof in zuurstof, van waterstof en van kooloxyde bij hooge drukking, die bij FRANKLAND vermeld zijn, kunnen daarvoor ook ten bewijze strekken de vlammen van waterstof, van kooloxyde, van ammoniak en waterstof, van zwavelwaterstof en van zwavelkool-

stof in zuurstof, lucht of stikstofoxydule, van waterstof in chloor, van zwavel in lucht, enz., waarvoor DIBBITS *) reeds vroeger heeft aangetoond, dat haar licht een zwak continu spectrum geeft, dat volgens hem waarschijnlijk is toe te schrijven aan het gloeien van waterdamp, zoutzuurdamp, koolzuur of zwaveligzuur. De verdeeling van de licht-intensiteit in deze zwakke continue spectra is echter meestal niet volkomen dezelfde als in het spectrum van een gloeiende vaste stof. Ook de continue spectra, die WÜLLNER †) bij vele gassen verkreeg door middel van de vonk van een inductie-stroom met tusschengevoegde leidsche flesch zijn bewijzen voor het gezegde.

Indien men echter FRANKLAND's hypothese opvat op de wijze als hierboven is aangegeven, een wijze, die zeker veel verschilt van die, waarop het door FRANKLAND zelven geschiedt, wijkt zij daarentegen niet meer zoo zeer veel af van die van DAVY. Het eenige onderscheid is dan dit, dat waar DAVY vaste deeltjes, FRANKLAND dampen van hooge koolwaterstoffen aanneemt. Door beide veronderstellingen kan men, geloof ik, al de tegenwoordig bekende verschijnselen bij de koolwaterstofvlam ongedwongen verklaren, zonder genoodzaakt te zijn daarbij aan betrekkelijk kleine veranderingen van dichtheid op de wijze van FRANKLAND reeds grooten invloed toe te schrijven. Ik wensch dat voor de belangrijkste gevallen aan te toonen. Ik geloof toch, dat dit juist tegenwoordig niet van belang ontbloot is, daar de verschijnselen in den laatsten tijd bij deze vlammen waargenomen bij velen het vertrouwen in de oude theorie eenigszins geschokt hebben, en dit mijns inziens niet gegrond is. Ik zal mij hierbij altijd van de termen der oude DAVY'sche hypothese bedienen, maar deze beschouwingen gelden ook mutatis mutandis bij de andere hypothese, die ik, hoezeer zij ook van de eigenlijke FRANKLAND'sche hypothese moge afwijken, toch in het vervolg met dezen naam zal blijven betitelen. Men heeft daartoe niets anders te doen dan overal in plaats van vaste kooldeeltjes te lezen moleculen van hooge koolwaterstoffen in dampvorm, en in

*) *Ueber die Spectra einiger Gase.* POGG. *Ann.* Bd. 122, SS. 497 u. ff.
†) POGG. *Ann.* Bd. 137 u. 144; WÜLLNER. *Experimentalphysik*, Bd. II, S. 256.

plaats van dissociatie der koolwaterstoffen te lezen polymere condensatie der koolwaterstoffen.

Volgens DAVY is het licht der koolwaterstofvlam grootendeels afkomstig van de gloeiende vaste deeltjes, die in de vlam voorhanden zijn. Het lichtgevend vermogen dier vlammen zal dus voornamelijk afhangen van twee zaken, vooreerst van het aantal vaste deeltjes, die zich gelijktijdig op eenzelfde vlakte-uitgebreidheid in de vlam bevinden, en ten tweede van de temperatuur, want hoe hooger deze is, hoe sterker de deeltjes zullen gloeien, hoe meer licht elk hunner zal uitzenden. De vaste kooldeeltjes ontstaan door de dissociatie van de koolwaterstoffen, en zij verdwijnen weder doordat zij zich verbinden met de zuurstof der lucht. Of een koolwaterstofvlam weinig of sterk lichttend zal zijn, hangt dus af van de betrekking tusschen de snelheid waarmede de dissociatie der koolwaterstoffen bij haar intreden in de vlam plaats grijpt, tot die waarmede de gevormde kooldeeltjes zich met de zuurstof verbinden. Alle omstandigheden, die de snelheid van dissociatie sterker doen toenemen of minder sterk doen afnemen dan de snelheid van verbranding, zullen dus het lichtgevend vermogen sterker maken, omdat het aantal deeltjes, die gelijktijdig in de vlam voorhanden zijn, daardoor grooter wordt; terwijl daarentegen elke omstandigheid, die de snelheid van verbinding sterker doet toenemen of minder sterk doet afnemen dan de snelheid van dissociatie, het lichtgevend vermogen der vlam geringer moet maken. Voor beide werkingen is echter een grens. Wordt de snelheid van dissociatie al te groot ten opzichte van de snelheid van verbinding, dan wordt het aantal in een bepaalden tijd ontstaande kooldeeltjes te groot dan dat de zuurstof hen alle kan verbranden, vele kooldeeltjes ontwijken dan onverbrand, de vlam walmt. Wordt daarentegen de snelheid van verbinding zeer groot ten opzichte van de snelheid van dissociatie, dan zullen er bijna geen vaste deeltjes in de vlam aanwezig zijn, omdat de zich vormende deeltjes dan bijna terstond na hun ontstaan verbranden; het lichtgevend vermogen is dan bijna geheel verdwenen, en het nog overgeblevene moet dan aan de gloeiing der gassen worden toegeschreven. Een hoogere temperatuur heeft een dubbelen invloed op de vlam; zij verhoogt het lichtend vermogen, voor-

eerst omdat zij elk deeltje sterker doet gloeien, en ten tweede omdat zij de dissociatie bevordert, en daardoor meer kooldeeltjes gelijktijdig in de vlam zullen zweven.

Passen wij deze beginselen ter verklaring van eenige der belangrijkste verschijnselen toe.

1o. De verandering van het lichtgevend vermogen bij verandering van de drukking van den atmospheer waarin de vlam brandt. Hier zouden wij kunnen volstaan met naar de verklaring van FRANKLAND *) te verwijzen door hem gegeven, toen hij nog in de periode was, dat hij de hypothese van DAVY voor de ware hield, welke verklaring mij zeer voldoende voorkomt. Hij had aangetoond, dat het lichtgevend vermogen der vlam toe- of afneemt, naarmate de drukking van den omringenden atmospheer toe- of afneemt, en dat de grootte van dat toe- of afnemen van lichtgevend vermogen en drukking tusschen zekere grenzen ongeveer juist aan elkander evenredig zijn. Goed lichtgevende vlammen bij de gewone drukking gaan bij hoogere drukkingen, gelijk hij waarnam, spoedig walmen. FRANKLAND toont nu aan, dat het mindere lichtgevend vermogen in een ijleren atmospheer niet moet worden toegeschreven aan een minder volmaakte verbranding; dat verder de verijling of verdichting van den atmospheer ten minste binnen zekere grenzen bijna geen invloed heeft op de temperatuur der vlam, zoodat niet aan een verandering der temperatuur de verandering in lichtgevend vermogen kan worden toegeschreven. Hij meent de verklaring te vinden in de geringere hinderpalen, welke de gasmoleculen bij haar beweging ontmoeten bij kleine dan bij groote dichtheid van den atmospheer. Daardoor zal bij kleine drukking de zuurstof der lucht meer tot het inwendige der vlam kunnen doordringen, en met de zich vormende kooldeeltjes sneller na hun ontstaan zich verbinden; terwijl bij grootere drukking de zuurstof slechts moeielijk het inwendige der vlam kan bereiken, waardoor de kooldeeltjes een langer bestaan hebben vóór hun verbranding tot koolzuur of zelfs onverbrand de vlam kunnen verlaten. Ik geloof, dat deze verklaring van FRANKLAND zoo niet beter dan ten minste even goed is als die, welke hij later

*) *Phil. Trans.* (1861) vol. 151, pp. 648—653.

gegeven heeft, toen hij de hypothese van DAVY met de zijne verwisseld had, en de geringe lichtsterkte der vlam bij kleine drukkingen aan de geringe dichtheid van het brandende gas toeschreef. Onverklaard blijft dan namelijk, waarom het lichtgevend vermogen zoo onvergelijk veel sneller met de drukking verandert bij de koolwaterstofvlam dan bij de vlammen van waterstof en kooloxyde: want zijn proeven toonen aan, dat de koolwaterstofvlam uiterst gevoelig is voor kleine veranderingen der drukking, terwijl hij om een eenigszins sterk licht bij de waterstof en het kooloxyde te verkrijgen de drukking tot tien à veertien atmospheren moet opvoeren.

2o. De Bunsen'sche vlam. Hierover kan ik kort zijn. De groote toevoer van atmospherische zuurstof tot in het binnenste der vlam is hier de hoofdoorzaak van het weinige licht. Daardoor zal toch de snelheid, waarmede de kooldeeltjes zich met de zuurstof verbinden, sterk toenemen; en niettegenstaande door de hoogere temperatuur der vlam ook de snelheid van dissociatie zal toenemen en elk kooldeeltje sterker zal gloeien, behoeft men slechts aan te nemen, dat de snelheid van verbinding veel sterker toeneemt dan de snelheid van dissociatie, zoodat er bijna geen vaste deeltjes gelijktijdig in de vlam voorhanden zijn, om een zeer goede verklaring van het niet-lichten der Bunsen'sche vlam te verkrijgen. Het is verder ook niet onmogelijk, dat het niet-lichten geheel of gedeeltelijk veroorzaakt wordt door hetgeen R. BLOCHMANN aanneemt, *) dat reeds in het inwendige der vlam een gedeelte van het lichtgas verbrandt, terwijl het overige grootere gedeelte zich daar omzet in waterstof en kooloxyde, gassen welke beide met weinig licht verbranden. Maar die vorming van kooloxyde moge men als uitkomst van het onderzoek der gassen in het inwendige der vlam voor meer of minder waarschijnlijk houden, tot een verklaring van het voorkomen der Bunsen'sche vlam behoeft men haar niet noodzakelijk aan te nemen. Ik wil niet beweren, dat ook de verdunning van het gas door de stikstof der lucht op de hieronder te beschrijven wijze eenigen invloed op de lichtsterkte der vlam

*) *Ann. d. Chem. u. Pharm.* Bd. 168, S. 355.

zal hebben, maar ik geloof, dat die invloed der verdunning hier niet hoofdzaak maar bijzaak is.

3°. Het verdwijnen van het lichtgevend vermogen der vlam door bijmenging aan het lichtgas van andere gassen.

Hierover zijn vele proeven genomen door KNAPP, *) BLOCHMANN, †) STEIN, §) SANDOW **) en anderen. Door toevoeging van stikstof, zoutzuur, koolzuur, waterdamp, kooloxyde en waterstof aan het lichtgas verliest dit zijn lichtgevend vermogen. Met BLOCHMANN zou ik dit liefst hierdoor willen verklaren, dat door die bijmenging van geen kooldeeltjes leverende gassen het aantal kooldeeltjes in een bepaald volumen of op een bepaalde vlakte-uitgebreidheid aan het oppervlak der vlam voorhanden veel geringer wordt, en deze daarom door de zuurstof der lucht, die daardoor in overmaat aanwezig is, terstond verbranden.

Door de vier eerstgenoemde gassen zal daarenboven de temperatuur der vlam verlaagd worden, hetgeen een geringere snelheid van dissociatie en een minder sterk gloeien der kooldeeltjes ten gevolge zal hebben. Ook is het niet onmogelijk, dat door de bijmenging van andere gassen bij het lichtgas de snelheid van dissociatie verminderd wordt. Ten minste proeven van BERTHELOT, waarover later, schijnen dit aan te toonen.

4°. Het teruggeven van het lichtgevend vermogen aan het met andere gassen vermengde lichtgas.

F. WIBEL ††) leidde het met koolzuur, stikstof, waterstof of lucht vermengde lichtgas door een platinum buisje en liet het eerst bij zijn uittreden uit dat buisje branden. Hij verkreeg dan een niet-lichtende vlam. Maar toen hij nu de platinum buis verhitte, herkreeg de vlam haar lichtkracht, en hernam zij geheel het voorkomen van een gewone gasvlam; haar spec-

---

*) l. c.

†) l. c. SS. 338 u. ff. und S. 355.

§) *Journ. f. prakt. Chem.*, *Neue Folge*, Bd. 9, S. 180.

**) Volgens WIBEL's mededeeling, *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*, Jahrg. 8, S. 226.

††) *Berichte d. deutsch. chem. Gesellschaft*, Jahrg. 8, S. 226.

trum was ook weder een helder continu spectrum. Hij vond verder, dat men hetzelfde verkrijgt, wanneer men den mantel van de niet-lichtende vlam van het met koolzuur vermengde lichtgas door middel van een paar Bunsen'sche vlammen verhit.

HEUMANN *) toonde later nog aan, dat men het lichtgas zelf niet behoeft te verhitten, maar dat men de vlam ook lichtend maakt, door het indifferente gas vóór zijn vermenging met het lichtgas sterk te verwarmen; wanneer men er slechts voor zorgt, door bijv. een glazen in plaats van een metalen brander te gebruiken, dat het mengsel zich niet te zeer afkoelt, voordat het de vlam bereikt.

Dit herkrijgen van het lichtgevend vermogen vindt zijn gereede verklaring in de temperatuursverhooging, welke het gasmengsel ondergaat. Daardoor toch wordt de snelheid van dissociatie grooter en het gloeien der kooldeeltjes in de vlam sterker; de vlam moet daardoor lichtend worden.

De proef van WIBEL bij een Bunsen'schen brander met een daaraan bevestigde omgebogen platinum buis herhalende, vond ik dat de vlam, ook wanneer de platinum buis niet verwarmd werd, iets meer lichtend was vooral aan de punt dan wanneer het gas uit een gewone geelkoperen buis uitstroomde. Dit werd waargenomen zoowel wanneer het gas in horizontale als in verticale richting uitstroomde. De lichtsterkte van de punt der vlam bereikte somtijds eerst eenigen tijd na het ontsteken haar maximum-waarde, welke echter in den regel slechts weinig van de aanvankelijke lichtsterkte afweek. Dit moet waarschijnlijk hieraan worden toegeschreven, dat wegens de veel geringere soortelijke warmte en het geringere geleidingsvermogen van platinum dan van koper de mond der platinum buis, door de vlam iets sterker verhit werd dan die der koperen buis, zoodat het gasmengsel reeds in de platinum buis eenigszins hoogere temperatuur verkreeg; en voorts doordat het koper om dezelfde redenen meer warmte aan de vlam onttrok dan het platinum, zoodat de temperatuur der vlam bij de platinum buis iets hooger was dan bij de koperen. Wanneer nu de luchttoevoer verondersteld wordt een zoodanige geweest te

*) *Berichte d. deutsch. chem. Gesellschaft*, Jahrg. 8, S. 745.

zijn, dat het lichtend vermogen der vlam maar juist vernietigd was, toen het gas uit de koperen buis uitstroomde, kan de iets hoogere temperatuur van de vlam in het geval van de platinum buis van het iets meer lichtend zijn der vlam rekenschap geven. Werd de platinum buis door sneeuw tot aan den mond afgekoeld, dan verminderde merkbaar de grootte der lichtende punt aan de vlam, maar geheel en al kon ik haar op deze wijze niet doen verdwijnen. Met deze verklaring is volkomen in overeenstemming, dat wanneer het gasmengsel uit een glazen buis uitstroomde, de vlam nog veel meer lichtend was dan bij de platinum buis. Niet alleen aan de punt maar over een groot gedeelte der vlam was deze dan lichtend evenals een gewone gasvlam. Dit moet zeer waarschijnlijk verklaard worden door het geringe geleidingsvermogen van het glas, waardoor de mond der glazen buis zich sterk verhitte en minder warmte aan de vlam onttrok. Het spectrum der vlam bewees voorts, dat het licht der vlam niet aan in de vlam aanwezigen, uit het glas vervluchtigden, gloeienden sodiumdamp kon worden toegeschreven.

Nog moet ik opmerken, dat men bij deze proeven met groote omzichtigheid moet te werk gaan. Wanneer men toch de buis van den Bunsen'schen brander verlengt door geelkoperen buizen van ongeveer een halven à één meter lengte, en het gasmengsel eerst bij het uittreden uit deze lange buis ontsteekt, verkrijgt men ook zonder afzonderlijke verwarming der buis een vlam, die over een groot gedeelte vrij sterk lichtend is. De reden hiervan moet waarschijnlijk niet in temperatuursverandering maar in een wijziging van de verhouding tusschen de hoeveelheden lichtgas en lucht in het brandende gasmengsel gezocht worden. Door toch de uitstroomingsopening door het aanzetten van een lange buis verder te verwijderen van de openingen, waardoor de luchttoevoer plaats heeft, zal de snelheid van strooming van het lichtgas op de plaats dier openingen geringer worden, en daardoor minder lucht door het lichtgas worden medegezogen. Van de vermindering der hoeveelheid lucht in het brandende gasmengsel is de verandering in het voorkomen der vlam het noodzakelijke gevolg.

Om dezen invloed van een wijziging van de samenstelling

van het brandende gasmengsel te ontgaan, gaf ik bij de beschreven waarnemingen de glazen buis dezelfde wijdte en op zijn hoogst dezelfde lengte als de koperen buis des branders, waarvoor ik haar in de plaats stelde; en deed ik de waarneming met de platinum buis, die slechts weinig in lengte verschilde van de koperen buis des branders en ongeveer dezelfde wijdte had als deze, niet alleen toen de eerste buis de verlenging van de tweede vormde, maar ook nadat ik de koperen buis des branders door die van platinum vervangen had.

Van een invloed van een verandering van dichtheid van het brandende gas kan hier wel geen sprake zijn; want indien deze plaats had, bestond zij zeker wegens de temperatuursverhooging in een verijling, en deze zou eerder een af- dan een toenemen der lichtsterkte bewerkt hebben.

De voorgaande waarnemingen bewijzen dus, hoe uiterst gevoelig een Bunsen'sche vlam bij een bepaalde mengings-verhouding van lichtgas en lucht voor temperatuursveranderingen kan zijn; een betrekkelijk geringe verhooging van temperatuur kan het lichtgevend vermogen, ja zelfs het wezen der Bunsen'sche vlam sterk wijzigen.

Werden de openingen onder aan den Bunsen'schen brander gesloten, en was deze van de platinum buis voorzien, dan verkreeg men de gewone gasvlam. Zoolang nu als het platinum niet verhit werd, brandde de vlam rustig zonder walmen voort, maar zoodra werd het platinum niet verhit, of een sterk walmen trad op; weder een bewijs, dat de werking der verhitting eenvoudig bestaat in een vermeerderen van de snelheid van dissociatie.

Ik geloof dat de besproken verschijnselen mijne zienswijze omtrent de koolwaterstofvlam ten sterkste bevestigen, daar slechts door haar een ongedwongen verklaring dier verschijnselen verkregen wordt. In de genoemde verhandeling van HEUMANN vindt men nog een groot aantal merkwaardige feiten beschreven, die betrekking hebben op het al of niet lichten van vlammen en die alle op dezelfde wijze verklaard kunnen worden. Alle bewijzen zij, dat een temperatuursverhooging der vlam de lichtsterkte vergroot, omdat daardoor de snelheid van dissociatie

en het gloeien der gevormde kooldeeltjes vermeerderd wordt, dat een temperatuursverlaging om dezelfde redenen een vermindering der lichtsterkte ten gevolge heeft. Dat een grootere zuurstof-toevoer, of ook in het algemeen alle oorzaken, waardoor de aanraking van het oppervlak der vlam met de zuurstof der omgeving of het binnendringen dier zuurstof in het inwendige der vlam bevorderd worden, een vermindering der lichtsterkte na zich slepen wegens de daardoor vermeerderde snelheid van verbranding der gevormde kooldeeltjes; tenzij door die sterkere verbranding de temperatuur der vlam zoo zeer toeneemt, dat daardoor én de snelheid van dissociatie én vooral het gloeien der kooldeeltjes een sterkere vermeerdering ondergaan dan de snelheid van verbranding. Voor dit laatste kunnen als voorbeelden dienen de groote lichtsterkte van het met zuurstof vermengde lichtgas en de groote moeite die men heeft, om door zeer sterken zuurstof-toevoer die lichtsterkte te vernietigen, en ook het bij BLOCHMANN vermelde feit, *) dat volgens SILLIMAN en WURTZ het zeer koolstofrijke lichtgas van New-York, hetgeen 2 pCt. lucht bevatte, iets van zijn lichtkracht verloor, wanneer men die bijgemengde lucht er uit verwijderde.

Door de oudere hypothese van DAVY en zoo ook door die van FRANKLAND, als men die opvat op de door mij aangegeven wijze, laten zich dus alle tot nog toe bekende verschijnselen bij koolwaterstofvlammen zeer goed en voldoende verklaren.

Of het nu echter vaste deeltjes zijn of dichte dampen van hooge koolwaterstoffen, wier gloeien het licht dier vlammen bewerkt, blijft nog onbeslist, en is ten minste niet met volkomen zekerheid door de tot hiertoe door mij behandelde verschijnselen uit te maken. Dat men van vaste deeltjes met zekerheid weet, dat zij bij de temperatuur der vlam een sterk licht uitzenden, hetgeen in den spectroskoop een continu spectrum oplevert, terwijl dit van de dampen der hooge koolwaterstoffen nog onzeker is, vooral wat het eerste de groote lichtsterkte betreft, pleit zeker eenigszins voor de zienswijze van DAVY, geeft haar ten minste een iets grootere waarschijnlijkheid dan die van FRANKLAND.

---

*) BLOCHMANN, l. c. S. 355; *Journal of Gaslighting*, 1869, p. 762.

Ook de chemische onderzoekingen omtrent de veranderingen die de koolwaterstoffen ondergaan bij hooge temperaturen, schijnen ten gunste van DAVY te getuigen. Volgens BERTHELOT *) vormt zich bij niet zeer hooge temperatuur uit aethylen of olievormend gas en formen of moerasgas door afgifte van waterstof acetylen, terwijl hieruit dan vervolgens hoogere koolwaterstoffen zooals benzin, styrolen, naphtalin, acenaphten, enz. ontstaan. Hiernaar zou men kunnen gelooven, dat FRANKLAND gelijk heeft, en dat er in de vlam dampvormige hooge koolwaterstoffen voorkomen, want zoodanige toch zag BERTHELOT bij verhitting uit de koolwaterstoffen van het lichtgas zich vormen. Maar vooreerst zij opgemerkt, dat BERTHELOT slechts bij betrekkelijk lage temperaturen werkte, en mogen deze ook al gunstig geweest zijn voor de onderlinge verbinding van lagere koolwaterstoffen tot meer gecompliceerde hoogere, dit volstrekt niet bewijst, dat ook bij de hooge temperatuur der vlam ditzelfde het geval zal zijn. Ja ik houd het zelfs voor meer waarschijnlijk, dat de bij de lagere temperatuur bestaande neiging tot verbinding bij de hooge temperatuur, zooals die in het lichtende gedeelte der vlam heerscht, over gaat in een neiging tot dissociatie. En verder vind ik bij BLOCHMANN †) opgeteekend, dat volgens denzelfden BERTHELOT het moerasgas bij verhitting voor een deel vervalt in zijn elementen, terwijl het andere deel wordt omgezet in acetylen. Dat verder dit acetylen, hetgeen zich ook vormt uit het aethylen, wel is waar bij donkere roodgloeihitte door polymere condensatie van meerdere moleculen allengs in hoogere koolwaterstoffen overgaat, maar dat het bij aanwezigheid van koolstof in zijn elementen vervalt, en dat die ontbinding door de aanwezigheid van stikstof, kooloxyde, enz. wel verlangzaamd maar niet verhinderd wordt. §) Moerasgas en aethylen, de voornaamste koolwater-

---

*) *Comptes rendus* t. 66, p. 642; *Ann. d. Chem. u. Pharm.*, Supplement-Band VI, S. 247.

†) BLOCHMANN, l. c. S. 356.

§) Op deze waarneming van BERTHELOT had ik het oog boven bij de bespreking van het verdwijnen van het lichtgevend vermogen der gasvlam bij bijmenging van andere gassen.

stoffen van het lichtgas splitsen zich dus, zegt BLOCHMANN, wanneer zij voortdurend aan de warmte zijn blootgesteld in kool en waterstof, want een gedeelte van het moerasgas levert de koolstof, wier voorhanden zijn voor de splitsing van het ontstaande acetylen vereischt wordt. Ook BLOCHMANN zelf *) vond, toen hij lichtgas door een porceleinen buis liet gaan, die verhit was tot een temperatuur onder 1000°, dat een groot gedeelte van de koolwaterstoffen, vooral van de zware, zich splitst in waterstof en kool, die zich tegen de wanden der buis afzet, en in hooge koolwaterstoffen, die bij de temperatuur der buis vluchtig, maar bij de gewone temperatuur vast zijn, en die hoofdzakelijk uit naphtalin bleken te bestaan.

Ik geloof, dat deze onderzoekingen van BERTHELOT en van BLOCHMANN bepaald aantoonen, dat in de vlam kool moet worden afgescheiden, en dat deze kool zeer waarschijnlijk in vasten toestand in de vlam voorkomt. Want ook al moge die kool, zooals FRANKLAND wil en H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE hem toegeeft, niet volkomen waterstofvrij zijn, de hoeveelheid waterstof, die er in voorkomt, is toch zeker te gering, dan dat door haar die kool bij de temperatuur der vlam in dampvorm zou kunnen bestaan.

Reeds uit hetgeen tegenwoordig bekend is omtrent de eigenschappen der verschillende vlammen en omtrent die der koolwaterstoffen bij hooge temperatuur is het voor mij uiterst waarschijnlijk, dat de kool ten minste voor een gedeelte in vasten toestand in de koolwaterstofvlam voorkomt, en dat die vlam daaraan haar groot lichtgevend vermogen te danken heeft. Maar deze waarschijnlijkheid wordt voor mij bijna tot zekerheid door de waarneming van het groote terugkaatsend vermogen voor licht, waardoor de koolwaterstofvlam zich sterk van de overige vlammen onderscheidt. Tot de beschrijving der hierover door mij verrichte waarnemingen ga ik nu over.

In een verhandeling „sur les propriétés optiques de la flamme des corps en combustion et sur la température du soleil" †)

*) *Ann. d. Chem. u. Pharm.* (1874) Bd. 173, S. 167 u. ff.

†) *Annales de Chim. et de Phys.* (4) t. 30, pp. 319 et suiv.

meent G. A. HIRN, een aanhanger van DAVY's hypothese, dat de kooldeeltjes bij de hooge temperatuur, die zij in de vlam bezitten, geen merkbaar terugkaatsend vermogen voor het zonnelicht meer deelachtig zijn. Maar HIRN zelf moet toegeven, dat zijn waarnemingen niet de nauwkeurigheid bezitten, die noodig zou zijn om zijn besluit volkomen overtuigend te maken. Het berust dan ook meer op theoretische gronden, voornamelijk op het ontbreken van polarisatie bij het licht van een koolwaterstofvlam, waarover later, dan op wezenlijk door hem verrichte waarnemingen. De weinige proeven door HIRN omtrent dit punt verricht hebben mijns inziens niet veel te beteekenen. En over het algemeen kan HIRN's verhandeling, hoe belangrijk zij moge zijn, wat het theoretische gedeelte betreft, in het experimenteele gedeelte wegens de niet zeer groote maat van nauwkeurigheid zijner proeven, dit wordt door HIRN zelven erkend, niet als sterk overtuigend beschouwd worden. Van grooter belang zijn de onderzoekingen van J. L. SORET door dezen naar aanleiding van HIRN's verhandeling bekend gemaakt en ten deele zelfs ondernomen. *) In den aanvang dier onderzoekingen kon SORET de terugkaatsing van het zonnelicht, zelfs als hij dit concentreerde door een lens, slechts waarnemen bij walmende vlammen, en hield, wanneer hij de vlammen schitterender maakte, en zij niet meer walmden, de terugkaatsing schijnbaar geheel op. Maar later bemerkte hij, dat dit laatste slechts schijnbaar plaats greep; want door gebruik te maken van krachtiger middelen van concentratie van het invallende zonnelicht, heeft hij bij de meest schitterende koolwaterstofvlammen duidelijk terugkaatsing kunnen bespeuren. Deze terugkaatsing verschilde slechts in intensiteit van die op de rook boven de vlammen; het teruggekaatste licht was in beide gevallen totaal gepolariseerd in het vlak van de op de vlam invallende stralen, wanneer het beschouwd werd in een richting, die een rechten hoek maakt met diezelfde stralen. Slechts toen hij gebruik maakte van sterk gecarbureerd gas, kon hij, als hij

---

*) *Bibliothèque universelle, Archives des Sciences*, t. 48, pp 231—241 en t. 50, pp. 243—247; *Phil. Mag.* (4) vol. 47, pp. 205—211 en vol. 49, pp. 50—52.

zeer veel zuurstof aan de vlam toevoerde, geen terugkaatsing meer onderscheiden, hetgeen hij behalve door de bezwaren aan de waarneming verbonden meent te kunnen verklaren, ten eerste door het feit, dat, doordat de vlam geheel wit en zelfs blauwachtig wit werd, er geenerlei onderscheid van tint meer was tusschen de deelen, waarop de zonnestralen vallen, en die waarop zij niet vallen, zoodat het spoor van den lichtbundel zich slechts kon vertoonen door een moeielijk waar te nemen verschil in intensiteit; en ten tweede doordat de kooldeeltjes terstond verteerd worden op het oogenblik hunner vorming, en daardoor de terugkaatsende stof betrekkelijk veel ijler wordt. Ik zou deze verklaring van SORET in verband met het voorgaande liefst aldus willen inkleeden. Bij de sterk gecarbureerde en met veel zuurstof-toevoer brandende gasvlam, ziet men niet het teruggekaatste zonnebeeldje, vooreerst wegens het geringe onderscheid in tint tusschen het zonnelicht en het licht der vlam, en ten tweede omdat het licht der vlam sterk in intensiteit is toegenomen ten opzichte van het teruggekaatste licht. De vorming van nieuwe kooldeeltjes, de snelheid van dissociatie der koolwaterstoffen is toch in vergelijking met de gewone gasvlam hier waarschijnlijk in mindere mate toegenomen dan de snelheid waarmede de vrij geworden kooldeeltjes door de zuurstof verbrand worden, zoodat het aantal der kooldeeltjes, die zich gelijktijdig in de vlam bevinden, weinig is toegenomen misschien zelfs is verminderd De hoeveelheid teruggekaatst zonnelicht zal daarom weinig toegenomen, misschien zelfs verminderd zijn, terwijl de eigen licht-intensiteit der vlam vermeerderd is wegens de grootere hitte, waardoor de kooldeeltjes in sterkere gloeiing verkeeren.

SORET komt uit zijn waarnemingen tot het besluit, dat koolstof haar terugkaatsend vermogen bij zeer hooge temperaturen behoudt, en verder, dat ten minste voor de gewone vlam-temperatuur de DAVY'sche theorie waar schijnt te zijn; daar een bundel zonnelicht op volkomen dezelfde wijze door diffusie wordt teruggekaatst en gepolariseerd, of hij valt op een zeer schitterende vlam of op niet-lichtende rook, in welke laatste de aanwezigheid van kooldeeltjes onbetwistbaar is.

Het kwam mij voor, dat het laatste besluit van SORET, dat

zijn waarnemingen de DAVY'sche theorie bevestigen, slechts dan volkomen gewettigd zou zijn, wanneer hij zijn waarnemingen had uitgebreid op vlammen, waarin de stof zeker in gasvormigen toestand zich bevindt, en hij bij deze geen terugkaatsing had gevonden. Het was om deze leemte in SORET's proeven aan te vullen, dat door mij eenige proeven ondernomen werden, die zich allengs meer hebben uitgebreid. Ik begon met SORET's waarnemingen bij koolwaterstofvlammen te herhalen. In den aanvang, toen ik met nog niet zeer sterk concentreerende middelen werkte, gelukte het mij slechts op sommige dier vlammen een duidelijk teruggekaatst zonnebeeldje waar te nemen, maar op de meer schitterende vlammen was het nauwelijks of in het geheel niet te bespeuren. Ik besloot daarom de concentratie van het zonnelicht krachtiger te maken. Het zonnelicht, hetgeen gedurende de waarnemingen altijd zeer sterk was, werd teruggekaatst op een gewonen maar zeer goeden vlakken spiegel, omdat de spiegel van den heliostaat een te smallen lichtbundel leverde, en viel vervolgens op de vlakke zijde van een plan-convexe lens, die bij een dikte in het midden van 41 millimeters een middellijn bezat van 190 millimeters. Deze concentreerde het licht in een brandpunt op den afstand van ongeveer 240 millimeters van het achterste convexe oppervlak der lens verwijderd; en in dit brandpunt werden de te onderzoeken vlammen geplaatst. Nu vertoonden alle door mij gebruikte koolwaterstofvlammen terugkaatsing. De vlam van een lucifer-houtje, die van een stearinekaars, verschillende gasvlammen (vleërmuis, ronde brander met glazen schoorsteen, Bunsen'sche brander zonder afzonderlijke luchttoevoer d. i. met gesloten lucht-openingen), de vlam van petroleum met glazen schoorsteen, alle gaven zij een zeer duidelijk teruggekaatst, geheel gepolariseerd zonnebeeldje, door contrastwerking van blauwachtige kleur. Zoowel direct als door een blauw glas gezien, een middel dat ook SORET gebruikte, was het zeer duidelijk. Bij de zonder schoorsteen brandende vleërmuis- en Bunsen'sche vlammen was het wel iets minder duidelijk wegens de groote bewegelijkheid en veranderlijkheid dier vlammen, maar het was toch ook bij deze zeer goed en scherp waar te nemen. Een vreemde indruk maakt het, dat het beeldje het duidelijkst is op de meest lichtgevende deelen

der vlam, op de donkere basis daarentegen geheel verdwijnt, waarschijnlijk omdat daar de koolwaterstoffen nog onontleed en dus gasvormig zijn, terwijl hooger op in het lichtgevende deel der vlam de koolwaterstoffen ontleed zijn, en de vrij geworden kool in vasten toestand verkeert, en daarom het zonnelicht terugkaatst.

Liet men bij den Bunsen'schen brander den luchttoevoer door de openingen onder aan den brander plaats hebben, zoodat waarschijnlijk wegens het terstond bij hunne vorming verdwijnen der vaste kooldeeltjes, de vlam slechts weinig licht meer geeft, dan kaatst zij nergens zonnelicht terug. Laat men den lichtbundel onder door de vlam gaan dan ziet men hem daar, waar hij den mantel van de vlam doorgaat, in het geheel niet; in het binnenste der vlam kan men zijne spoor weder onderscheiden, maar hij heeft daar geheel hetzelfde voorkomen als buiten de vlam. Evenals de lichtbundel daarbuiten zichtbaar is door de stofjes, die in de lucht zweven, eveneens is hij in de vlam zichtbaar door de stofjes, die de onder in den brander toestroomende lucht met zich medevoert. De lichtbundel is dan ook, als hij van terzijde beschouwd wordt, noch in de vlam noch daarbuiten merkbaar gepolariseerd. Dit onderscheid tusschen de koolwaterstofvlam en de in de lucht zwevende stofdeeltjes, dat het door de eerste teruggekaatste licht totaal of ten minste bijna totaal, het door de tweede teruggekaatste licht daarentegen niet merkbaar gepolariseerd is, wanneer de teruggekaatste en invallende stralen een rechten hoek met elkander maken, toont aan, hoe uiterst gering de grootte der kooldeeltjes in de vlam is ten opzichte van de in de lucht zwevende stofdeeltjes. Uit de waarnemingen van TYNDALL op zijn *actinische* nevels is het dan ook reeds bekend, dat slechts bij zeer geringe grootte der terugkaatsende deeltjes het licht totaal gepolariseerd wordt.

Ook de vlam van het mengsel van lucht en lichtgas van een Bunsen'schen brander, welke op de wijze van WIBEL door het mengsel te leiden door een verhitte platinum buis geheel het voorkomen van een gewone gasvlam herkregen had, werd door mij op haar terugkaatsend vermogen onderzocht. Zij week hierin in geenerlei opzicht van de gewone lichtende gasvlammen af, een bewijs te meer, dat de verklaring door mij boven van de waarnemingen van WIBEL gegeven de ware is.

Op de waterstofvlam kon geen merkbare terugkaatsing door mij worden waargenomen; zelfs niet, wanneer zij door lithium-, sodium- of rubidiumdamp zeer sterk gekleurd was, niettegenstaande, wanneer er terugkaatsing was, deze op de sterk gekleurde vlammen door contrast veel gemakkelijker zichtbaar moest zijn dan op de vrij witte koolwaterstofvlammen.

Zwavel en phosphorus in lucht brandende vertoonden evenmin terugkaatsing. Ik liet vervolgens zoowel phosphorus als arsenik in zuurstof branden. Dit kon niet plaats hebben in een met zuurstof gevulde flesch, omdat men dan te veel hinder heeft van de sterke rook, die bijna terstond na het ontsteken de flesch vult. Ik richtte daarom op in de lucht brandende stukjes phosphorus of arsenik een stroom van zuurstof uit een gashouder; de zich daarbij vormende rook moge niet aangenaam zijn voor de longen van den waarnemer, door haar wordt hij echter niet verhinderd de werking van de vlam op het invallende zonnelicht waar te nemen, daar de rook de vlam niet omhult maar boven haar opstijgt. Op de vlammen van geen van beide stoffen kon de minste spoor van terugkaatsing worden waargenomen. Daarentegen gaf de in het zonnelicht sterk lichtende rook boven de vlammen zeer duidelijk het teruggekaatste bijna geheel gepolariseerde zonnebeeldje te zien.

De rook boven een magnesiumvlam kaatste het zonnelicht, zooals te verwachten was, eveneens sterk terug; maar op de vlam zelve meen ik daarvan niets te hebben kunnen bespeuren. De waarneming was hier echter niet zeer zeker, omdat de vlam telkens door veel rook omhuld was, en zich dan telkens natuurlijk het zonnebeeldje weder vertoonde.

Kooloxyde, bereid uit geel bloedloogzout en geconcentreerd zwavelzuur, werd geleid door natronkalk en chloorcalcium, en brandde met een fraaie blauwe vlam. Geenerlei terugkaatsing Evenmin was iets daarvan te ontdekken bij de vlammen van zwavelkoolstof en van gewonen alkohol. Deze stoffen brandden in een platinum schaaltje; want als men den alkohol liet branden uit een gewone alkohollamp met pit, zag men uit de pit telkens rookwolkjes opstijgen, die in het zonnelicht binnen in de vlam sterk schitterden, en waarschijnlijk werden gevormd door mechanisch medegevoerde vaste of vloeibare deeltjes. Ditzelfde

verschijnsel deed zich ook voor bij de met lithium gekleurde vlam. Een met een oplossing van een lithium-zout gedrenkte pit van asbest kleurde de waterstofvlam sterk rood. Nu en dan zag men uit het asbest kleine rookwolkjes uitschieten, die in het zonnelicht sterk schitteren, en dus zeer veel zonnelicht terugkaatsen. Vormt zulk een rookwolkje zich midden in de roodgekleurde waterstofvlam, dan steekt het door zijn schitterend wit licht zeer sterk af tegen de omringende veel mattere kleur der vlam. Het vertoont zich dan als een zeer dun maar vrij hoog wit vlammetje, waarvan het licht geheel en al teruggekaatst zonnelicht blijkt te zijn, want het is volkomen gepolariseerd.

Aan de eene zijde vinden wij dus geen merkbare terugkaatsing daar, waar wij zeker slechts of ten minste hoofdzakelijk met stoffen in den gasvorm te doen hebben, vlam der waterstof al of niet gekleurd door lithium, sodium of rubidium, vlammen van zwavel, phosphorus, arsenik, magnesium, kooloxyde, zwavelkoolstof en gewonen alkohol, Bunsen'sche vlam met luchttoevoer, donkere basis der koolwaterstofvlammen. Aan de andere zijde hebben wij terugkaatsing overal, waar wij zeker met stoffen in den vasten, somtijds misschien ook in den vloeibaren toestand te doen hebben, rook boven de vlammen van koolwaterstoffen, van phosphorus, arsenik en magnesium, rookwolkjes in de lithium- en alkoholvlammen. Volkomen gelijke verschijnselen van terugkaatsing en polarisatie vertoonen verder de koolwaterstofvlammen, ten minste wat haar lichtend gedeelte betreft. Deze sluiten zich geheel aan bij de ruimten, in welke vaste deeltjes in fijn verdeelden toestand gesuspendeerd zijn, onderscheiden zich daarentegen sterk van de ruimten, die slechts stof in gasvorm bevatten. Is het dan niet waarschijnlijk, dat wij in de koolwaterstofvlammen ruimten, waarin zeer kleine vaste kooldeeltjes zwevende zijn, moeten aannemen? Ook al waren er geen andere gronden voor deze zienswijze aan te voeren, ook dan nog zouden de besproken terugkaatsingsverschijnselen haar zeer waarschijnlijk maken; hoeveel te meer nu er zooals wij zagen zoovele andere gronden voor pleiten.

Nog enkele opmerkingen over sommige der reeds onderzochte vlammen. Vooreerst over die van phosphorus en van

arsenik in zuurstof. Deze hebben een sterk lichtgevend vermogen. FRANKLAND plaatst haar dan ook bijna op één lijn met de lichtende koolwaterstofvlammen, en het groote lichtgevend vermogen dezer beide vlammen is voor FRANKLAND een der redenen, waarom hij de DAVY'sche hypothese ook voor de koolwaterstofvlam opgeeft. Wij zien nu echter, dat ook al mogen de vlammen van phosphorus en arsenik in lichtgevend vermogen met de koolwaterstofvlammen overeenkomen, zij toch in haar wezen zeer van deze laatste afwijken. Zij toch kaatsen het zonnelicht niet merkbaar terug, de koolwaterstofvlam doet dit wel. Met FRANKLAND's zienswijze is dit verschil tusschen de genoemde vlammen moeielijk te rijmen: met onze zienswijze is het daarentegen volkomen in overeenstemming. In de arsenik- en phosphorusvlammen hebben wij geen vaste deeltjes, in de koolwaterstofvlam wel, daarom hebben wij bij de eerste geen, bij de laatste wel terugkaatsend vermogen.

Ten tweede een enkel woord over de vlammen van kooloxyde en zwavelkoolstof. Bij beide geenerlei terugkaatsing, terwijl men toch vooral bij de laatste stof de aanwezigheid van kooldeeltjes in de vlam voor niet geheel onwaarschijnlijk zou kunnen houden Men zou toch kunnen meenen, dat de zwavelkoolstof zich in de vlam vóór de verbranding splitste in zwavel en koolstof, evenals de koolwaterstoffen zich splitsen in kool en waterstof. Voor het kooloxyde zou men ook vóór de verbranding een volkomene of gedeeltelijke splitsing kunnen aannemen; hoe onwaarschijnlijk mij dit voor het kooloxyde ook moge voorkomen, het schijnt, dat sommigen dit voor niet onwaarschijnlijk hebben gehouden. Ik kan ten minste geen andere uitlegging geven aan de volgende woorden van H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE: "J'ai démontré que dans l'oxyde de carbone fortement chauffé il y avait dissociation du gaz avec production d'oxygène et d'un charbon jaune, pulvérulent et léger, auquel est due, suivant toute apparence, la teinte bleue de la flamme." *) Uit mijn waarnemingen blijkt echter, dat noch in de vlam der zwavelkoolstof, noch in die van het kooloxyde kooldeeltjes in

*) *Comptes rendus*, t. 67, pp. 1091 et 92, note.

merkbare hoeveelheid voorhanden zijn, een besluit, waartoe ook reeds DIBBITS wegens de spectra dezer vlammen gekomen is. *)
Is hierdoor nu ook bewezen, dat de zwavelkoolstof in de vlam vóór de verbranding geen splitsing in koolstof en zwavel ondergaat? Nog niet ten volle; want het zou kunnen wezen, dat het onderscheid tusschen de zwavelkoolstof en de koolwaterstoffen hierin moest gezocht worden, dat de eerste stof bij haar splitsing zuivere koolstof oplevert, terwijl bij de koolwaterstoffen de ontstaande kool misschien nog eenigszins waterstofhoudend is; en nu zou het mogelijk wezen, dat deze waterstofhoudende kool zich iets minder gemakkelijk met de zuurstof verbindt en daardoor iets langer in de vlam als zoodanig blijft voortbestaan dan de zuivere koolstof. Een slechts zeer weinig grootere affiniteit van de zuivere koolstof tot de zuurstof dan van de waterstof bevattende kool zou van het verschil tusschen de zwavelkoolstof- en koolwaterstofvlammen reeds rekenschap kunnen geven. Misschien echter is nog waarschijnlijker het vermoeden door DIBBITS ter aangehaalder plaatse omtrent het verbrandingsproces der zwavelkoolstof geopperd, dat in de vlam eerst de zwavel dezer stof vervangen wordt door zuurstof, zoodat koolzuur ontstaat, en eerst daarna de vrijgeworden zwavel verbrandt tot zwaveligzuur.

Tot nog toe hebben wij geen enkele vlam gevonden behalve de koolwaterstofvlam, die terugkaatsing vertoonde. Zoekende naar vlammen, waarvoor het niet onwaarschijnlijk was, dat bij haar terugkaatsend vermogen zou gevonden worden, viel mijn aandacht op die van de arsenik- en antimoonwaterstof in lucht. Bij deze stoffen hebben wij toch in de vlam een soortgelijke ontleding als bij de koolwaterstoffen; de arsenikwaterstof ontleedt zich in arsenik en waterstof, de antimoonwaterstof in antimonium en waterstof Op de arsenikwaterstof had ik echter niet veel hoop. Wegens de lage temperatuur, waarbij de arsenik en zijn verbrandingsprodukt het arsenigzuur zich reeds vervluchtigen, FRANKLAND geeft daarvoor de temperaturen aan van 180° en 218°, was het niet waarschijnlijk, dat deze stoffen zich in de

*) DIBBITS, l. c. SS. 542 u. 543.

vlam in vasten toestand zouden bevinden. Bij de antimoonwaterstof was dit eerder te verwachten, daar het antimonium een veel hoogere temperatuur ter vervluchtiging behoeft. Mijne verwachting werd door de waarneming volkomen bevestigd.

De arsenik- en antimoonwaterstof werden verkregen door in een toestel met zwavelzuur en zink, waardoor waterstof rijkelijk ontwikkeld werd, vrij groote hoeveelheden te brengen van hetzij arsenigzuur hetzij tartras kalico-stibicus. De arsenikwaterstof werd in sommige gevallen doch niet altijd, voordat zij ontstoken werd, nog geleid door buizen met natronkalk en chloorcalcium, om het gas te zuiveren. Bij de antimoonwaterstof kon deze zuivering natuurlijk niet geschieden, omdat daardoor deze stof ontleed zou worden. Alvorens de arsenik- of antimonium-houdende stof in den toestel te brengen werd altijd de vlam der zich ontwikkelende waterstof op haar terugkaatsend vermogen onderzocht. Eerst wanneer deze geenerlei terugkaatsing vertoonde, werd het arsenigzuur of de braakwijnsteen toegevoegd. Deze voorzorg was zeer noodig; want ook de waterstofvlam vertoonde dikwijls in het inwendige een zwak terugkaatsende kern, en was die aanwezig, dan zag men haar later ook in de arsenikwaterstofvlam. Ontbrak deze echter in de eerste vlam, dan was zij ook niet voorhanden in de laatste; hoe sterk deze ook door arsenik gekleurd mocht zijn, nooit zag men bij haar dan eenige terugkaatsing. Was die zwak terugkaatsende kern voorhanden, dan vertoonde zich de niet ontstoken uitstroomende waterstof of arsenikwaterstof als een nevel, welke zeker door mechanisch medevoerde kleine deeltjes veroorzaakt werd. Deze nevels, die zich echter niet altijd vertoonden, waren moeielijk weg te nemen; door het gas door water te voeren kon ik ze niet doen verdwijnen, wel echter door het te leiden door buisjes met watten gevuld. Dit laatste middel werd daarom altijd aangewend.

Zooals gezegd arsenikwaterstof vertoonde nooit terugkaatsing, antimoonwaterstof daarentegen wel. De vlam dezer laatste stof vertoonde een kern, die het zonnelicht sterk terugkaatste en het daarbij grootendeels zoo niet volkomen op de gewone wijze polariseerde. In het inwendige van de sterk gekleurde vlam zag men dan van de basis gewoonlijk twee zeer schitterende

vlammetjes opstijgen, die echter ook somtijds tot één enkel vereenigd waren, en die hooger op verdwenen. Hier hadden wij dus in het inwendige van de vlam antimonium in fijn verdeelden vasten toestand. De temperatuur der vlam was daar, waar zich terugkaatsing vertoonde, lager dan in de overige deelen der vlam, hetgeen hieruit bleek, dat een dun platinum draadje in dat inwendige niet meer dan roodgloeiend werd, terwijl het in de andere deelen der vlam tot witgloeiens toe verhit werd. Behalve hieruit is het ook wegens de volgende door mij waargenomen verschijnselen uiterst waarschijnlijk, dat het antimonium in vasten toestand in de vlam aanwezig is, wanneer en waar terugkaatsing wordt waargenomen, daarentegen in dampvorm, wanneer en waar deze ontbreekt. De uitstroomingsbuis, aan wier mond het gas brandde, was somtijds van glas, somtijds van messing. Was zij van glas, dan vertoonde zich in de vlam in den aanvang wel de terugkaatsende kern, maar slechts voor een oogenblik; reeds uiterst korten tijd na het aansteken was van terugkaatsing niets meer te zien. Bij den metalen brander daarentegen bleef de terugkaatsing veel langer voortduren, zij werd echter langzamerhand zwakker, om eerst na eenigen tijd geheel te verdwijnen. Dit verschil bij den glazen en den metalen brander laat zich gemakkelijk verklaren. Beide branders verwarmen zich door de vlam, maar terwijl bij den metalen brander deze warmte wegens het goede geleidingsvermogen van het metaal grootendeels wordt weggeleid, blijft deze bij den glazen brander wegens het slechte geleidingsvermogen van het glas aan de punt des branders opgehoopt. Deze punt verhit zich dus bij den glazen brander veel sterker en vooral veel sneller dan bij den metalen; maar daardoor wordt ook de basis der vlam bij den eersten brander meer verhit dan bij den tweeden, zoodat het antimonium daar ter plaatse bij den eersten brander niet meer, bij den tweeden nog wel in vasten toestand kan blijven. *) Wij hebben hier bij de antimoniumvlam dus verschijnselen volkomen analoog aan die boven beschreven voor

*) Een soortgelijk verschijsel, als hier beschreven is, nam DIBBITS, l. c. S. 498, waar. Hij vond namelijk, dat wanneer waterstof uit een glazen buis brandt, de vlam in den aanvang nauwelijks zichtbaar is, maar zich weldra geel kleurt door het natrium, dat door het heet worden van het glas daaruit vervluchtigt

de Bunsen'sche vlam; slechts zijn de gevolgen eener temperatuursverhooging juist de omgekeerde. Dat ook hier, evenals vroeger bij de Bunsen'sche vlam, de gegeven verklaring de juiste is, blijkt hieruit, dat wanneer men den metalen brander vooraf verhitte, de terugkaatsing van den aanvang af niet of bijna niet werd waargenomen, terwijl toch de kleur der vlam, aantoonde, dat het antimonium zich niet in de verwarmde buis had afgezet, maar wezenlijk in de vlam tot verbranding kwam. Koelde men daarentegen den metalen brander gedurende het branden der antimoonwaterstof af door hem te omringen met sneeuw, dan bleef het terugkaatsend vermogen voortdurend op de aanvankelijke grootte; bij den glazen brander gelukte dit niet, waarschijnlijk omdat de punt van het glas zich wegens het geringe geleidingsvermogen van het glas niettegenstaande de nabijheid der sneeuw toch sterk verhitte.

Deze afkoeling van den metalen brander is door mij ook aangewend bij de arsenikwaterstofvlam niet alleen met sneeuw maar zelfs met een afkoelend mengsel van sneeuw en salmiak. Maar niettegenstaande de basis der vlam daardoor zoodanig werd afgekoeld, dat een platinum draadje daar ter plaatse nauwelijks meer gloeide, vertoonde zich toch volstrekt geen terugkaatsing; zeer waarschijnlijk omdat de temperatuur toch altijd nog te hoog is, om den arsenik vast te doen blijven, misschien echter, ofschoon voor mij niet meer waarschijnlijk, omdat de ontledingstemperatuur der arsenikwaterstof, die mij onbekend is, hooger is dan die waarbij de arsenik vervluchtigt.

Deze verschijnselen bij de vlammen van arsenik- en antimoonwaterstof bevestigen, geloof ik, de stelling, dat vlammen, waarin de stof alleen in dampvorm voorkomt, geen merkbaar terugkaatsend vermogen bezitten, ten minste niet bij den door mij aangewenden graad van concentratie der zonnestralen; dat daarentegen vlammen, waarin de stof in vasten en misschien ook die, waarin zij in vloeibaren toestand voorkomt, een vrij sterk terugkaatsend vermogen vertoonen; dat dus in de lichtende koolwaterstofvlammen de kool in vasten toestand voorhanden is.

Er blijft mij nog slechts over een enkel woord te zeggen over een paar verschijnselen, die naar het oordeel van velen

tegen DAVY's theorie schijnen te spreken. Vooreerst de groote doorschijnendheid der vlam. Het was zeker met het oog op deze groote doorschijnendheid, dat FRANKLAND *) aan de dampvormige koolwaterstoffen, die hij in de vlam veronderstelt, de eigenschap van *doorschijnend* te zijn toekent. Die doorschijnendheid is echter vroeger meestal voor absoluter gehouden dan wezenlijk het geval is. Men meende bijv., dat een platte gasvlam een volkomen even sterk licht uitzendt in de richtingen die in het vlak der vlam gelegen zijn, als in die loodrecht op dat vlak; dat de vlam dus volkomen doorschijnend is voor haar eigen licht. Uit HIRN's proeven †) is echter gebleken, dat dit niet volkomen juist is; een groote zeer platte vlam geeft niet in alle richtingen evenveel licht; het verschil is gewoonlijk niet groot, maar de intensiteit van het licht kan toch somtijds in de verschillende richtingen om een vijfde verschillen. Door een aantal zeer platte petroleumvlammen achter elkander te plaatsen vond HIRN ook bij deze geen volkomen doorschijnendheid. Bij den doorgang van het licht van een dier vlammen door de andere wordt een merkbare vermindering der lichtsterkte waargenomen §). Ook omtrent de schaduwen, die vlammen kunnen werpen, wanneer zij bijv. in sterk zonnelicht geplaatst zijn, zijn door HIRN proeven genomen. Maar de meeste proeven over de doorschijnendheid van vlammen lijden aan een groote bron van onnauwkeurigheid, doordat het licht bij den doorgang door een vlam niet slechts verandert door absorptie in de vlam, maar ook door verstrooiing, welke het ondergaat door breking zoowel in de vlam zelve als in de warme ijle gaslagen, die het lichaam der vlam omgeven. De koolwaterstofvlammen mogen dan al niet volkomen doorschijnend zijn, haar doorschijnendheid is toch zeker groot, zeer veel grooter dan die van de rook boven die vlammen. Dit is dan ook niet zoo vreemd, en laat zich verklaren of door, even-

*) Zie boven, bladzijde 47.

†) HIRN, l. c. p. 327.

§) Dat de vlam niet volkomen doorschijnend is, maar een zeer merkbaar absorberend vermogen bezit, blijkt ook uit de waarnemingen van ALLARD, (*Comptes rendus*, T. 81, p. 1096, 6 Décembre 1875, waarmede ik eerst onder het afdrukken in kennis kwam.

als SORET om andere redenen doet, aan te nemen, dat het voorkomen van gloeiende vaste kooldeeltjes in een vlam beperkt is tot een uiterst dunnen mantel, die de vlam omhult, of door te veronderstellen, dat de ruimte door de kooldeeltjes ingenomen, waarvan men uit de volkomen polarisatie van het door hen teruggekaatste licht weet, dat zij een uiterst geringe grootte bezitten, zeer klein zijn ten opzichte van de ruimten, die de kooldeeltjes van elkander scheiden Ter verklaring der groote doorschijnendheid komt het mij daarom geheel onnoodig voor, met HIRN aan te nemen, dat de kooldeeltjes bij hooge temperaturen hun absorbeerend vermogen geheel zouden verliezen, een veronderstelling, die, zooals SORET terecht opmerkt, ook hierom weinig waarschijnlijk is, omdat zij in strijd zou zijn met het beginsel van de evenredigheid van het absorbeerend en uitstralend vermogen der stoffen.

Wat ten laatste het volkomen ontbreken van polarisatie bij het licht der vlam betreft, dit is volstrekt niet, zooals HIRN meent, met een voorhanden zijn van terugkaatsend vermogen bij de kooldeeltjes in de vlam in strijd. De kooldeeltjes gelegen op een kleine vlakte-uitgebreidheid van het oppervlak der vlam kaatsen wel is waar licht terug van andere kooldeeltjes, maar die zijn in allerlei richtingen om de terugkaatsende deeltjes gelegen. Dat licht had dus vóór de terugkaatsing allerlei richtingen, en er is daarom geen reden, waarom het na de terugkaatsing eerder in het eene dan in het andere vlak zou gepolariseerd zijn. Het ontbreken van terugkaatsend vermogen wordt dus volstrekt niet gevorderd ter verklaring van het ontbreken van polarisatie bij het licht der vlam; het wezenlijk bestaan van dat terugkaatsend vermogen kan dan ook na de proeven van SORET en van mij niet meer betwijfeld worden.

BIJDRAGEN OP HET GEBIED DER MYCOLOGIE.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

I.

OVER DEN AARD EN DE BETEEKENIS VAN HET PYRENOMYCETEN-GESLACHT ASCOSPORA.

De omstandigheid, dat, ten gevolge der onderzoekingen van TULASNE en DE BARY, vele fungi, die men vroeger voor zelfstandige soorten hield, gebleken zijn in den ontwikkelingsketen van hoogere vormen te huis te behooren, is oorzaak geweest, dat men er zich in de latere jaren vooral op toegelegd heeft, de ontdekkingen dier uitstekende onderzoekers aan te vullen en uit te breiden, en, op hun voetspoor, hetzij op grond van nieuwe proeven, of wel door steun te zoeken bij de analogie, het Systema Mycologicum te zuiveren, en bijeen te brengen en onder één hoofd te verzamelen, wat gebleken was als zelfstandig wezen geen recht van bestaan te hebben.

Het kan niemand ontgaan zijn, dat onze kennis op mycologisch gebied, door dat streven, aanzienlijk werd uitgebreid, al is het ook, dat later eene scheiding tusschen kaf en koorn dringend gevorderd zal worden; maar even min is het twijfelachtig, dat de aandrang, door velen gevoeld om mede te werken ter bereiking van het groote doel, waarheen door TULASNE en DE BARY de weg was gewezen, weldra een niet onaanzienlijk getal fungi, wier bouw hen tot lagere vormen stempelde, zonder dat het nogtans gelukte hunne verwantschap tot hoogere vormen vast te stellen, op zijde schuiven en voorloopig als orga-

nismen deed beschouwen, die men wel niet wenschte te verstooten, maar aan de studie van wier levensgeschiedenis het toch raadzaam scheen, niet te veel tijd ten offer te brengen.

Zoo kwam men er zelfs toe, eene groote serie van *Fungi perfecti* — fungi dus, van welke men onderstelde, de geheimen van hun ontstaan, hunne leefwijze, hunne geslachts- en vormwisseling te kennen of ten naaste bij te kennen — tegen eene andere van *Fungi imperfecti* over te stellen, en werden in deze laatste alle vormen bijeengebracht, van welker samenhang met hoogere vormen tot hiertoe niet was gebleken.

De veronachtzaming nu dezer *Fungi imperfecti* was oorzaak, dat ik meende, geen onnut werk te doen, zoo ik mij op hun terrein eenige meerdere kennis zocht te verschaffen. Anatomisch was er in elk geval nog niet veel van meêgedeeld, en onmogelijk was het niet, althans van sommigen te weten te komen, waarom alle pogingen om ze met andere vormen in verband te brengen, tot hiertoe met geen gunstigen uitslag bekroond waren geworden, of, zoo zij slaagden, hoe het kwam, dat de meeningen omtrent zulk eene verwantschap bij verschillende auteurs soms zeer ver uit elkander liepen.

Eene eerste proeve van studie over deze fungi imperfecti lever ik thans in de volgende bladzijden. Zij zijn gewijd aan het geslacht *Ascospora*, en zullen, zoo ik hoop, in den doolhof van denkbeelden daaromtrent eenig licht ontsteken en tot de erkenning voeren, dat mijne poging geene vruchtelooze geweest is.

Het Pyrenomyceten-geslacht *Ascospora* vinden wij het eerst vermeld bij FRIES, in het 1e deel van zijn *Systema Orbis vegetabilis*, onder den afzonderlijken titel van „*Plantae Homonemeae*" in 1825 in het licht verschenen. Op blz. 112 van dit werk, worden de volgende kenmerken aan dat geslacht toegeschreven: „Perithecia innata, ostiolo simplici. Nucleus granuloso-gelatinosus, primo farctus ascellis (thecis Auct.) oblongis globosisve, demum diffluens subcirrhose expulsus. Innatae."

Verder gaat de S. aldus voort: „Multae Sphaeriae epiphyllae

huc spectant. *A. Aegopodii* (Sphaeria P.) pro typo habeo. Omnes in foliis vel ramulis vivis nasci, sed in emarcidis demum fructificare videntur. Transeunt ad Cytisporeos, et fructificatione longe imperfectiore a praecedentibus admodum distant."

Door het gebruiken van het woord "ascelli"; het niet gewag maken van "sporen", en de omstandigheid, dat geene afbeeldingen aan het *Syst. Orb. veget.* werden toegevoegd, stelde FRIES zich bloot aan het gevaar, dat zijne bedoeling niet recht begrepen zou kunnen worden — een geval, dat, zooals wij zien zullen, al zeer spoedig plaats had.

De tijdorde volgend, wenden wij ons thans tot CHEVALIER's *Flore générale des environs de Paris,* in 1826, en SPRENGEL's *Systema Vegetabilium* (de 16e uitgaaf van het systeem van LINNAEUS), in 1827 in het licht verschenen. Van het geslacht *Ascospora* wordt echter in beide werken, niettegenstaande zij ook de Cryptogamen omvatten, geen gewag gemaakt, zeer waarschijnlijk, omdat FRIES, in zijn *Systema Orb. veget.,* zich wel met het nauwkeuriger omschrijven van de geslachten der Fungi, maar niet met de opsomming hunner soorten had bezig gehouden.

Ook de *Scottish Cryptogamic Flora* van GREVILLE, waarvan het 6e en laatste deel in 1828; DUBY's *Botanicon gallicum,* dat in 1830, en WALLROTH's *Flora Cryptogamica Germaniae,* die in 1833 het licht zag, leverden geene enkele *Ascospora.* In al deze en de beide vroeger genoemde werken, vinden wij de *Ascospora Aegopodii* en *Asc. carpinea* van het *Syst. Orb. veget.* nog steeds onder de oudere namen van *Sphaeria Aegopodii* P. en *Sphaeria carpinea* FR. vermeld.

Eerst in 1836 werd door ENDLICHER, in zijne *Genera Plantarum,* blz. 32, het nieuwe geslacht, dat nu reeds 11 jaar onopgemerkt was gebleven, aan de vergetelheid ontrukt. Opmerking echter verdient het, dat die auteur zich daarbij een paar vrijheden veroorloofde, welke beter waren achterwege gebleven, en die hierin bestonden, dat hij 1°. den naam *Ascospora* veranderde in dien van Ascosphora *), en 2°. voor het woord

*) Allervreemdst mag het heeten, dat ENDLICHER aan den voet zijner diagnose, in de met kleine letters gedrukte zinsnede, het doet voorkomen, alsof FRIES, van

„ascelli" kortweg „asci," en voor „globosis," zonder eenige toelichting, „subglobosis" in de plaats stelde. De juiste meening van FRIES werd door deze veranderingen zeer zeker niet beter toegelicht. Het woord „ascelli" moest zonder twijfel te kennen geven, dat de Zweedsche mycoloog het nog niet met zich zelven eens was, of de twijfelachtige organen, door hem waargenomen, met sporen, dan wel met sporeblazen (asci) gelijkgesteld moesten worden, en het mocht dus wel gevaarlijk heeten, den knoop, zonder eenige toelichting, van zelfstandig onderzoek getuigend, door te hakken, en nog daarenboven eene, zij het ook niet zooveel beteekenende, wijziging te brengen in een term, op den vorm dier organen betrekkelijk.

Gelukkig echter werd de oorspronkelijke naam van *Ascospora* door CORDA, in diens *Anleitung zum Studium der Mycologie* (a°. 1842, p. 126) en *Icones Fungorum*, V (a°. 1842, p. 30) niet alleen hersteld, maar de oorspronkelijke diagnose daarenboven weder zuiver overgenomen. Juist in tegenstelling met ENDLICHER, waagde die auteur echter de onderstelling, dat de „ascelli" van FRIES wel niet anders als „sporen" konden beteekenen, er bij voegende, dat eene en dezelfde soort van *Ascospora* (FRIES maakte enkel van *Asc. Aegopodii* gewag) zeker ook wel slechts één vorm van sporen hebben zou — eene opmerking, blijkbaar tegen de woorden „oblongis globosisve" gericht. Uit een der werken van MONTAGNE putte CORDA de mededeeling, dat deze auteur zich niet ontzien had, van eene soort van *Ascospora* met „asci" en „sporen" te spreken, en was hij van oordeel, dat deze aldaar niet op hare plaats was, maar naar het geslacht *Dothidea* verhuizen moest.

Uit het bovenstaande blijkt, dat het den mycologen, zelfs tot het jaar 1842, nog niet duidelijk geworden was, welke fungi eigenlijk als *Ascospora's* beschouwd moesten worden.

---

wiens werk zelfs de pagina wordt aangehaald, het nieuwe geslacht *Ascophora* genoemd zou hebben. En aan deze verkeerde opvatting is het waarschijnlijk te danken, dat ENDLICHER aan dien naam eene *s* toevoegde, om zoo doende verwarring te voorkomen, daar de naam *Ascophora* vroeger reeds aan een ander geslacht was gegeven.

En geen wonder! De oorspronkelijke diagnose was ontegenzeggelijk in duistere bewoordingen gesteld geweest, en hare toepassing op bepaalde vormen, door het noemen van slechts één — en daarbij, zooals later blijken zal, ongelukkig gekozen — voorbeeld, zeer bemoeilijkt geworden. Ook in RABENHORST's *Kryptogamen-Flora*, in 1844 in 't licht verschenen, wordt vruchteloos naar *Ascospora* gezocht. De twee soorten, die hij er onder had kunnen rangschikken, vindt men er, op blz. 580, als *Sphaeria brunneola* en *Sph. Aegopodii* beschreven. *)

Men zou verwacht mogen hebben, dat FRIES, wien zeker de velerlei uit elkander loopende opvattingen zijner diagnostieke zinsnede niet onbekend waren gebleven, de gelegenheid, hem in 1849, bij het in 't licht geven zijner *Summa Vegetabilium Scandinaviae*, verschaft om allen twijfel aangaande zijne bedoeling op te heffen, gretig zou hebben aangegrepen, en dat wij in dit werk, waarin het systeem der Fungi, in zijn geheelen omvang ten tweeden male zou worden voorgedragen, den sleutel van het in 1825 opgegeven raadsel zouden kunnen vinden. En toch wacht ons hier eene nieuwe teleurstelling: welke, zal uit de volgende regels blijken.

Op blz. 425 der *Summa Veg. Scand.* vinden wij allereerst eene gewijzigde diagnose van het geslacht *Ascospora* in de volgende bewoordingen vervat: „Perithecia globosa, subinnata e macula (in typicis crustosa) prominula. Sporidia rotundato-ovalia vel oblonga, obtusa, contigua, granulis farctae." [farcta?]. Vergelijken wij deze met die van het jaar 1825, dan springt het terstond in het oog, dat het woord „ascelli" door „sporidia" vervangen is, en zouden wij kunnen meenen, thans met geene mogelijkheid meer te kunnen dwalen. Ongelukkig echter wordt nu de inhoud dier „sporidia" nader omschreven; medegedeeld, dat hij uit allerfijnste korrels bestaat, en, tot overmaat van ramp — en dat nog wel ter verduidelijking van den bouw der als type vooropgestelde *Ascospora Aegopodii* — naar eene afbeelding verwezen, welker verklaring in lijnrechten strijd is met de diagnose in de *Summa Veg. Sc.* Men vindt

*) Eenige uitheemsche soorten van *Ascospora*, door LÉVEILLÉ beschreven in de Ann. d. Sc. nat. van 1846 (V, p. 276) gaan wij voorbij, omdat het niet duidelijk is, welke fungi hij daarmede bedoeld kan hebben

die afbeelding (Pl. I, fig. 1) in het tweede stuk der *Mycologische Hefte* van SCHMIDT en KUNZE (Leipzig, 1823) en de daarbij behoorende verklaring op bl. 27 van hetzelfde stuk. En hoe luidt nu de laatste? Aldus: „Fig. 1 *Sphaeria Aegopodii* PERS. mässig vergrössert, ganz und senkrecht durchschnitten. a, die stark vergrösserten Schläuche und noch stärker vergrösserten Sporen."

Wel ziet men in, dat de „sporidia" van FRIES met de „Schläuche" (= Asci) van SCHMIDT, en zijne „granuli" met SCHMIDT's „sporen" overeenstemmen, maar zulks neemt niet weg, dat de ongelukkige vastkoppeling der gewijzigde diagnose in de *Summa V. Sc.* aan eene 23 jaar oudere afbeelding, in welker verklaring de termen, die reden tot twijfel gegeven hadden, werden teruggevonden, opnieuw moest leiden tot uiteenloopende opvattingen, en dat de beoefenaren der Mycologie, ook na het in 't licht verschijnen van FRIE's jongsten arbeid, niet gevrijwaard werden, onder den titel van *Ascospora* vormen bijeen te brengen, welker verwantschap geenszins boven alle bedenking verheven zoude zijn.

De vraag: heeft *Ascospora* asci of niet, bleef dus na 1849 nog steeds aan de orde. Het bestaan dier organen bij dit geslacht, was door FRIES in zijne nieuwste diagnose niet bepaald ontkend, en de verwijzing naar SCHMIDT's afbeelding, zonder eenige terechtwijzing hoegenaamd, deed vermoeden, dat men er toch mede zoude hebben te rekenen.

Daar er onder mijne lezers zouden kunnen wezen, die meenden, dat het tamelijk onverschillig te achten ware, welke naam aan de twijfelachtige organen van *Ascospora* gegeven werd, indien men het slechts eens was omtrent den anatomischen bouw, waardoor dit geslacht zich kenmerkt, zoo behoor ik in het licht te stellen, dat hun gevoelen slechts dan ondersteuning verdienen zou, indien men van de onderstelling mocht uitgaan, dat de door FRIES als geslachtstype beschouwde *Ascospora Aegopodii* eene bekende plant was. Maar wij bevinden ons hier juist in het tegenovergestelde geval: die *Ascospora* moest gezocht worden. En nu behoef ik er wel niet op te wijzen, dat het, bij het doen van mycologische nasporingen, gansch niet onverschillig is te weten, of men op de aanwezigheid van asci heeft te letten, ja dan neen.

En geen wonder! De oorspronkelijke diagnose de wijfeling, zeggelijk in duistere bewoordingen gesteld r aan het geslacht toepassing op bepaalde vormen, door het · n opperen, of het één — en daarbij, zooals later blijken spore te onderscheizen — voorbeeld, zeer bemoeilijkt gev te geven zijn: in ge-HORST's *Kryptogamen-Flora*, in 1 bij *Ascospora* heeft men wordt vruchteloos naar *Ascospo* ; organen, te groot en te die hij er onder had kunnen r . terstond als sporen; te klein, 580, als *Sphaeria brunneol* te fijn-korrelig van inhoud, om

Men zou verwacht mo d te worden. Hier is eenige speling velerlei uit elkander ie. zinsnede niet onbe doelde organen veel meer op de sporen in 1849, bij het andere Pyrenomyceten gelijken, zoo is het *Scandinaviae*, en, bij een onderzoek naar de laatsten, veel doeling op lagen zou hebben dan bij een onderzoek naar wij in d aruit weder voortvloeit, dat het noemen op de heelen erzwijgen op de andere plaats van den naam van den et met elkander in verband brengen van eene diavi arin dat woord niet, en eene afbeelding, in welker rkiaring het wel gevonden wordt, tot niets anders als bevarring aanleiding moest geven.

Ik moet hier nog bijvoegen, dat de twijfel omtrent hetgeen men voortaan, op het gebied der fungi, tot *Ascospora* zou te brengen hebben, vermeerderd werd door drie omstandigheden, nl.: 1°. dat FRIES als type van zijn nieuw geslacht eene plant had aangewezen, door PERSOON, volgens hem, *Sphaeria Aegopodii* geheeten; eene plant dus, bij welke men, met eenig recht, de aanwezigheid van normaal gevormde asci onderstellen kon; 2°. dat de bladen van *Aegopodium Podagraria*, die tot voedsters verstrekken aan *Ascospora Aegopodii* FR., nog twee andere Pyrenomyceten kunnen voortbrengen: *Septoria Aegopodii* DESM. en *Dothidea* (= Phyllachora) *Podagrariae* FR., waarvan de eerste door FRIES niet gekend *) en ook in geen

*) Dat FRIES de *Septoria Aegopodii* in 1846 niet kende, blijkt daaruit, dat E. HOFFMANN in het 4e, in 1865 in 't licht verschenen stuk zijner *Tabulae Analyticae Fungorum*, dien fungus als eene „nova species" beschouwde. waarna FRIES, kort te voren, den naam van *Septoria Aegopodii* gegeven had. DESMAZIÈRES had zulks echter reeds gedaan in 1833.

ologische werken genoemd, geene; de laatste, onder
tandigheden, goed gevormde asci zou kunnen
ndelijk 3o., dat PERSOON, blijkens de door mij
ium te Leiden onderzochte en tot zijne al-
gische nalatenschap behoorende en eigen-
ren van *Sphaeria Aegopodii*, onder
e *Ascospora* van FRIES, maar wel dege-
an DESMAZIÈRES verstaan heeft.

dus, die naar de *Ascospora* zocht, liep gevaar,
ene der beide andere planten te houden, zooals o. a.
de met DESMAZIÈRES (*Plantes Cryptogames de France*, Série, 1e Ed. n°. 616; 2e Ed. n°. 143) en CASPARY (RABENHORST *Herb. Myc.* Ed. II, n°. 551), eene vergissing, des te gemakkelijker te begaan, daar ook *Septoria Aegopodii*, welke men op de aangehaalde nummers aantreft, organen in hare perithecia voortbrengt, waarvan het twijfelachtig kan schijnen, of zij tot de asci of tot de sporen behooren.

Vervolgen wij thans de geschiedenis van *Ascospora* om te doen uitkomen, dat, ook na het in 't licht verschijnen van de *Summa Veget. Scand.*, de ware aard van dit geslacht niet begrepen was geworden, zoo hebben wij allereerst stil te staan bij eene bijdrage van MONTAGNE in de *Ann. des Sciences nat.* 3e S., XI, p. 46 en 47 (a°. 1849), getiteld: *Sixième Centurie de plantes cellulaires nouvelles, tant indigènes qu'exotiques.* Aldaar lezen wij, dat de S. het geslacht *Septoria* in drie ondergeslachten verdeelt, te weten: *Euseptoria*, *Ascospora* FR. en *Rhabdospora*, en dat aan *Ascospora* de volgende kenmerken eigen zijn: „Spores cylindriques ou oblongues, le plus souvent droites, contenant manifestement une série de sporules globuleuses qui persistent dans un tube ascomorphe.” Als voorbeelden ter opheldering, noemt de S. *Ascospora acerina* LÉV. en *Septoria Oleae* DUR. et MONT.

Het is, ook zonder deze voorbeelden te onderzoeken, niet moeilijk aan te toonen, dat MONTAGNE zich van het geslacht *Ascospora* geene juiste voorstelling gemaakt had. Daargelaten toch, dat FRIES enkel spreekt van „sporidia rotundato-ovalia vel oblonga,” terwijl MONTAGNE er nog het woord „cylindriques” bijvoegde; daargelaten dat FRIES, geene rolronde (d. i

Wel zou men zich mogen verwonderen over de wijfeling, bij FRIES in het al of niet toekennen van asci aan het geslacht *Ascospora* op te merken, en de vraag kunnen opperen, of het dan zoo moeilijk is, een ascus van eene spore te onderscheiden. Hierop echter zou dit antwoord te geven zijn: in gewone gevallen zeer zeker niet; maar bij *Ascospora* heeft men met buitengewone organen te doen; organen, te groot en te weinig standvastig in vorm om terstond als sporen; te klein, te ongewoon in uiterlijk en te fijn-korrelig van inhoud, om terstond als asci beschouwd te worden. Hier is eenige speling overgelaten aan de fantazie.

Daar echter de bedoelde organen veel meer op de sporen dan op de asci van andere Pyrenomyceten gelijken, zoo is het duidelijk, dat men, bij een onderzoek naar de laatsten, veel minder kans van slagen zou hebben dan bij een onderzoek naar de eersten; waaruit weder voortvloeit, dat het noemen op de eene, en het verzwijgen op de andere plaats van den naam van asci, of het met elkander in verband brengen van eene diagnose, waarin dat woord niet, en eene afbeelding, in welker verklaring het wel gevonden wordt, tot niets anders als begripsverwarring aanleiding moest geven.

Ik moet hier nog bijvoegen, dat de twijfel omtrent hetgeen men voortaan, op het gebied der fungi, tot *Ascospora* zou te brengen hebben, vermeerderd werd door drie omstandigheden, nl.: 1°. dat FRIES als type van zijn nieuw geslacht eene plant had aangewezen, door PERSOON, volgens hem, *Sphaeria Aegopodii* geheeten; eene plant dus, bij welke men, met eenig recht, de aanwezigheid van normaal gevormde asci onderstellen kon; 2°. dat de bladen van *Aegopodium Podagraria*, die tot voedsters verstrekken aan *Ascospora Aegopodii* FR., nog twee andere Pyrenomyceten kunnen voortbrengen: *Septoria Aegopodii* DESM. en *Dothidea* (= Phyllachora) *Podagrariae* FR., waarvan de eerste door FRIES niet gekend *) en ook in geen

*) Dat FRIES de *Septoria Aegopodii* in 1846 niet kende, blijkt daaruit, dat H. HOFFMANN in het 4e, in 1865 in 't licht verschenen stuk zijner *Tabulae Analyticae Fungorum*, dien fungus als eene „nova species" beschouwde, waaraan FRIES, kort te voren, den naam van *Septoria Aegopodii* gegeven had. DESMAZIÈRES had zulks echter reeds gedaan in 1833.

zijner mycologische werken genoemd, geene; de laatste, onder gunstige omstandigheden, goed gevormde asci zou kunnen voortbrengen; eindelijk 3o., dat PERSOON, blijkens de door mij in 's Rijks Herbarium te Leiden onderzochte en tot zijne aldaar berustende mycologische nalatenschap behoorende en eigenhandig betitelde exemplaren van *Sphaeria Aegopodii*, onder dien naam geenszins de *Ascospora* van FRIES, maar wel degelijk de *Septoria* van DESMAZIÈRES verstaan heeft.

Een ieder dus, die naar de *Ascospora* zocht, liep gevaar, daarvoor eene der beide andere planten te houden, zooals o. a. gebeurde met DESMAZIÈRES (*Plantes Cryptogames de France*, 1e Série, 1e Ed. n°. 616; 2e Ed. n°. 143) en CASPARY (RABENHORST *Herb. Myc.* Ed. II, n°. 551), eene vergissing, des te gemakkelijker te begaan, daar ook *Septoria Aegopodii*, welke men op de aangehaalde nummers aantreft, organen in hare perithecia voortbrengt, waarvan het twijfelachtig kan schijnen, of zij tot de asci of tot de sporen behooren.

Vervolgen wij thans de geschiedenis van *Ascospora* om te doen uitkomen, dat, ook na het in 't licht verschijnen van de *Summa Veget. Scand.*, de ware aard van dit geslacht niet begrepen was geworden, zoo hebben wij allereerst stil te staan bij eene bijdrage van MONTAGNE in de *Ann. des Sciences nat.* 3e S., XI, p. 46 en 47 (a°. 1849), getiteld: *Sixième Centurie de plantes cellulaires nouvelles, tant indigènes qu'exotiques.* Aldaar lezen wij, dat de S. het geslacht *Septoria* in drie ondergeslachten verdeelt, te weten: *Euseptoria*, *Ascospora* FR. en *Rhabdospora*, en dat aan *Ascospora* de volgende kenmerken eigen zijn: „Spores cylindriques ou oblongues, le plus souvent droites, contenant manifestement une série de sporules globuleuses qui persistent dans un tube ascomorphe." Als voorbeelden ter opheldering, noemt de S. *Ascospora acerina* LÉV. en *Septoria Oleae* DUR. et MONT.

Het is, ook zonder deze voorbeelden te onderzoeken, niet moeilijk aan te toonen, dat MONTAGNE zich van het geslacht *Ascospora* geene juiste voorstelling gemaakt had. Daargelaten toch, dat FRIES enkel spreekt van „sporidia rotundato-ovalia vel oblonga," terwijl MONTAGNE er nog het woord „cylindriques" bijvoegde; daargelaten dat FRIES, geene rolronde (d. i

staafvormige) sporen in zijne diagnose hebbende toegelaten, ook moeilijk van rechte en kromme sporen spreken kon, terwijl MONTAGNE door de woorden: "le plus souvent droites," stilzwijgend erkende, soms ook gebogen *Ascospora*-sporen te hebben aangetroffen — vinden wij den inhoud der sporen bij beide auteurs geheel verschillend beschreven. Terwijl FRIES gewaagt van "sporidia granulis farcta," spreekt MONTAGNE van "spores . . . . contenant manifestement une série de sporules globuleuses" er nog bijvoegende, dat deze "persistent dans un tube ascomorphe."

Uit het bovenstaande blijkt duidelijk, dat de *Ascospora's* van MONTAGNE met die van FRIES (wier aantal in de *Summa Veg. Scand.* tot 7 gestegen was) niets gemeens hebben; een oordeel, bovendien gewettigd door de wijze, waarop de beschrijvingen van onderscheidene soorten van dit geslacht in het reeds genoemde deel der *Ann. des Sc. nat.* en in des eersten schrijvers *Sylloge generum specierumque plantarum cryptogamarum* (a°. 1856, p. 275) zijn ingekleed. Aldaar toch lezen wij van: "sporis . . . . breviter pedicellatis;" "sporis linearibus . . . . specie septatis;" "sporis specie 3-septatis," enz., al welke eigenschappen door FRIES, in zijn jongste werk, niet aan de sporen van *Ascospora* werden toegeschreven. Wie de, als type van dit geslacht door FRIES vooropgestelde en, volgens hem, bij KUNZE nauwkeurig afgebeelde *Sphaeria Aegopodii* microscopisch mocht onderzoeken, kan er geen oogenblik aan twijfelen, dat MONTAGNE dezen fungus niet gekend heeft, en daardoor in eene betreurenswaardige dwaling vervallen moest.

Veel verder dan door MONTAGNE, werd van den rechten weg afgeweken door BONORDEN, wiens van *Ascospora* gegeven diagnose (*Handbuch der allgem. Mycologie,* 1851, p. 63) in de verste verte niet meer op die van FRIES gelijkt. Hoe het mogelijk was, dat BONORDEN niet eenigen meerderen eerbied voor den grooten Zweedschen mycoloog aan den dag legde, toen hij voornoemd geslacht in behandeling nam, is niet wel te begrijpen, en nog minder, dat hij, bij het schrijven van zijn handboek, 't welk ten doel had, eene hervorming in 't systema mycologicum te weeg te brengen, zich niet wendde tot

FRIES om zoodanige inlichtingen, als waardoor hij het twijfelachtige geslacht nader zoude kunnen leeren kennen. Nu hij zelf, onbegrijpelijker wijze, geene der 7 door FRIES genoemde soorten zich had kunnen verschaffen, ware het, zachtst gesproken, voorzichtig geweest, te trachten, deze langs een anderen en wel langs den alleen veiligen, weg meester te worden. Thans werd door BONORDEN eene nog grootere verwarring dan reeds bestond, in het leven geroepen.

BONORDEN begint met het geslacht *Ascospora* tot de familie der Ascosporeeën te brengen, aan welke hij het bezit van asci toekent (Die Ascosporeen . . . . bestehen . . . . nur aus einem zarten Säckchen [Sacculus], welches in dem Mutterboden eingesenkt ist, allein die Sporen endogen in wahren Schläuchen bildet), en beschrijft de sporen daarvan als „zylindrisch, nicht septirt." Voor het overige komt *Ascospora*, volgens hem, met *Dothidea* overeen, waarvan het bekend is, dat de asci niet in eigene perithecia, maar in holten van een meer of minder uitgestrekt, koolzwart stroma gedoken liggen. De beide afbeeldingen, fig. 65 en 71, door den auteur aan *Ascospora pyrenophora* en *tripunctata* ontleend, doen dan ook knotsvormige asci met 6 en 8 sporen waarnemen.

Wie de meermalen aangehaalde werken van FRIES en het 2e stuk der *Mycol. Hefte* van SCHMIDT en KUNZE raadplegen kan, ziet dadelijk in, dat BONORDEN kortweg met de overlevering gebroken; de nauwkeurigheid der afbeelding van KUNZE, waarop FRIES zich toch in 1849 beroepen had, en die ons een zuiver afgerond, zelfstandig, volstrekt niet in eenig stroma gedoken, perithecium met een uit rechte, ovale cellen bestaanden inhoud te aanschouwen geeft, stilzwijgend ontkend, en, zonder genoegzamen grond, eene geheel nieuwe diagnose van het geslacht *Ascospora* voor de oude in de plaats heeft gegeven. Het is duidelijk, dat er, van dit oogenblik, met twee, hoewel gelijknamige, echter geheel van elkander verschillende geslachten (*Ascospora* FR. en *Ascospora* BON.) te rekenen viel.

Alhoewel de tijdorde, die wij aan onze beschouwingen ten grondslag gelegd hebben, daardoor eenigermate gestoord wordt, wenschen wij, om later niet ten tweeden male tot denzelfden auteur te moeten wederkeeren, hier nog even stil te staan bij

een ander, in 1864 uitgekomen werk van BONORDEN, getiteld: *Abhandlungen aus dem Gebiete der Mycologie*, omdat ook daarin (p. 149) van eene soort van *Ascospora* gesproken wordt. Deze, *A. vibratilis*, op takken te huis behoorend, kenmerkt zich: "perithecis globosis, atris, nitidis, epidermide tectis, poro simplici apertis; sporis longis, cylindrico-oblongis, granulis farctis; ascis crassis, lanceolatis, polysporis."

Wij zien hieruit, dat BONORDEN van het denkbeeld, alsof *Ascospora* eene *Dothidea* met rolronde, onverdeelde sporen wezen zoude, teruggekomen is, wat nog verder blijkt uit de omstandigheid, dat de door FRIES in zijne *Summa Veg. Scand.* gegeven diagnose thans door hem werd overgenomen. In overeenstemming met de opvatting van den Zweedschen hoogleeraar, was het echter niet, dat aan het genoemde geslacht nu eene plaats onder de Perisporiaceeën werd aangewezen, welke familie zich onderscheiden zou door: "ein entwickeltes Pyrenium von hornartiger oder harter, zerbrechlicher Structur, und darin eine zweite, zartere, zellige oder fädige Hülle, oder ein Zellpolster an der Basis, von welcher die Schläuche und Paraphysen entspringen." Er is dus ook geen twijfel aan, dat *Ascospora vibratilis* BON., evenmin als de vroeger genoemde twee andere soorten van denzelfden auteur, tusschen de *Ascospora's* van FRIES mag worden ingeschoven. Blijkbaar werd BONORDEN op een dwaalspoor gebracht, doordien hij zijne "asci polysporei" voor dezelfde organen hield als de "sporidia granulis farcta" van FRIES, niet bedenkend dat deze, zoo hij werkelijk "asci crassi, lanceolati" had waargenomen, daarvan melding gemaakt zou hebben, en voorbijziend dat "granula" nog iets anders als "sporen" zijn.

In FRESENIU'S *Beiträge zur Mykologie* (a[is] 1850 en 1863) en in BERKELEY'S *Outlines of British Fungology* (1860) vindt men van geene enkele *Ascospora* gewag gemaakt, doch in TULASNE'S *Selecta Fungorum Carpologia*, II, p. 286 (a[o] 1863) worden weder enkele regels aan dat geslacht gewijd. Zonder soorten te noemen, spreekt TULASNE het denkbeeld uit, dat de *Ascospora's* van FRIES hoogst waarschijnlijk voor "pycnidiën" of "spermogoniën" van het geslacht *Stigmatea* moeten gehouden worden, hoewel geene enkele *Stigmatea* genoemd wordt

tot welke eene der *Ascospora's* van FRIES in een genetisch verband zou staan. Letten wij er echter op, dat TULASNE onder „spermatiën" (den inhoud der spermogoniën) verstaat: „Corpora aciculiformia, exilissima, continua, pallida, recta aut flexuosa" en onder „stylosporen" (den inhoud der pycnidiën): „Corpora conidiorum instar ovata, oblonga vel lanceolata, crassa aut minima, modo recta, nunc incurvata, imo lunulata, simplicia, dimidiata aut multilocularia," terwijl FRIES aan zijne *Ascospora's* enkel toeschrijft: „sporidia rotundato-ovalia vel oblonga" — dan ligt de gevolgtrekking voor de hand, dat TULASNE in elk geval dwaalde, toen hij deze met spermogoniën in verband trachtte te brengen, daargelaten of zijne onderstelling, dat zij wellicht ook met pycnidiën vergeleken konden worden, den toets van een gestreng onderzoek zoude kunnen doorstaan.

In de *Flore Cryptogamique des Flandres* van KICKX (a° 1867) komt *Ascospora* niet onder een afzonderlijk hoofd voor, maar vindt men enkele harer soorten, in overeenstemming met de leer van TULASNE, onder andere fungi vermeld. Zoo wordt (blz. 427) *Ascospora Aegopodii* FR., in navolging van DESMAZIÈRES en CASPARY, al weder verward met *Septoria Aegopodii* DESM.; *Ascospora brunneola* FR. even verkeerdelijk tot het geslacht *Sphaeria* teruggebracht (blz. 359), en *Ascospora Ostruthii* FR. als het spermogonium beschouwd eener *Sphaeria* (*S. Ostruthii*, blz. 357), welke FRIES zelf — let wel — als synoniem van deze soort had aangewezen.

Dat KICKX *Ascospora Aegopodii* FR. voor denzelfden fungus hield als *Septoria Aegopodii* DESM., moge te verontschuldigen zijn, op grond der verwarring, door zijne voorgangers in het leerstuk der *Ascospora's* gesticht — zeker getuigt deze navolging niet van eene nauwkeurige vergelijking van de eigenschappen der laatstgenoemde soort met die, door FRIES aan zijne *Ascospora's* toegeschreven. En, wat de poging betreft, *Asc. brunneola*, door FRIES uit het geslacht *Sphaeria* verwijderd, opnieuw daarheen terug te voeren, deze mag als ganschelijk mislukt beschouwd worden, daar KICKX, hoewel verklarend, de organen, door FRIES „sporen" genoemd, voor „asci" te houden, nogtans bekennen moest, de sporen dier asci nooit gezien te hebben.

Eindelijk bleek het mij uit een opzettelijk onderzoek, dat de

gronden, waarop KICKX *Ascospora Ostruthii* FR., door FRIES aan het geslacht *Sphaeria* onttrokken, nog eens, maar nu als spermogonium-toestand daarmede in verbinding bracht, als geheel onaannemelijk, behooren verworpen te worden.

Genoemde gronden werden in de volgende zinsnede blootgelegd: „Quoique la nature du nucléus ne soit pas bien connue dans la forme parfaite de cette espèce, l'on ne saurait guère révoquer en doute l'existence des thèques. RABENHORST les a d'ailleurs également observés (Voir l'observation qu'il a consigné sous son n° 550 de l'Herb. mycol. ed. II, Cent. VI)." — De S. verklaart dus: vooreerst, dat de aard van de rijpe kern der perithecia, tot in het jaar 1867, waarin zijne flora het licht zag, onbekend was gebleven; meende dan, vreemd genoeg, dat men desniettemin tot het bestaan van asci in de rijpe perithecia besluiten mocht, en wees er eindelijk op — een feit, dat, indien het juist ware, wel voorop had mogen staan, dat RABENHORST de asci der rijpe *Sphaeria Ostruthii* had waargenomen.

Het bewijs voor de laatste bewering, vond de S. in den inhoud van het bijschrift, behoorend tot n° 550 van de 2e uitgave van KLOTSCH's *Herbarium mycologicum*, bezorgd door RABENHORST. — Laat ons zien, welk vertrouwen dit bijschrift verdiende.

Het behoorde bij een goed bepaald exemplaar van *Ascospora Ostruthii*, op de bladen van Imperatoria Ostruthium (in Bohemen) verzameld door Dr. KARL, en luidde aldus:" *Ascospora Ostruthii* FR. *Summ.* 425. *Sphaeria Ostruthii* CORDA *Icon.* IV, T. VIII, Fig. 118, at minime *Sphaeria Ostruthii* FR. ex DESMAZ. *Cr. de Fr.* Ed. I, N. 987 et Ed. II, N. 287, quae omnino aliena planta et vera *Sphaeria*." — Onderteekend door Dr. KARL, kwam de verantwoording van den inhoud dezer regels dus ook ten zijnen laste, en niet ten laste van RABENHORST, zooals men uit den text van KICKX zou hebben kunnen opmaken. Niet RABENHORST, maar KARL had een der fungi uit de verzameling van DESMAZIÈRES voor eene ware *Sphaeria* gehouden.

In het bezit van de 1e uitgave dezer verzameling, verzuimde ik natuurlijk niet, het aangehaalde n° 987, werkelijk met den naam van *Sphaeria Ostruthii* FR. bestempeld, te onderzoeken, doch vond ik mij deerlijk te leur gesteld, daar er tusschen den

hier aanwezigen, op de bladen van *Angelica sylvestris* groeienden, fungus en de *Ascospora Ostruthii* van KARL zelven, hoegenaamd geen microscopisch verschil was op te merken. Nogtans bleek het mij, dat op de bladen van het exemplaar van DESMAZIÈRES nog een andere fungus, en wel een *Cladosporium*, te vinden was, welks conidiën, door hare grootte en haar vorm (hoewel minder door hare kleur) uiterst veel op de ledige asci eener *Sphaeria* geleken, zoodat er bij mij geen twijfel bestond, dat KARL, door die conidiën op een dwaalspoor gebracht, tot de onjuiste voorstelling gekomen was, alsof er in de door DESMAZIÈRES verspreide exemplaren asci waren te vinden geweest.

Uit dit alles vloeit voort: 1° dat KICKX dwaalde, toen hij in *Ascospora Ostruthii* den spermogonium-toestand van *Sphaeria Ostruthii* meende ontdekt te hebben, en 2°. dat er tusschen deze beide fungi geen verschil bestaat. Ik voeg er bij, dat de door KARL bedoelde ascus-dragende toestand der (vroeger dus genoemde) *Sphaeria Ostruthii*, tot hiertoe, nergens en door niemand werd aangetroffen.

Wenden wij ons thans tot FUCKEL's *Symbolae mycologicae*, in 1869, en de daartoe behoorende drie vervolgen, in 1871, 1873 en 1875 in het licht verschenen.

Op blz. 94 van dat werk en blz. 19 van het tweede vervolg, vinden wij het geslacht *Ascospora* in zijne waarde hersteld niet alleen, maar daarvan 10 soorten*) vermeld of beschreven, waarvan er 5 †) door FRIES in zijne *Summa Veg. Scand.* niet waren genoemd. FUCKEL verwijst voor de diagnose van *Ascospora* naar de „Summa", en rangschikt dit geslacht, met eenige andere, onder zijne afdeeling der *Ascosporei*, die aldus wordt toegelicht: „Meist sehr kleine Kernpilze, mit sehr kleinen, oft für Sporen gehaltenen, Schläuchen. Perithecien mit unregelmässigen und undeutlichen Mündungen. Mit Ausnahme der Gat-

---

*) *Ascospora cruenta* STR., *brunneola* FR., *Pisi* FUCK., *carpinea* FR., *Aegopodii* FR., *Asteroma* FR., *Solidaginis* FR., *Mali* FUCK., *Dentariae* FUCK., *Scolopendrii* FUCK.

†) Ascospora cruenta, Pisi, Mali, Dentariae, Scolopendrii.

tung *Ascospora*, Epiphyten. *) Leben auf abgestorbenen und noch vegetirenden Pflanzentheilen. Conidien, Spermatien und Schlauchfrüchte bekannt. Typus: *Stigmatea.*"

Uit deze aanhaling blijkt, dat FUCKEL zich aan de zijde schaart van KUNZE, en de »ascelli" der »*Plantae Homonemeae*", zoowel als de »sporidia" der »*Summa*" voor asci, en de daarin opgehoopte korreltjes voor sporen verklaart. De juistheid van dit gevoelen voor het oogenblik daarlatend, wensch ik allereerst na te gaan, of de door FUCKEL genoemde soorten werkelijk aan den eisch, door FRIES aan het geslacht *Ascospora* gesteld, voldoen; een onderzoek, op welks uitkomsten men te meer vertrouwen mag, daar FUCKEL die soorten, op ééne na, in zijne *Fungi Rhenani* in 't licht gaf, en de welwillendheid had, mij een exemplaar dezer laatste uit zijn eigen herbarium af te staan.

1. *Ascospora cruenta* STR. (*Regensb. Flora*, 1850, p. 77). — Deze, door KUNZE en FRIES (*Syst. Myc.* II, p. 531) aanvankelijk tot het geslacht *Sphaeria*, later door FRIES (*Summa Veg. Sc.* p. 426) tot *Ascospora* (onderafdeeling *Phyllosticta*), eindelijk door KICKX (*Rech. pour servir à la Flore crypt. des Flandres*, IV, p. 22) tot *Phyllosticta* gebrachte, fungus groeit op de bladen van *Convallaria Polygonatum*, en doet zich voor in de gedaante van bloedroode vlekken, uit wier midden hier en daar een perithecium naar buiten puilt. In onrijpen toestand, bestaan die perithecia, zoowel op de vertikale als horizontale doorsnede, uit een dicht pseudoparenchym van veelhoekige, nauw aaneensluitende cellen, doch waarvan de buitenste lagen, meest ten getale van drie, uit vastere bruine elementen gevormd, den wand, alle overige kleurlooze daarentegen den inhoud schijnen te vormen. Rijpe perithecia hebben de eigenschap om, als men ze in water fijn stoot, of dunne schijfjes daarvan met water in aanraking brengt, een aantal eironde, langwerpige of eenigszins onregelmatige lichaampjes van gemiddeld $\frac{16}{1000}$ mill. lengte en $\frac{7}{1000}$ mill. breedte, en waarin eene overgroote hoeveelheid onmeetbaar kleine korreltjes zijn waar te nemen, los te laten. Deze

*) In tegenstelling met Endophyten.

lichaampjes zijn het, die door FUCKEL asci, door FRIES en anderen sporidiën genoemd werden. Ook bij de leeggeloopen perithecia ontdekt men nog steeds het drietal vastere bruine lagen van vroeger, zoodat er geen twijfel bestaan kan, dat zij den eigenlijken wand van het perithecium uitmaken, De roode vlekken, waarin de perithecia gedoken liggen, zijn cellen van het bladparenchym en de opperhuid, waarin de draden van het mycelium al of niet heenloopen, maar die de ontkleuring, van haar inhoud zoowel als van haar wand, aan den invloed dier draden te danken hebben. Zelfs bij de rijpe perithecia, wordt nooit eene opening aangetroffen, waar langs hun inhoud zou kunnen ontsnappen.

Er kan, op grond van al het voorgaande, geen twijfel bestaan, of *Ascospora cruenta* is eene ware *Ascospora* in den zin van FRIES. Vraagt men echter naar de beteekenis der onder den invloed van water loslatende lichaampjes, dan luidt het antwoord, dat zij noch met „asci", noch met „sporidiën" gelijk zijn te stellen.

Wat toch tot heden door niemand schijnt opgemerkt te zijn, trof ons herhaaldelijk, nl. dat die lichaampjes geheel uit het protoplasma der kleurlooze cellen bestaan, 't welk, zeer kort na het in aanraking komen dezer laatsten met water, met kracht naar buiten wordt gedreven, doordien de celwanden, die blijkbaar in bassorine zijn overgegaan, na sterk in omvang te zijn toegenomen, bersten. Het treffendst openbaart zich dit verschijnsel, als men doorsneden eerst in alcohol onderdompelt, en dan, terwijl het oog op het preparaat gevestigd blijft, den alcohol langzaam door water doet verdringen. De gewone reagentiën op protoplasma doen hunne uitwerking op de los ronddrijvende lichaampjes, zonder dat daarbij eenig spoor eener kleurlooze laag zich aan hunne oppervlakte vertoont.

Door deze waarneming wordt het begrijpelijk, hoe een en hetzelfde orgaan met twee namen van zeer verschillende beteekenis is kunnen bestempeld worden, en leeren wij tevens, dat aan *Ascospora cruenta*, zeer ten onrechte, eene plaats als zelfstandige soort in het systema mycologicum werd aangewezen. Evenmin is het goed te keuren, dat KICKX (*Flore Cr. des Flandres*, I, p. 412) dezen fungus, op het gezag van TULASNE

(*Sel. Fung. Carp.* II, p. 66), *) als het spermogonium eener onbekende *Dothidea* (*D. cruenta*) trachtte in te voeren. Daargelaten toch, dat de in spermogoniën gevormde spermatiën, volgens TULASNE's eigen verklaring, een geheel ander voorkomen hebben als de onder den invloed van water naar buiten gedreven lichaampjes van *Ascospora cruenta*, worden zij door afsnoering aan de toppen van bevoorrechte hyphen voortgebracht, en zijn zij dus als ware cellen aan te merken.

2. *Ascospora brunneola* FR. Deze fungus, vroeger (*Syst. Myc.* II, p. 526) door FRIES onder de *Sphaeriae* gerangschikt, doch later (*Summ. Veg. Scand.* p. 425) door hemzelven en door FUCKEL (*Symb.* p. 94 en *Fung. Rhen.* n°. 467) naar *Ascospora* overgebracht, van waar hij door KICKX, zooals wij hierboven gezien hebben, weder naar zijne oude plaats werd teruggevoerd, schijnt zich nooit anders dan in den toestand voor te doen, welken wij bij *Asc. cruenta* „onrijp" genoemd hebben. Dit althans meenen wij te mogen afleiden uit de bijzonderheid: 1°. dat wij zelven noch bij Nederlandsche exemplaren, noch bij die uit den vreemde, ooit anders als perithecia zonder sporen of op sporen gelijkende lichaampjes te zien kregen, en 2°. dat noch FRIES (*S. M.* II, p. 580), noch BERKELEY (*Eng. Fl.* V, p. 279), noch RABENHORST (*Krypt. Fl.* p. 580), noch KICKX (*Crypt. des Flandres* I, p. 359), noch COOKE (*Brit. Fungi*, p. 921), noch FUCKEL (*Symb.* p 94) van die sporen gewag maken. De omstandigheid echter, dat die onrijpe perithecia, bij het mikroskopisch onderzoek, op één verschil na — de aanwezigheid nl. van een bruinen vasteren peritheciumwand van ééne, en niet van drie lagen cellen dikte —

*) Na verklaard te hebben, dat zijne opvatting van den aard van het geslacht *Dothidea* voornamelijk berustte op het onderzoek van een paar soorten, die op takken groeiden (*D. Ribesia* en *melanops*), en zich te hebben verontschuldigd, dat hij aan die, welke aan bladen eigen zijn, voorloopig geene aandacht geschonken had, gaat TULASNE aldus voort: „Causa vero talis exceptionis neutiquam in eo versatur quod *Dothideas* hujus modi minori dignas attentione habuerimus; quippe *Dothidea tinctoria* TRIANAE nobisque (in Ann. Sc. IV, t. IX [1858], p. 49) et *D. cruenta* (Kze) nostras, quas pariter scrutati sumus, affatim testantur varia fructuum genera vel *Dothideis* infimis larga manu impertita fuisse; dolemus tantum nobis hactenus locum tempusque simul defuisse hos fungillos apto modo explorandi.

zeer veel op de onrijpe perithecia van *Ascospora cruenta* gelijken, en dat de bladeren, waarop zij woekeren, aan *Convallaria majalis*, eene aan de voedsterplant van laatstgenoemden fungus zeer na verwante plantensoort, behooren, mag er toe bijgedragen hebben, dat beide parasieten onder één geslachtsnaam werden saamgevat. Daar de door FUCKEL in zijne *Fungi Rhenani* uitgegeven exemplaren niet alleen met alle beschrijvingen, maar tevens met de in het licht gegeven exemplaren van andere verzamelingen of uit andere landen overeenstemmen, is het billijk aan te nemen, dat hij zich in zijne bepaling niet vergiste en het volste recht had, zijne voorwerpen met den hun geschonken naam te betitelen.

Alvorens van *Ascospora brunneola* af te stappen, zij nog even vermeld, dat er, als men hare perithecia in water fijnwrijft, uit het kleurlooze pseudoparenchym druppelvormige lichaampjes voor den dag komen, die, bij een oppervlakkig onderzoek, voor sporen zouden kunnen gehouden worden.

3. *Ascospora Pisi* FUCK., werd door Mad. LIBERT in hare *Exsiccata* (n°. 12), en, in navolging daarvan, ook door FUCKEL, in zijne *Fungi Rhenani* (n°. 487), *Ascochyta Pisi* geheeten, later echter, in de *Symbolae* (blz. 94), naar het geslacht *Ascospora* overgebracht. Voegen wij er bij, dat zij door DESMAZIÈRES (*Cr. de Fr.* 1e S., Ed. I, n°. 1336; a°. 1843) en KICKX (*Cr. des Fl.* 1, p. 424; a°. 1867) als *Septoria Leguminum* werd opgeteekend, doch bij BERKELEY (*Outl.* p. 320; a°. 1860) en COOKE (*Brit. Fungi* p. 455; a°. 1871) haar oorspronkelijken titel van *Ascochyta* bleef behouden.

Men vindt dezen fungus op de peulen der Erwt, waar hij lichtbruine, eenigszins holle vlekken vormt, welke door een donkeren rand van de omgeving gescheiden zijn en boven welke de perithecia uitsteken. Indien wij dit woord (*perithecia*) gebruiken, begaan wij eigenlijk eene fout, daar nl, op eene loodrechte doorsnede, wel eene ruimte gezien wordt, die de sporen bevat, doch geen lichaam, 't welk, door het bezit van een eigen wand, tegen het omgevend parenchym duidelijk afsteekt. De myceliumdraden loopen door de parenchymcellen heen, totdat zij eene luchtholte onder een huidmondje bereikt hebben, en beginnen daar de sporen, door afsnoering, te vor-

men. De naast aan de holte gelegen cellen worden, naar mate het getal sporen toeneemt, naar buiten en in elkander geperst, en ondergaan daarenboven, zonder twijfel onder den invloed der myceliumdraden, eene bruine verkleuring, en hierdoor ontstaat dan de schijn, alsof er een perithecium aanwezig ware. De sporen (eigenlijk conidiën) worden voornamelijk in den bodem der ruimte afgesnoerd en zijn kleurloos, langwerpig of eirond-langwerpig, $\frac{10-14}{1000}$ mill. lang, $\frac{4-6}{1000}$ mill. breeed, fijnkorrelig van inhoud en door een horizontaal tusschenschot in tweeën verdeeld. Van de buitenwereld zijn zij enkel door de opperhuid gescheiden, en zij worden dan ook door eene opening dezer laatste, gevormd op de plaats waar vroeger een huidmondje zich bevond, met slijm gemengd, naar buiten gedreven.

Uit al het voorgaande, opgesteld naar aanleiding van het onderzoek van n°. 487 der *Fungi Rhenani*, blijkt, dat *Ascospora Pisi* tot het geslacht *Gloeosporium* behoort, en voortaan *Gloeosporium Pisi* moet heeten. *Ascospora*, *Ascochyta* en *Septoria* hebben allen een eigen perithecium, en de onderwerpelijke fungus werd dan ook zoowel door Mad. LIBERT, als door DESMAZIÈRES, KICKX, BERKELEY en COOKE, en laatstelijk opnieuw door FUCKEL, met een verkeerden naam bestempeld.

4. *Ascospora carpinea* FR., door FRIES weleer (*Syst. Myc.* II, p. 523) *Sphaeria carpinea* geheeten, doch later (*S. Veg. Sc.* p. 425) naar *Ascospora* overgebracht, werd in den nieuweren tijd, en wel door AUERSWALD (RABENH. *Myc. Eur.* V, p 2; a°. 1869) en COOKE (*Brit. Fungi* p. 916; a°. 1871), onder het geslacht *Sphaerella* gerangschikt. Daar *Sphaerella* gewone, voor geene verwisseling met andere organen vatbare, asci met een beperkt getal (8) sporen voortbrengt. zooals ook uit AUERSWALD's afbeelding in de *Mycol. Europaea* (Pl. II, fig. 16) blijken kan, en zoowel de auteurs die van *Ascospora carpinea*, als zij die van *Sphaerella carpinea* gewagen, naar dezelfde gedroogde voorwerpen der herbaria van DESMAZIÈRES, RABENHORST, WESTENDORP en anderen verwijzen, zoo spreekt het van zelf, dat er, daar *Ascospora* in haar bouw geheel van *Sphaerella* afwijkt — wat trouwens reeds uit de gewijzigde inzichten van

FRIES was af te leiden — óf fouten in de bepaling begaan, óf verschillende fungi met elkander verwisseld zijn geworden.

Met het oog op het groote verschil tusschen *Ascospora* en *Sphaerella*, en op de namen der waarnemers, houd ik mij overtuigd, dat het eerste niet, maar wél het laatste het geval is geweest. Hierbij steun ik op de omstandigheid, dat ikzelf aan de oppervlakte van hetzelfde Haagbeukblad (FUCKEL, *Fungi Rhenani* n°. 466), twee fungi in elkanders nabijheid heb aangetroffen, waarvan de eene duidelijk eene *Sphaerella* was, terwijl de andere meer op eene *Ascospora* geleek, zoodat men zich kan voorstellen, dat twee waarnemers, waarvan de eene toevallig de eene, de andere de tweede soort van peritheciën te zien kreeg, ook twee verschillende namen gebruikten om hunne vondsten aan te duiden, ja, wat meer zegt, elkanders fungi voor dezelfde en dus ook de daarvoor gebezigde namen voor synoniemen verklaarden.

FUCKEL nu heeft, bij zijne exemplaren, blijkbaar, evenals ik, eene *Sphaerella* en nog een anderen fungus gevonden, daar hij van 8 en tevens van veelsporige asci gewaagt. De 8-sporige asci behoorden aan de eerste, de veelsporige (d. w. z. met allerfijnste korrels gevulde) aan den laatsten. Hij had dus, in zijne diagnose, de „asci 8-spori" buiten rekening moeten laten, en, volgens de door hem voor het geslacht *Ascospora* aangenomen terminologie, enkel van „asci polysporei" moeten spreken. Verder had hij, op het bijschrift van n°. 466 zijner exsiccata, op de gelijktijdige aanwezigheid van twee verschillende fungi kunnen wijzen.

5. *Ascospora Aegopodii* FR. Deze, door FUCKEL in zijne *Symbolae* (bl. 94) aangehaalde soort is, blijkens het daarvan onder no. 425 der *Fungi Rhenani* uitgegeven exemplaar, niet de ware *Ascospora Aegopodii* FR., maar *Septoria Aegopodii* DESM. Men zoude dit reeds kunnen opmaken uit de eigenschappen, in eerstgenoemd werk aan den fungus toegeschreven (ascis tenuibus, 8—sporis, sporidiis cylindraceis), doch het onderzoek der gedroogde voorwerpen laat daaromtrent geen den minsten twijfel over.

6. *Ascospora Asteroma* FR. (*S. Veg. Sc.* p. 425). FUCKEL onderscheidt hier (*Symb.* p. 94): 1°. een „fungus conidiophorus

spermogoniumve" (= *Asteroma* s. *Combosira reticulata* FR. *S. Veg. Sc.* p. 425), en 2°. een "fungus ascophorus" (= *Ascospora Asteroma* FR.). — Mij was deze samenkoppeling altijd vreemd toegeschenen, omdat FRIES van zijn geslacht *Asteroma* (*S. Veg. Sc.* p. 424), in eene noot aan den voet der bladzijde, getuigd had: "Genus nonnisi mycelio a sequente [*Ascospora*] distinctum." Op grond van hetgeen thans in de *Symbolae* te lezen staat, zou men behooren aan te nemen, dat *Ascospora Asteroma* (d. i. het stadium ascophorum) in het bezit was van: "asci brevissime stipitati, ovato-oblongi, 8-spori, 32 Mik. longi, 8 Mik. crassi" en van "sporidia farcta, subclavata, simplicia, hyalina, 8 Mik. longa, 4 Mik. crassa" — eene bijzonderheid, niet ongelijk aan die, welke ons van *Ascospora carpinea* werd medegedeeld, doch die evenmin het vermoeden kan onderdrukken, dat de waarnemer aan eene vergissing heeft blootgestaan.

Het onderzoek nu der n°s. 464 en 470 der *Fungi Rhenani*, waarvan het eerste, op bladen van *Convallaria*, ons een *Asteroma reticulatum*, het tweede, op die van *Convallaria multiflora*, ons eene *Ascospora Asteroma* te zien geeft, leerde mij niets meer dan uit de woorden van FRIES was op te maken. Achtsporige asci zag ik niet. Onwaarschijnlijk is het niet, dat die, welke door FUCKEL werden waargenomen, tot eene *Sphaerella* behoord hebben, hoewel daarmede aan den anderen kant niet te rijmen valt, dat de sporidia "farcta" en "simplicia" genoemd worden. Wij staan hier dus eigenlijk voor een raadsel, dat nadere toelichting noodig heeft.

Asteroma reticulatum FR. en *Ascospora Asteroma* FR. hebben volmaakt denzelfden bouw, op dit ééne verschil na, dat de zwartwandige myceliumdraden bij gene in het weefsel des blads voor het meerendeel zelfstandig blijven voortloopen, terwijl zij bij deze, eveneens tusschen en in de cellen van het bladmoes, meer of min uitgestrekte en ronde vlekken vormen, door eene ineenvloeiing der draden of door een plaatselijk ontstaan van nieuwe cellen, ter zijde van anderen, voortgebracht. Te midden nu dier zwarte of donkerbruine, door alle hooger gelegen lagen heenschemerende, strepen of plakaten, vindt men de perithecia, die bij *Asteroma* een weinig grooter zijn dan bij *As-*

cospora, en in het bladmoes liggen weggedoken. Elk perithecium heeft een uit vaste donkerbruine cellen gevormden wand van niet meer dan ééne cel dik, en daarbinnen eene kleurlooze kern, wier veelhoekige elementen nauw aan elkander sluiten en een glanzig pseudoparenchym vormen. Door toevoeging van water, zag ik dit weefsel wel zwellen en in glans toenemen, maar de cellen zich nooit van haar inhoud ontlasten. De overeenkomst in bouw van de hier bedoelde perithecia en die van *Ascospora brunneola* en *carpinea* was volkomen, weshalve er geen twijfel kan bestaan, of de door FUCKEL in zijne *Fungi Rhenani* neêrgelegde exemplaren van *Ascospora Asteroma* waren, voor zoo verre zij geene asci voortbrachten, juist bepaald.

7. *Ascospora Solidaginis* FR. (*S. Veg. Sc.* p. 425). Bij dezen fungus onderscheidt FUCKEL (*Symb.* p. 74), vreemd genoeg, al weder twee toestanden, nl. een „Fungus spermogonium" (= *Ascochyta Virgaureae* LIB. exs. n°. 55), door hem zelven in zijne *Fungi Rhenani* (n°. 468) onder den titel van *Ascospora Solidaginis* FR.; en een „Fungus ascophorus" (= *Ascospora Solidaginis* FR. *S. V. S.* p. 425), in dezelfde *Fungi Rhenani* (n°. 485) onder den naam van *Ascochyta Virgaureae* LIB. uitgegeven en verspreid. Elk dezer toestanden wordt door eene korte diagnose nader aangeduid, en wel op deze wijze: I „Fungus spermogonium. Spermatiis longissimis, filiformibus vermicularibusve." — II. Fungus ascophorus. Cirrhis tenuissimis, albidis, vermicularibus; ascis anguste linearibus, 80 Mik. long., 4 Mik. crass.; sporidiis monostichis, cylindraceis, parum curvatis, utrinque obtusis, 8 Mik. long., c^a 2—3 Mik. crass., hyalinis."

Ik behoef er wel niet op te wijzen, dat geen dezer beschrijvingen ook slechts eenigermate overeenstemt met de kenmerken, door FRIES aan het geslacht *Ascospora* toegeschreven, en de vraag, hoe het mogelijk was, dat FUCKEL de door hem op de bladen van *Solidago Virgaurea* gevonden fungi onder één hoofd konde vereenigen met *Ascospora cruenta*, *brunneola*, *Pisi*, enz., valt moeilijk te onderdrukken. Het onderzoek der nummers 468 en 485 van FUCKEL's verzameling leerde mij dan ook het volgende.

De door FUCKEL als „Fungus spermogonium beschouwde fungus is werkelijk, zooals de *Symbolae* zulks aangeven: *Ascochyta*

Virgaureae LIB. of liever *Septoria Virgaureae* DESM., maar de als »Fungus ascophorus" betitelde een geheel ander organisme, door FUCKEL niet begrepen en verkeerd geduid.

Dit organisme doet zich voor als een *Cladosporium*, maar met tweeërlei hyphen, een *Cladosporium heteronemum*, niet ongelijk aan den op de bladen van *Sagittaria sagittifolia* groeienden fungus, die, verkeerdelijk voor een *Macrosporium* gehouden, *) door DESMAZIÈRES en BERKELEY als *Macrosporium heteronemum* beschreven werd.

De wankleurige, als met een fijn pluis (naar buiten gedreven hyphen) bedekte plekken aan den onderkant der bladen van *Solidago Virgaurea*, door FUCKEL voor eene *Ascospora* gehouden, bestaan uit dicht opeengehoopte *Cladosporium*-zoden, waarvan de centrale hyphen altijd kort blijven, aan haar voet lichtbruin gekleurd zijn, en aan haar kleurloozen top één- of tweehokkige, kleurlooze, ovale conidiën afsnoeren; de peripherische daarentegen veel langer worden, geheel kleurloos zijn, geene conidiën afsnoeren, en door een aanzienlijk getal (6, 8, 10) horizontale tusschenschotten in even vele, met fijnkorrelig protoplasma gevulde kamertjes verdeeld zijn. Deze peripherische hyphen werden door FUCKEL voor asci en hare kamertjes voor sporen gehouden, wat ook daaruit blijken kan, dat de lengte- en breedtematen, voor de asci en sporen door hem opgegeven, met de lengte en breedte der peripherische hyphen en der cellen, waarin zij verdeeld zijn, overeenkomen.

Uit het voorgaande blijkt dus, dat FUCKEL de *Ascospora Solidaginis* FR. niet gekend, twee andere fungi daarvoor in de plaats gegeven, en een vorm, die als »fungus conidiophorus" had behooren beschouwd te worden, als »fungus ascophorus"

*) Ik heb mij door een dikwerf herhaald onderzoek overtuigd, dat de veelcellige conidiën, aan *Macrosporium* eigen, en door DESMAZIÈRES en BERKELEY te gelijker tijd met en in de nabijheid van de *Cladosporium*-hyphen op de bladen van *Sagittaria sagittifolia* waargenomen, ten onrechte door die mycologen als voortbrengselen van laatstgenoemden fungus beschouwd werden. Ik meende daarom, met behoud van den soortelijken naam, den geslachtsnaam te moeten wijzigen. De veelcellige conidiën van *Macrosporium* worden wel somtijds, maar in het geheel niet altijd in gezelschap der *Cladosporium*-hyphen aangetroffen, en liggen, waar men ze vindt, óf los daarnevens, of staan in verband met draden, die blijkbaar niets met genoemde hyphen gemeen hebben.

heeft dienst laten doen. De verzekering, dat de door FUCKEL bedoelde fungus dan ook niets gemeens heeft met de diagnosen, door FRIES van *Sphaeria* of *Dothidea Solidaginis* (beide synoniemen van *Ascospora Solidaginis*) gegeven (*Obs. Myc.* II. p. 325 en S. M. II, p. 562), kan dan ook bijkans als overtollig beschouwd worden.

8. *Ascospora Mali* FUCK. (*Symb.* p. 95). De auteur onderscheidt hier ten derden male een "Fungus spermogonium" (=*Asteroma Mali* DESM. *Ann. Sc. Nat.* 2e S., XV, p. 141 en *Pl. Crypt. de Fr.* 1e S., 1e Ed. no. 1099; 2e Ed. no. 499), en een "Fungus ascophorus" (*Ascospora Mali* FUCK.), en verwijst dienaangaande naar no. 1561 (voor eerst -) en no. 469 (voor laatstgenoemden) in zijne *Fungi Rhenani*. De diagnose zijner *Ascospora Mali* luidt aldus: "Peritheciis sparsis, minutissimis, conicis, perforatis, atris, epidermidem radiatim tumefacientibus, dein erumpentibus; ascis oblongis, stipitatis, curvatis, minutis, sporidia 6 ovata, simplicia, hyalina, minuta includentibus. Cirrhis candidis fasciculatis."

Het onderzoek, door mij aan de door FUCKEL uitgegeven exemplaren ingesteld, leerde mij het volgende.

No. 1561 der *Fungi Rhenani* is werkelijk eene *Asteroma*. De donker gekleurde gelede hyphen, door FRIES elders met den naam van myceliumdraden bestempeld, dringen van uit het bladparenchym, waarin zij verspreid liggen, in de opperhuidscellen, en vormen daarbinnen een pseudoparenchym, 't welk, voor zoo verre het strengen vormt, die aan den bovenwand dezer cellen evenwijdig loopen, zich aan het ongewapend oog als eenigszins verheven, zwarte strepen voordoet. Een zeker aantal van dergelijke, naar één midden convergeerende, strepen vormt dan eene vlek, die, door hare straalswijs uitstaande armen, min of meer op eene ster gelijkt. Die vlekken of sterren maken den grondslag uit van het *Asteroma*, dat echter, in genoegzaam gevorderden staat van ontwikkeling, ook perithecia behoort voort te brengen. DESMAZIÈRES verklaart, die perithecia nooit gezien te hebben, en FUCKEL schijnt niet gelukkiger geweest te zijn. Dit meen ik althans te mogen opmaken: 1°. uit zijn stilzwijgen omtrent die perithecia, en 2°. uit het vraagteeken,

door hem achter de woorden „Fungus spermogonium" gevoegd (*Symb.* p. 95).

Mij echter gelukte het, die perithecia, in FUCKEL's exemplaar, te midden der zwarte vlekken, te vinden. Zij voldeden aan alle eischen, door FRIES aan het geslacht *Ascospora* gesteld, zoodat ik niet aarzel, den door FUCKEL voor een spermogonium-toestand zijner *Ascospora Mali* gehouden fungus een *Asteroma* te noemen, dat, evenmin als eenige andere soort van dien naam, in verband tot eenige soort van *Ascospora* behoort gebracht te worden.

Wat nu n°. 469 der *Fungi Rhenani* betreft, het daartoe behoorende blad deed mij wel zeer kleine, verspreide perithecia zien, maar geen enkel van den bouw eener *Ascospora*. Ik vond ze niet anders gevuld als met allerfijnste, korte, kleurlooze, met slijm gemengde sporen, zooals men die bij *Cytispora* en *Libertella*, en, volgens veler opvatting, ook bij *Phyllosticta* aantreft, maar ontdekte nooit het geringste spoor van asci. Ik kan mij dan ook niet anders voorstellen als dat FUCKEL óf opperhuidscellen, met zeer duidelijke *Cladosporium*-draden gevuld, óf, wat waarschijnlijker is, de eene of andere *Sphaerella* (zooals b.v. *Sph. sentina*, *inaequalis*, *chlorospora* of anderen) voor eene *Ascospora* hebbe aangezien.

9. *Ascospora Dentariae* FUCK. (*Symb.* p. 95). FUCKEL noemde aldus een fungus, die door WESTENDORP (*Notices* V, p. 22) met den naam van *Zythia Dentariae* bestempeld was geworden. In de *Fungi Rhenani* werd hij (n°. 642) onder den eersten, in de *Fungi Europaei* van RABENHORST (n°. 452) onder den tweeden titel uitgegeven. Doordien de exemplaren der *Fungi Europaei* van WESTENDORP zelven afkomstig waren, had ik de gelegenheid, de identiteït der in beide verzamelingen uitgegeven voorwerpen te onderzoeken, en bleek het mij, dat daarop niet viel af te dingen.

Het is niet overtollig, even na te gaan, welke eigenschappen door FRIES aan het geslacht *Zythia*, 't welk hem zijn naam verschuldigd is, toegeschreven werden, en in welk opzicht dit van *Ascospora* afwijkt, om zoo tot de beantwoording der vraag te komen, of WESTENDORP wél deed, zijne plant *Zythia* te noemen, dan wel of FUCKEL juister handelde, ze naar *Ascospora* over te brengen.

Men vindt de karakters van *Zythia* opgesomd in de *Summa Veg. Sc.* p. 407. Het geslacht behoort, volgens FRIES, tot de afdeeling der *Pyrenomycetes genuini Perisporiacei* (Perithecio et nucleo discretis, ostiolo impresso punctiformi umbilicato, ascis vulgo brevibus, saepe rotundatis vel diffluentibus; *S. V. Sc.* p. 380), en tot de onderafdeeling der *Myxotheciei* (Sporis gelatina primo conglobatis absque ascis; ib. p. 407). Aan *Zythia* zelf wordt toegeschreven een „Perithecium membranaceum, primo tectum dein liberum, tenax, ore umbilicato, nucleo gelatinoso cum sporis simplicibus globuli vel cirrhi instar erumpente."

Het geslacht *Ascospora* daarentegen werd door FRIES gerangschikt onder de *Pyrenomycetes coniomycetoidei Phyllostictei* (Perithecio incompleto [nullo vel matrice quasi formato, nec discreto] absque ostiolo discreto, nucleis matrici innatis, ascis vulgo in sporidia mutatis; *S. V. Sc.* p. 380), en verder onder de *Ascosporei* (Sporidiis cum gelatina cirrhose profluentibus; ib. p. 424). *Ascospora* zelf werd beschouwd als in 't bezit van „Perithecia globosa, subinnata ex macula (in typicis crustosa) prominula" en van „Sporidia rotundato-ovalia vel oblonga, obtusa, contigua, granulis farcta."

WESTENDORP nu liet zich over zijne *Zythia Dentariae* aldus uit (*Not.* V, p. 22): „Périthèces membraneux, d'abord immergés, puis superficiels par la destruction de l'épiderme, sphériques ou ovales, s' affaissant plus ou moins par l'âge ou la dessiccation. Ostiole papilliforme. Nucléus blanc, gélatineux, formé par des cellules sphériques (sporidies?) variables en grosseur, hyalines, entremêlées de sporules cylindriques, arrondies aux extrémités, transparentes, longues d'environ $^1/_{100}$ de mill. sur une largeur quatre fois moindre;" terwijl FUCKEL zijne *Ascospora Dentariae* aldus kenschetst: „Ascis (Sporidia WEST.) ovatis, utrinque obtusis, subglobosis, 18 Mik. long., 14 Mik. crass., multisporis; sporidiis cylindraceis, subrectis, 8 Mik. long., 5 Mik. crass., hyalinis, simplicibus."

Het is uit de aan FRIES ontleende diagnosen duidelijk, dat *Zythia* en *Ascospora* hierin met elkander overeenstemmen, dat zij geene asci hebben, en hunne sporen, met slijm gemengd, naar buiten worden gedreven; verder, dat het verschil tusschen

beiden hierin gezocht moet worden, dat *Zythia* zelfstandige perithecia heeft, die eerst in het plantenweefsel weggedoken liggen, doch later, na het wegvallen van de opperhuid vrijkomen, en dan een ingedrukten mond doen zien, terwijl *Ascospora* perithecia voortbrengt, die niet vrij worden, en in eene wankleurige (soms korstige) vlek gedoken liggen, wier weefsel door FRIES beschouwd wordt als niet tot den fungus, maar tot het orgaan te behooren, waarop deze woekert. Daarenboven wordt aan die perithecia geen mond waargenomen.

Beproeven wij nu, met deze kennis toegerust, de door WESTENDORP en FUCKEL verspreide voorwerpen naar den eisch te bepalen, dan blijkt het, dat zij onmogelijk tot *Ascospora*, maar wel tot *Zythia* kunnen behooren, en dat FUCKEL dus verkeerd deed, den door WESTENDORP gekozen naam af te schaffen, en daarvoor een nieuwen in de plaats te stellen. Dat WESTENDORP's geslachtsbepaling juist geweest was, leidde ik — als niet in het bezit van authentieke exemplaren van *Zythia* — behalve uit de toepasselijkheid der door FRIES gegeven diagnose op zijne voorwerpen, daaruit af: 1°. dat zij in hoofdzaak overeenstemden met de door FRIES bij *Zythia Georginae* aangehaalde afbeelding in CORDA's *Icones Fungorum* (III, fig. 72), en 2°. dat *Zythia Rhinanthi*, als tot de flora van België behoorend (KICKX *Cr. des Fl.* I, p. 449) aan WESTENDORP bekend konde geweest zijn.

TULASNE is niet wars van het denkbeeld (*Sel. Fung. Carp.* II, p. 261 en 279), dat de *Zythiae* van FRIES pycniden zijn van soorten van *Pleospora*, waartegen echter valt in te brengen, dat althans de zoogenoemde sporen van *Zythia Dentariae* veel meer op spermatiën dan op stylosporen gelijken, waarom in dit geval, ondersteld dat TULASNE's grondgedachte juist ware, van spermogoniën zou behooren gesproken te worden. Inderdaad is er tusschen de vertikale doorsnede eener rijpe *Zythia Dentariae* en het naar buiten gelegen beschaduwde gedeelte van Fig. 4 op Pl. IX, Deel II, der *Sel. Fung. Carp.*, 't welk ons een schijfje van het stroma van *Dothidea Ribesia* te zien geeft, niet het minste verschil, en behooren dien ten gevolge de uiterst kleine lichaampjes, welke te midden van slijm uit de peritheciën dezer *Zythia* naar buiten worden gedreven, even

goed spermatiën genoemd te worden als de met de letter *s.* aangeduide staafjes op de aangehaalde afbeelding.

Evenals op de afbeelding van TULASNE, zoude men kunnen meenen, dat de kleine staafvormige lichaampjes van *Zythia Dentariae* door de centrale cellen van het zoogenoemde perithecium afgesnoerd werden, hoewel het tegendeel uit het onderzoek van zeer dunne doorsneden blijken kan. Allereerst leert dat onderzoek, dat de perithecia dezen naam niet, maar veeleer dien van stromata verdienen, in zoo verre men er nooit, tenzij dan nadat een gedeelte van hun inhoud naar buiten gedreven is, eene holte in ontdekt, en het geheele orgaan uit veelhoekige, nauwaaneensluitende cellen bestaat, welke, evenals bij het stroma van *Dothidea Ribesia,* van buiten naar binnen in grootte afnemen; van donkerbruin langzamerhand kleurloos worden, en, in plaats van lucht of eene waterheldere vloeistof, een meer en meer troebel wordenden inhoud te zien geven, waarin enkele zeer kleine staafvormige lichaampjes te herkennen zijn. Dicht bij het midden van het stroma, zijn deze cellen allerkleinst, en in het midden niet meer waar te nemen. Doet men nu bij zeer dunne, in alcohol neêrgelegde sneden ook hier weder die vloeistof door water vervangen, zonder het preparaat uit het oog te verliezen, dan ontstaat er in het midden een gewemel, en ziet men ten laatste, door het wegspoelen van eene groote hoeveelheid staafjes, eene centrale opening in het schijfje ontstaan. Veel verder dan het onkenbare weefsel reikte, zijn de cellen van het stroma nu verdwenen, en de daaropvolgende voor een groot deel van hare binnenwanden beroofd, zoodat er geen twijfel bestaan kan of wij hebben hier hetzelfde verschijnsel als bij *Ascospora cruenta* voor ons, dat nl. de wanden der centrale cellen van het stroma in slijm veranderd zijn, en de staafvormige protoplasma [?]-lichaampjes, in die cellen opgesloten, na de verdeeling van het slijm in water, in vrijheid komen.

Zythia Dentariae is dus niet alleen geene *Ascospora,* maar kan evenmin op den titel van zelfstandigen fungus aanspraak maken. Wij hebben hier met een stroma te doen, 't welk misschien, na eerst nog aan den invloed van tot hiertoe onbekende invloeden te zijn blootgesteld geweest, in een hooger bewerktuigden vorm zou kunnen veranderen.

10. *Ascospora Scolopendrii* FUCK. Deze soort, beschreven in het 2e bijvoegsel tot de *Symbolae Mycologicae*, p. 19, werd tot heden in de *Fungi Rhenani* niet uitgegeven, weshalve ik besloot, den auteur te verzoeken, mij daarvan een exemplaar af te staan. Aan mijn verlangen werd gaarne gevolg gegeven, en ikzelf daardoor in de gelegenheid gesteld, een oordeel te vellen over deze *Ascospora*, die ik anders met stilzwijgen zoude hebben moeten voorbijgaan.

FUCKEL's beschrijving van *Ascospora Scolopendrii* luidde als volgt: „Peritheciis hypophyllis, in maculis discoloribus, indeterminatis gregariis, tuberculiformibus, epidermide tectis, pro ratione media magnitudine, fuscis, subdiaphanis, membranaceis, vertice applanatis, demum perforatis prominulisque, cirrhis candidis expulsis; ascis obovato-clavatis, substipitatis, polysporis, extus reticulato-spinulosis, 48 Mik. long., 24 Mik crass.; sporidiis cylindraceis, minutissimis, non mensuralibus, hyalinis. — An der untern Wedelfläche von *Scolopendrium offic.*, im welken Zustande selten, im Nachsommer. In der Cluss im Ct. Graubünden. — Ein höchst eigenthümlicher Pyrenomycet, den ich nur in dieser Gattung unterbringen kann. Besonders merkwürdig sind die Schläuche durch ihre netzartige und stachlige Oberfläche. Ausser dem erwähnten Schlauchinhalt (Sporen) welchen ich aus dem stielförmigen Theile der Schläuche austreten sah, konnte ich keine anderen Sporen entdecken. Die ausgestossenen weissen Ranken enthalten die reifen Schläuche."

Een nauwgezet onderzoek nu van den aldus omschreven fungus leerde mij: vooreerst, dat de perithecia niet altijd aan wankleurige vlekken gebonden zijn, maar dikwerf ook daarnevens voorkomen, en ten tweede, wat van meer belang is, dat FUCKEL's meening, alsof de door hem voor „asci" gehouden organen, met slijm gemengd, in ranken naar buiten gedreven zouden worden, geheel onjuist is. Op vertikale doorsneden der perithecia, die een uiterst dunnen, teederen, zeer licht-bruinachtig gekleurden wand hebben, bemerkte ik een duidelijk basilair hymenium, en, daarboven uitstekend, korte sterigmata, waaraan het afsnoeren eener topcel was opgedragen. Nu en dan zag ik die topcellen nog met hare dragers verbonden, hoewel nooit meer dan éène aan het einde van elken draad, zoodat ik gegronden twijfel mocht

koesteren of het afsnoerings-proces meer dan eenmaal herhaald werd. Door de toevoeging van water, werd echter volstrekt geen slijm bemerkbaar, en de afgesnoerde cellen ook volstrekt niet van hare plaats verdreven, waaruit volgde dat, wat FUCKEL voor ranken had aangezien, niet anders dan opeenhoopingen van zulke losse cellen geweest waren.

Uit het medegedeelde vloeit voort, dat de „asci" van FUCKEL den naam van stylosporen moeten dragen — eene daadzaak, waartegen te minder bezwaren geopperd kunnen worden: 1°. dewijl in die organen volstrekt geene nog kleinere sporen gevonden worden, en 2°. omdat nergens onder de Ascomyceten asci worden aangetroffen met stekelvormige ruwigheden aan hunne oppervlakte, terwijl dit verschijnsel bij de stylosporen der Fungi hypodermii zich veelvuldig openbaart. De onmeetbaar kleine lichaampjes, die FUCKEL uit zijne asci naar buiten zag vloeien, kunnen, in de onderstelling dat geene verwisseling van den eenen fungus met den anderen hebbe plaats gehad, niet anders dan allerfijnste korrels van het protoplasma geweest zijn.

Toen ik in de *Bot. Zeitung*, 1875, N°. 36, in mijne bijdrage, getiteld: „*Drei unrichtig bestimmte Pilze*", de hierboven medegedeelde uitkomsten van mijn onderzoek wereldkundig maakte, meende ik, de *Ascospora Scolopendrii* FUCK. tot de „fungi hypodermii", en verder, op grond van de aanwezigheid van een peridium, tot een der beide geslachten *Aecidium* of *Endophyllum* te moeten brengen. Eene keuze waagde ik niet te doen, omdat de kieming der waargenomen stylosporen mij onbekend was gebleven, en, in het onderwerpelijke geval, aan dit proces eene beslissende uitspraak moest worden toegekend.

Na de door MAGNUS in de *Bot. Zeitung*, 1875, N°. 30 (p. 511) openbaar gemaakte onderzoekingen over het geslacht *Melampsora*, met inbegrip der daartoe behoorende *Uredines*, en zijn korter opstel over *Ascospora pulverulenta*, in de *Bot. Zeitung*, 1875, N°. 42, p. 685, zoude men het er echter voor kunnen houden, dat *Ascospora Scolopendrii* de *Uredo*-vorm eener tot hiertoe onbekende *Melampsora* ware, en zoude zij dan voorloopig met den naam van *Uredo Scolopendrii* (an ═ *U. Filicum?*) behooren te worden aangeduid. Hoe dit echter zij, zooveel staat vast, dat de bedoelde fungus door FUCKEL verkeerdelijk bepaald

werd, en dat hem eene andere plaats in het systeem moet worden aangewezen dan hem in de *Symbolae Mycologicae* werd toegekend.

Daar MAGNU's opstel vóór het mijne in de *Bot. Zeitung* werd opgenomen, zoude ik mij behooren te verontschuldigen, dat ik daarvan geene kennis genomen had, zoo ik daartoe werkelijk in staat ware geweest. Men bedenke echter, dat mijne bijdrage, hoewel in Juni aan de redactie van bovengenoemd weekblad toegezonden, eerst den 3den September geplaatst werd, en dat MAGNU's opstel den 23sten Juli het licht zag, d. i. dus op zijn allerminst eene maand later dan ik mijn manuscript had aangeboden.

Het is hier de plaats om een oogenblik stil te staan bij *Ascospora pulverulenta* RIESS, waarvan de diagnose gevonden wordt in de *Bot. Zeitung*, 1853, p. 237, en gedroogde exemplaren verspreid werden in het *Herb. Mycologicum* van KLOTZSCH, 1e Ed., No. 1754, RABENHORST's *Fungi Europaei*, No. 786 en DE THÜMEN's *Fungi Austriaci*, No. 657.

Deze fungus groeit op de bladen van *Prunus Padus*, en verleent aan hun onderkant het voorkomen, alsof hij met meel bepoederd ware geworden. RIESS beschreef hem als volgt: „Perithecia hypophylla, maculae purpureae, angulatae irregulari insidentia, gregaria, ochracea, vix $^1/_8$''' lata, innato-prominula, ore subrotundo aperta. Sporae acrogenae, albae, subpellucidae, ovatae, verrucosae, $^1/_{100}$''' longae, in cirrhos breves propulsae, quibus mox dilapsis folia quasi farina conspersa esse videntur."

Al wat wij omtrent *Ascospora Scolopendrii* gezegd hebben, geldt ook van deze soort. Op eene vertikale doorsnede der afgeplat-kogelronde, kleurlooze, uiterst dunwandige perithecia, ontdekt men ook hier een basilair hymenium, waarboven korte sterigmata uitsteken, die, zoo zij hun last niet reeds hebben afgeworpen, met ééne, nooit met meer sporen bezwaard zijn. In geen geval geeft water tot eene merkbare zwelling van den inhoud dier perithecia aanleiding, zoodat ook hier, zonder eenig voorbehoud, tot de niet-aanwezigheid van slijm mag worden besloten. Ranken vormt *Ascospora pulverulenta* dan ook in het

geheel niet, en wat RIESS daarvoor heeft aangezien, kunnen niet anders als de geelachtige, naar buiten puilende mondingen der bijkans rijpe perithecia geweest zijn. Door de uitzetting dezer laatsten, ontstaat er in de opperhuid, die ze overspant, en in hun eigen wand, eindelijk eene kleine opening, door welke de afgesnoerde cellen naar buiten worden gedreven.

Deze cellen nu, eveneens van kleine ruwigheden voorzien, zijn evenmin asci als die van *Ascospora Scolopendrii*, maar stylosporen. Zij zijn niet wit en eirond (RIESS), maar kleurloos en omgekeerd-eirond, daar zij, zoo hare beide polen niet even breed zijn, met de smalste aan het sterigma vastzitten.

In mijn hierboven aangehaald opstel (*Bot. Zeit.* 1875. no. 36), werden de zooeven medegedeelde ervaringen eveneens wereldkundig gemaakt, en kwam ik tot hetzelfde besluit als ten opzichte van *Ascospora Scolopendrii*, nl. dat men den fungus op het blad van *Prunus Padus* voortaan òf als een *Aecidium*, òf als een *Endophyllum* zoude te beschouwen hebben. Volgens MAGNUS echter, is het waarschijnlijker, dat hij den *Uredo*-vorm van *Melampsora areolata*, thans door MAGNUS *Thekospora areolata* geheeten, uitmaakt. In elk geval echter, is het ook hier weder aan geene bedenking onderhevig, dat *Ascospora pulverulenta* ten onrechte met dien geslachtsnaam bestempeld werd, en onder de Uredineeën te huis behoort.

In RABENHORST's *Fungi Europaei* werd, onder no. 1939, in 1875 eene *Ascospora microscopica* n. sp. uitgegeven door G. VON NIESSL, en wel met het volgende bijschrift: „Epiphylla. Perithecia disseminata, hinc inde gregaria, minutissima, subglobosa, atra, nitida, ascis oblique ovoideis vel oblongis stipite brevi 20 mk. lgs., 8—10 lts., sporidiis subcylindraceis, rectis, utrinque obtusis, 4-guttulatis, hyalinis 12—14 lgs., 2—3 lts. In foliis semiputridis Rubi fruticosi pr. Voitsberg Stiriae, Augusto."

Mijn vermoeden, dat ook hier weder eene vergissing had plaats gehad, werd volkomen bevestigd. Ik trof nl. op de onderzochte bladen tweeërlei perithecia aan, waarvan sommige met ware asci, waarbinnen 8 tweecellige kleurlooze sporen met ongelijke helften, beiden zeer sterk gelijkend op die van het

geslacht *Sphaerella*; andere met stylosporen gevuld waren. Daarenboven vond ik ledige asci, volkomen gelijkend op de gevulde, maar kleiner en het zij van oudere, het zij van jongere voorwerpen afkomstig.

Bij eene vergelijking nu van VON NIESSL's korte beschrijving met hetgeen ik had waargenomen, bleek het mij, dat de goed gevulde asci hem ontsnapt moeten zijn, en dat hij de ledige of die met een onrijpen of onkenbaren inhoud in verband had gebracht met de vrij ronddrijvende stylosporen, van de soort, die ik in afzonderlijke perithecia had aangetroffen. Immers paste de beschrijving zijner ascussporen volkomen op mijne stylosporen, en kwam ook die zijner asci met de door mij waargenomen ledige goed overeen.

Ter staving van de gegrondheid van mijn gevoelen, doe ik nog opmerken, dat VON NIESSL 1°. in zijne diagnose naliet te vermelden, hoe vele sporen hij in de asci had aangtroffen — eene bijzonderheid die, vooral bij het beschrijven eener nieuwe soort van *Ascospora*, niet achterwege had mogen blijven, en die zeker ook niet met stilzwijgen zou zijn voorbijgegaan, indien de auteur die organen werkelijk binnen de asci had waargenomen; en 2°. in zijne *Beiträge zur Kenntniss der Pilze* (a° 1872) onder *Leptosphaeria fusispora* (p. 27) pycnidiën met stylosporen beschreef, waarvan de laatsten, ook blijkens de daarvan gegeven afbeelding op pl. IV, fig. 26 c, volkomen (behoudens eenig verschil in de afmetingen) met de hierboven nader omschreven sporen zijner *Ascospora microscopica* overeenstemden. *)

Volgens VON NIESSL's opvatting, blootgelegd in de beschrijving zijner *Leptosphaeria fusispora*, zouden de door hem medegedeelde *Rubus*-bladen dus bezet zijn met: 1° eene *Sphaerella*, en 2o. de waarschijnlijk hierbij behoorende, met stylosporen gevulde pycnidiën. Doordien hij echter de ledige of onrijpe asci zich gevuld dacht met den inhoud dezer laatsten, ontstond

---

*) De eigenschappen, aan deze stylosporen toegeschreven, luiden aldus (p. 27): „Stylosporis (?) cylindraceis, rectis, obtusis, guttulatis, hyalinis," terwijl op de volgende blz. 28 nog nader daarvan gezegd wordt: „Die Stylosporen enthalten meist 4 grosse und mehrere kleine Tröpfchen." Ik behoef er wel niet op te wijzen, dat deze beschrijving, woord voor woord, met die op het bijschrift van no. 1939 der *Fungi Europaei* overeenstemt.

voor hem het beeld eener *Ascospora* — een beeld evenwel, dat, al ware het aan de werkelijkheid ontleend geweest, nooit, zooals wij weldra hopen aan te toonen, tot deze bepaling had mogen voeren.

Een volgend auteur, dien wij te raadplegen hebben, is COOKE, wiens *Handbook of British Fungi* in 1871 in 't licht verscheen. Wij vinden hierin wél drie *Ascospora's* met name genoemd, doch slechts als synoniemen van soorten van *Sphaerella: Ascospora carpinea* FR. van *Sph. carpinea*; *Ascospora Ostruthii* van *Sph. Ostruthii; Ascospora brunneola* van *Sph. brunneola.*

Na al hetgeen wij tot hiertoe hebben in 't midden gebracht, kan het niemand vreemd voorkomen, dat wij COOKE's opvatting niet kunnen goedkeuren. *Sphaerella's* hebben asci van den gewonen vorm, die nooit met iets anders verwisseld kunnen worden, en, in rijpen staat, een beperkt getal (8) goed gevormde sporen bevatten. *Ascospora's* daarentegen doen slechts cellen met een fijnkorreligen inhoud zien, die noch op de asci, noch op de sporen des *Sphaerella's* gelijken. Het zoude dan ook onbegrijpelijk geweest zijn, dat FRIES de *Ascospora's* der *Summa Veg. Scand.* aan het gebied der *Sphaeria's*, 't welk ook de *Sphaerella's* der nieuweren omvat, en waartoe zij vroeger (*Syst. Myc.* II) door hem gerekend werden, onttrokken had, indien zij ware asci bezeten hadden, terwijl de op *Sphaerella Ostruthii* en *brunneola* toepasselijke noot van COOKE: "The fruit of those species seem to be unknown," in plaats van eenig licht in de onderwerpelijke zaak te verspreiden, ons verlangen: de reden te leeren kennen, waarom den auteur eene verplaatsing dier fungi geraden was voorgekomen — juist onbevredigd laat.

Wel werd bij *Sphaerella carpinea* van sporehoudende asci gesproken, maar geen woord ter opheldering gezegd, waaruit zou kunnen blijken, met welk recht de S. dien naam als synoniem met *Ascospora carpinea* gebruikte. En toch was die opheldering zoo noodig, om den schijn te weren alsof hier opnieuw eene verwisseling van den eenen fungus met den anderen had plaats gehad.

In de *„Systematische Aufzählung der im Erzherzogthume Oesterreich ob der Ens bisher beobachteten Kryptogamen"* van Dr. J. S. POETSCH en K. B. SCHIEDERMAYER, te Weenen in 1872 in het licht verschenen, wordt op bl. 142 van *Ascospora cruenta*, *Asc. Aegopodii* en *Asc. Solidaginis*, en in den *„Verzeichniss der bisher in Bayern aufgefundenen Pilze"* door OHMÜLLER, voorkomende in het *„Vierter Bericht des Botanischen Vereins in Landshut"* (aº. 1874) van *Ascospora Asteroma*, *Asc. carpinea*, *Asc. Mali* en *Asc. Solidaginis* — hoewel zonder eenige omschrijving — gewag gemaakt. Reeds vroeger werd over den waren aard dezer soorten de noodige opheldering gegeven, zoo dat wij daarbij niet nogmaals behoeven stil te staan. Of de door beide schrijvers genoemde *Ascospora Solidaginis* beter met den door FRIES bedoelden fungus overeenstemde dan de exemplaren van FUCKEL's *Fungi Rhenani*, zou enkel door een onderzoek der door henzelven verzamelde voorwerpen kunnen blijken.

De laatste schrijver, dien wij gelegenheid hadden te raadplegen, was P. A. KARSTEN, wiens tweede deel der *Mycologia Fennica* in 1873 het licht zag. In dit werk vinden wij het geslacht *Ascospora* even min genoemd als bij COOKE, doch *Asc. Solidaginis*, *brunneola* en *Asteroma* als even zoo vele *Sphaerella's* beschreven. Dat KARSTEN hiertoe meer recht had dan een zijner voorgangers, kunnen wij voor de laatste soorten toegeven, op grond dat het hem gelukt was, de perithecia eener *Sphaerella* op dezelfde wankleurige vlekken te vinden, waarop men anders gewoonlijk de perithecia eener *Ascospora* aantreft. Ten opzichte van *Asc. Solidaginis* evenwel, handelde hij minder voorzichtig, omdat hij, na enkel de perithecia van *Septoria Virgaureae* gevonden te hebben, op FUCKEL's mededeeling vertrouwde, en diens op *Cladosporium heteronemum* toepasselijke woorden overnam, alsof ze voor eene ware *Sphaerella* gegulden hadden.

Uit al het bovenstaande, komen wij tot het volgend overzicht, waarin de plaats, aan het geslacht *Ascospora* door ver-

schillende auteurs in het Systeem der Fungi aangewezen, naar tijdsorde staat opgeteekend, en tevens te zien is, uit welke bronnen wij geput hebben.

ASCOSPORA

WERD DOOR DE HIERONDER GENOEMDE AUTEURS ACHTEREENVOLGENS GEBRACHT TOT OF VERWARD MET DE VOLGENDE GESLACHTEN.

Namen der auteurs.	Titels hunner geschriften.	Jaartal der uitgave.	Namen waaronder de Ascospora's vermeld werden.
E. FRIES.	Syst. Mycol. II, p. 523—526.	1823	Sphaeria.
E. FRIES.	Plantae homonemeae, p. 112.	1825	Ascospora.
F. F. CHEVALIER.	Flore générale des environs de Paris. I, p. 462.	1826	Sphaeria.
K. SPRENGEL. . .	Syst. Vegetabil., IV, p. 405.	1827	Sphaeria.
J. E. DUBY . . .	Botanicon Gallicum, II, p. 710—711.	1830	Sphaeria.
J. B. H. J. DESMAZIÈRES. . . .	Cryptogames de France, 1eS., 1eEd., N°. 616.	1833	Septoria.
M. J. BERKELEY .	The English Flora, V, p. 279.	1836	Sphaeria.
S. ENDLICHER . .	Genera Plantarum, p. 32.	1836	Ascospora.
A. C. J. CORDA .	Anleit. zum Stud. der Mycol., p. 126.	1842	Ascospora.

Namen der auteurs.	Titels hunner geschriften.	Jaartal der uitgave.	Namen waaronder de Ascospora's vermeld werden.
A. C. J. CORDA .	Icones Fungorum, V, p. 30.	1842	Ascospora.
L. RABENHORST .	Kryptogamen-Flora, p. 580.	1844	Sphaeria.
E. FRIES.	Summa Vegetab. Scandin., II, p. 425.	1846	Ascospora.
C. MONTAGNE. . .	Ann. des Sc. nat. 3e S., XI, p. 46—47.	1849	Septoria.
H. F. BONORDEN .	Handb. der allg. Mycologie, p. 63.	1851	Dothidea.
C. MONTAGNE. . .	Sylloge Gener. et Specier. Cryptogam., p. 274—276.	1856	Septoria.
R. CASPARY . . .	RABENHORST, Herb. Myc. Klotzsch. Ed. II, N°. 551.	1857	Septoria.
M. J. BERKELEY .	Outlines of Brit. Fungology, p. 401.	1860	Sphaeria.
L. R. et C. TULASNE. . . .	Selecta Fung. Carpol., II, p. 286.	1863	Stigmatea (pycnidia vel spermogonia).
H. F. BONORDEN .	Abhandl. aus dem Geb der Myc., p. 149.	1864	Sphaeria (Cryptospora ditopa b. minor?).

Namen der auteurs.	Titels hunner geschriften.	Jaartal der uitgave.	Namen waaronder de Ascospora's vermeld werden.
J. J. KICKX . . .	Flore Crypt. des Flandres I, p.427,358, 359.	1867	Septoria (Ascospora Aegopodii), Sphaeria (Asc. carpinea), Sphaeria [Spermogonium] (Ascospora Ostruthii).
L. FUCKEL. . . .	Symbolae mycol. p. 94 en 2er Nachtrag. p. 19.	1869 1873	Ascospora (Ascospora cruenta en brunneola); Sphaerella (Asc. carpinea); Septoria (Asc. Aegopodii); Gloeosporium (Asc. Pisi); Asteroma en Sphaerella (Asc. Asteroma); Septoria en Cladosporium (Asc. Solidaginis); Asteroma en Sphaerella (Asc. Mali); Zythia (Asc. Dentariae); Melampsorae cuj. status stylosp. (Asc. Scolopendrii).
M. C COOKE. . .	Handbook of Brit. Fungi, p. 915 et 921.	1871	Sphaerella.
J. S. POETSCH en K. B. SCHIEDERMAYER.	Syst Aufz der im Erzh. Oesterr. o. d. E. beob. Krypt. p. 142.	1872	Ascospora (Asc. cruenta); Septoria (Asc. Aegopodii).

Namen der auteurs.	Titels hunner geschriften.	Jaartal der uitgave.	Namen waaronder de Ascospora's vermeld werden.
F. DE THÜMEN. .	Fungi Austriaci, N°. 148, 149,150,242, 657, 870.	1871—1874	Ascospora (Asc. cruenta en brunneola); Septoria (Asc. Aegopodii); Asteroma Mali en Sphaerella inaequalis (Asc. Mali); Melampsorae areolatae status stylospor. (Asc. pulverulenta) *).
OHMÜLLER. . . .	Verz. der Pilze in Bayern, p. 35.	1874	Van de door OHMÜLLER genoemde fungi valt, bij 't gemis van beschrijvingen en voorwerpen, niets te zeggen.
P. A. KARSTEN. .	MycologiaFennica, II, p. 180, 181.	1873	Sphaerella.
G VON NIESSL.	RABENHORST's Fungi Eur.N°. 1939.	1875	Sphaerella cum ejus statu stylosporifero (Asc. microscopica).

Uit deze tabel laat zich, in verband met al het voorgaande, de volgende afleiden, die aangeeft, welke auteurs aan het geslacht *Ascospora* asci hebben toegeschreven, en welke niet.

*) N°. 150 (*Asc. Solidaginis*) heb ik niet kunnen onderzoeken, omdat ik de verzameling van DE THÜMEN slechts van af de 7e afl. bezit. De nummers der eerste 6 afl. die ik wèl onderzocht, waren mij door den auteur ten geschenke gegeven.

Asci werden aan *Ascospora* toegekend door:	Asci werden aan *Ascospora* niet toegekend door:
FRIES, A°. 1823, 1825.	DESMAZIÈRES.
SPRENGEL.	CORDA.
CHEVALIER.	FRIES, A°. 1846.
DUBY.	MONTAGNE.
ENDLICHER.	CASPARY.
BONORDEN.	TULASNE.
RABENHORST.	KICKX (voor *A. Aegopodii* en *Ostruthii*).
BERKELEY.	
KICKX (voor *A. carpinea*).	
FUCKEL.	
COOKE.	
POETSCH.	
DE THÜMEN.	
KARSTEN.	
VON NIESSL.	

Het oogenblik is thans gekomen om onze eigen denkbeelden betreffende den aard van het geslacht *Ascospora* voor te dragen, en daaruit de verklaring te zoeken van het wijfelen onzer voorgangers, en het verschil in opvatting, 't welk uit hunne mededeelingen aangaande dit onderwerp spreekt.

De beste weg, die tot de oplossing van het vraagstuk voeren kon, was, meende ik, deze: den Hoogleeraar FRIES te Upsal eenige soorten van *Ascospora*, en in de eerste plaats een blad van *Aegopodium Podagraria*, met den daarop parasiteerenden fungus (*Ascospora Aegopodii* FR), dien hij als type van het geslacht wenschte aangemerkt te zien, te vragen. Tot mijne spijt echter, was de Nestor der mycologen niet in de mogelijkheid, aan mijn verzoek te voldoen. Hij deelde mij echter mede, dat KUNZE's afbeelding (*Mycol.* Hefte, II, pl. I, fig. 1 en 1*) nog altijd eene juiste voorstelling gaf van hetgeen hij onder *Ascospora Aegopodii* wenschte verstaan te hebben.

Onder deze omstandigheden, bleef mij niets anders over als te trachten, mijn doel langs een omweg te bereiken, en zoo

wendde ik mij dan allereerst tot de 118e figuur in het 4e stuk van CORDA's *Icones Fungorum*, volgens FRIES (*Summa Veg. Scand.* p. 425) eene getrouwe afbeelding zijner *Ascospora Ostruthii*. CORDA noemde dien fungus in den text zijner *Icones* (p. 41), *Sphaeria Ostruthii*, zooals FRIES hem vroeger (*Obs. Myc.* I, p. 174 en *Syst. Myc.* II, p. 526 *) geheeten had, en gaf er de volgende beschrijving van, voor ons van te meer gewicht, omdat wij er uit vernemen, dat zij, evenals de afbeelding, ontworpen werd naar exemplaren, door FRIES zelven in zijne *Scleromycetes Sueciae* uitgegeven. De beschrijving luidt als volgt: "Wir haben hier Exemplare der Scleromycetes Sueciae abgebildet, welche unseren vollkommen gleichen, und eben so wenig eine Fruchtbildung zeigen. Mehrere Maschen des Adernetzes des Blattes sind bräunlich geworden und frisch grau bereift, und einzelne Stellen dieser Verfärbung sind fast schwarz. In diesen Flecken sitzen die Perithecien gesellig, auf den dunkleren Stellen gedrängter als auf den lichteren. Sie sind rund, gewölbt, braunschwarz, und später in der Mitte durchbohrt. Im Durchschnitte bilden sie längliche, rundliche oder eckigte, braune. die Oberhaut des Blattes überragende Perithecien, deren wenige eine wahre Höhle haben, die meisten aber völlig dicht sind. Ich habe keine Früchte an allen von mir untersuchten Stücken finden können, obgleich die vorhandene Höhle einiger Perithecien darauf hinweist. Die Perithecie selbst besteht aus einer zelligen Haut, wo zwischen den beiden hellen strukturlosen und durchsichtigen Oberhautlagen kleine, starkwandige braune und sehr regelmässige sechsseitige Zellen eingeschlossen liegen, welche oft kleine Körnchengruppen enthalten."

Genoemde *Ascospora Ostruhii* werd wel is waar door FRIES en CORDA beiden op *Imperatoria Ostruthium*, eene aan onze flora vreemde plant, aangetroffen maar groeit, volgens bevoegde beoordeelaren, zooals BERKELEY, COOKE, KICKX en anderen, toch ook op de bladen der aan die Umbellifera zeer na verwante en bij ons algemeene *Angelica sylvestris*. Ikzelf vond dien fungus

*) De diagnose, aldaar van den fungus te vinden, luidt: "Hypophylla, aggregata, peritheciis globosis, minimis, astomis, atris, e crustula determinata grisea emergentibus.

daarop meer dan eens, en was dan ook in de gelegenheid, hem te onderzoeken en de ondervinding op te doen, dat zoowel de kortere beschrijving van FRIES als de langere van CORDA volkomen op mijne exemplaren toepasselijk waren.

Evenmin als andere auteurs in hun vaderland, trof ik ooit in Nederland een exemplaar van den fungus in rijpen, d. i. met sporen gevulden toestand aan. Standvastig bestond elk perithecium uit een pseudoparenchym van veelhoekige cellen, maar die, hoe meer naar buiten, des te grooter, vaster en bruiner, hoe meer naar binnen daarentegen, des te kleiner, teederder en kleurloozer werden, zonder dat ergens eene scherpe grens tusschen de beide lagen te vinden was. Een inhoud van eene fijnkorrelige stof werd alleen in de meer naar binnen gelegen, niet in de allerbuitenste cellen aangetroffen. Opmerkenswaardig kwam het mij voor, dat de kleurlooze cellen, zoo lang zij slechts met alcohol in aanraking waren, den gewonen parenchymatischen bouw bleven vertoonen, doch, bij de toevoeging van water of verdund glycerine, begonnen te zwellen en zoodanige veranderingen ondergingen, als bij weefsels, welker celwanden geheel of gedeeltelijk in bassorine zijn omgezet, gewoonlijk worden aangetroffen. Waren nu, door de eene of andere omstandigheid, b. v. door te sterke drukking en de gelijktijdige toevoeging van veel water, sommige centrale cellen weggespoeld, dan ontdekte ik, evenals CORDA, eene centrale holte, zonder dat ik daaruit echter, zooals hij, het besluit meende te mogen trekken, dat het onderwerpelijke perithecium ware sporen gevormd, doch ze ook weder verloren had. Inderdaad konde er, bij de talrijke dunne doorsneden, die ik onderzocht, nooit van spore-vorming sprake zijn. Nergens vond ik ook slechts den schijn van eene in radiale richting naar 't midden convergeerende rangschikking van samenstellende elementen, nergens sterigmata of basidiën, nergens een hymenium, nergens eene, zij het ook nog zoo kleine, in den beginne reeds aanwezige holte; maar altijd een gesloten geheel van polyedrische cellen, 't welk het meest geleek op dat, wat men bij sclerotia pleegt aan te treffen.

Verspreide perithecia wisselden bij mijne exemplaren, evenals bij die van CORDA, soms af met andere die, dichter bij elkan-

der geplaatst, in een gemeenschappelijk stroma gedoken schenen. Op doorsneden in verschillende richtingen, bleek het dan, dat de bruine, veelcellige myceliumdraden, die het bladmoes in verschillende richtingen doorkruisten, in het 1e geval op ver van elkander verwijderde, in het 2e op zeer dicht bij elkander gelegen plaatsen, tot de vorming van perithecia waren overgegaan, en dat deze, in het laatste geval, over een groot gedeelte hunner oppervlakte ineengevloeid waren.

Eene ware opening was bij onbeleedigde perithecia nooit waar te nemen. Wel scheen zij soms aanwezig, maar bij een nader onderzoek bleek dan, dat men eenvoudig met den top des peritheciums te doen had, door welken de kleurlooze kern heenschemerde.

Daar nu uit de door CORDA gegeven en, blijkens de onderzoekingen van vele andere mycologen, juiste microscopische analyse van de door FRIES zelven verspreide exemplaren van *Ascospora Ostruthii*, en niet minder uit de door FRIES aan CORDA's opvatting gehechte goedkeuring blijkt, dat door den Zweedschen geleerde ook zoodanige organismen tot het geslacht *Ascospora* gerekend werden, die geene sporen voortbrachten en, onder gewone omstandigheden, zich als allerkleinste, op perithecia gelijkende, geheel uit een pseudoparenchymatisch weefsel gevormde kogeltjes voordeden, zoo bestaat er geene reden, denzelfden naam te weigeren aan andere dergelijke voortbrengselen, welke op de bladen van andere planten parasitisch worden voortgebracht. En, geeft men dit toe, dan kan niets ons beletten, de op *Ascospora Ostruthii* gelijkende kogeltjes, die op het blad van *Aegopodium Podagraria* aangetroffen worden, voor de *Ascospora Aegopodii* te houden, waarvan door FRIES allereerst gewag gemaakt, doch die sedert door niemand werd weêrgevonden.

Een bezwaar, 't welk tegen deze opvatting zoude kunnen worden in 't midden gebracht, is dit: dat KUNZE aan *Ascospora Aegopodii* het bezit van asci toekende, terwijl de door ons bedoelde organismen daarvan geen spoor bevatten. Doch hiertegen voeren wij aan: 1e dat de „asci" van KUNZE, blijkens zijne afbeelding, dien naam niet verdienen, maar, zooals FRIES zelf het later ook deed voorkomen, als sporen of cellen te beschouwen zijn, en 2e, dat het, op grond van de omstandigheid, dat

niemand na KUNZE ooit *Ascospora Aegopodii* schijnt wedergevonden te hebben, zoo goed als zeker is, dat in de *Mycologische Hefte* enkele cellen van de onrijpe kern der perithecia los werden afgebeeld, hoewel zij niet anders als in verbinding met elkander werden waargenomen. Immers moeten wij erkennen, dat de samenstellende deelen dier kernen, na eenigen tijd in water geweekt te hebben, soms werkelijk het uiterlijk van losse elementen aannemen, hoewel het toch niet gelukt, ze van elkander te scheiden. Naar onze opvatting, werd door FRIES aan de afbeelding van KUNZE, die deel uitmaakte van eene reeks van figuren, behoorende bij een opstel, getiteld: „Ueberblick der Anordnung der Kugelpilze", en dat uit niets anders als eene menigte namen bestond, zonder soortelijke diagnosen of beschrijvingen, te veel vertrouwen gehecht, te veel althans om den fungus van het *Aegopodium*-blad als type van het nieuwe geslacht *Ascospora* te kiezen, en deden andere soorten, bij welke, zooals wij gezien hebben, de centrale cellen zich van haar protoplastischen inhoud als van een kogel-, ei- of ovaalrond lichaampje ontlasten, overhellen tot het denkbeeld, dat KUNZE ze bij *Ascospora Aegopodii* ook wel zóó gezien zou hebben.

Eene andere oorzaak voor het vruchteloos zoeken naar *Ascospora Aegopodii*, buiten het niet terugvinden der „asci" van KUNZE, was zeer zeker ook hierin gelegen, dat, terwijl de zoogenoemde perithecia van *Ascospora Ostruthii* voor verre weg het grootste gedeelte gescheiden blijven, zoodat grootere korrels van twee of meer ineengevloeide tot de zeldzaamheden behooren, juist het tegenovergestelde op de bladen van *Aegopodium Podagraria* plaats heeft, waar doorgaans veel meer samengestelde dan enkelvoudige korrels worden aangetroffen. Daardoor toch moest de gedachte aan het geslacht *Dothidea* worden opgewekt, en kan het geene verwondering baren, dat bij FRIES en COOKE van eene *Dothidea Podagrariae*, en bij FUCKEL van eene *Phyllachora Aegopodii* gewag wordt gemaakt — overal echter met de bijvoeging, dat geene asci of sporen in het weefsel van den fungus, maar wel afzonderlijke „perithecia" tusschen de samengevloeide werden aangetroffen.

Anatomisch, bestaat er tusschen de vrije zoowel als tusschen de ineengevloeide „perithecia" van den fungus op het *Angelica*-

en dien op het *Aegopodium*-blad, geen verschil, al is het ook, dat de laatsten het in gemiddelde grootte van de eersten winnen.

Stellen wij dus vast, dat de ware *Ascospora Aegopodii* door ons is weêrgevonden, dan behoort tevens te worden erkend, dat zij, evenmin als *Ascospora Ostruthii*, voldoet aan den eisch, in de diagnose van het geslacht uitgedrukt: dien nl. van sporen voort te brengen — tenzij dan de in water opgezwollen cellen der kleurlooze kern daarvoor verkeerdelijk worden aangezien. Die erkentenis echter vordert, dat thans het verband tusschen de beide genoemde onvruchtbare organismen en andere meer ontwikkelde van dezelfde soort, zoo mogelijk, worde opgespoord.

Hiertoe brengen wij allereerst in herinnering, dat *Ascospora Aegopodii* altijd in gezelschap van een anderen fungus: *Dothidea Podagrariae* (= *Phyllachora Aegopodii*), op hetzelfde blad voorkomt, en verder, dat tusschen die beiden allerhande overgangen gevonden worden, zoodat alleenstaande korrels met dubbele of driedubbele, en deze weder met nog samengesteldere afwisselen, wél te kennen aan haar korstachtig voorkomen. Ook verdient opmerking, dat *Ascospora Ostruthii* hetzelfde, schoon aan minder afwisseling onderhevige, verschijnsel oplevert, en dat er tusschen de alleenstaande korrels en de onderdeelen der samengestelde, bij beide fungi, hoegenaamd geen anatomisch verschil bestaat.

Het denkbeeld, dat de genoemde *Ascospora's* »enkelvoudige *Dothidea's*" zijn, moet zich, onder deze omstandigheden, wel aan ons opdringen; en, dat wij recht hebben dezen titel te gebruiken, blijkt uit de eigen woorden van FRIES, te vinden in de 2e noot aan den voet van blz. 386 zijner *Summa Veg. Scand.*, waar wij lezen: »Omnes species [*Dothideae*] simplices nunc distinguo (Cfr. *Stigmatea*)."

Maar, zoo hooren wij vragen, zijn er dan ook onvruchtbare *Dothideae compositae* bekend, dewijl, zonder dat, de door ons in 't licht gestelde verwantschap nog niet boven alle bedenking verheven zou zijn. Hierop echter kan toestemmend geantwoord worden. Zoo worden *Dothidea Ulmi* en *Dothidea betulina*, bij den naderenden winter, op de gele Ype- en Beukebladen, nooit anders als onvruchtbaar, en eerst in 't volgende voorjaar, nadat

die bladen bijna geheel in vermolming zijn overgegaan, met asci in de perithecia aangetroffen; en even zoo vinden wij in mycologische werken van *Dothidea* of *Phyllachora Heraclei, Trifolii, Caricis, gangraena, Morthieri*, als van soorten gewag gemaakt, welke tot hiertoe enkel in onvruchtbaren staat werden aangetroffen, en is het aan geen twijfel onderworpen, dat alle vruchtbare *Dothideae* het tijdperk der onvruchtbaarheid doorloopen, waarop vele andere een geruimen tijd blijven staan.

Onderzoekt men nu eene onvruchtbare *Dothidea Ulmi* of *betulina*, bij niet lang geleden afgevallen Ype- of Berkebladen, mikroskopisch, dan vindt men er volkomen denzelfden bouw in terug, die *Dothidea Podagrariae* of ineengevloeide korrels op het *Angelica*-blad ons vertoonen: een stroma van veelhoekige parenchymcellen, met holten waarin kleurlooze kernen gedoken liggen, welker samenstellende elementen zich daardoor onderscheiden, dat hare wanden, met water in aanraking gebracht, sterk beginnen te zwellen, en, met den gedeeltelijk naar buiten puilenden inhoud, een glanzig voorkomen aannemen.

Er kan dus, zooals wij zien, hoegenaamd geen bezwaar in bestaan, *Ascospora Ostruthii* en *Ascospora Aegopodii* als *Dothideae simplices*, of, volgens FRIES's latere voorstelling, als soorten van *Stigmatea* te beschouwen. maar als soorten, wier kern, ook zelfs bij den naderenden winter, geene acsi heeft voortgebracht. Dat die kern, in het eerst aanbrekende voorjaar, deze organen werkelijk bevatten zal, daaromtrent kan — wij leeren zulks uit den levensloop van *Dothidea Ulmi* en *betulina* — geen twijfel gevoed worden; tot nog toe echter heeft men ze, door niet naar de vermolmde *Angelica*- en *Aegopodium*-bladen te zoeken, niet gevonden.

De diagnose van het geslacht *Stigmatea* luidt bij FRIES als volgt: „Perithecia globosa, atra, innato-prominula nucleo firmo (albo) astomo, demum ore subrotundo dehiscente. Asci subtetraspori. *In foliis vivis.*" Vergelijken wij hiermede de eigenschappen onzer twee *Dothideae simplices*, dan moeten wij erkennen, dat beide volmaakt op elkander passen, met dit verschil natuurlijk, dat de laatsten op de groene bladen geene asci voortbrengen en ook niet in 't bezit zijn van een mond, hoewel een tamelijk doorschijnend plekje aan het hoogste gedeelte der

perithecia *) doet vermoeden, waar die opening later te voorschijn zal komen.

Nog eene andere reden om aan de verwantschap tusschen de *Stigmatea's* en deze twee *Dothideae simplices* te gelooven, bestaat in de overeenkomst in eigenschappen tusschen de sporen der eersten en die der *Dothideae compositae*, en niet minder in de omstandigheid: 1°, dat de bruine myceliumdraden, zoowel bij *Stigmatea* als bij *Ascospora Aegopodii* en *Ostruthii*, de kleur en de vastheid van het weefsel, waarin of waaronder de perithecia gedoken liggen, aanmerkelijk wijzigen, doordien zij in de cellen binnendringen en daarin weldra een pseudoparenchym doen ontstaan, en 2°, dat de wand der rijpe en met asci gevulde *Stigmateae* altijd uit meer dan ééne laag bruine cellen bestaat, als werd daardoor aangeduid, dat hier nog altijd een, zij het ook in zijne ontwikkeling zeer teruggedrongen stroma aanwezig is.

Mochten dus *Ascospora Aegopodii* en *Ostruthii* van nu af naar het geslacht *Stigmatea* overgebracht worden dan zouden de woorden „in foliis vivis" uit de diagnose van dit laatste moeten wegvallen, zooals trouwens ook de term „asci subtetraspori" in dien van „asci 8—spori" zou behooren veranderd te worden.

Uit onze stelling, dat *Ascospora Ostruthii* en *Asc. Aegopodii* — waarvan deze, door FRIES als typische soort aangemerkt, door ons werd wedergevonden; gene naar voorwerpen, van FRIES zelven afkomstig, beschreven en afgebeeld ter onzer kennis kwam — als onrijpe *Stigmateae* te beschouwen zijn, volgt noodzakelijk, dat ook de overige, door FRIES en FUCKEL genoemde soorten van *Ascospora* aan de eischen eener onrijpe *Stigmatea* zullen moeten voldoen, om onder hetzelfde geslacht eene plaats te kunnen vinden.

Welke die eischen zijn, moge hier nog eens kortelijk vermeld worden, om dan des te gemakkelijker tot een juist oordeel in het aanhangige vraagstuk te geraken.

Voorop dan wordt gesteld, dat de draden van het mycelium

*) Van perithecia mag men eigenlijk bij de *Dothideas simplices* evenmin spreken als bij de *D. compositae*. Kent men aan deze een veelkernig stroma toe, bij gene zoude men van éénkernig moeten gewagen.

een meer of minder dicht net van draden behooren te vormen, 't welk zich óf als eene wankleurige vlek, óf als eene soort van korst voordoet, aan welker vorming natuurlijk ook de weefsel-elementen van het blad zelf deel hebben; 2° dat er op dit mycelium-bed geene perithecia, maar éénkernige, op perithecia gelijkende stromata moeten ontstaan; 3° dat de kern zelve uit nauwkeurig aan elkander passende cellen behoort gevormd te zijn; 4° dat er aan de eenkernige stromata geen ostium, d. i. geene opening te vinden mag wezen, als aanduiding van den weg, langs welken een gedeelte van den inhoud zich zou kunnen ontlasten.

Onder deze kenmerken behoeft het tweede eenige nadere toelichting. Hoe kan men nl. weten, of een klein rond kogeltje, 't welk door myceliumdraden gedragen wordt, als perithecium, dan wel als eenkernig stroma behoort aangemerkt te worden? — Het antwoord op die vraag echter luidt aldus: dat de ware perithecia, waarmede de *Stigmateae* verwisseld zouden kunnen worden, altijd slechts ééne, de op perithecia gelijkende éénkernige stromata daarentegen altijd twee of meer lagen bruine cellen rondom de kern doen waarnemen; eene bijzonderheid, waardoor, zooals wij zulks reeds vroeger deden opmerken, als ware het, te kennen wordt gegeven, dat de wand der *Dothideae simplices* nog iets van het stroma der *Dothideae compositae* heeft overgehouden.

Toetsen wij nu aan deze gegevens de overige, door FRIES in zijne *Summa Veg. Sc.* genoemde Ascosporen, waarover wij beschikken konden: *A. brunneola* (DESM. *Cr. de Fr.*, 1e S., 1e Ed., n° 986; RAB. *Herb. Myc.* II, n° 660; RAB. *Fungi Eur.* n° 1854; FUCKEL *Fungi Rhen.* n° 467), *A. Asteroma* (FUCKEL *Fungi Rhen.* n° 470) en *A. carpinea* (DESM. *Cr. de Fr.* 1e S., 1e Ed., n° 98; RAB. *Fungi Eur.* n° 365; FUCKEL *Fungi Rhen.* n° 466), dan blijkt het, dat zij geen van allen tot het geslacht *Stigmatea* kunnen behooren, daar zij wel aan de onder n° 1, 3 en 4, doch niet aan de sub 2 gestelde eischen voldoen. Om de kleurlooze kern ligt slechts ééne laag steviger bruine cellen, die, zonder eenigen overgang in kleur, terstond aan de anderen grenst, en zich ook door een platteren vorm harer elementen onderscheidt.

Vergelijken wij nu den bouw der genoemde Ascosporen met dien van andere bladbewonende fungi, dan zijn er geene, die er dichter bij komen dan de soorten van het geslacht *Sphaerella*. Ook bij deze hebben de perithecia een bruinen helderen wand van slechts ééne cel dik, en ontspringen die organen niet zelden uit een meer of minder dicht net van myceliumdraden, terwijl zij zich ten laatste aan het hoogste gedeelte eenvoudig openen, zonder aldaar, zooals hooger bewerktuigde Pyrenomyceten, in 't bezit van een tepel- of snavelvormig verlengstuk te zijn. De meeste *Sphaerella's* echter zijn óf vóór, óf gedurende het verwelken der bladen reeds van asci voorzien, terwijl de hierboven genoemde, op verwelkte bladen verzameld, daarvan nog niets deden bespeuren. Daarom kan het, meen ik, niet betwijfeld worden, of *Ascospora brunneola*, *Asc. Asteroma* en *Asc. carpinea* zijn onrijpe toestanden van even zoo vele *Sphaerella's*, en behooren voortaan onder dat hoofd vermeld te worden, zonder er nogtans aan te denken, dat zij op gelijke lijn te stellen zouden zijn met pycnidiën.

In overeenstemming met deze gevolgtrekking is het feit, dat KARSTEN (*Mycologia Fennica*, II, p. 180 en 181), zoowel op de bladen van *Convallaria majalis* als van *Convallaria Polygonatum*, op dezelfde wankleurige plekken, die tot verblijfplaats dienen aan *Ascospora brunneola* en *Asc. Asteroma*, bij gene in het voorjaar, bij deze in de maanden Juni en Juli, de met rijpe asci en sporen gevulde perithecia eener *Sphaerella* aantrof, zoodat wij ons dan ook volstrekt niet kunnen verwonderen, dat de genoemde *Ascospora's* door hem onder dat geslacht werden ingedeeld. Ook FUCKEL maakte in zijne *Symbolae* (p. 94) van eene *Sphaerella* op de bladen van *Convallaria Polygonatum* gewag, maar beging de fout, deze niet als eene soort van dit geslacht, maar als den ascusdragenden vorm van *Ascospora Asteroma* aan te merken. Op grond dat FRIES, aan al wat hij met den naam van *Ascospora* bestempeld had, het bezit van asci niet wenschte toegekend te zien, kon die opvatting nooit worden goedgekeurd, en dit was dan ook de reden, die ons vroeger aanleiding gaf er op te wijzen, dat FUCKEL de juiste beteekenis van *Ascospora Asteroma* niet begrepen had.

Ook op KARSTEN's voorstelling valt ééne aanmerking te ma-

ken. Het is nl. onjuist om, zooals hij zulks deed, *Ascospora Asteroma* FR. en *Ascospora brunneola* FR. onder de synoniemen: gene van *Sphaerella Asteroma*, deze van *Sphaerella brunneola* te rangschikken. Beide Ascosporen zijn niets als *onrijpe* toestanden van den hooger bewerktuigden fungus. Door de zaak op deze wijze voor te stellen, wordt de duidelijkheid bevorderd, op elke andere echter te kort gedaan.

De vraag of *Asteroma subradians*, zooals FUCKEL wil (*Symb.* p. 94), als de conidiënvorm van *Ascospora brunneola* — in rijpen staat =. *Sphaerella brunneola* — beschouwd mag worden, is, dunkt mij, niet moeilijk te beantwoorden. Daar FRIES in zijne *Summa Veg. Sc.*, p. 424, zelf getuigt, dat zijne *Asteroma's* niets anders zijn als *Ascospora's* met een stervormig uitgespreid mycelium — fungi dus, die eveneens in 't bezit van een perithecium kunnen zijn, maar met eene onrijpe. kern — zoo is het wel niet anders mogelijk als dat denkbeeld af te wijzen. KARSTEN noemt *Asteroma subradians* dan ook synoniem met *Ascospora brunneola*, eene opvatting, welke meer met de werkelijkheid overeenstemt, doch in elk geval, wegens de bijzondere rangschikking der myceliumdraden bij de eerste, nog eenig nader onderzoek vereischen zou.

Even gewaagd mag het, naar onze opvatting, genoemd worden, *Asteroma* of *Combosira reticulatum* den fungus spermogoniferus te noemen van *Ascospora* of *Sphaerella Asteroma*, zooals FUCKEL en KARSTEN beiden gedaan hebben. Behalve dat ook hier het oordeel van FRIES deze samenkoppeling niet gunstig is, dient wel in het oog gehouden te worden: 1° dat niemand de spermatiën van *Asteroma reticulatum* ooit gezien heeft, en 2° dat de kleurlooze kern der perithecia van dien fungus, bij een mikroskopisch onderzoek, evenals die van onrijpe Sphaerellen en Stigmatea's, uit kleine veelhoekige cellen, en geenszins uit elementen blijkt te bestaan, zoodanig gerangschikt, als men zulks bij toekomstige spermogoniën pleegt aan te treffen.

Werden, voor zoo ver mij bekend is, perithecia met rijpe asci en sporen te midden der bruine vlekken van *Ascospora brunneola* en *Asc. Asteroma*, enkel aangetroffen door KARSTEN, anders was zulks het geval met *Ascospora carpinea*, van welker

ascusdragende perithecia FUCKEL, AUERSWALD, COOKE en meer andere schrijvers gewagen. Uit de omstamstigheid, dat men op Haagbeukbladen, in het najaar, op dezelfde zwarte vlekken, onrijpe en rijpe perithecia in elkanders onmiddellijke nabijheid aantreft, schijnt mij de onderstelling niet te gewaagd, dat zij bij elkander behooren, en zou dus ook hier een als zelfstandige soort beschreven vorm *(Ascospora carpinea)* van een hoogeren fungus *(Sphaerella carpinea)*, uit de rij der soorten geschrapt moeten worden.

Dat *Ascospora cruenta* FUCK. evenmin als andere Ascosporen het recht heeft, als zelfstandige soort eene plaats in het systema mycologicum in te nemen, hebben wij vroeger reeds breedvoerig aangetoond. Hier kan nog slechts de vraag te berde komen, naar welk geslacht die zoogenoemde soort zou behooren te worden overgebracht. Het antwoord daarop luidt: naar *Stigmatea*, op grond dat de wand der perithecia uit een drietal en niet uit ééne laag vastere bruine cellen bestaat, zooals bij *Sphaerella*. Toch blijft het opmerkenswaardig, dat de protoplastische inhoud der kerncellen bij *Ascospora cruenta*, op dunne doorsneden, onder den invloed van water, zoo gemakkelijk ontsnapt, en het denkbeeld, alsof de gansche kern uit enkel sporen bestond, daardoor zeer op den voorgrond komt. Ik moet echter doen opmerken, dat die endoplasmen nooit uit gave perithecia voor den dag komen, zoodat mag worden aangenomen, dat het uitstooten daarvan, in welk tijdperk van ontwikkeling ook, niet tot de normale levensverschijnselen van den fungus behoort.

Ten opzichte van *Ascospora Mali* nog een enkel woord Men zou zich nl. kunnen verwonderen, dat wij dezen fungus, aan het einde van dit opstel, nu ook geene plaats onder de *Sphaerella's* aanwijzen, op grond dat FUCKEL en DE THÜMEN beiden ascusdragende perithecia op de bladen van den Appel, soms zelfs op de daar niet zelden voorkomende wankleurige vlekken hebben aangetroffen. Men gelieve echter te bedenken: 1°. dat de ascusdragende perithecia van FUCKEL (*Symb.* p. 95) en DE THÜMEN geheel verschillende organismen zijn, zoodat al dadelijk de vraag zoude rijzen, wiens perithecia als de ware zouden behooren beschouwd te worden, en 2°. dat er onderscheidene *Sphaerella's* op het Appelblad zijn waargenomen,

zonder dat gebleken is of eene daarvan, en zoo ja welke, in een genetisch verband tot de *Asteroma-* of *Ascospora*-vlekken behoort gebracht te worden. Alleen door voortgezette waarneming kan hier 't gewenschte licht verkregen worden.

Ten slotte nog de opmerking, dat wij ons het rijpen der *Stigmatea-* en *Sphaerella*-peritheciën aldus voorstellen, dat het pseudoparenchym, waarmeê die organen in onrijpen staat gevuld zijn, langzamerhand door asci en paraphysen, uit vroeger latente vruchtbare hyphen ontsproten, verdrongen worden. De omstandigheid, dat de onrijpe veelkernige stromata van *Dothidea Ulmi*, welke een winter óver in vochtigen humus bewaard werden, op dezelfde plaatsen waar vroeger niets als pseudoparenchym was waar te nemen, eindelijk met sporehoudende asci blijken gevuld te zijn, geeft aan die onderstelling een krachtigen steun.

Uit al het bovenstaande meen ik deze gevolgtrekkingen te mogen afleiden:

1° De aard en de beteekenis van het geslacht *Ascospora* FR. waren tot op heden raadselachtig gebleven, zoodat een onderzoek, strekkende om den daaromtrent heerschenden twijfel op te lossen, dringend gevorderd werd.

2° De soorten van *Ascospora* mogen niet langer als zelfstandige (FRIES, CASPARY, FUCKEL, POETSCH, DE THÜMEN, OHMÜLLER, VON NIESSL), of als de spermogonia of pycnidia van andere fungi (TULASNE, KICKX) beschouwd worden, maar zijn de onrijpe toestanden van andere fungi uit de klasse der Pyrenomyceten.

3° Onder de door FRIES in zijne *Summa Vegetabilium Scandinaviae* genoemde soorten van *Ascospora*, schuilen de onrijpe toestanden van twee verschillende geslachten: STIGMATEA (*Ascospora Ostruthii* en *Asc. Aegopodii*) en SPHAERELLA (*Asc. brunneola*, *Asc. Asteroma* en *Asc. carpinea* *)

4° Het onderscheid tusschen de geslachten *Stigmatea* en *Sphaerella* bestaat hierin, dat de perithecia van het eerste (eigenlijk éénkernige stromata eener Dothidea simplex) een

---

*) De overige aldaar genoemde soorten: *Asc. Spinaciae* en *Solidaginis* had ik de gelegenheid niet, te onderzoeken.

donkerbruinen wand van twee of meer, die van het laatste een lichterbruinen wand van slechts ééne cel dikte hebben.

5° Van de door FUCKEL in zijne *Symbolae Mycologicae* en hare vervolgen genoemde 10 soorten van *Ascospora*, behooren er 3 (*Asc. brunneola*, *Asc. carpinea* en *Asc. Asteroma*) tot het geslacht *Sphaerella*, en 1 (*Asc. cruenta*) tot het geslacht *Stigmatea*. De 6 overige werden als volgt verwisseld:

Ascospora Aegopodii met *Septoria Aegopodii* DESM.
" *Solidaginis* met *Cladosporium heteronemum* (DESM.) OUD.
" *Mali* met eene der op het Appelblad groeiende soorten van *Sphaerella*.
" *Dentariae* met *Zythia Dentariae*.
" *Scolopendrii* met den *Uredo*-vorm eener soort van *Melampsora*.
" *Pisi* met *Gloeosporium Pisi* OUD. (= *Ascochyta* LIB.).

6° De door FUCKEL bij *Ascospora Dentariae* gevonden asci (door andere schrijvers sporen geheeten) zijn noch asci, noch sporen, maar de endoplasmen der meest in het midden gelegen kerncellen, welke, onder den invloed van water en ten gevolge eener bassorine-metamorphose der celwanden, als rondachtige lichaampjes naar buiten gedreven kunnen worden.

7° *Ascospora pulverulenta* RIESS is eene Uredinee, en wel, volgens MAGNUS, de *Uredo*-vorm van *Melampsora* of *Thekospora areolata* MAGN.

8° *Ascospora microscopica* V. NIESSL bestaat gedeeltelijk uit de perithecia eener *Sphaerella* en gedeeltelijk uit organismen, door dien auteur zelven voor stylosporen van de eene of andere *Sphaerella* gehouden.

9° *Sphaeria Aegopodii* P. is dezelfde fungus als *Septoria Aegopodii* DESM., maar geenszins de *Ascospora Aegopodii* FR.

10° Het is zeer aan te bevelen, geene organen met den naam van asci, sporen, pycnidiën of spermatiën te bestempelen, dan waarvan men de wijze van ontstaan, in de perithecia waarin zij zijn opgesloten, heeft leeren kennen.

RAPPORT

VAN DE HEEREN

J. VAN GEUNS, J. ZEEMAN EN T. PLACE

OVER DEN INVLOED VAN DE DROOGMAKING VAN HET ZUIDELIJK GEDEELTE DER ZUIDERZEE OP DEN GEZONDHEIDSTOESTAND DER AANGRENZENDE GEWESTEN.



Aan de Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen werd door Zijne Excellentie den Minister van Binnenlandsche Zaken, bij missive van 12 Augustus 1875 N°. L. K. afdeeling III Waterstaat, het onderzoek opgedragen der vraag, *of van de droogmaking van het zuidelijk gedeelte der Zuiderzee voor een lang tijdsverloop eene nadeelige terugwerking te duchten is, althans op de gezondheid ook in de aangrenzende gewesten,* dewijl in den Raad van State, naar aanleiding van hetgeen op dit punt door de Staats-Commissie was medegedeeld, hieromtrent bedenkingen gerezen waren. In het Rapport van genoemde Staats-Commissie was de invloed der droogmaking op den algemeenen gezondheidstoestand besproken: in de Bijlagen vindt men de Rapporten van de geneeskundige Inspecteurs in de aangrenzende provinciën Overijssel en Drenthe, in Noord-Holland, en in Gelderland en Utrecht. Het Rapport van de Inspecteurs voor het geneeskundig Staatstoezigt voor de provinciën Noord-Holland, Overijssel en Drenthe, (van de H.H. PENN en LUBACH) is in hoofdzaak in het Rapport der Commissie opgenomen, waardoor zij geacht kan worden haar zegel daaraan te hechten. „Naar het oordeel van den Raad van State is hetgeen in het „Rapport der Staats-Commissie voorkomt omtrent de mogelijk„heid, dat de schadelijke uitwasemingen der nieuwe gronden, „liggende tusschen nagenoeg het gansche noordelijke gedeelte

„des Rijks, over eene zoo groote uitgebreidheid, welligt zeer „lang nadeelige terugwerking kunnen hebben, althans op de ge-„zondheid ook der aangrenzende gewesten, juist voldoende, om „op het groot gewigt van dit punt de aandacht te vestigen, „en de noodzakelijkheid van een nader onderzoek te wettigen."

Het oordeel der Academie wordt dus gevraagd: in hoeverre er gevaar uit de schadelijke uitwaseming voor de gezondheid der bewoners van de aangrenzende gewesten te duchten is, en wel of dat te duchten is over een zeer lang tijdsverloop.

De schadelijkheid der uitwasemingen op de plaats zelve wordt stilzwijgend erkend. Het ligt voor de hand, dat men bij dat gevaar voor aangrenzende gewesten, niet enkel het oog gehad heeft op den zoom, maar veeleer op een uitgebreid rayon, een goed gedeelte der provinciën, die de ontworpen droogmaking begrenzen.

Ten aanzien van het lange tijdsverloop is eene tweeledige opvatting mogelijk, men kan hier namelijk op het oog gehad hebben òf den langen duur der droogmaking, òf den langen duur der bedoelde terugwerking. Wij hebben gemeend op het laatste vooral de aandacht te moeten vestigen, daar wij van de onderstelling mogen uitgaan, dat de werken der droogmaking onder de leiding van bekwame mannen en naar een goed gevormd plan dus ingerigt zullen worden, dat de gronden slechts korten tijd in den staat zullen verkeeren, waarin de ontwikkeling van schadelijke uitwasemingen te vreezen is. Immers het zijn de uitwasemingen uit den vochtigen, drassigen bodem, met één woord de moerasuitwasemingen, onder den invloed van eene hooge temperatuur, waarvan het gevaar te duchten is.

Die eigenaardige werking heeft ten allen tijde de geneeskundigen gedrongen eene meer bepaalde ziekte-oorzaak als product van den bodem (moerasgif) aan te nemen. Naar de verschillende rigting, die in de geneeskunde en in de aanverwante natuurkundige wetenschappen heerschte, werd dat gif nu eens als eene specifieke ziekte-oorzaak (miasma) beschouwd, die in sommige opzigten met de smetstoffen te vergelijken is, doch zich daarvan onderscheidt door het gemis van het vermogen van reproductie in het menschelijk or-

ganisme; — dan eens als eene scheikundige verbinding, een of ander gas (moeras-gas), — of wel als eene fijn verdeelde, rottende stof van plantaardigen oorsprong, — terwijl in den jongsten tijd van vele zijden de stelling wordt verdedigd, dat men die stof veeleer als kiemen van plantaardige organismen te beschouwen heeft, zoodat dan ook thans door een goed deel der geneeskundigen de malaria-ziekten tot de infectie-ziekten gerekend worden. Het ontbreekt evenwel niet aan bestrijders van de leer eener specifieke oorzaak, die in plaats van zoodanig gif meer algemeene oorzaken ter verklaring van het ontstaan der koortsen, zooals eigenaardige veranderingen in de electriciteit der lucht, aannemen: terwijl anderen het verschil van de hooge temperatuur van den dag met de koude van den avond en den nacht, in verband met de vochtigheid van den dampkring, voldoende achten ter verklaring van het ontstaan der moeraskoortsen.

Dat men bij dit verschil van meeningen beter doet de verspreiding van een moerasgif, als oorzaak van de verbreiding der ziekte, niet tot grondslag zijner beschouwing omtrent de gevolgen van de droogmaking aan te nemen, ligt voor de hand. Wij wijzen opzettelijk daarop, omdat zoo ligt de voorstelling van eene uitstrooijing van verderfelijke zaden uit een bepaald punt, waar de moerasuitwasemingen ontstaan, zich op den voorgrond dringt bij de beoordeeling van het gevaar, dat nabij- en verder afgelegen plaatsen bedreigt.

Dat er eene oorzakelijke verhouding bestaat tusschen de malaria-ziekten en de gesteldheid van den bodem der streek waar zij heerschen, is een feit dat boven twijfel verheven is. De grenzen der epidemieën zijn door de eigenaardigheid van den bodem afgeteekend: die ziekten zijn aan de plaatselijke omstandigheden van den bodem gebonden; zoo ziet men, dat in ons land de hooggelegen zandstreken daarvan bevrijd blijven.

Maar hoe verhoudt zich nu de verspreiding der ziekten, uitgaande van eene plaats, waar de schadelijke invloeden in hooge mate aanwezig zijn, over eene streek, die wel vatbaar is voor malaria-ziekten, doch waar die invloeden op een gegeven tijd minder ontwikkeld zijn? De omstandigheid, dat men de verbreiding slechts kan gadeslaan in streken, die op zich zelve geschikt zijn tot ontwikkeling der schadelijke uitwasemingen,

maakt de beslissing hoogst moeijelijk. Het is bijv. mogelijk, dat rottige dampen bij de epidemie van 1826 in het spel waren, maar HAESER ging zeker te ver, toen hij in zijn *Lehrbuch der Geschichte der Medicin und der epidemischen Krankheiten*, Band II, p. 585 schreef: „Es wurden durch die Sturmfluth „von 3 Februar 1825 in Flandern, Holland, West- und Oost-„Friesland, Oldenburg u. s. w. viele Hunderte von Quadrat-„meilen in einen ungeheueren Morast verwandelt, von welchem „in dem heissen Sommer des nächsten Jahres faulige Dünste „im weitesten Umfange sich verbreiteten" ... en verder: „Hät-„ten westliche und südwestliche Winde geweht, so wären die „giftigen Dünste in das Meer getrieben worden; so aber war „die Atmosphäre fast regungslos, und die seit dem 20sten März „1826 sich erhebenden nördlichen und nordöstlichen Luft-„strömungen dienten nur dazu, die Malaria von ihrer Ursprungs-„stätte in das Innere des Landes zu verwehen." Die „gifti-„tigen Dünste" waren geen objecten van waarneming, en wat HAESER hier uitspreekt is niets dan eene hypothese.

Het onwraakbare bewijs voor eene verbreiding zou slechts geleverd zijn, wanneer die verbreiding geschiedde in eene streek, waar de plaatselijke omstandigheden op zich zelve geen aanleiding konden geven tot eene epidemie, zoodat men gedwongen werd de oorzaak in een invloed te zoeken, die van elders was overgebragt.

Het bewijs, dat geleverd worden kan, is slechts uit de statistiek te ontleenen. Maar uit den aard der zaak zijn de statistische gegevens onvolledig. Immers de numerieke opgave van het aantal koortslijders wordt slechts zelden door de practizeerende geneeskundigen geleverd; hoogstens kan men die verwachten van de geneesheeren, die door het gemeentebestuur aangesteld of aan instellingen ter verpleging van zieken verbonden zijn.

Omdat langs dezen weg geen voldoende gegevens kunnen verkregen worden om de uitbreiding der epidemieën met juistheid te leeren kennen, hebben wij getracht op indirecte wijze dit doel te bereiken door middel der sterfte-statistiek. Waar eene grootere sterfte in het jaar der epidemie en het daarop volgende voorkomt, mag men, uit eene belangrijke verhooging van het sterfte-cijfer, na aftrekking van het deel, dat

andere epidemische ziekten daaraan hebben, tot de hevigheid der epidemie besluiten; al kan men omtrent den tijd van haar eerste optreden in de verschillende plaatsen met deze methode geen zekerheid verkrijgen.

De vrij talrijke epidemiologische geschriften, die in ons land na 1842 zijn verschenen, geven wel eene te waardeeren aanwijzing omtrent den aard en het optreden der epidemieën die sinds dien tijd hebben geheerscht, maar zij stellen ons niet in staat om over de uitbreiding der malaria-epidemieën en hare hevigheid op verschillende plaatsen een juist oordeel te vellen. Dat voor vroegere jaren de daarvoor noodige gegevens nog veel meer te wenschen overlaten, ligt voor de hand.

Bevreemden kan het nu niet in het rapport van de heeren PENN en LUBACH te lezen, dat hunne geschiedkundige nasporingen tot geen voldoende uitkomsten geleid hebben. Op blz. 158 van hun rapport leest men: „Voor zoover ons „de middelen daartoe ten dienste stonden, en de tijd, waarover „wij te beschikken hadden, dit toeliet, hebben wij naauwkeu„rig nagegaan, welke malaria-ziekten in ons vaderland (waar„omtrent wij de meeste gegevens vonden), in de 16e, 17e, „18e en 19e eeuw epidemisch geheerscht hebben, en of die „epidemieën zamenvielen met de uitvoering en voltooijing „van belangrijke droogmakerijen of wel met voorafgegane over„stroomingen, die men na het afloopen en uitmalen van het „water, in hare gevolgen met droogmakerijen vrij wel gelijk „kan stellen.

„Wij hebben de feiten, daarop betrekkelijk, in een overzigt „verzameld, waarin wij echter alleen datgene hebben opgeno„men, wat *eenigermate* voor het gevaar van droogmakerijen „enz. zou kunnen pleiten.

„Dat onderzoek heeft, wij moeten het erkennen, niet tot „een afdoend resultaat geleid. Mogen al verschillende epide„mieën van malariaziekten zamenvallen met tijdvakken, waarin „indijkingen of droogmakerijen hebben plaats gehad, het valt „niet te ontkennen, dat zeker vrij wat standvastiger *de drooge „heete zomers*, zonder, zoowel als met voorafgaande droogma„kerijen of overstroomingen, met die ziekten gepaard gingen.

„Wij zullen in het bijzonder de feiten uit de 16e, 17e en

„18e eeuw, hoezeer onderscheidene daarvan schijnen te pleiten „voor het verband van malariaziekten met droogmakingen in „het algemeen, volstrekt toch niet als bewijzen kunnen doen „gelden ten aanzien van eenige bepaalde epidemie. Die feiten, „met hoeveel zorg ook door ons nagegaan, zijn ons daarvoor „niet in genoeg bijzonderheden bekend. Slechts enkele uit „de 19e eeuw leveren te dien opzigte iets meer, zooals de „hevige en uitgestrekte epidemie van 1826, die door hare ver„spreiding juist in de in 1825 overstroomde landstreken, naar „de algemeene overtuiging der deskundigen, met die overstroo„ming in verband moet gebragt worden."

Zoozeer wij in het algemeen aan deze beschouwingen van de Heeren PENN en LUBACH ons zegel hechten, mogen wij toch niet nalaten daarbij de opmerking te voegen, dat onder de schrijvers, die voor verschillende plaatsen die epidemie op grond hunner eigen waarneming beschreven hebben, toch niet die eenstemmigheid heerscht. Wij verwijzen slechts op hetgeen door G. J. MULDER en D. M. A. ROELANTS uitdrukkelijk verklaard wordt in hunne *Bijdrage tot de Geschiedenis der thans in ons vaderland heerschende ziekten*, 1826. „Wij gelooven niet, dat de „in 1825 op vele plaatsen ontstane overstrooming in eenig „onmiddellijk verband met de thans heerschende ziekte kan gebragt „worden, daar er vele plaatsen zijn, die niet overstroomd zijn „geweest, en echter vele ziekten hebben opgeleverd, b. v. Hoorn. „en er integendeel andere gevonden worden, die geheel over„stroomd waren, en echter geen ziekte van aanbelang hebben „doen ontstaan, b. v. Broek in Waterland." Van deze laatste gemeente wordt dit door de sterftecijfers bevestigd, die de Burgemeester van Broek in Waterland ons welwillend verschafte: voor de jaren 1821—25 bedraagt het aantal der overledenen 42 + 50 + 33 + 25 + 26 = 176, voor de jaren 1826—1830 bedraagt het 33 + 33 + 23 + 47 + 36 = 172, zonder de dood geborenen. Er is dus geen verhooging van het sterftecijfer waar te nemen.

Raadpleegt men de geschriften uit dien tijd, waarin de epidemieën worden beschreven, dan vindt men zeer breede beschouwingen over den invloed van de heete luchtgesteldheid op het menschelijk organisme, maar bewijzen op een

statistisch onderzoek berustende zochten wij er te vergeefs. Het zijn slechts verklaringen op individueele meeningen steunende. Waar op het verband dier epidemieën met de voorafgaande overstroomingen in latere werken gewezen wordt, (zooals bij HIRSCH, *Historisch geographische Pathologie*) geschiedt dit bijv. op gezag van THOMASSEN À THUESSINK, en toch vindt men bij THUESSINK niets meer dan eenige algemeene beschouwingen, en geen bewijs. — Men zou ons verkeerd begrijpen, indien men meende, dat wij, op grond van het aangevoerde, dien invloed der overstroomingen wilden ontkennen. Wat wij onder de aandacht wenschen te brengen is: dat bij de schrijvers van dien tijd geen streng onderzoek naar dien invloed gevonden wordt; dat bij de beschrijvingen telkens op de locale oorzaken van stagneerend water, van onreine riolen, slechte afwateringen enz. verwezen wordt; dat blijkbaar de werking van de groote hitte op het organisme door hen van bijzondere beteekenis wordt geacht, en dat het denkbeeld eener verbreiding der epidemie buiten het punt, waar de ziekte zich plaatselijk ontwikkeld had, zeker bij de schrijvers van dat tijdvak geen bijzonderen steun vindt.

Voorts wordt in het rapport van de Heeren PENN en LUBACH melding gemaakt van de epidemie, die in 1857—1859 in Amsterdam, Haarlem en Zaandam geheerscht heeft. „De jaren „1855 en 1856, die in het algemeen in Nederland weinig „koortsziekten opleverden, maakten voor het Haarlemmermeer „en omstreken, voor Haarlem, Zaandam en Amsterdam, eene „opmerkenswaardige uitzondering en het vermoeden ligt dus „niet ver," zoo lezen wij blz. 161, „dat die droogmaking, die „eerst in 1860 bij eene volledige bemaling volbragt kon „heeten, de epidemie van 1857—1859 voor die omstreken „heviger kan gemaakt hebben, dan zij zonder die droogmaking „voor die streken zou geweest zijn." In het epidemiologisch jaarverslag voor 1855, geschreven door Dr. WAARDENBURG, vindt men dezelfde bewering omtrent den gunstigen staat der gezondheid in dat jaar: „het jaar 1855 leverde weinig koortsziekten „op, doch maken eene uitzondering daarop Amsterdam, Zaan„dam en de Haarlemmermeer-polder." Raadpleegt men evenwel den inhoud van het verslag, dan blijkt dat in Enkhuizen,

het geheele jaar door, vele anderendaagsche en derdendaagsche koortsen voorkwamen, meestal onder den minderen stand; te Utrecht namen de koortsen in het najaar sterk toe en begonnen de voorjaarskoortsen al vroeg; in Zeeland wordt op vermeerdering der koortsen gewezen, enz. Was dus het jaar 1855 niet zoo geheel gunstig te noemen, dan vervalt daarmede de gevolgtrekking, afgeleid uit de vergelijking van dit jaar met 1857 en de beide volgende jaren.

Wij brengen hierbij in herinnering dat 1854 als een koortsjaar voor verschillende plaatsen van Noord-Holland wordt bestempeld. Met name worden genoemd Zaandam en Enkhuizen als vroeger, Haarlem en Hoorn als later aangetast. Van Enkhuizen lezen wij in het provinciale verslag, dat zich tegen het eind van Augustus de epidemie eensklaps openbaarde, die zich als het ware in een oogenblik over de geheele stad en het noord-oostelijk gedeelte van het ressort uitstrekte en tot in de maand November aanhield.

Daar intusschen dit punt van zulk een overwegend belang geacht moet worden, hebben wij gemeend de gevolgen van de droogmaking van het Haarlemmermeer aan een opzettelijk onderzoek te moeten onderwerpen; hetgeen daarom te meer gevorderd mag worden, omdat wij hier althans over meerdere en betere gegevens kunnen beschikken, wel is waar niet betreffende het ziekte-cijfer, maar toch voor de sterfte-statistiek. Wij hebben te dien einde de omgeving van het Haarlemmermeer verdeeld in strooken, die elk slechts eenige gemeenten bevatten, en daarvoor de jaarlijksche sterftecijfers op 1000 inwoners berekend.

Voor Noord-Holland: *de Duinstreek*, met de gemeenten Wijk aan Zee en Duin, Velsen, Bloemendaal, Zandvoort en Schoten; de *Noordkant van het IJ* met de gemeenten Ransdorp, Schellingwoude, Nieuwendam, Buiksloot, Landsmeer, Oost- en West-Zaan, Assendelft en Beverwijk; *de Westrand van het Haarlemmermeer* met Spaarndam, Spaarnwoude, Houtrijk en Polanen, Haarlemmerliede, Zuidschalkwijk, Heemstede en Bennebroek; *de Oostrand,* met de gemeenten Sloten, Aalsmeer en Leimuiden; *de Amstelstrook* met de gemeenten Uithoorn, Nieuwer- en Ouder-Amstel, Watergraafsmeer en Diemen; *de*

Weesperstrook met de gemeenten Weesp, Weespercarspel, Muiden, Ankeveen, Nederhorst den Berg, Kortenhoef en Naarden, eindelijk *'t Gooi* met de gemeenten Huizen, Bussum, Blaricum, Laren, 's Graveland en Hilversum.

Voor Zuid-Holland zijn die strooken: *de Duinrand* met de gemeenten Voorhout, Noordwijk en Noordwijkerhout, *de Westrand van het meer* met Lisse, Hillegom en Sassenheim, *de Zuidhoek van het meer* met Alkemade, Rijnsaterwoude, Warmond en Woubrugge; *de Rijnstreek* met de gemeenten Oudshoorn, Rietveld, Aarlanderveen, Alphen, Bodegraven, Koudekerk en Leijderdorp en eindelijk *de Nieuwkoopsche groep*, die de gemeenten Nieuwkoop, Nieuwveen, ter Aar en Zevenhoven omvat. De gemeenten *Zaandam, Haarlem* en *Leiden* zijn afzonderlijk opgegeven. Evenzoo de gemeente *Haarlemmermeer*, die sinds 1856 als afzonderlijke gemeente is erkend.

In Tabel I vindt men de jaarlijksche sterftecijfers voor de genoemde strooken opgegeven voor de jaren 1840—1874. Bij enkele kolommen ontbreekt het eerste, bij enkele andere het laatste jaar. Bij het berekenen der sterftecijfers is de toeneming der bevolking in aanmerking genomen. Voor de gemeenten in Zuid-Holland gelegen en voor de gemeente Haarlemmermeer werden de jaarlijksche bevolkingscijfers gebruikt; voor de andere werden de bevolkingscijfers van 1840, 1851, 1862 en 1872 als de meest betrouwbare gekozen en door berekening der gemiddelden werden bevolkingscijfers voor kleinere groepen van jaren verkregen.

Voor de gemeenten in Noord-Holland werd van het absolute sterftecijfer, zooals dit voor elke gemeente in de provinciale verslagen van 1852 af gevonden wordt (kolom 8 en 9) het aantal der *in* de gemeente gestorvenen, die echter niet tot de wettige bevolking behoorden (kolom 10 en 11) afgetrokken, omdat al de arbeiders, die tijdens de droogmaking van het meer en de eerste ontginning der nieuwe gronden in den polder gestorven zijn, in de registers der omliggende gemeenten zijn ingeschreven, zelfs nog nadat de Haarlemmermeer als afzonderlijke gemeente werd erkend. Voor de gemeenten in Zuid-Holland was dit niet mogelijk bij gebrek aan de noodige opgaven;

voor de gemeenten in Noord-Holland ontbraken daartoe de gegevens vóór 1852. In de meeste provinciale verslagen wordt de gespecificeerde opgave der gestorvenen voor elke gemeente slechts gevonden na het jaar 1852 of 1853, in Zuid-Holland eerst na het jaar 1864. Wij zouden de in Tabel I vereenigde sterftecijfers dan ook niet zoo volledig hebben kunnen opgeven, zoo ons niet op welwillende wijze de ontbrekende gegevens waren verstrekt.

Wij hebben van de sterftecijfers het aantal der aan cholera en pokken overledenen zooveel mogelijk afgetrokken.

Ter vergelijking geven wij in Tabel II de jaarlijksche sterfte voor verder afgelegen gedeelten van het rijk. Wij kozen daarvoor de provincie Zeeland, een gedeelte van de provincie Friesland en een gedeelte van de provincie Groningen. Wij hebben buitendien voor de provincie Zeeland de jaarlijksche sterfte voor het zuidelijk gedeelte, namelijk O. en W. Zeeuwsch Vlaanderen, en de eilanden N. en Z. Beveland over een aantal jaren verzameld, zoo ook voor een gedeelte van Zuid-Holland, namelijk voor den Hoekschen Waard of Beijerland, waarin de gemeenten Nieuw-, Oud- en Zuid-Beijerland, Goudswaard, 's Gravendeel, Heinenoord met Goidschalkoort, Klaaswaal, Maasdam, Mijnsheerenland, Numansdorp, Piershil, Puttershoek, Strijen en Westmaas liggen.

Voor Friesland bepaalden wij ons tot het westelijk en het noordelijk deel der provincie; voor Groningen tot de noordelijke helft. In dit gedeelte der provincie Friesland liggen de gemeenten: Baarderadeel, Barradeel, 't Bildt, Bolsward, Dantumadeel, Dokkum, Doniawerstal, Ferwerderadeel, Franeker, Franekeradeel, Gaasterland, Harlingen, Haskerland, Hemelumer Oldephaart en Noordwolde, Hennaarderadeel, Hindelopen, Idaarderadeel, Kollumerland en Nieuwkruisland, Leeuwaarderadeel, Lemsterland, Menaldumadeel, Oostdongeradeel, Rauwerderhem, Sloten, Sneek, Stavoren, Utingeradeel, Westdongeradeel, Wonseradeel, Workum, Wijmbritseradeel en IJlst.

In het noordelijk deel van Groningen liggen de gemeenten: Adorp, Aduard, Appingadam, Baflo, Bedum, Beerta, Bierum, Delfzijl, Eenrum, Ezinge, Finsterwolde, Grijpskerk, Hoogkerk, Kantens, Kloosterburen, Leens, Loppersum, Middelstum, Mid-

wolde, Nieuweschans, Nieuwolda, Oldehove, Stedum, ten Boer, Termunten, Uithuizen, Uithuizermeeden, Ulrum, Usquert, Warffum, Winsum, 't Zandt en Zuidhorn. Voor het platte land en de stad Groningen zijn de sterftecijfers buitendien afzonderlijk opgegeven. Wij lieten de overige gedeelten dier provinciën buiten rekening, omdat daar de malaria-ziekten slechts bij uitzondering voorkomen en wij met de omgeving van het Haarlemmermeer die streken wenschten te vergelijken, waarin de malaria-ziekten endemisch zijn. In deze Tabel zijn voorts de sterftecijfers voor Noord-Holland, voor de noordelijke en de zuidelijke helft dier provincie en voor Amsterdam opgegeven. Ook hier werd rekening gehouden met de toeneming der bevolking. In Tabel III zijn de gebruikte bevolkingscijfers te vinden. De levenloos aangegevenen werden ook in Tabel II van de sterftecijfers afgetrokken. Bij gebrek van afzonderlijke opgave der doodgeborenen werd echter voor de jaren 1840– 51 voor Zeeland 2.4 van de bruto sterftecijfers op 1000 berekend, afgetrokken, waardoor trouwens slechts kleine fouten kunnen veroorzaakt zijn. Het aantal der aan pokken gestorvenen werd niet afgetrokken; het aantal der aan cholera gestorvenen alleen voor den Hoekschen Waard.

Bij de beschouwing der twee eerste tabellen valt onmiddellijk in het oog, dat elke provincie, elke kleinere landstrook en elke stad haar eigen gemiddeld sterftecijfer heeft. In sommige kolommen komen in het algemeen hoogere, in andere lagere sterftecijfers voor, en al bestaan er enkele uitzonderingen, in het algemeen mag men zeggen, dat in het vrij groote tijdsverloop, waarover de sterftecijfers zijn opgegeven, de relative verhouding der sterfte-cijfers voor de verschillende strooken vrij constant blijft.

In de tweede plaats valt op te merken, dat in alle kolommen zich enkele jaren of groepen van jaren door hooge sterfte-cijfers kenmerken. Zoo met name 1842, 1846—1848, 1855, 1857—59. Vooral in de tweede Tabel komen ook in de latere jaren nog hooge cijfers voor, die intusschen voor een deel aan de epidemieën van cholera en pokken zijn toe te schrijven. Raadpleegt men nu de epidemiologische verslagen, dan blijkt,

dat de opgenoemde door hooge sterftecijfers gekenmerkte jaren met de hevige epidemieën van malariaziekten zamenvallen.

De verhooging der sterftecijfers in die jaren is echter niet overal even groot. De sterkste verhooging vindt men in den Hoekschen Waard, de stad Groningen, de Amstelstrook en voor de jaren 1857—1859 juist in de streken, die in de onmiddellijke nabijheid van het Haarlemmermeer gelegen zijn.

De sterftecijfers voor de gemeente Haarlemmermeer zijn in de jaren 1856—1859 de hoogste van allen, na dien tijd nemen zij zeer snel aanzienlijk af en komen in de jaren 1863—1867 op eene gemiddelde hoogte van circa 33 op 1000 inwoners, om daarna nog verder te dalen. In 1869, 1871 en 1874 onderscheidt het sterfte-cijfer zich naauwelijks van dat van het Zuidelijke gedeelte van Noord-Holland en alleen in 1872 wordt nog een grooter cijfer bereikt, dat echter het sterfte-cijfer van het zuidelijk gedeelte der provincie maar weinig overtreft,

Om den mogelijken invloed van de droogmaking van het Haarlemmermeer op de sterfte beter te kunnen nagaan, hebben wij de gemiddelde cijfers berekend van groepen van jaren voor de landstrooken en de gemeenten in de eerste Tabel vermeld, met bijvoeging van den Hoekschen Waard en Amsterdam. De uitmaling van het Haarlemmermeer had plaats 1849—1851, terwijl eerst in 1860 de geregelde bemaling was verkregen. Wij hebben daarom het geheele tijdsverloop 1840—1874 verdeeld in 9 jaargroepen en wel van 1840—42, 1843—45, 1846—48, 1849—51, 1852—56, 1857—59, 1860—64, 1865—69 1870—74. Bij die verdeeling blijven juist de epidemie-jaren 1846—48 en 1857—59 in afzonderlijke groepen vereenigd en zijn de onderscheidene tijdperken van het werk, de tijd daarvóór en de tijd daarnà in genoegzaam overeenkomstige jaargroepen ingedeeld. Wij geven de zoo verkregen cijfers in Tabel IV.

Onmiddellijk springt in het oog, dat de twee kolommen, waarin die epidemiejaren zijn begrepen, de hoogste cijfers bevatten. Alleen voor den duinrand in Zuid-Holland zijn ook in die jaren de cijfers vrij laag, wat op eene geringere hevigheid dier epidemieën daar ter plaatse wijst. In de gemeenten in den duinrand gelegen komen koortsen dan ook steeds in veel mindere mate voor.

De eerste epidemie is in de vier strooken, die de Haarlemmer meer onmiddellijk begrenzen, blijkbaar minder hevig geweest dan de tweede. Wat de overige streken betreft, komen er in enkele voor de tweede, in enkele voor de eerste epidemie hoogere cijfers voor. Zoo leverde in den Hoekschen Waard de eerste epidemie hoogere cijfers op. De hooge sterfte in de jaren 1846—1848 werd zeker te regt voor een deel aan het mislukken van den aardappelenoogst geweten. De bevolking van den Hoekschen Waard vindt in het verbouwen van aardappelen een hoofdmiddel van bestaan en het mislukken van den oogst in die jaren moet daar dus dubbel nadeelige gevolgen hebben gehad. Die jaren van gebrek hebben zonder twijfel, gelijk dat reeds destijds werd in 't licht gesteld, ook voor eene bevolking als die van Amsterdam eenen verderfelijken invloed gehad, die zich in de sterfte-cijfers moest openbaren. Ook in de Amstelstrook waren de sterfte-cijfers in de jaren 1846—48 aanzienlijk hooger, in den Noordkant van 't IJ slechts weinig hooger dan in de jaren 1857—59. Daarentegen zijn de cijfers voor den Duinrand N.-Holland, de Rijnstreek, de Nieuwkoopsche groep, de Weesperstrook en het Gooi tijdens de tweede epidemie hooger dan tijdens de eerste. Voor Zaandam, Haarlem, Leiden en den duinrand in Z.-Holland zijn geen noemenswaardige verschillen in de sterfte-cijfers voor de beide epidemieën op te merken. Bij het vergelijken der sterfte-cijfers mag men niet over het hoofd zien, dat de cijfers der bevolking minder naauwkeurig dan die der absolute sterfte te vinden waren, waardoor alligt in de berekende sterfteverhoudingen een fout van één pro mille insluipen kan.

Voor het platteland van Groningen zijn, evenals voor de stad Groningen, de sterfte-cijfers voor de tweede epidemie hooger dan voor de eerste; voor Zeeland ziet men het omgekeerde. Voor de Noorderhelft van Noord-Holland zijn de sterfte-cijfers tijdens beide epidemieën gelijk te noemen. Zooals wij boven reeds opmerkten, is voor de randen van de Haarlemmer-meer met name voor den Westrand in Zuid-Holland en den Zuidhoek een aanzienlijk verschil tusschen die sterfte-cijfers niet te miskennen. De hoogere sterfte tijdens de tweede epidemie daar ter plaatse kan wel niet anders als met de droogmaking van

het Meer in verband gebragt worden. Eenen schadelijken invloed op den gezondheidstoestand in de aangrenzende streken zou de Haarlemmermeerpolder evenwel nog meer hebben moeten uitoefenen gedurende de jaren 1852—56, de tijdruimte van het eerste droogvallen der gronden tot aan het verkrijgen van eene trouwens nog gebrekkige bemaling. Gedurende dien tijd toch verkeerden de nieuwe gronden gedeeltelijk nog in moerassigen toestand: de stand van het water was nog niet geregeld. De bebouwing der gronden was echter reeds op ruime schaal begonnen en de nieuwe gemeente Haarlemmermeer telde reeds 3000 inwoners. In den polder heerschten wel koortsen; — de gemeente Haarlemmermeer had in 1856 eene sterfte van 50 pro mille, — maar voor de omgeving zien wij gedurende het tijdperk van 1852—56, met uitzondering van den Oostrand, geen verhooging in de sterftecijfers. Dat trouwens in de meeste gemeenten, die aan het Meer gelegen zijn, de sterfte door malaria verhoogd werd, kan niet bevreemden, wanneer men bedenkt, dat de bewoners dier gemeenten voor een deel op de pas ontgonnen landerijen hun werk vonden.

Het is noodig hier nog op eene bijzondere omstandigheid te wijzen. Aan de naaste grenzen van het meer werd de verveening al zeer spoedig in streken, waar zij vroeger niet vergund was, aangevangen. Geen verveening toch werd door Rijnland toegestaan vóór dat de waterspiegel van het meer minstens één el door de uitmaling verlaagd was. Het veen werd meestal droog gestoken, doch ook met opgepompt water tot slik vermengd en alzoo nat bewerkt. Dat die werken eene belangrijke uitbreiding hadden, kan daaruit blijken, dat in 1856 voor één ton gouds werd verveend en in 1857 voor twee tonnen gouds in de streken, waar vroeger de verveening verboden was. Hierbij bedenke men, dat de arbeid in dezen bodem, die voor het eerst in verveening gebragt wordt, gelijkgesteld mag worden met de aardwerken, die blijkens de ondervinding als zeer schadelijk voor de gezondheid moeten aangemerkt worden.

Het zou echter de vraag kunnen zijn, of niet juist de geheele epidemie van de jaren 1857—59 op rekening van de droogmaking van het Haarlemmermeer moet worden gebragt.

Wanneer wij echter zien, dat niet alleen in Noord-Holland maar ook in Beijerland, Zeeland, Friesland en Groningen in hetzelfde tijdperk buitengewoon hooge sterftecijfers voorkomen, dan wordt dit onwaarschijnlijk. Want er bestaat geen voldoende grond om in de droogmaking van het Haarlemmermeer de oorzaak te zoeken voor het heerschen van eene hevige koortsepidemie in de zoo even genoemde op grooten afstand gelegen gewesten.

Ook buiten de grenzen van ons land strekte zij zich uit. Wij hebben aan de Oldenburgsche regering de volledige opgave te danken van de bevolking en de sterfte in vijf gemeenten aan den Jahdeboezem gelegen, gedurende de jaren 1835—74.

In Tabel V zijn die opgaven medegedeeld voor Sande, Neuende en Heppens ten westen, Stollhamm en Seefeld ten oosten van den Jahdeboezem. Daaruit blijkt, dat de koortsepidemieën, die in ons land in 1842, 46—48 en57—59 geheerscht hebben, ook daar niet ontbraken De verhooging der sterftecijfers in de genoemde jaren, is in volkomen overeenstemming met de opgaven omtrent het heerschen van koortsen aan de duitsche noordzeekust, zooals die in de *Morbilitäts-nachrichten* van Stadler te vinden zijn. Die zeer groote uitgebreidheid der epidemie van 1857—59 laat inderdaad niet toe hare oorzaak in de droogmaking van het Haarlemmermeer te zoeken. Evenmin mag men dit beweren voor de epidemie van het jaar 1855, die blijkens de verhooging der sterftecijfers niet minder in de stad Groningen, in de provincie Zeeland, met name in Noord- en Zuid-Beveland, Zeeuwsch Vlaanderen en in den Hoekschen Waard, als in Noord-Holland, de Zuiderhelft dier provincie en Amsterdam geheerscht heeft. De hooge sterfte te Amsterdam in dat jaar komt trouwens voor een goed deel op rekening der cholera.

Ten slotte geven wij ter vergelijking met de latere koortsepidemieën in de volgende Tabel VI voor de jaren 1825, 1826 1827 voor de provincie en de stad Groningen, voor Friesland Zeeland, Noord-, Zuid-Holland, voor Amsterdam, voor de Amstelstrook, de Weesperstrook en het Gooi de sterfte-cijfers voor zoover die te vinden waren. Zij kunnen, in vergelijking met de latere jaren, voor 1825 niet bijzonder hoog worden genoemd,

maar bereiken in 1826 eene aanzienlijke hoogte, zooals die tijdens de epidemieën van 1857—1859 niet gevonden wordt.

Van tijd tot tijd komen in verschillende gedeelten van ons land, vooral in de streken, waarin de malaria-ziekten endemisch zijn, uitgebreide koortsepidemieën voor; zoo is dat geweest in 1826, in 1842, 1846—48 en 1857—59 en men heeft geen recht tot het vermoeden, dat zonder de droogmaking van het Haarlemmermeer, Holland van de koortsepidemieën van 1857—59 vrij gebleven zoude zijn.

Het besluit, waartoe wij, na de overweging van hetgeen door ons aangevoerd is, omtrent den invloed, dien de droogmaking van het Haarlemmermeer op de gezondheid der bewoners van de aangrenzende gewesten gehad heeft, gekomen zijn, is: dat de verbreiding eener epidemie, uitgaande uit den drooggemaakten polder, op zich zelve niet aannemelijk is, daar wij hier te doen hebben, niet met eene besmettelijke ziekte, maar met eene ziekte, die uit de plaatselijke omstandigheden ontstaan, ook aan de plaats gebonden is; dat de feiten, die voor zoodanige verspreiding pleiten, den toets van een streng onderzoek niet kunnen doorstaan; — dat de koortsen zich tot zoodanige landstreken bepalen, die door den aard van den bodem tot het zelfstandig ontstaan van moerasziekten aanleiding geven: — dat de onderstelling, dat eene epidemie op de plaats zelve ontstaan door den invloed van eene epidemie, die elders ontstond, in hevigheid zoude toenemen, bij een naauwgezet onderzoek blijkt op geen voldoende gronden te steunen, wanneer men de geschiedenis der epidemieën en de heerschende ziekten tijdens en na de droogmaking van het Haarlemmermeer naauwgezet en onbevooroordeeld onderzoekt; — en dat dus de schadelijke invloed van de droogmaking van het Haarlemmermeer op de gezondheid der bewoners van verwijderde landstreken onbewezen is; — dat veeleer de uitkomsten van dit onderzoek de gevolgtrekking regtvaardigen, dat die schadelijke invloed zich niet heeft geopenbaard door hevige en lang aanhoudende epidemieën in streken, die op grooteren afstand van de Meer gelegen zijn.

De droogmaking van het IJ levert een belangrijk voorbeeld ter beoordeeling van den invloed van de droogmaking van zout-

water-plassen, en het mag als een merkwaardig feit beschouwd worden, dat dit werk van den aanvang af, zijnde April 1866, tot op het tegenwoordig tijdstip, geen schadelijken invloed op den gezondheidstoestand, noch in de drooggemaakte polders, noch in de aangrenzende gemeenten heeft vertoond; en toch is de arbeid alreede zoo ver gevorderd, dat reeds ongeveer 4200 hectaren zijn drooggemalen, en slechts een betrekkelijk klein gedeelte ter voltooijing van dien arbeid overblijft. Zooals bekend is, begon de droogmaking het eerst aan het westelijk uiteinde in polder I Noord en I Zuid, de eerste in de nabijheid van Velsen en Beverwijk, de tweede in de nabijheid van Spaarndam en Spaarnwoude, en werd, voor de verschillende polders, in de jaren 1869 en 1870 voortgezet: de sluiting der bedijking en het begin van afmaling, met de spoedig daarop gevolgde verkaveling, zijnde de eerste arbeid in het drooge, nam in het jaar 1872 een aanvang en werd in de verschillende polders achtereenvolgend tot op dit jaar voortgezet.

Door den heer DIRKS, hoofd-ingenieur van de kanaal-maatschappij, werden ons met de meeste bereidwilligheid de verlangde inlichtingen verschaft, en ook mededeeling gedaan van hetgeen hem bekend was van den invloed dier werken op den gezondheidstoestand der aangrenzende gemeenten; waaromtrent de verklaring onvoorwaardelijk luidt: dat zij geen nadeeligen invloed gehad hebben. Door het onderzoek op de plaatsen zelve en door de ingewonnen berigten van de geneeskundigen in de voornaamste gemeenten in den omtrek van het IJ, met name van Haarlem, Westzaan, Zaandam, Haarlemmermeer en Sloten, die ons door hen met heusche welwillendheid verleend werden, wordt dit eenstemmig bevestigd. Dr. SCHUIT te Beverwijk, meldt bijv. „noch in de omliggende plaatsen Beverwijk, Velsen „en Assendelft, noch in de thans reeds bewoonde polders ko„men méér gevallen van intermittens voor dan gewoonlijk „worden waargenomen; noch heeft zich de genius epidemicus „van de verschillende jaargetijden, vergeleken met andere jaren, „gewijzigd." Dr. VAN DEN BROECKE van Westzaan onderscheidt in zijne mededeeling twee groepen van bewoners: 1°. de geboren Westzaners, landwerkers, of houtzagers van beroep; 2°. de vreemdelingen, meest Brabanders, bepaaldelijk zich be-

zig houdende met dijkwerk, en in het laatste halve jaar met grondwerk in den nieuwen polder. Onder de eersten kon hij volstrekt niet aannemen, dat zich meerdere ziekten hebben voorgedaan dan vroeger: integendeel zijn de twee laatste jaren uit een gezondheidsoogpunt zeer gunstig te noemen. Wat de tweede groep betreft, daaronder behooren een 150-tal arbeiders, die op de dijken, in keeten woonden, waarvan al zeer weinigen ongesteld zijn geweest; wijders de arbeiders in den drooggemalen polder, ten getale van 380; ook door dezen werd slechts enkele malen zijne hulp ingeroepen, zelfs meerendeels voor andere dan de eigenlijke malariaziekten. Dr. VAN DER BOON te Zaandam schrijft: „Na het jaar 1868 hebben wij hier geen „epidemie van malaria-ziekten gehad, en is na dien tijd telken „jare het getal zieken zeer gering geweest, zelfs minder dan „wij in den regel gewoon zijn; ook niet in de eerste maanden „van het jaar 1875." Het blijkt uit dit alles, dat tot hiertoe de droogmaking van het IJ zich door geen schadelijken invloed op de gezondheid gekenmerkt heeft, en dat integendeel de algemeene gezondheidstoestand in dit tijdvak bijzonder gunstig geweest is. Er kan hier dus geen sprake zijn van verspreiding van een schadelijken invloed.

Wij hebben twee der grootste werken, die van gelijken aard zijn als de droogmakerij van het zuidelijk gedeelte der Zuiderzee en die het naast daar mede kunnen vergeleken worden, als den besten grondslag beschouwd, waarop onze uitspraak omtrent de gevolgen, die van dit werk te wachten zullen zijn, zoude kunnen berusten. Wel is het tijdsverloop sedert de droogmaking van het IJ nog niet lang genoeg om de geschiedschrijving daarvan als afgesloten te beschouwen; maar toch is het van belang op te merken, hoe gunstig dit werk zich tot nu toe onderscheidt ten aanzien van den invloed op den gezondheidstoestand.

Hetzelfde moet gezegd worden van de droogmakerij der in Schieland gelegen Nieuwerkerksche plassen, waarvan tot dusverre geen, uit vermeerderde sterfte blijkbaar, nadeelig gevolg voor de omliggende gemeenten is voortgevloeid. De gemeenten toch, tot wier grondgebied die plassen behoorden of die in de naaste omgeving daarvan gelegen zijn, namelijk Capelle aan den

Yssel, Kralingen, Nieuwerkerk a/d. Yssel, Schiebroek, Krimpen a/d. Yssel, Ouderkerk a/d. Yssel, Bergsche Hoek, Hillegersberg, leveren tot dusverre geen ongunstige sterftecijfers, Tabel VII, op, terwijl ook overigens nopens den gezondheidstoestand harer bevolking geen ongunstige berigten ons ter ooren zijn gekomen. Doch ook hier kan de opmerking herhaald worden, dat de nieuwgewonnen gronden nog pas kort geleden zijn drooggekomen en naauwelijks voor bebouwing geschikt zijn geworden.

Wij achten het noodig nog de aandacht te vestigen op de epidemie van moeraskoortsen (Marschfieber), die bij het aanleggen der havenwerken en den bouw der vesting aan de Wilhelmshaven in den Jahdeboezem van de Noordzee geheerscht heeft. Dr. H. WENZEL heeft in het Vierteljahrschrift für die praktische Heilkunde, herausgegeben von der medicinischen Facultät zu Prag Jahrg. 1870, Band IV, eene hoogst belangrijke en uitvoerige beschrijving geleverd der epidemie, die onder de arbeiders aan die werken geheerscht heeft. Die beschrijving loopt over de jaren 1858 tot 1866, toen die werken hunne voltooijing naderden. Na 1870 is de epidemie (zoo als ons door Professor HIRSCH schriftelijk werd medegedeeld) van jaar tot jaar geringer geworden; in het jaar 1870 (het oorlogsjaar) had men op nieuw eene epidemie. In den zomer van 1875 werden weder uitgebreide uitgravingen gedaan en terstond vertoonde zich eene verheffing der epidemie.

Het aantal lijders aan tusschenpoozende koortsen onder de arbeiders steeg in enkele jaren tot 3000; in meerdere jaren nam de hevigheid der epidemie in die mate toe, dat van de arbeiders het ziekte cijfer tot boven de 33 pCt. steeg, en in sommige maanden tot 47 en 53 pCt. beliep. Wat ons bij de beschouwing van de epidemie aan den Jahdeboezem getroffen heeft, is de omstandigheid, dat wij hier eene epidemie voor ons hebben, die niet door de drooglegging van drassige gronden te weeggebragt werd, maar die ontstond door de omwoelingen in den moerassigen bodem. Wij meenen dit volledig te kunnen staven door hetgeen ons door den Hoogleeraar HIRSCH wordt geschreven: „Die Arbeiten am Jahdebusen sind eigentlich nicht auf eine Trockenlegung des Bodens hingerichtet, sondern

es handelt sich hier — und zwar berichte ich Ihnen darüber, nachdem ich mit Dr. WENZEL darüber gründliche Rücksprache genommen habe — nur um Umwühluugen eines Alluvialbodens, der — das Product des Meeres, — noch in frisch historischer Zeit vom Meere bedeckt gewesen ist."

Dat zoodanige aardwerken inderdaad voor de gezondheid der arbeiders zeer nadeelige gevolgen kunnen hebben, vinden wij door tal van voorbeelden bevestigd; het zij genoeg hiervoor uit den jongsten tijd een paar feiten te vermelden. In 1869 werden van de arbeiders aan de kanaalwerken op Walcheren, tusschen Oost- en Westsouburg en Middelburg, velen door koorts aangetast. Zij werden er te meer door getroffen, naarmate de werkzaamheden, bij vakken aangelegd, meer in de diepte plaats grepen. Op eene gemiddelde getalsterkte van 1133 man kwamen 905 zieken voor, en daaronder niet minder dan 371 koortslijders. Bij het graven van het Noord-hollandsche Kanaal had THYSSEN reeds dezelfde ervaring opgedaan. Niet anders was het bij de werken aan den Jahdeboezem. „Erst im Sommer 1875," zoo meldt Prof. HIRSCH „wurden die Erdumwühlungen in grösserem Maasstabe wieder aufgenommen (es wurde „ein nener Deich geschüttet) und sofort zeigten sich wieder „Erkrankungen an Malaria, und zwar namentlich auch in Häusern von acclimatisirten Familien, welche in der Nähe der „Bodenfläche liegen von der das Material zur Aufschüttung „genommen wurde." — Het feit van die geheel plaatselijke werking verdient zeer de aandacht, en wij willen daarom nog een voorbeeld daarvan aanvoeren uit de epidemie aan den Jahdeboezem ontleend. „Und sicher ist es," zoo lezen wij bij WENZEL, pag. 12, „dass in denjenigen Jahren, wo die Hauptmasse der Arbeiter auf jenem jüngsten Alluvialboden beschäftigt war, der Krankheitsstand eine ähnliche erschreckende „Höhe wie 1858 beibehielt, und dass dagegen in demselben „Maasse, als von 1862—1864 ab diese Werke der Vollendung „sich näherten und andere mehr binnenlands gelegene Bauten „in Angriff genommen wurden, die Höhen der Fieberculminationen abnahmen."

Nog een voorbeeld aan ons land ontleend mag hier eene plaats vinden. In de veenstreek, waarin de gemeenten Nieuw-

veen, Mijdrecht, Uithoorn en Nieuwer-Amstel liggen, komen voortdurend koortsen voor, en zonder twijfel moeten die zeker voor een goed deel aan de verveening worden toegeschreven. Volgens eene mededeeling van Dr. VAN DER HURK te Uithoorn was in de laatste jaren, waarin geen eigenlijke koortsepidemieën voorkwamen, toch steeds in de genoemde gemeente het aantal koortslijders vrij groot. Een zeer groot deel der behandelde zieken, soms ruim 80 percent, waren lijders aan koortsen.

Mag men dus, op grond van hetgeen de ervaring op ruime schaal ons leert, aannemen, dat vooral de graafwerken, meer bepaald in moerassige gronden, een bijzonder nadeeligen invloed op den gezondheidstoestand der arbeiders hebben, het blijkt daarbij tevens, dat het niet zoozeer het graafwerk als wel bepaald de aard van den bodem is, waaruit die invloed moet afgeleid worden, en dat deze zeer plaatselijk is, zoodat, gelijk dit door WENZEL wordt aangevoerd, met het verleggen van den arbeid naar een minder schadelijk terrein, de hevigheid der epidemie afneemt.

Uit het aangevoerde blijkt, dat het droogleggen van gronden onder gunstige omstandigheden plaats hebben kan, zonder dat zich daarbij malariaziekten voordoen. In de drooglegging zelve ligt dan ook niet de eenige grond voor haar ontstaan. Zooals de ervaring leert zijn drooge, heete zomers daarvoor bijzonder bevorderlijk.

Onvoltooide polders leveren de gereedste voorwaarden voor de ontwikkeling van malaria-ziekten. Die ziekten kunnen daar locaal ontstaan, ook als zij elders ontbreken. Maar zij blijven dan tot dezen polder en zijne omgeving beperkt. De ondervinding leert althans niet, dat eene verdere verbreiding te vreezen is. Hare intensiteit hangt, zoo al niet uitsluitend, dan toch voornamelijk, van den aard van den bodem en van de luchtgesteldheid af. Hoe sneller de drooglegging kan voltooid worden, des te geringer is het gevaar; is de volledige bemaling verkregen, dan mag men het als geweken beschouwen. Hoe meer tijd er verloopt tusschen het eerste droogvallen van

gronden en de voldoende bemaling, des te meer kans bestaat er voor de ontwikkeling van malaria-ziekten.

Op de door Zijne Excellentie gestelde vraag: „of de schadelijke uitwasemingen der nieuwe gronden over eene zoo groote uitgestrektheid welligt zeer lang nadeelige terugwerking zullen hebben, althans op de gezondheid ook in de aangrenzende gewesten," meenen wij derhalve te mogen antwoorden, dat naar alle waarschijnlijkheid die nadeelige invloed niet meer te duchten zal zijn, wanneer de volledige bemaling is verkregen en de nieuwe gronden in cultuur gebragt zijn, en dat er geen voldoende grond bestaat voor de vrees, dat malaria-ziekten zich uit den polder of zijne onmiddellijke omgeving over de aangrenzende gewesten zullen uitbreiden.

Maar wij achten ons tevens verpligt er op te wijzen, dat bij de drooglegging van het zuidelijk deel der Zuiderzee in den polder en in zijne onmiddellijke omgeving de malaria-ziekten waarschijnlijk niet zullen uitblijven. Wij herinneren er tevens aan, dat het onderzoek omtrent de gevolgen der droogmaking van het Haarlemmermeer bewezen heeft, dat de destijds heerschende uitgebreide koortsepidemieën in den polder en zijne omgeving eene grootere hevigheid dan elders hebben bereikt. Wat in dien polder waargenomen werd, dat vooral het dras blijven van gronden eenen schadelijken invloed gehad heeft, zal evenzeer van den Zuiderzee-polder gelden. Bij het ontwerpen der droogmaking moeten derhalve al die maatregelen met de meeste naauwgezetheid worden beraamd, die strekken kunnen om zoodanige invloeden te voorkomen of althans zooveel mogelijk te verminderen.

Op die maatregelen in bijzonderheden te wijzen achten wij overbodig, maar wij rekenen het te meer van onzen pligt daarop aantedringen, omdat de gunstige uitkomsten, die de droogmaking van het IJ tot nu toe opgeleverd heeft, niet tot gerust stelling mogen dienen, maar veeleer moeten strekken om dien heilzamen invloed van eene goede regeling van het werk in het licht te stellen.

Het beramen der gepaste maatregelen, reeds van den eersten

aanvang af, zelfs vóór dat het werk begonnen wordt, zal dus pligtmatig zijn, indien tot de uitvoering wordt besloten.

Met het oog op den omvang der te nemen maatregelen en op de groote gezondheidsbelangen die op het spel staan, ware het welligt wenschelijk eene sanitaire commissie te benoemen, welke in het naauwste verband met de directie, waaraan de uitvoering van het werk opgedragen is, haren invloed kan doen gelden, niet slechts tijdens de uitvoering, maar reeds bij de beraming van al hetgeen tot het werk der droogmaking betrekking heeft.

TABEL I.

Sterfte o

	Noordkant van het IJ.	Zaandam.	Duinrand. N.-Holl.	Haarlem.	Duinrand. Z.-Holl.	Leiden.	Westrand. N.-Holl.	Westrand. Z.-Holl.
1840	20.4	23.7	18.1		24.6		17	30
1841	21.6	23.6	19.2	28.4	25.9	25.6	24.3	19.9
1842	30.8	29.1	28.9	34	33.9	31	28.2	26.1
1843	28	33.5	20	29.5	17.7	22.9	27.7	23.9
1844	25.3	33.8	17.6	25.6	20.2	27	23.2	23.5
1845	23.8	20.5	24.9	25.1	20.9	29.4	27.6	21.1
1846	36	38.5	27.2	32.5	20.9	36.4	31	36.1
1847	34.9	42,9	23.4	34.5	24.7	40	33.7	29.2
1848	30.4	33.4	23.7	31.2	33.3	36.1	29	30.3
1849	26.6	29.7	21.4	27.2	25.7	22.3	28.2	26.6
1850	22.2	21.9	18	23.	17.4	22.4	20	23.9
1851	19.5	22.9	23	24.4	31.3	28.5	12	21.3
1852	22.5	24.6	19	21.4	31.9	27.2	20.3	31.7
1853	20.8	27.7	17.3	21.6	20.5	28	19.3	18.6
1854	25.9	25.5	25	24	20.5	28.3	21.7	33.5
1855	25	33.1	18.7	28.8	32.1	36.8	24.8	29
1856	21	31.8	17	27	20.3	25	23.8	18.9
1857	32.7	44.8	30	32.2	25.3	32.5	36	47.9
1858	34.7	42.7	32.2	33.8	26.2	35.1	39.5	38.6
1859	26.4	24.8	31.6	35.9	24.6	42.4	31.3	39.5
1860	26.6	30.4	24	26.1	17.8	26.6	30	29
1861	21.4	23.6	26.1	29.1	22.3	27	25.6	32.4
1862	23.6	20	23.7	23.3	24.5	23	18.5	25.9
1863	20.5	17.5	18.5	22.1	22.3	27	23	29.4
1864	24	22	21.1	23.8	22.7	28	22.6	28.6
1865	20.7	23.7	24.2	24.8	35.2	27.6	28	28.9
1866	24.6	27.8	32	24.8	21.1	25	24.4	27.3
1867	27.1	23.6	27.3	22.8	18.3	25	22.4	24.9
1868	28.5	30.5	32.8	33.3	20.7	25.4	30.6	30
1869	24.9	26.4	31	24.6	17.9	25.7	27.8	26.7
1870	24.8	27	27.9	26	24	37.7	20.5	30.5
1871	25.7	23.4	25.6	29.6	25.6	37.1	26.6	23.6
1872	25.9	29.6	26.1	26.5	22.5	27.7	26.5	25.3
1873	22.8	24	21.1	23	19.5	28.8	22.8	27
1874	18.8	21.7	20.2	27.6		28.7	22.5	

00 inwoners.

…meente …arlem- …rmeer.	Zuidhoek. Z.-Holl.	Oostrand. N.-Holl.	Rijnstreek.	Nieuwkoop-sche groep.	Amstel strook.	Weesper-strook.	't Gooi.
	29.8	28.5	27.4	27.3	29	27.1	33.1
	25.3	29.7	30.2	24.5	29.1	24.7	25.9
	28.5	34.9	29.6	36.1	35.6	26.5	36.2
	23.6	30.2	29.9	27.9	32.4	22.7	26.5
	26.5	32	29.4	24.9	32.4	24.5	26.5
	26	26.5	29.1	23.9	31.6	28	31.4
	31.3	41.5	32.4	30.5	49.3	29.4	37.9
	37.2	44.8	35.3	30.2	51.5	38.4	25.8
	36.7	33	41.8	33.5	47.5	35.2	28.9
	33	29.6	34.9	30.6	34.3	25.9	25
	21.6	28.1	24.9	26.9	32.9	24.5	28.8
	29.5	26.1	29	31.9	32.5	25.3	30.8
	30.8	28	30.4	34 6	32.9	30	27.7
	29.9	30	33.5	30	36	27.7	29.4
	29.7	44	28	27.4	33	26.3	27.6
	26.2	39.6	29	34	39.3	29	34.8
50	25.4	35.5	26.8	30.1	30.6	27	27.7
60.5	37.2	43	38.7	31.2	44.9	33.2	41.3
50.3	48.7	49.6	37.2	35.4	47.5	36.3	39.5
64	57.9	46.6	49.6	50	41.9	39.4	35.7
37.6	35.3	33.4	29.2	36.4	27.6	28.3	27.6
38	34.1	33	32.3	31.3	31.9	31.1	31.6
37.3	31	31.9	29.4	34	29.5	26.7	29.4
31.6	33.8	22.9	31.3	31.5	26.9	24.7	27
33.3	28.1	26.8	34.7	30.9	28	27.5	29.7
32.1	31	29.3	33.9	31	26.7	26.7	32.9
34.8	33.6	34.5	29.7	33.6	27.8	24.6	24
31.5	30.4	31.3	31.7	31.5	24.9	27.4	29.8
34.9	30.2	32.2	24.2	30.6	35.1	29.4	33.3
26.6	31.6	30.7	24.7	28.9	30	26.5	25.5
30.5	39.1	29.2	33.8	30.3	32.4	25	28
32.1	34.5	33 2	28.3	28.4	31.1	26	26.8
36.6	34.1	28.8	28.4	26.9	30.5	27.2	31.6
30	25	27.7	31.5	33.4	30.1	28.8	31.6
27.3		26.6			29.8	27.8	29

TABEL II.

Sterfte op 1000

	Noord-Holland.	Amsterdam.	Noorderhelft van Noord-Holland.	Zuiderhelft zonder Amsterdam.	Zuiderhelft zonder Haarl. meer en Amsterdam.	Hoeksche Waard.
1840	26.6	30				
1841	27.1	32.6	20.4	25.2		31.3
1842	30.4	33.5	25	31.7		37.6
1843	27.1	29	24.3	27.7		32.3
1844	27.8	30.7	24.9	27.2		33.9
1845	27.4	29.6	26.7	26.5		33.9
1846	35.5	38.1	33	35.6		51
1847	41.2	46.9	36.9	36.3		52.1
1848	33.5	35.7	31.3	32.4		41
1849	36.7	38.8	31.7	39.7		28
1850	25.2	28.8	20.8	24.4		33.8
1851	24.5	26.3	21	25.8		32
1852	25.9	25.8	25.7	26.3		36.3
1853	26.9	28.9	23.5	27.6		32.6
1854	26.1	26.8	23	29.2		28
1855	33.3	38.7	25.9	31.9		34.4
1856	25.9	25.6	24.5	28.6	28.4	28.9
1857	34.2	31.2	35.1	39.9	39	34.8
1858	35	33.6	32.9	41.2	40.7	43.4
1859	33.7	31.9	32.9	38.5	37	54.9
1860	26.4	24.8	27.1	29	28.6	33
1861	26.1	24.7	25.7	29.7	29	
1862	24.8	23.6	25.5	26.4	25.8	
1863	23.4	22.6	24.3	24	23.4	
1864	25.9	25.2	26.3	26.9	26.2	
1865	24.5	24.1	23.7	26.3	26	35.9
1866	29.3	29.1	26.1	34.2	34.2	30.8
1867	25.9	25.6	25.2	27.7	27.4	38.8
1868	28.5	26	29.2	33	32.7	33.4
1869	25.4	25.5	23.7	27.5	27.4	26 5
1870	25.4	24.2	25.8	27.4	27.2	35.7
1871	31	33.6	25.8	32.9	33	36.3
1872	27.8	27.7	25.3	31.5	30.9	35.5
1873	25.2	25.1	24.4	26.4	25.9	38 3
1874	25	26.4	22.2	26.2	26	28.3

voners in

lelijk van ;gen.	Noordelijk deel zonder de stad Groningen	Stad Groningen.	Westelijk en Noordelijk deel van Friesland.	Zeeland.	N. en Z. Beveland en Zeeuwsch Vlaanderen.
		24.7		26.5	
		26.9		25.1	
		27.5		32.1	
		23.6		31.6	
		24.9		31.7	
		23		25.6	
	25.8	28.4		39.4	
	30.4	35.5		37.4	
	29.9	33.2		30.7	
	22.1	45		29.6	
	18	21		26.6	
	19.5	24		27	
	21.7	25.1	22.7	33	
22.5	21.1	25.7	21.1	28.6	
23	20.6	28.6	21.4	29.1	30.9
25	23	32.4	22.8	33.8	35.4
22.5	21.1	28.1	21.4	29.8	30.4
25.5	26.2	26.7	24.4	32.6	35.1
29.8	30.8	30.7	21.3	33.8	36.1
35.5	32.8	46	35.6	35.9	36.2
31	31.3	30	25.3	24.9	26.7
24.2	23.8	25.1	26	27.6	29.8
23.5	22.7	25.4	24	26.5	27.7
21.6	21.9	20.8	22.4	27.6	28.6
23.5	22	27	24.6	28.8	31.3
25.1	24.7	28.8	23.6	31.7	34.4
30.3	22.4	52.2	21.2	24.3	24.9
19.1	17.8	24.2	19.5	27.2	29
23.2	21.6	26.9	23.7	27.8	28.9
22.4	22.1	25.9	18.7	25.6	25.9
24.6	22.7	29.2	22 6	26.2	27.3
28.2	23.8	38.4	23.2	27.9	30.4
27.5	27.5	27.6	22.7	29.2	30.7
23.9	21.7	29	21.2	24.5	23.7
22.5	21	26	20.9	23.5	23.1

TABEL III.

	BEVOLKING.			
	1840.	1851.	1862.	1871.
Noordkant v. 't IJ. .	12457	13787	14878	15860
Zaandam	11139	11665	12145	12129
Duinrand N.-Holl. . .	6236	6851	8680	10835
Haarlem.	24012	26221	29426	31282
Duinrand Z.-Holl. . .	4210	4864	5318	6019
Leiden	36231	35954	37074	39959
Westrand N.-Holl. . .	4220	4751	5069	5562
Westrand Z.-Holl. . .	4052	4614	5121	5645
Zuidhoek Z.-Holl. . .	6438	7177	7116	7632
Oostrand N.-Holl. . .	5954	6271	6856	7522
Rijnstreek.	12934	13304	14351	15725
Nieuwkoopsche groep.	5516	5853	6089	6907
Amstelstrook	9974	10939	11426	13691
Weesperstrook	10549	9939	10462	11380
't Gooi	11971	13178	14177	15157
	1855.	1860.	1865.	1871.
Gemeente Haarlemmermeer.	3056	7245	9350	11531
	1840.	1851.	1862.	1871.
N.-Holland	443334	488464	554221	587528
Amsterdam	211349	233185	263204	270054
Noorderhelft N.-Holl.	135473	151677	170373	183847
Zuiderhelft N.-Holl. zonder Amsterdam.	96512	103602	120644	133627
		1852	1859.	1869.
Noordelijk deel van Groningen		111491	118825	127384
Noordelijk deel zonder de stad Groningen .		78391	83098	88856
Stad Groningen. . . .	33484	33100	35727	38528
Westelijk en Noordelijk Friesland. . . .		180553	201149	209959
Zeeland.	151358	163318	165533	179436
N. en Z. Beveland en Zeeuwsch Vlaanderen.		89778	89992	99163
	1841.	1851.	1860.	1870.
Hoeksche Waard. . . .	22334	22853	24324	28766

TABEL IV.

Sterfte op 1000 Inwoners in:	1840 tot 1842.	1843 tot 1845.	1846 tot 1848.	1849 tot 1851.	1852 tot 1856.	1857 tot 1859.	1860 tot 1864.	1865 tot 1869.	1870 tot 1874.
Amsterdam.	32.4	30.6	39.8	28.3	29.1	32.3	24.2	26	27.4
Noordkant v. h. IJ.	24.3	25.4	34.5	23	23.4	31.3	23.3	25.2	23.5
Zaandam.	25.4	29.4	38.4	25.1	28.8	37.4	22.7	26.4	25.1
Duinrand N. H. .	22.1	20.2	25.3	20.2	19.3	29.7	21.5	27.1	23.5
Haarlem.		26.4	33.5	25	25.1	33.9	24.8	26	26.6
Duinrand Z. H. . .	28.1	19.6	26.3	24.8	25	25.4	21.9	22.2	22.9
Leiden.	28.1	26.4	37.5	24.4	29.1	36.7	26.3	25.7	32
Westrand N. H. . .	23.2	25.5	32.5	20	22.9	35.6	24	26.2	23.8
Westrand Z. H. . .	25.3	22.8	31.9	23.9	24.4	42	29	27.3	26.5
Zuidhoek Z. H. . .	27.9	25.4	35.1	28	28.4	47.8	32.2	31.4	33.1
Oostrand (met Leimuiden.)	31	29.4	40	28.2	36	46.3	29.6	31.8	29.1
Rijnstreek	29.1	29.5	36.5	29.5	29.5	40.2	31.3	28.8	30.5
Nieuwkoops. groep.	29.3	25.6	31.4	29.8	31.8	39	32.8	31.1	29.7
Amstelstrook. . . .	31.3	31.9	50	33.8	34.7	44.9	28.8	29	30.8
Weesperstrook . . .	26.1	25.2	33.7	25.2	28	36.3	27.7	27	27
't Gooi.	32.1	27.7	30.5	28.2	30	38.9	29	28.9	29.4
Hoeksche Waard. .		33.4	48	31.3	32	44.4		33.1	34.8

TABEL V.

	Sande.			Neuende.			Heppens.			Stollhamm.			Seefeld.		
	Bevolking.	Sterfte.	Promille.	Bevolking.	Sterfte.	Promille.	Bevolking.	Sterfte.	Promille.	Bevolking.	Sterfte.	Promille.	Bevolking.	Sterfte.	Promille.
1835	938	28	29.9	1165	48	41.2	317	22		1281	34	26.6	1408	36	25.5
1836		26	26.9		44	36.5		12			27	20.9		48	33.6
1837	992	25	25.2	1249	28	22.4	312	8		1306	33	25.2	1454	38	26.2
1838		29	29.2		41	32.9		10			29	22.1		33	22.3
1839		24	24.2		39	31.4		11			40	30.5		43	28.7
1840	993	23	23.2	1240	37	29.8	314	5		1311	26	19.8	1521	21	14.5
1841		16	15.9		28	22.4		7			39	29.8		33	21.6
1842		27	26.5		34	27		5			40	29.6		37	24
1843	1031	15	14.6	1265	39	30.8	323	10		1375	39	28.3	1545	31	20
1844		21	20		26	20		5			28	20		30	19.3
1845		28	26.2		24	18		11			43	30.3		25	16
1846	1089	33	30.3	1361	51	37.5	315	10		1446	52	35.9	1570	43	27.4
1847		52	48.6		43	32.3		9			48	33.1		55	35
1848		34	32.1		87	67		12			66	45.1		42	26.6
1849		34	32.7		59	46.2		13			30	20.5		29	18.4
1850	1026	13	12.6	1249	31	24.8	346	5		146[illegible]	38	25.9	1585	39	24.5
1851		17	16.2		37	28.9		2			31	21.1		37	23.3
1852	1074	20	18.7	1309	23	17.6	342	5		1472	26	17.7	1589	35	21.9
1853		24	22.4		30	22.8		7			42	28.6		27	16.8
1854		36	33.6		34	25.7		5			40	27.4		27	16.7
1855	1071	32	30	1330	40	30	299	9		1456	40	27.4	1622	53	32.7
1856		20	18.7		43	31.1		23			31	21.5		21	13
1857		29	27.5		38	27.6		19			38	26.6		45	27.8
1858	1046	24	22.9	1400	48	34.3	576	12		1411	54	38.3	1623	34	21
1859		33	30.8		33	23.2		26			38	26.8		68	43.4
1860		26	25		26	18		26	31		51	35.9		55	35
1861	1021	33	32.3	1463	66	45.1	941	28	29.7	1427	41	28.7	1536	37	24
1862		25	24.2		67	43.8		41	40.1		33	22.8		36	22.9
1863		30	29		52	32.6		54	49		33	22.4		32	19.9
1864	1050	28	26.7	1664	60	36	1180	39	33	1485	40	27	1645	28	17.1
1865		21	19.6		46	26.2		44	30		41	27.7		25	15.2
1866		16	14.7		43	23.3		45	25.4		29	19.6		30	18.3
1867	1117	17	15.2	1931	42	21.7	2057	40	19.4	1474	37	25.2	1641	30	18.3
1868		44	39.5		77	35.1		77	34		37	25.3		31	18.9
1869		40	35.9		82	35.8		86	34.1		65	44.5		41	25.2
1870		37	33.3		64	25.9		87	32		28	19.3		35	21.5
1871	1111	30	27	2650	92	34.7	2926	163	55.6	1441	37	25.7	1625	45	27.8
1872		22	19.9		155	56.5		126	43		44	30.6		43	26.7
1873		36	32.6		59	20.8		66	39.3		40	27.8		39	24.4
1874		33	30		109	37.2		84	50		27	18.9		41	25.8
1875	1099			2931			1684			1433			1574		

(Noot.) Heppens, Neuende en Sande liggen op korten afstand van de Wilhelmshafen. Het vooral in Neuende en Heppens zeer sterk vlotten der bevolking maakt bij gemis aan jaarlijksche bevolkingscijfers de berekening der sterfte op 1000 inwoners onzeker.

Aan den Oostelijken oever van den Jahdeboezem tusschen Stollhamm en Seefeld werd in 1858 begonnen met het leggen van een dam in zee om aanslibbing te bevorderen. In 1871 was dit werk afgeloopen.

TABEL VI.

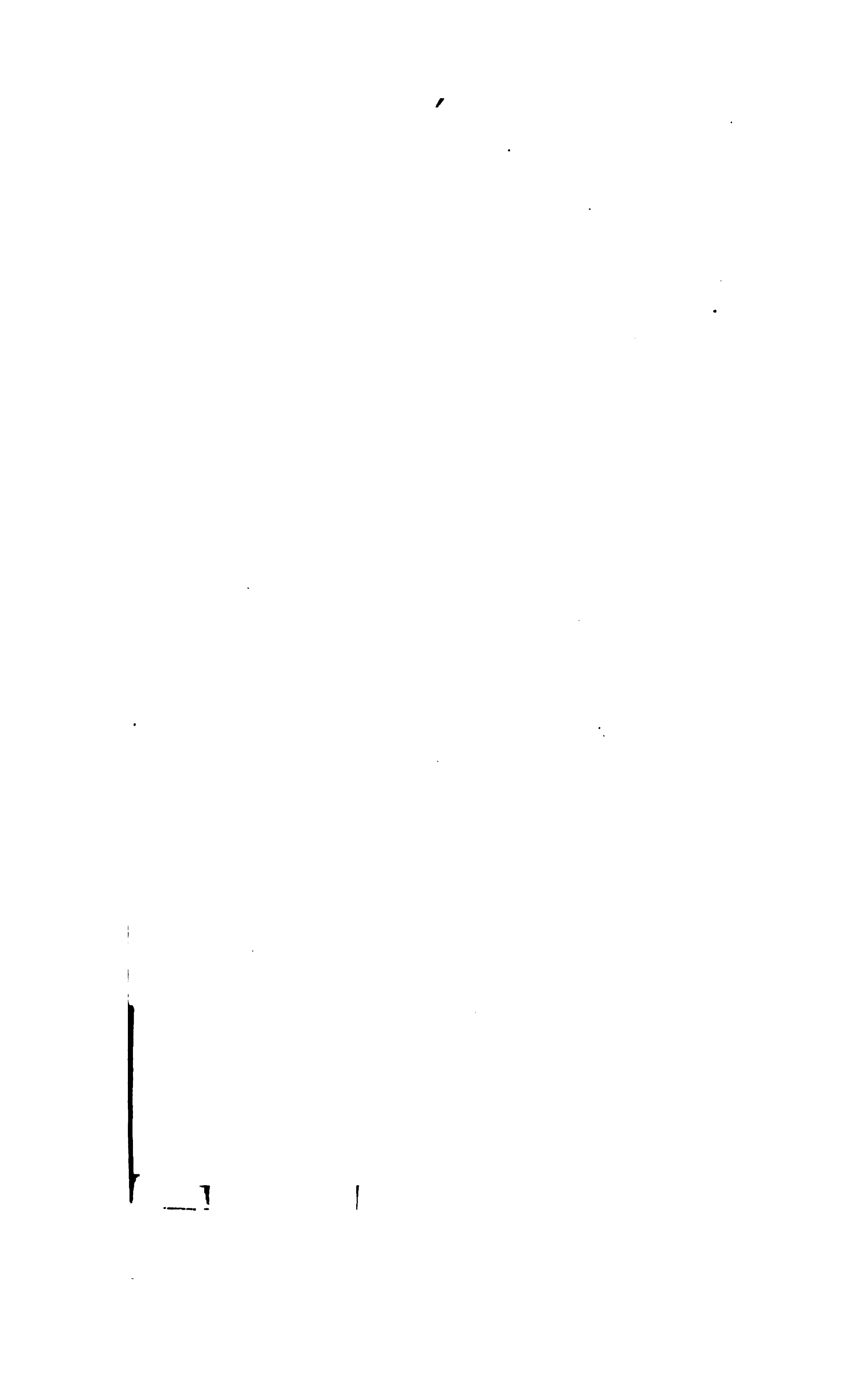
	Sterfte op 1000 Inwoners.		
	1825.	1826.	1827.
Friesland	23	48	35
Groningen	22	48	34
Stad Groningen	28.5	86	43
Noord-Holland	30.9	43	40
Amsterdam	31.3	44	41
Zeeland	32.9	43	39
Zuid-Holland	30	31.8	31.3
Zuidelijke helft van Noord-Holland zonder Amsterdam	33	44.8	
Amstelstrook	34	52	
Weesperstrook	23	36	
't Gooi	33	34.6	

TABEL VII.

	Gemeenten om de drooggemaakte plassen van Schieland.		
	Bevolking.	Sterfte.	Promille.
1865	17697	477	27
1866	17697	480	27.1
1867	18068	617	34.1
1868	18468	459	24.9
1869	19047	417	21.9
1870	19574	517	26.4
1871	20062	526	26.1
1872	19857	563	28.3
1873	20722	562	27.1

TOELICHTING DER PLATEN.

In plaat I en II vindt men den loop der sterfte van de meeste landstreken en gemeenten, die in Tabel I en II vermeld zijn, graphisch voorgesteld. *Amsterdam* komt tweemaal voor; voor plaat I werd van de bruto-sterfte, zooals die in Tabel II is opgegeven, de sterfte aan cholera en pokken afgetrokken. Op plaat I is dus doorloopend de sterfte zonder die aan pokken en cholera voorgesteld, terwijl op plaat II A die aftrekking wel voor de *Rijnstreek* en de *Nieuwkoopsche groep* is gedaan, maar niet voor den *Hoekschen Waard*, waar alleen de cholerasterfte afgetrokken is. Plaat II B en C geven voor de daarop genoemde gewesten de sterfte zonder aftrekking; alleen voor de stad Groningen geeft eene gestippelde lijn de sterfte zonder die aan cholera aan.



BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

IX. W. Snellius, Ph. Lansbergen, Christ. Huyghens over Ludolph van Ceulen.

1. Wij hebben reeds vroeger, in N°. VIII dezer bouwstoffen gezien, hoe WILLEBRORD SNELLIUS R. F. (Rudolphi Filius) à ROYEN [zoo als hij eigenlijk heette], de werken van LUDOLPH VAN CEULEN in het latijn uitgaf, en daarop zelf over dit onderwerp een eigen werk in het licht gaf, zijn „Cyclometricus" [1]). Het is mijn voornemen niet, thans over dezen terecht zoo beroemden Leidschen hoogleeraar in het algemeen te spreken; voor dit oogenblik ten minste, zij het genoeg het een en ander omtrent hem mede te deelen, alleen met het oog op genoemden arbeid.

In dat vorige nummer werd er reeds op gewezen, dat de roem van SNELLIUS wederrechtelijk vergroot is, ten koste van hetgeen rechtmatig aan VAN CEULEN toekwam. Vooreerst was dit geheel onnoodig, omdat onze SNELLIUS op zooveel andere deelen der wis- en natuurkunde zijn naam met grooten roem heeft gevestigd; — men denke slechts aan de wet van SNELLIUS bij de straalbreking, aan het problema van SNELLIUS bij het landmeten; alle uitvindingen van onzen beroemden geleerde, hoezeer daarvan ten onrechte de namen van DESCARTES en POTHENOT plegen verbonden te worden. Maar ook zelfs op het

gebied, dat wij hier te betreden hebben, is zijn naam en zijn fijn analytisch vernuft met grooten lof te herdenken: niet omdat hij ons de methode van VAN CEULEN gaf, maar omdat hij daarvoor eene andere leverde, die tot spoediger benadering voerde.

2. Hij gebruikte daartoe de onregelmatige veelhoeken van $1073741824 = 2^{30}$ zijden, die aan VAN CEULEN slechts 16 decimalen hadden geleverd „meerder als $3\,\frac{1415926535897932}{10000000000000000}$ ende minder als $3\,\frac{1415926535897933}{10000000000000000}$" [Zie Folio 13[1] van VAN CEULEN's „Vanden Circkel, Delf 1596"; zie noot (12) van N°. VIII der Bouwstoffen]; en vond daarmede naar zijne methode een aantal van 34 decimalen. Op blz. 54 van het aangehaalde werk zegt hij daaromtrent.

„Hoc est posita diametro partis unius, tum peripheria ‖ erit minor quam

$$3\,\frac{14}{100},\frac{15926}{00000},\frac{53589}{00000},\frac{79323}{00000},\frac{84626}{00000},\frac{43383}{00000},\frac{27950}{00000},\frac{28958}{00000},$$ ‖

maior autem quā

$$3\,\frac{14}{100},\frac{15926}{00000},\frac{53589}{00000},\frac{79323}{00000},\frac{84626}{00000},\frac{43383}{00000},\frac{27950}{00000},\frac{28293}{00000},$$ ‖

vides itaque usque ad quintum & tricesimum circulum *) ‖ has notas consentire. Ludolphus per inscriptionem & ‖ circumscriptionem hujus ejusdem polygoni duntaxat as- ‖ secutus est hos limites $3\,\frac{1415926535897933}{10000000000000000}$ maiorem, & $3\,\frac{14}{100}$- ‖ $\frac{159265358793 2}{0006000000000}$ (sic) minorem, nos ad tricesimum quartum cir- ‖ culum ex eodem loco produximus. vides itaque nos in ‖ omnibus ultra duplum millesimarum vel circulorum as- ‖ sumprorum (sic) numerum consuetam rationem semper ante- ‖ vertere. Quinimo priusquam Archimedea adscriptione ‖ ad adeò amplos & arctos limites devenias, opus erit longe ‖ ulterius latera adscriptarum continuari. diligentissimus ‖ logista, Ludolphus noster, initio facto à latere quadrati e- ‖ andem inscriptarum

*) Dit is de vijf en dertigste decimaal.

inventionem sexagies continuavit, ad || taxationem diametri quinque & septuaginta circulorum, || & inde demum istos limites nobis summo cum labore ex- || pressit, quos ideò sepulchro suo tanquam exantlato- || rum laborum testes insculpi jussit. ||

$$3\,\frac{14159}{100000},\frac{26535}{00000},\frac{89793}{00000},\frac{23846}{00000},\frac{26433}{00000},\frac{83279}{40000},\frac{50289}{00000}, \quad \|$$

$$3\,\frac{14159}{100000},\frac{26533}{00000}\;(\text{sic})\;\frac{89793}{00000},\frac{23846}{00000},\frac{26433}{00000},\frac{83279}{00000},\frac{50288}{00000}. \quad \|$$

vides ipsum adeo immani labori duntaxat unica nota nos || superare, & nos in tricesimo quarto circulo, illum in tri- || cesimo quinto desinere. ego ex |30 & 31 nostri syllabi nu- || mero ipsum una aut altera etiam nota anteverterem, si di- || ameter, secundum quam inscriptae illae taxantur, duobus || tribusve circulis fuisset auctior. ille enim in priore duntax- || at quatuor & quinquaginta circulorum fuit assumpta. || "

Men ziet hieruit, hoe SNELLIUS, en voorzeker niet ten onrechte, de verbetering, door hem aan de methode van VAN CEULEN aangebracht, niet gering achtte; ja, hij ging noch verder. In zijne opdracht

„ILLVSTRISSIMO PRINCIPI MAVRICIO *Principi Auraico, Comiti Nasso- || viae, Cattimaelibocorum, Moersae, Viandae, || Dietzae, Lingae, Burae, Leerdami: Marchioni || Verae, Vlissingae: Domino & Baroni Bredae, || Gravae, regionis Cuyck, Diestae, Grimbergae, || Arlaei, Nozeroy, S Viti, Daesburgi, Herstal- || lae, &c. Hereditario Vice-Comiti Antvver- || piae & Vesontionis: Provinciarum Foedera- || tarum Belgij Gubernatori, earundumq. Ar- || chistratego, & Achithalasso generali &c.*"

zegt SNELLIUS op de derde bladzijde

„Poteram || equidem & ego tantorum virorum exemplis ab in- || stituto deterreri; cum hac in parte, Archimede exce- || pto nihil cuiquam ex voto successisset, nedum ut il- || lius industriam quispiam superavisset. . . . || . . . . || Nam & limi- || tes circuli perimetro (quod omnino palmarium vi- || debatur) circumposui & eosdem Archimedaeis non || paulo arctiores constitui. . . . || . . . || . . . . quod etsi for- || san meritò haud contemnendum videatur; cum || nunc demum tot exactis seculis novi, & Archime- || daeis angustiores limites sint inventi."

Op dezelfde wijze spreekt hij ook in zijn „Lectori benevolo.” Hier spreekt hij dus, alsof hij met den arbeid van LUDOLF VAN CEULEN geheel onbekend was, dien hij nergens noemt; terwijl hij de naauwkeurige bepaling der bedoelde verhouding aan zich zelven toeschrijft, hoezeer hij zeer wel weet, dat de berekeningen van LUDOLF VAN CEULEN vooreerst de zijne voorafgegaan waren, en daarenboven altijd nog éene decimaal verder gingen. Het is niet wel te verklaren, waarom hij alhier zoo spreekt; maar door deze en dergelijke uitdrukkingen en schattingen is gewis het bovenvermelde minder gunstig oordeel over de wetenschappelijke ontwikkeling van VAN CEULEN in de wereld gekomen; dat naderhand slechts overgenomen en nog versterkt werd, zonder behoorlijk onderzoek en vergelijking der processtukken.

3. Het eerst behandelt SNELLIUS de gewone methode, die ook door LUDOLF VAN CEULEN werd gevolgd, om met verdubbeling van het aantal zijden telkens den omtrek van om- en ingeschreven regelmatige veelhoeken met hetzelfde aantal zijden te berekenen. Na de Propositio XI geeft hij (bladz. 17, 18) op, hoe men door die veelhoeken met

5.2^4, 5.2^5, 5.2^6, 5.2^7, 5.2^8, 5.2^9, 5.2^{10}, 5.2^{11}, 5.2^{13}, 5.2^{14}, 5.2^{15}. 5.2^{16}, 5.2^{17}, 5.2^{18}, 5.2^{19}, 5.2^{20}, 5.2^{21}, 5.2^{22}, $2.^{30}$, 3.2^{31}, $3.5.2^{31}$

zijden telkens

2, 2, 3, 3, 3, 5, 5, 6, 7, 7, 9, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 15, 18, 19

zuivere decimalen van de gezochte verhouding vindt [de enkele drukfouten niet in aanmerking genomen]. Hij laat daarop volgen (bladz. 18)

„Atque haec materia non olim solum Apollonium Per- || gaeum, Philonem Gaditanum, & Claudium Ptolomaeum || quoque: sed hoc seculo etiam Franciscum Vietam, Adri- || anum Romanum & Ludolphum nostrum exercuit, qui omnes Archemedaeam, & Regiam viam ingressi intra inscri- || pti & circumscripti polygoni ambitum circularis periphe- || riae modulum solide concluserunt. reliquorum enim ψευ- || δογϱαφίας nunc missas facio, qui aut à veritatis tramite || longe exorbitaverunt, aut intra minorem & majorem ter- || minum peripheriae modulum conclu-

dere non potuerunt: ‖ id enim solum in hoc genere erat palmarium."

Daarop gaat hij over tot zijne eigene methode, die daarin bestaat, dat hij lijnen of vlakken construeert, waarvan hij aantoont, dat zij of kleiner of grooter moeten zijn dan eenige andere bepaalde lijnen of vlakken; opdat, zoo als hij op bladz 25 zegt,

„Atque ita circuli peripheria intra illos limites quan- ‖ tumvis angustos facile cogi potest, cum inscriptae & cir- ‖ cumscriptae lineae longius inter se distent, quam utraque à ‖ circuli intermedia peripheria. quod etiam numeris ad ean- ‖ dem analogiam omninò explicare perfacile est."

Zijne beide hoofdstellingen zijn de 28ste (op bladz. 42), die in het nederlandsch dus luidt

PROPOSIITIO (sic) XXVIII. Als men op het eene uiteinde van eene middellijn eene raaklijn plaatst en aan het andere uiteinde de middellijn met den straal verlengt; en men dan uit dit punt eene raaklijn (dit kan, zoo als HUYGHENS later bewees, echter ook eene snijlijn wezen) aan den cirkel trekt; dan is het afgesneden stuk van de eerste raaklijn kleiner dan de aanliggende afgesneden cirkelboog.

en de 29ste op bladz. 43.

PROPOSITIO XXIX. Wanneer men op het eene uiteinde van eene middellijn eene raaklijn plaatst, en uit eenig punt van het verlengde der middellijn bij het andere uiteinde eene snijlijn trekt, zoodanig, dat het daaraan grenzende segment elijk zij aan den straal; dan is het afgesneden stuk van de eerste raaklijn grooter dan de aanliggende afgesneden cirkelboog.

Dat SNELLIUS beide stellingen zelf als hoofdzaak beschouwt, kan men opmaken uit zijne woorden op bladz. 45.

„Vides itaque peripheriam intra duos limites ‖ per hanc & antecedentem propositionem obsessam tene- ‖ ri, quorum hic major sit, ille minor. hoc solum porrò restat, ‖ ut quantum facilitatis logistarum abacis hinc accedat de- ‖ inceps calculo explicemus, cujus toedium etiam factionis ‖ aliqua concinnitate in hoc novissimo levare placet."

Allengs tot toepassing overgaande, toont SNELLIUS aan hoeveel sterker benadering hij verkrijgt dan bijv. ARCHIMEDES: de ingeschreven zeshoek levert hem bijv. eerst twee, daarna vier de-

cimalen; terwijl ARCHIMEDES daaruit hoogstens ééne decimaal zoude verkregen hebben. Op bladz. 52 beweert hij

»*Vt semper amplius duplo cha-* || *racterum numero illum* (Archimedem) *antevertamus. ubi illi ad sextum circu-* || *lum ratio dicmetri ad suam peripheriam desinit, nobis ad deci-* || *mum quartum facile excurrat. si ille decimum attingat, nos ultra* || *vigesimum provehamur. atque ita continuo in omnibus majo-ri-* || *bus & minoribus constanti operis processu.*"

Zoo komt hij tot hetgeen in § 2 reeds werd aangehaald, en besluit dit (bladz. 55) met de woorden

"Tantam itaque utilitem (sic), tantamque adeò facilitatem Lo- || gistarum abacis nostrum epichirema inducit. quod tamen || longe minimum mihi videatur, prae istis, quae hinc dein- || ceps postea deducemus."

Daarop gaat hij met zijne methode door, om steeds naauwere ongelijkheden te vinden, bepaalt (bladz. 57) de naauwkeurigheid in aantal decimalen bij de opeenvolgende veelhoeken, geeft (bladz. 70) de waarde van graden, minuten en seconden in deelen van den straal tot tien decimalen en (bladz. 82, 83) een tafel met den titel

»*Latera polygonorum insriptorum quantarum diameter erit:* || 20000,00000,00000."

voor de regelmatige n hoeken, $n = 3$ tot 81 genomen.

4 Zagen wij in N°. VIII der Bouwstoffen, wat SNELLIUS gedaan heeft voor den arbeid van LUDOLF VAN CEULEN in de jaren 1615 en 1619, — en hebben wij hierboven gezien, wat hij zelf werkte over dit onderwerp in 1621; reeds vroeger had SNELLIUS de handschoen opgenomen voor de handelingen van VAN CEULEN tegen onzen PHILIPPUS VAN LANSBERGEN.

Deze toch gaf in 1616 uit zijne "Cyclometicae Novae Libri duo" [2], die later zijn opgenomen in zijne "Opera Omnia" [3]. Maar hij had zijne benadering reeds vroeger bekend gemaakt, want de bedoelde opmerkingen van WILLEBRORD SNELLIUS, die LANSBERGEN zeer openhartig in zijn werk opnam, komen voor in eenen brief van 11 October 1607. Derhalve was SNELLIUS toen reeds bekend met de uitkomsten van LANSBERGEN. De aangehaalde plaats luidt aldus.

"Ex literis Clarissimi, Doctissimique viri || Willebrordi Snellij,

R. F. ad Philippum || Lansbergium. || TVAM verò novam quadraturam non levi- || ter admiror, qui etiam in vastissimis illis nu- || meris tam prope verum collimaris; unde fa- || cilè conjecturam capio, eam vero assidere. || Quod tamen Cl Ludolphum in ratione dia- || metri & peripheriae constituenda hallucina- || tum censes, || haud possum tecum sentire: || neque enim est ratio legittima quam ponis ||
20000000000000000000000ad6283185||3071795864769128. Sed ista
20000000000 || 000000000000 || ad 6283185307179586 || 4769252867 & amplius. Habes numeros tuis majores. Caeterum || verissimè illud notasti omnes Veterum quadraturas in numeris ma- || ximè expediri."

SNELLIUS eindigt dien brief met deze woorden.

„Neque enim decet te Aspendium citharistam imitari, quem omnia intus || canere dicebant, ut tu quoque tibi soli sapias; sed multo magis ut publi- || cè prosis, & Belgici nominis claritatem nunc ad exteros, olim verò ad po- || steros propages. Vale Vir Clarissime, & affectum quo nos hactenus com- || plexus es deinceps porro continuato. Lugduni Batavorum XI. Octobr. || CIↃIↃCVII || Tuus, tibique addictissimus || VVILLEBRORD. SNELLIVS R. F."

5. LANSBERGEN stelt in zijn „CYCLOMETRIAE || LIBER I. || De dimensione circuli ambitus" als grondstelling zijner methode de volgende stelling (bladz. 4, 5).

Indien men den loodrechten straal van een quadrant, en den boog zelven door achtereenvolgende halveering in 2^n deelen verdeelt, en de eindpunten der eerste stukken op den straal en op den omtrek vereenigt; dan snijdt die verbindingslijn van de raaklijn aan het begin des quadrants een stuk af, dat gelijk is aan den afgesneden boog.

„Hoc Theorema" zegt hij „totius Cyclometriae fundamentum continet. || Quare perspicuè explicari, accuratéque demonstrari debet." Doch hierin schiet hij te kort.

Ten einde deze stelling te kunnen toepassen geeft hij eenige tafels, en daaronder ook eene, waarvan hij (bladz. 12) zegt

„Tertius Canon continet subtensas || conplementorum arcuum ad semicir- || culum, qui ex continua bisectione Qua- || drantis

oriuntur, idque in mensura Ra- || dij vastissimi particul. || 100000,00000, || 00000,00000,00000,00000,00000, || 00000, 00000,0. || Quem Canonem sum- || ma industria, atque indefesso labore sup- || putavit logistarum nostri seculi Princeps || *Ludolphus à Collen*, eundemq; abhinc octennium nobiscum perhuma- || niter communicavit."

Deze tafel gaat „ad bisectionem Quadrantis 46m" en geeft 53 decimalen.

Naar zijne methode verkrijgt LANSBERGEN twaalf decimalen door denzelfden boog, die aan VAN CEULEN tien decimalen leverde (bladz. 32).

„Quae ratio perimetri ad diametrum [namelijk 31415, 92653, 58978 *), 3238....] multò accuratior est illâ quam || Clarissimus *Ludolphus à Collen*, in opere suo Cyclometrico, ex eiusdem || arcus inscripta & circumscripta demonstravit, nimirum vt 100000, || 00000,00000,0 ad 31415, 92653, 58978, 32 minorem iustà; 131415, || 92653, 58978,33 iustà maiorem. Vtraque enim duabus ultimis notis || deficit à nostra."

Twee bladzijden verder vindt hij de sterkere benadering in 28 decimalen, (waarin hij de, in den straks vermelden brief van SNELLIUS, niet juiste waarde verbeterd heeft); daarop laat hij volgen (bladz. 34)

„Cuiusmo- || di est quem magnus Logista Ludolphus à Collen supputavit ad Dia- || metri circulos 75 (sic). Verùm quia tam infiniti numerorum anfractus, || nec usum habent ullum, nec ad Cyclometriae perfectionē ullo mo- || do faciunt, non libet nobis ultra λεπτολεσχεῖν."

en bladz. 36,

„Et nostro tempore priscos omnes antecedens in- || comparabilis Logista Ludolphus a Collen demonstravit peripheri- || am circuli cuius diameter ponitur particul..... Cuius vestigijs etiam nos insistētes osten- || dimus circuli cuius diameter est.... perimetrum esse minorem quam...."

Uit al deze aanhalingen blijkt het, hoe hoog VAN CEULEN ge-

*) Deze 8 moet eene 9 zijn, ook naar de voorafgaande berekening: dezelfde cijferfout begaat LANSBERGEN eenige regels lager bij het aanhalen der uitkomst van VAN CEULEN.

schat werd door onze LANSBERGEN; maar dat deze evenwel zijn eigen werk nog beter oordeelde.

Maar met deze bewerkingen was LANSBERGEN niet tevreden: hij zegt toch op blz. 37

„Reli- || quum est vt in Cyclometria Dinostrati deinceps tentemus, quod in || Archimedaea, Deo juvante, fecimus & perfecimus."
en na de opgave van eene eerste stelling daarover,

„Inter lineas quas quae Geometrarum scriptis celebrantur, duae prinum || locum obtinent, Admirabilis & τετραγωνίζουσα."

Omtrent deze, de Quadratrix van DINOSTRATUS, geeft LANSBERGEN nog een tiental stellingen en werkstukken.

Daarop begint bladz. 53, de „CYCLOMETRIAE | LIBER II. || D (sic) dimensione Circuli areae." die op blz. 62 eindigt, en waarin hij slechts de eigenlijke quadratuur met de rectificatie in verband brengt; dat is de betrekking nagaat van den inhoud en den omtrek van cirkeldeelen, uitgedrukt in het vierkant van den straal en den straal zelven als eenheden.

Tegen LANSBERGEN en zijne methode, schreef nog in hetzelfde jaar een Schot, ALEXANDER ANDERSON zijne „Vindiciae Archimedis [4]), een geschrift van slechts zeven bladzijden.

6. Het was in den jare 1654 dat CHRISTIAAN HUYGHENS in zijne „De Circuli Magnitudine inventa" [5]) op deze benaderingen terugkwam. Hij vangt zijne „PRAEFATIO" aldus aan.

»*Circa antiquum Tetragonismi || problema, quo vel apud Ma- || thematum ignaros nihil est cele- || brius recens operae pretium nos || fecisse rati, & quaedam hactenus, compertis || meliora ut putamus consecuti, Geometris ea || demonstrata impertiri volumus.... || .... || Nos autem propiorem || determinationem nunc exhibemus ostendimus- || que, quod* duobus sumptis polygo- || nis proportione mediis inter in- || scriptum circumscriptumque ip- || sis simile, minoris eorum perime- || ter circumferentiâ circuli major || existit, reliquum vero polygonum eâdem proportione circuli || aream exuperat. *Et hoc quidem ut in- || ter ea quae demonstraturi sumus & diffi- cilli- || mum & contemplatione praecipuè dignum vi- || deatur, alia tamen sunt non accuratiora modò, || sed quae & usu magis probentur; quae sanè hic || in antecessum non recensebimus.*"

Verder zegt hij, hoe hij behalve den gewonen meetkundigen weg, ook de theorie van het zwaartepunt bij zijne bewijzen heeft gebruikt.

»*Cum igitur dupli- || cem propositi tractationem instituerimus, || primùm ea tradendo quorum demonstratio || consuetis Geometriae elementis contenta est, || deinde centrorum gravitatis quoque considera- || tionem adhibendo :*"

Omtrent die eerste methode geeft hij op.

»*Ex polygonis autem || laterum* 10800, *cum iis qui veterem insi- || stunt viam vix hi peripheriae termini exi- || stāt* 62831852 & 62831855, *ad diametrū || partium* 20000000, *nostrâ Methodo isti || prodiisse cernētur*, 6283185307179584, || 6283185307179589;"

maar de tweede methode, met behulp van het zwaartepunt, geeft nog veel sterker benadering.

»*E sexagintā- || gulo autem inter hosce eam contineri probamus* || 31415926538 & 31415926533, *po- || sitâ diametro partium* 10000000000, *cum || solitâ methodo vix isti producantur* 3145, || 3140. *Adeo ut triplus jam & ultra sit verarum hic notarum numerus, sicut per praecedentia du- || plus.*"

Hij eindigt die voorrede met de volgende opmerking.

»*Comperimus autem & Renatum Cartesium, || cujus viri inventis cum Philosophia universa tum || Mathesis plurimum illustrata est, nonnulla quae || huc spectent scriptis mandasse. Ea vero defuncto || ipso in commentariis reperta feruntur, neque ad- || huc rescire potuimus quâ industriâ aut eventu || hisce manum admoverit. VVillebrordi autem || Snellii geometrae eruditi Cyclometricus extat, || multo labore conscriptus, quique omnis in his est. || Atque ille non exiguam laudem promeritus vide- || retur, si praecipua duo theoremata, quibus onme || id opus velut fundamentis superstructum est, de- || monstrare potuisset. Sed quas ibi pro demonstra- || tionibus haberi postulat, propositum minimè com- || probant: ipsa verò theoremata, sicut in utroque || evidenti ratione nos ostendimus, praeclaram con- || tinent veritatem. Et ea quidem sequentibus me- || ritò inserenda putavimus, quod causae eorum ànostris pendeant inventis.*"

Even als SNELLIUS, zocht ook HUYGHENS tot meer en meer nauwe ongelijkheden te geraken, zoowel wat den inhoud, als wat den

omtrek des cirkels betreft. De boven in de voorrede aangehaalde stelling, komt voor op bladz. 23, als Theor. XI. Prop. XIV. Hij besluit deze stelling (bladz. 27) met de opmerking, dat daarmede tevens de ongerijmdheid wordt bewezen van het beweren van ORONTIUS FINAEUS: Wanneer men tusschen de zijden van de om- en ingeschreven vierkanten twee meetkundig midden-evenredigen construeert, dan is de omtrek van de kleinste figuur *gelijk* aan den omtrek des cirkels, de inhoud van de grootste figuur *gelijk* aan den inhoud des cirkels. Deze had dus gemeend, dat de omtrek zoowel als de inhoud des cirkels $2\sqrt[3]{4}$ waren, dat is $= 2 \times 1,5\ldots$

De daarop volgende beide stellingen Theor. XII. Propos. XV en Theor. XIII. Propos. XVI zijn dezelfde als in § 3 behandelde hoofdstellingen Propos. XXIX en XXVIII van WILLEBRORD SNELLIUS; waarbij HUYGHENS van de eerste zegt.

„Hoc Theorema alterum est ex iis quibus Cyclometria || Willebrordi Snellii tota innititur, quaeque demonstrasse || videri voluit, argumentatione usus quae meram quae- || siti petitionem continet. Sed & alterum subjungemus, || quod utile est imprimis & contemplatione dignissimum."

Bij de volgende stelling Theorema XIV. Propos. XVII (bladz. 31) worden de eigenschappen van het zwaartepunt reeds gebruikt. Daardoor komt hij eindelijk tot zijne laatste stelling Theor. XVI, Propos. XIX (bladz. 37).

Iedere boog, kleiner dan een halve omtrek, is grooter dan de som van zijne koorde in het derde deel van het verschil tusschen deze koorde en zijn sinus: kleiner daarentegen dan de som van de koorde en eene vierde evenredige tot 1°. de som van tweemaal de koorde een driemaal de sinus, 2°. de som van viermaal de koorde en de sinus, 3°. het derde deel van het verschil tusschen koorde en sinus.

En hiermede vindt hij in Problema IV. Propos. XX bladz. 43, uit den regelmatigen 60 hoek de verhouding met negen juiste decimalen, uit de voorrede hierboven aangehaald. Hij besluit deze redeneering en zijn geheelen arbeid met de woorden (bladz. 44).

„Utile hoc ad sinuum tabulas examinandas. || Imo ad componendas quoque: quià cognità arcus ali- || cujus subtensâ, etiam

ejus qui paulò major minorve sit || satis accuratè definiri potest."

7. Het tweede gedeelte van het aangehaalde werk bevat: ILLVSTRIVM QVORVNDAM || PROBLEMATUM CONSTRVCTIONES (bladz. 45—72.). Zij zijn de volgende.

bladz. 45. PROBL. I. Datam sphaeram plano secare, ut portiones inter || se rationem habeant datam.

" 49. PROBL. II. Cubum invenire dati cubi duplum.

" 51. PROBL. III Datis duabus rectis duas medias propor- || tionales invenire (3 constr.).

" 56. PROBL. IV. Qvadrato dato & uno latere producto, aptare sub || angulo exteriori rectam magnitudine datam quae || ad angulum oppositum pertineat.

" 57. PROBL. V. Dato quadrato, & duobus contiguis lateribus pro- || ductis, aptare sub angulo interiori rectam magni- || tudine datam quae per angulum oppositum transeat. || Oportet autem non minorem esse datam quam sit qua- || drati diameter dupla.

" 59. PROBL. VI. Rhombo dato, & uno latere producto, aptare sub || angulo exteriori lineam magnitudine datam quae || ad oppositum angulum pertineat.

" 62. PROBL. VII. Brombo (sic) dato & duobus contiguis lateribus produ- || ctis, aptare sub angulo interiori rectam magnitu- || dine datam quae per oppositum angulum transeat. Opor- || tet autem datam non minorem esse quam duplam diame- || tri quae reliquos rhombi angulos conjungit (2 constr).

" 69. PROBL. VIII. In Conchoide linea invenire confinia || flexus contrarii.

8. Het schijnt hier de plaats, om even stil te staan bij hetgeen J. F. MONTUCLA over deze verschillende personen en methoden zegt in zijne "Histoire des recherches sur la quadrature du cercle" [6]).

Hij begint op bladz. 45 aldus.

"Il semble en effet que les Géo- || metres desesperant d'atteindre à la me- || sure précise du cercle, ont cherché à || s'en dédommager per des approxima- || tions d'une exactitude fort supérieure à || nos besoins. Cette de *Viete* fut effacée ||

par celle d'*Adrianus Romanus:* ce Géo- ‖ metre des Pays-bas calcula labo- ‖ rieusement la grandeur du côté d'un ‖ polygone de 1073741824 côtés, & dé- ‖ termina par ce moyen le rapport en 16 ‖ chiffres de 1,00000,00000,00000, ‖ à 3,14159, 26535,89793 +; mais ‖ ce travail de *Romanus,* quelque grand ‖ qu'il soit, est cependant encore beau- ‖ coup inférieur à celui que *Ludolph* ‖ *van Ceulen,* son contemporain, eut ‖ le courage d'entreprendre. On doit à ‖ celui-ci une proportion exprimée en 36 chiffres."

Na eene uiteenzetting der methode van VAN CEULEN, vervolgt hij (bladz. 47)

„La suite des opérations ‖ de *Ludolph,* est exposée dans quelques- ‖ uns de ses ouvrages òu les Géo ‖ metres de son tems purent l'examiner."

Naar hetgeen wij in N°. VIII der Bouwstoffen hebben gezien, vergist zich MONTUCLA hier in het aantal cijfers, evenzeer als in de geboorteplaats van VAN CEULEN en in diens betrekking, waaromtrent hij in eene noot op bladz. 46 schreef.

„*Ludolph* étoit de Cologne, d'où lui vient ‖ son nom de *van Ceulen,* car Cologne se dit en ‖ en (sic) Hollandois *Ceulen:* il fut long-temps Pro- ‖ fesseur de Mathématiques en Hollande, à ‖ *Amsterdam* ou *Breda.* On ne sçait presque rien ‖ de lui."
Op bladz. 47 vervolgt MONTUCLA.

„Le P. *Griemberger,* un de ceux qui ‖ eurent le courage de le faire, assura le ‖ monde sçavant de leur justesse, & par ‖ conséquent de celle de l'appromixation ‖ qu'il en tiroit."

Deze CHRISTOPHER GRIMBERGER schreef in zijne „Elementa trigonometrica [7]) op de vijfde bladzijde, over de verhouding van den omtrek tot den straal des cirkels:

„Qui (numeri) licèt non sint absolutè ‖ veri; sunt tamen tam accurati, vt accuratiores ‖ nè circuli quidem coelestes desiderent, & fortas- ‖ sis Logistae hactenus hisce maiores non conspe- ‖ xere. Quas autē prodidit Ludolphus à Colen ‖ sunt hisce minores quinque figuris, vt videre est ‖ ad propositionem 31. Cyclometrici Villebrordi ‖ Snellij, quo nemo alius quod sciā melius atq. ad ‖ praxin dimensionis circuli accommodatius, nego- ‖ tium hoc pertractauit: cuius praeceptionibus in- ‖ sistens tentare coepi, vtrum ex meis finibus ma- ‖ ioribus, & ex cōtinuis bi-

sectionibus Arcus gra- ‖ duum 3. easdem circumferentias elicere pos- ‖ sem, quas 'Ludolphus; resq. successit penitus ex ‖ voto Omnes enim 35. figuras reperi easdem ‖ sicq. omnem dubitandi occasionem sustuli, quas ‖ circa huiusmodi calculos oriri solet. Certè ‖ quod ad me attinet certiores alios accuratio- ‖ resq. iam amplius non desidero. ‖ *Proportio Semidiametri, ad Semiperi- ‖ pheriam vera minorem, & maiorem.* ‖ Est vt ‖ 100000,00000, 00000,00000,00000 ‖ 00000,00000,00000. Semidiameter vera. ‖ Ad ‖ 314159, 26535, 89793, 23846, 26433, ‖ 83279, 50288, 4199. Semiperipheriam ma- ‖ iorem vera, vel ‖ 314159, 26535, 89793,23846, 26433, ‖ 83279, 50288, 4196. Semiperipheriā mino- ‖ rem vera."

Vervolgens spreekt MONTUCLA over den grafsteen van VAN CEULEN: voor dat hij daarop tot SNELLIUS overgaat, met wien hij veel ophad, schrijft hij (bladz. 48).

„Cependant à apprécier au juste ‖ le travail immense de *Ludolph*, il est ‖ bien plus propre à lui procurer la ré- ‖ putation d'un infatigable calculateur ‖ que d'un homme de génie. On fait, & ‖ avec quelque raison, en Mathémati- ‖ que, peu de cas de ce qui n'est que le ‖ fruit de la patience. Sans rabaisser donc ‖ le mérite de *Ludoph* (sic), que nous sçavons ‖ d'ailleurs avoir été un habile analyste" -- (een der oordeelen, die later hebben ten gevolge gehad, dat VAN CEULEN te zeer miskend is geweest) — il me paroît que le Géomètre dont je ‖ vais parler mérite plus d'éloges pour ‖ les découvertes qu'il ajouta à la Cyclo- ‖ métrie.

Willebrord Snellius, c'est ce Géome- ‖ tre, se proposa d'abréger ces pénibles ‖ opérations,.... ‖ Ces deux theorêmes réduisent à ‖ moins de la moitié le travail des ap- ‖ proximations qui jusqu'alors avoient ‖ exigé de si laborieux calculs."

Over LANSBERGEN spreekt MONTUCLA niets, maar omtrent HUYGHENS zegt hij (bladz. 56).

„Le célèbre M. *Huygens* entra ‖ peu d'années après *Snellius*, dans la ‖ même carrière que celui-ci avoit ou- ‖ verte. Les premiers coups d'essai de ce ‖ Mathématicien illustre furent d'enri- ‖ chir la Cyclométrie de plusieurs vérités ‖ utiles; ce que *Snellius* avoit tenté & ‖ laissé à certains égards imparfaits, M. ‖ *Huygens*, encore fort jeune, le per- ‖ fectionna considérablement."

Het scheen niet onbelangrijk, hier deze meeningen van MONTUCLA weder te geven, al ware het dan met korte woorden; hij, die hiervan meer bijzonderheden wil weten, neme het boekje van MONTUCLA zelf ter hand. Maar naar hetgeen in dit en in vorige nummers dezer Bouwstoffen is medegedeeld, vindt men geene aanleiding, meen ik, om het door mij uitgesproken oordeel te wijzigen. Trouwens, men moet bij de beoordeeling der voorstelling van MONTUCLA niet vergeten, welke de omvang van zijn arbeid is aan den eenen kant; en hoe aan den anderen kant, in het onderhavige geval, de omstandigheid in het oog te houden is, dat de werken van LUDOLF VAN CEULEN oorspronkelijk in het nederlandsch geschreven zijn; welke taal wel niet door MONTUCLA met het noodige gemak zal gelezen zijn.

AANTEEKENINGEN.

1)* VVILLEBRORDI SNELLII R. F. || CYCLOMETRICVS, || De circuli dimensione secundum Logista- || rum abacos, & ad Mechanicem accuratis- || sima; atque omnium parabilissima. || *Eiusdemque usus in quarumlibet adscriptarum || inventione longe elegantissimus, & || quidem ex ratione diametri ad || suam peripheriam data.* || vignette: Een arend met lint, waarop de woorden: CONCORDIA RES PARVAE CRESCVNT. || LVGDVNI BATAVORVM, || Ex Officinâ ELZEVIRIANA, || ANNO CIↃIↃCXXI. in 4°.

XX bladz. (zonder pagineering), bevatten: titel, en in verso een gedicht van PETRVS CVNAEVS. J. C. (1 blz.) de opdracht van Prins Maurits (5 blz.) en de „Lectori Benevolo" (13 blz.) en daarachter de „ Errata."

A—N (blz. 1—102) bevatten.

Blz. 1—86 Propositiones I—XXXIX.

Blz. 87 (zonder pagineering) een vers van JOH. ISACIVS PONTANVS.

Blz. 88 wit.

Blz. 89—102. APPENDICVLA, || ET || CYCLOMETRICES || VSVS." Problemata VI.

2)* PHILIPPI LANSBERGII || CYCLOMETRIAE NOVAE || LIBRI DVO || *Ad Illustrissimum Principem* || MAVRICIVM NASSOVIVM || ET || *Illustres ac Potentes Zeelandiae Ordd.* || vignette: Eene voorstelling van de zon met de planeten. || ὁ Θεός ἀεί κυκλομετρεῖ. || MIDDELBVRGII. || Ex officinâ RICHARDI SCHILDERS. || CIↃI ↃCXVI. in 4°.

A (8 blz. zonder pagineering) bevat Titel en in verso een grieksch vers van DANIEL HEINSIUS: || daarna de opdracht (4 blz.) gedateerd „Middelbvrgi Zelandiae, pridie Idus Januar. CIↃIↃCXVI." Daarop een brief „ Ex literis Clarissimi, Doctissimique viri || Willebrordi Snellij. R. F. ad Philippum || Lansbergium" (2 blz.) geschreven. „Lugdini Batavorum XI. Octobr. CIↃIↃCVII." Eindelijk een „*Lectori benevolo. S.*"

B—K, blz. 1—63 bevatten

Blz. 1—52. LIBER I. De dimensione circuli ambitus.

Blz. 53—62. LIBER II. D(sic) dimensione Circuli areae.

Blz. 63 (zonder pagineering) bevat de „Graphica sphalmata (6)

De figuren zijn tusschen den tekst gedrukt met rooden inkt.

[8])*¶PHILIPPI || LANSBERGII, || ASTRONOMI || CELEBERRIMI, || OPERA OMNIA. || vignette: eene zonneweg met de aarde en het motto „Hinc Omnia lustrat." || MIDDELBVRGI ZELANDIAE || Apud || ZACHARIAM ROMAN. || M.DC.LXIII. in fol.

De titel is gegraveerd: rondom den beschreven titel de afbeeldingen ten voeten uit, van boven afgerekend.

Links: Aristarchus Samius, Ptolemeus, Rex Alfonsus.

Rechts: Hipparchus Rhodius, Albategnius, N. Copernicus.

Onderaan de borstbeelden, links van Tycho Brahé, rechts van P. Lansbergius.

A. V. Vonne, in en *D. Bremden sc.*

In verso van den titel gegraveerd een fraai portret „*W. Delff sculpsit*" met het randschrift „PHILIPPUS LANSBERGIUS GANDAVENSIS AETATIS SUAE ANNO LXVII," en daaronder het vers

Sidera qui terris, totumq; relinquit Olympum,
    Monstratur aetheris novi,
Jam pridem coeli vetus incola, corporis aegri
    Pertaesus, et nostri satur,
Umbram animi, coeloq; oculos quos fixit, amicis
    Sic consecrat Lansbergius.
                    D. Heinsius.

XII bladz, bevatten een titel vóór dezen gegraveerden titel. Daarna de opdracht van Zacharias Roman aan de Staten van Zeeland (6 bladz.): de „Index operum" (1 bladz.) en een vers van D. Heinsius (1 blz.)

Het werk is verdeeld in X afzonderlijke stukken, die allen met blz. 1 aanvangen, en een afzonderlijken titel bezitten, van verschillende jaren.

Het eerste stuk, dat hier noodig is, heeft tot titel

PHILIPPI LANSBERGII || TRIANGULORUM || GEOMETRIAE || LIBRIQUATUOR; || In quibus novà & perspicuà methodo, & ακποδιζει tota ipsorum || Triangulorum doctrinaex plicatur. || *Item* || PHILIPPI LANSBERGII || CYCLOMETRIAE NOVAE || LIBRI DUO. || Ab Autore recognita, multisque in locis aucta. || vignette: eene sterrekundige figuur. || MIDDELBVRGI ZELANDIAE, || Apvd *Zachariam Roman*, Bibliopolam. || CIƆIƆCLXIII. in folio.

In verso van den titel een „JANI DOVSAE FILII CARMEN (1 blz.)

daarop de opdracht van Philippus Lansbergius „ad Consules et Senatum," gedateerd „Goesae III Kalend. April. Anno Chisti CIƆIƆXCI."

A—P (blz. 1—118), waarvan blz. 89—118 bevatten het werk van noot (2), behalve den titel en de fouten. De figuren zijn hier zwart.

[4]) VINDICIAE || ARCHIMEDIS. || SIVE || ELENCHVS || CYCLOMETRIAE NOVAE, || a PHILIPPO LANSBERGIO || nuper editae || *Per* ALEXANDRVM ANDERSONVM, *Scotum*. || PARISIIS, || Apud IOANNEM LAQVEHAY. In Monte Diui Hila- || rii, in Area Albretiae. || M.DC.XVI. in 4°.

IV bladz., dan bladz. 1—7, eene bladzijde wit.

[5])* CHRISTIANI HUGENII, CONST. F. || DE || CIRCULI || MAGNITUDINE || INVENTA. || ACCEDVNT EIVSDEM || Problematum quorundam illustrium || Constructiones. || vignette: Een boom met klimplant en man, NON SOLUS || LVGDVNI BATAVORVM, || Apud JOHANNEM & DANIELEM ELZEVIER. || Academ. Typograph. || CIƆIƆLIV in 4°.

VIII bladz, zonder paginatuur, bevat: titel en PRAEFATIO (6 blz.).

A—I blz. 1—71.

Bladz. 1—44. DE || CIRCVLI MAGNITVDINE || INVENTA. Propositiones XX.

Bladz. 45—71. ILLVSTRIVM QVORVNDAM || PROBLEMATVM CONSTRVCTIONES. Problemata VIII.

Blz. 78 (zonder pagineering) de „ERRATA."

[6])* HISTOIRE || DES RECHERCHES || SUR LA || QUADRATURE || DU CERCLE; || Ouvrage propre à instruire des découver- || tes réelles faites sur ce problême célé- || bre, & à servir de préservatif contre || de nouveaux efforts pour le résoudre: || *Avec une Addition concernant les problêmes* || *de la duplication du cube & de la trisec-* || *tion de l'angle.* || vignette || A PARIS, || Chez CH. ANT. JOMBERT, Imprimeur- || Libraire du Roi en son Artillerie, rue || Dauphine, à l'Image Notre Dame. || M.DDC.LIV. || *Avec Approbation & Privilege du Roi.* in 8°.

a—e. blz. i—xliij (gepagineerd) bevatten de titel; PRÉFACE (29 bladz.), AVIS AU LECTEUR (1 bladz.), TABLE DES MATIÈRES SOMMAIRES (12 bladz.), APPROBATION *du censeur Royal.* Daarop 4 bladz. (niet gepagineerd) bevatten PRIVILEGE DU ROI (3 bladz.) en ERRATA.

A—N, blz. 1—304, het werk zelf, waarvan bladz. 295—304. TABLE ALPHABÉTIQUE DES MATIERES."

Nog 4 bladz. (niet gepagineerd) LIVRES DE MATHEMATIQUE.

Van dit werk bestaat een tweede druk, die te Parijs in 1831 is uitgekomen.

7) Elementa || Trigonometrica || id est | sinvs tangentes || secantes || In Partibus Sinus totius || 100000. || Christophori Grienbergeri || E. Societate Jesv || *Rerum Mathematicarum* || *Opusculum Secundum.* || Romae. Per Haered. Barthol. Inn. 1630. || *Superiorum permissu.* in 8°.

Dit werk is opgedragen aan „Illustrissimo & Excellentissimo || Principi || Jacobo. || Boncompagno || Sorae Duci. || Christophorus Grienbergerus || E Societate Jesu. S. P. D."

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

X. Cornelis van Nienrode.

1. Onder de Nederlanders, die zich bemoeiden met de quadratuur van den cirkel, komt ook voor de weinig bekende landmeter en rekenmeester te Utrecht, CORNELIS VAN NIENRODE. Ik bezit van zijne hand twee werkjes, die beide zeldzaam zijn: het eene betreft het bovenvermelde onderwerp, het andere is eene uitgave van Euclides. Het zal wel niet overbodig mogen heeten, omtrent beide boekjes het een en ander mede te deelen.

2. Zijne „Volkomen Proportie des Circkels diameter teghen synen ronden om-loop" 1) kwam uit in 1628. Het bevat bovendien, volgens den titel, eene oplossing van het vraagstuk van de deeling eener lijn in uiterste en middelste reden, door de ouden „Sectio Aurea," door de Duitschers nog thans „der goldene Schnitt" genoemd.

In de opdracht

„Aan de ‖ EDELE, MOGHENDE, ‖ WYSE, VOORSICHTIGHE ‖ Heeren, mijn Heeren de Staten van ‖ der Provintie van Vtrecht. ‖ Midtsgaders de ‖ ERNTFESTE, WYSE, VOOR- ‖ SICHTIGHE ENDE ACHTBARE ‖ Heeren Burghermeesters, Schout, Schepenen ‖ ende gantsche Vroedtschap der loflijcker Stadt ‖ Vtrecht."

zegt hij onder anderen (bladz. 4, 5).

„Maer onder alle de menighvuldighe subtilitey- ‖ ten die hier

inne ghevonden vvorden, isser noch || een onder dese alle, hoe vvel hy in 't aansien slecht || is, ende van den kinderen gemaeckt kan vvorden, || dat is eenen rondē Circkel, die dese in subtijlicheyt || ende vvonder soo verre te bovē gaet, als de Son de || Maen te boven gaet in heerlijcheyt. Ende en heeft || noyt soodanighen Naturalist op aerden ghevveest, || die desselven natuer ofte reden heeft vveten te || beschrijven. Doch is van vele konst-rijcke geesten || seer na by gheraemt, voornemelijck voor eenighe || vveynighe jaren in dese Nederlanden, van den || kloeck-sinnigen LVDOLPH VAN CEVLEN, || de vvelcke oock om sijns verstants vville in deser || sake tot eenen Professoor ghestelt is, om dat dese || Landē doch meer ende meer hier in souden bloe- || yen ende toe-nemen, seer nauvve bepaelt, door || vvelckers nauvve palen ick voorts door Godes || gratie ghekomen ben tot volkomen kennisse van || den selven Circkel,... || ... || tot || groot gherief niet alleen den Konstenaers deser || Landen, maer gheheel Christenrijck, jae gheheel || de Werelt."

Ook in het „Tot den Lief-hebbers der loflijc- || ker MATHEMATYCKE Konste," spreekt hij met lof van

„Mr. LVDOLPH VAN CEVLEN, *over- || midts hy door syne vindinghe inder Irationalen al- || lersijdighe figueren, de reden des Diameters teghen || sijnen om-loop, als in der handt ghehadt heeft, ende || t'elckens als eenen gladden ael daer uyt ontvvrongen || ende ontkropen is.*"

Op hem wenscht hij te bouwen, omdat hij

„*met mijn groote || vverck noch zoo haest niet veerdigh soude vvesen als || vele liefhebbers vvel vvilden ... soo heeft het my goet ghedocht hier van soo || kort als 't moghelijck vvas yet vvat by malkander te || voeghen.*"

Deze voorreden hoeft tot datum „*Datum t'Vtrecht den* 1. *October* 1628."

Van dit „*groote werck*' schijnt nimmer iets gekomen te zijn, evenzeer als wij dit in N°. I dezer Bouwstoffen zagen omtrent de voornemens van EZECHIEL DE DECKER, die een „goede vrient" van onzen schrijver was (zie bladz. 14).

Vooreerst behandelt hij de „*Surdische ghetallen*" en daaronder de „*Communicanten*", dat is zulke wortelgrootheden, die „*Commensurabiles*" zijn, dat is die eene meetbare verhouding

hebben. Hierbij gebruikt hij het teeken $\sqrt{}.\sqrt{}$, niet om den vierde-machtswortel uit te drukken, zoo als men thans doet, maar om den derde-machtswortel voor te stellen.

Na eenige vraagstukken, komt hij (bladz. 19) tot de volgende waarde voor de verhouding tusschen den omtrek en de middellijn des cirkels.

$$3\frac{14159265338979323846264338}{100000000000000000000000000} \Big\| \frac{8327950}{0000000}$$

wanneer men ten minste de breuk, die hij geeft, eerst omkeert, en dan de noemer met tien vermenigvuldigt. Hij tracht voorts hetzelfde doel te bereiken door de Quadratrix naar PAPPUS ALEXANDRINUS.

„Overmidts dese ghetallen seer groot vallen, dunc- ‖ ket my niet ongherijmt alhier een kleynder getal te ‖ stellen, waer mede men de grootte van een Circkel ‖ mach vinden, al is 't dat hy ettelijcke duysent roe- ‖ den groot is, sonder yet wat te missen dat missen ‖ mach heeten."

Zoo zegt hij op bladz. 26; en nu geeft hij als benaderingswaarden (bladz. 27 en 28)

$$\frac{\sqrt{535811}}{233} = 3{,}1415927 \text{ en } \frac{13823}{4400} = 3{,}1415909.$$

3. HET TWEEDE DEEL loopt van bladz. 29 tot bladz. 58 en heeft tot hoofd der bladzijden „*Linie Proportionaliter:*" hierin wordt de verdeeling in uiterste en middelste reden, of, zoo als van NIËNRODE het noemt, „in de middel en de uyterste reden" behandeld; daaruit verschillende rekenkundige betrekkingen afgeleid, en vervolgens een groot aantal meetkundige eigenschappen der zes-, tien- en vijf-hoeken, in N°. 7 tot 23. Hiervan werd hem N°. 22 „gheproponeert van den wel-ervaren deser ‖ Konst Mr. *Nicolaes Pietersz.*," den NICOLAAS PETRI, dien wij reeds meermalen hebben ontmoet.

Eindelijk voegt VAN NIENRODE hier nog bij negen rekenkundige „*slechte vraghen in den Reghel van Drien met hare solutien*" (zie bladz. 8) gegeven. „Tot besluyt" (bladz. 59—63).

Hij eindigt met dit fraaije vers:

„*Om alles in dit kort begrijp by een te voeghen, behoefde ick* Homeri *hoot,*
Die veel duysent Veerskens in een Noot-schelp sloot.

FINIS."

4. Een werkje met den titel „De vijfthien Boecken Evclides" [2]) is mede van denzelfden schrijver: het werd waarschijnlijk eerst na zijnen dood uitgegeven; doch de datum is niet bekend.

In verso van den titel leest men:

„Also den Autheur in 't drucken deser ter doot sieck || lach, heeft hy de proeven selven niet connen lesen, || derhalven synder dese navolgende fauten int druc- || ken gepasseert, de rest sal den constlievende ghe- || lieven te verbeteren."

En dat de correctie niet door een deskundige is geschied, blijkt genoegzaam uit de drukfouten zelve.

„Eerst int generael, waermen vint vernullinghe leest vervullinghe."

In het „Tot den Leeser" zegt hij (bladz. 3).

„*Soo hevet my niet ondienstich geacht* || *dese boecken* EUCLIDES *den ghemeenen* || *man in onse Nederduytsche spraecke bekent te* || *maecken, niet om dat de prepositien* (*sic*) EUCLI- || DES *daer niet in en zijn, want my is wel be-* || *kent dat de ses boecken* Eucliden *door* JAN || PIETERSZ. DAU [moet zijn DOU] *al een tijdt lang* || *met goede demonstratien int licht zijn ghe-* || *weest, oock hebbe ick de* 15 *boecken van Schot* [lees: SCHOTEN] || *professoor tot Leyden wel gesien, ick hebbe Ra-* || *mi in onze duytsche tale wel door lesen, noch-* || *tans heeft my dit behaeght, aldus sonder ee-* || *nige figueren en demonstratien te laten uyt-* || *ghaen: Overmidts der schoone leeringhen ende* || *verclaringhen veler voornaemste Auditeuren* [leest Autheuren] || *ende Schribenten, als Proclus, Commandus* [moet zijn: COMMANDINUS] || *Peletariuscam,* [leest PELETARIUS] *Papmus,* [leest PAPPUS] *Clapines,* [leest CLAVIUS] *ende ande-* || *ren.*"

Hij besluit aldus.

„*Bidde daerom alle liefheb-* || *bers der Mathematice my dit geringe werck* || *ten besten af te nemen, hope 't zijnder tijt wat* || *meerder int licht te geven.* Vale: Nienrode."

Vooreerst zien wij hier dat NIENRODE de schrijver van dit boekske is, dat evenzeer als het vorige te Utrecht is uitgekomen; vervolgens dat hij toen waarschijnlijk nog hoopte, zijn „groote werck," dat boven ter sprake kwam, het licht te doen zien.

De vijftien boeken van Euclides vindt men op bladz. 5 tot 205, die eindigt met de woorden „*Eynde der vijfthien boecken Euclidis.*" Daarop zegt hij (bladz. 206).

„*OM wat verstandts te hebben van de* || *conste Mathematica, soo leert ende* || *hebt eerst achtinghe op dese naevol-* || *gende Mathematischen namen ende Cha-* || *racteren in dese conste gebruyckelijck.* ||

Hier beginnen de 17. „beginselen || ende fondamenten."

Waarop (bladz. 211—232) volgt de „*Aenhangh op de* 15. *Boecken* || *Euclidis.*"

Het eerst (bladz. 211—227) komt hier voor de behandeling van „Surdische ghetalen," waarbij hij onderscheidt de „Commensurabiles ofte Communicanten", waarover reeds boven werd gesproken: vervolgens „de Binomische ende Residusche ghetalen", naarmate de twee onderling onmeetbare termen door de teekens plus of minus worden gescheiden.

Ten laatste (bladz. 228—232) behandelt VAN NIERRODE „*Vyt Ludolph van Ceulen*" diens vraagstuk voor den vierhoek, in een cirkel beschreven, waarbij hij tevens het theorema van PTOLEMAEUS bewijst.

AANTEEKENINGEN.

¹)* Volkomen || PROPORTIE || DES CIRCKELS DIAME- || TER TEGHEN SYNEN || RONDEN OM-LOOP, || Midtsgaders: || EEN RECHTE LINIE AL- || SOO TE DOORSNYDEN, DAT || het winckel-rechte Paralellogram op de gant- || sche linie ende minste deel, ghelijck zy || het Quadraat op 't meeste deel. || Ghevonden ende beschreven door CORN. || VAN NIENRODE, Lant-meter ende Reecken- || Meester der stadt Utrecht || *Proverb.* 3, *vers.* 1. || Een yeghelijck dinck heeft synen tijt. Ende alle het voornemen || onder den Hemel heeft sijne ure. || T'VTRECHT, || Ghedruckt by Herman van Borculo, woo- || nende onder den Doms Toren. 1628. in 8°.

A—D, blz. 1—64, bevat den titel en in verso „Extract der Previlegiën", gedateerd 22 Mey 1628; Opdracht (3 blz.) „Tot den Liefhebbers der loflijc- || ker MATHEMATYCKE Konste" (4 bladz.) gedateerd „*Utrecht den* 1 *October* 1628."

Na eenige opmerkingen over *surdische ghetallen*, en *Communicanten* (dat zijn zulke, die „*Commensurabiles*" zijn, dat is een meetbare verhouding hebben), gaat hij over tot de „*Circkels Diameter Teghen sijnen om-loop*" (blz. 14—28). In het TWEEDE DEEL handelt hij over de „*Linie Proportionaliter*" (blz. 29—63). Hij besluit met het vers.
Om alles in dit kort begrijp by een te voeghen, behoefde ick Homeri *koot,*
Die veele duysent Veerskens in een Noot-schelp sloot.

²)* DE || Vijfthien Boeckon || EVCLIDES. || *Uyt den Latijnsche spraecke over-* || *geset in nederduyts, verciert met schoo-* || *ne verclaringen ende leringen van* || *de outste naturalisten ende con-* || *stige Schrijvers.* || MITSGADERS. || Het Fondament der Surdische, || ende Binomische getallen, alles een- || voudelijck tot dienst vanden leer- || samen int licht ghegheven. || Door || C. V. N. Liefhebber der *Mathematica.* || Tot UYTRECHT. || Voor den Autheur, woonende int || Scheenhuys. in 8°.

In verso van den titel, de „fauten." „Also den Autheur int drucken deser ter doot sieck || lach" (1 blz). Dan „Tot den Leeser (blz. 2, 4) geteekend „Nienrode", waaruit dus blijkt, wie de schrijver is.

A—P (blz. 1—232) waarvan blz. 211—232 behooren tot den „*Aenhangh op de* 15. *Boecken* || EUCLIDIS": waarin hij weder o. a. over „de communicanten" handelt.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

XI. De Logarithmen van Dirk Rembrants van Nierop, J. Wolfram, W. O. Reitz, K. K. Reitz en D. Klinkenberg.

1. In N°. I dezer Bouwstoffen hebben wij reeds gezien, dat EZECHIEL DE DECKER in zijne „Nieuwe Telkonst" eene logarithmentafel heeft gegeven in 8°., eene zoogenaamde kleine tafel; en dat daarop de kleine tafels van ADRIAAN VLACK, met al haar verschillende herdrukken, zijn gevolgd. De eerste Hollandsche logarithmentafel, die wij daarna ontmoeten, is eene van DIRK REMBRANTS VAN NIEROP. Reeds uit dien hoofde zoude zij onze aandacht verdienen, maar ook wegens andere redenen is zulks het geval.

DIRK REMBRANTSZ. VAN NIEROP werd in 1610 te Nierop geboren, en overleed aldaar 4 November 1682; hij was schoenmaker van beroep, maar heeft vele werken geschreven over sterre- en zeevaartkunde; en in die richting zullen wij hem later nog wel ontmoeten. Hier hebben wij alleen te maken met zijne „Logarithmus Tafelen van Sinus, Tangens en Secants [1], in 1671, in 8°." uitgekomen. Op den titel leest men dat deze tafels „op nieuws uitgewerkt" zijn door REMBRANTS VAN NIEROP: in verso van den titel vindt men zijn „Aen den Leser", waarin hij verhaalt, wat tot deze uitgave aanleiding heeft gegeven.

„Dese Tafelen zijn volgens de Copye van Ezechiel ‖ de Decker, *op 't aangeven van zeker reeken- ‖ meester, gedrukt, die zijn voornemen was, om hier ‖ een onderwijs, met eenige voorbeelden, op te maken: ‖ doch de saeke aldus niet uytvallende, om oorsake van ‖ de kortheyt van 's menschen leven, zo ist dat ik om ‖ dese reden hier toe versocht zijnde, het niet hebben kon- ‖ nen laeten, om dit zelfde by der handt te nemen, ‖ waar in dat ick de beginselen der klootsche driehoeken, ‖ om uyt te werken (mijns oordeels) heel klaer en be- ‖ scheydelijk hebbe voorgestelt, altoos zo veel alst op ‖ dese tijt heeft willen gevallen. Waar mee wenschen- ‖ de dat dit by veele mochte aengenaem zijn, ende haer ‖ in desen oeffenende tot beter voortgank (als voor desen) ‖ mochten geraeken. Desen aldus gerecommandeert la- ‖ tende voor alle liefhebberen dezer konst, maeke dit tot ‖ een eynde, in 't jaer na Christi geboorte,* 1671. *doen ‖ de sonne noch weynigh treden in de ram gedaen had- ‖ de: en hier mee hope te zijn en te blijven UE. dienst- ‖ willige ‖* DIRK REMBRANTSZ."

Het blijkt dus, dat de tafels van DE DECKER van 1626, niet de betere van VLACK, tot grondslag hebben gediend; deze tafel geeft dan ook zes decimalen. Het is wel eenigszins bevreemdend, hier op eens, bijna eene halve eeuw later, die tafels van DE DECKER te zien opdagen uit de bijna volmaakte vergetelheid, waarin zij begraven schenen: wij zagen toch vroeger in de nummers I en III dezer Bouwstoffen, dat men ze na de uitgave niet meer vermeld zag. Nu schijnt het aan den anderen kant te blijken, dat dit boekje het eerst was opgezet door een frieschen wiskundige, — althans de drukplaats Harlingen geeft aanleiding tot dit vermoeden. Wie die wiskundige, — naar het schijnt, voor 1671 overleden, — eigenlijk is geweest, is misschien moeijelijk na te gaan. Doch zou men uit deze feiten, te zamen in verband beschouwd, misschien mogen opmaken, dat in Friesland, waar immer de wiskundige wetenschappen met groote voorliefde werden behandeld, het boekje van DE DECKER meer opgang heeft gemaakt, dan wel in Holland? Maar, hoe dit ook zij, onze REMBRANTSZ schijnt veel met DE DECKER te hebben opgehad, en diens meeningen gereedelijk te hebben onderschreven.

Zoo verklaart hij in de „Eygenschap dezer Tafelen" (bladz. 1, 2),

wat „Logarithmus of reeckentallen" zijn, hoe men daarmede „alle regel van dryen kan uytwerken," en laat daarop volgen, bijna evenals DE DECKER zegt,

Het is wel so/ datter ook Logarithmus ge- || tallen gestelt worden/.... om daer mee.... jae alle regulen van dryen (den koop- || manschap aengaende) kan uytwerken/ ,maer || dit so veel ge- reeder niet zijnde/ als wel de || gemeene manier/ daerom dat wy die laeten || varen/ en besien wat men hier meer in kloot- || sche driehoeken kan uytrechten/"

Daarop gaat hij dan ook over tot „Verscheyden voorvallen op de kloot- || se driehoeken," met hare toepassing op enkele „Astronomische Voorbeelden": bladz. 2 tot 25 behandelt hij „de klootse driehoecken, welcke in rechte || hoeken voorvallen," en bladz. 25 tot 36 de „Scheeve Klootsche Driehoeken" van ieder „vijfderlye voorvallen", daar hij het geval, dat alleen hoeken bekend zijn, niet behandelt. Op de volgende bladzijde, in zijn „Besluyt" zegt hij.

„Doch in || gevalle iemant meer van klootsche reekenin- || gen begeerde...., die besie *A. Metius* in zijn „*Astrolabi Catho- || licum* [2]), *Mr. Pieter Wils* in zijn wiskonstige wer- || ken [3]), als ook in mijn *Wiskonstige Reekeninge* [4]). En || boven dese noch verhope dat haest uytkomen || zal, de klootsche reekeningen van *Mr. Gerrit* || *E. Backer*, in zijn leven Schoolmeester tot || Graft, waer in dat alle reekeningen van kloot- || sche werkstucken die tot noch toe, en meer || andere die noch noyt in 't openbaar geweest || zijn, die sullen daer alle klaer en onderschey- || delijck beschreven worden. || EYNDE."

De drie eerst aangehaalde werken zijn bekend. Alleen is hier het volgende op te merken. Uit bladz. 24 van het laatste werk blijkt, dat er in 1656 te Amsterdam een herdruk verschenen is van de Logarithmen van EDMUND WINGATE.

Wat den arbeid van G. E. BACKER betreft, men vindt wel bij de „Regula Cos of Algebra" van J. R. BRASSER [5]) te Amsterdam in 1663 uitgekomen „Eenige Exempelen van GERRIT EVERTSZ. BACKER, schoolmeester tot Gracht" bijgevoegd, maar deze handelen niet over bolvormige driehoeken. Van deze „Regula Cos" met de „Exempelen" bestaat wel een tweeden druk van 1672 [6]), waarin men dus het door REMBRANTSZ bedoelde werk, zoude

kunnen zoeken; maar deze herdruk is aan de eerste gelijk, en bevat dus het bedoelde niet: dit is mij trouwens ook nergens voorgekomen.

Na dit voorwerk bevat ons boekje de logarithmen. Er gaat geen titel vooraf; de tafels beginnen in verso van het voormelde „Besluyt."

De vier kolommen op iedere bladzijde hebben tot hoofd

(het aantal graden). Sinus. Tangens. Secans.

hoewel het eigenlijk moest zijn Log. sinus, enz. Op iedere bladzijde komen dertig regels voor, geldende voor 0 tot 30 of voor 31 tot 60 minuten. Twee opeenvolgende linksche bladzijden behooren dus tot denzelfden graad: de overeenkomstige rechtsche bladzijden behooren tot het complement, en bevatte dus eigenlijk de Log. Cos., Log. Cotang en Log. Cosecans.

Deze tafels zijn dus werkelijk even zoo ingericht, als de vroeger vermelde van EZECHIEL DE DECKER.

2. Ruim eene eeuw later ontmoetten wij op het terrein der logarithmotechnie den wiskundige ADOLF FREDERIC MARCI, zie N°. VI dezer Bouwstoffen: tevens zagen wij aldaar, hoe deze zich verdienstelijk had gemaakt in het zamenstellen van eene tafel der priemgetallen. Omstreeks denzelfden tijd vinden wij een anderen naam, dien van J. WOLFRAM. Deze was een Nederlandsch officier en hield zich met wiskundige berekeningen bezig: hij bewoog zich in dezelfde dubbele richting als de genoemde MARCI, dat is, hij vervaardigde een uitgebreide tafel van priemgetallen, en berekende een nieuw stel hyperbolische logarithmen; met dezen laatsten arbeid oogstte hij wel den meesten roem in.

Zijne „Proeve van eene tafel ter ontledinge der getallen" [7]) verscheen in de Verhandelingen der Hollandsche Maatschappij te Haarlem. Zij bevat het „21ste Deel || van een grooter, in welke de || getallen van 1 tot 126000 ontleed zyn. || Dan in deeze proeve bevinden zig alleen || de Primo-getallen onder 6000, en van || de Gecomponeerde die, welker klein- || ste factor ten minsten 7 is: by gevolg || zyn de getallen, die in 2, 5 en 3 op- || gaan, daar van uitgesloten."

Deze tafel heeft 22 verticale kolommen: de twee eerste kolommen bevatten de 80 getallen in de eerste 300, die aan bo-

vengemeld vereischte voldoen, namelijk de veelvouden van dertig, vermeerderd met 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. Voor het gemak zijn zij in drie vakken verdeeld: A bevat de 26 getallen in het eerste honderdtal, B de 28 in het tweede, C de 26 in het derde. De volgende kolommen hebben tot hoofd 0, 3, 6, 9, 12, ... 57, die de honderdtallen aangeven, welke bij de getallen der eerste kolom moeten worden bijgeteld. Op die wijze verkrijgt hij een tafel met dubbelen ingang voor al de bedoelde getallen beneden 6000. Is nu het getal een priemgetal, zoo bevat de overeenkomstige plaats, niets; anders den kleinsten deeler: dus in deze tafel: 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, en wel respective 229, 124, 95, 67, 57, 47, 37, 32, 28, 22, 22, 17, 15, 10, 8, 6, 4, 2 maal. De belofte, dat „Deeze Tafels van 1 tot 126000 zullen in het ‖ eerstvolgende Deel worden meêgedeeld" is niet vervuld, misschien wel ten gevolge van de uitgave der tafelen van Prim-getallen door A. F. MARCI, waarover in N°. VI dezer Bouwstoffen sprake was.

3. Zijn grooter en belangrijker arbeid is opgenomen in de „Neue und erweiterte Sammlung unentbehrlicher Tafeln [8]) van JOHAN CARL SCHULZE" in 1778 te Berlin in twee deelen uitgekomen. SCHULZE zegt daaromtrent in zijn „Kurze Einleitung zum ersten Bande" op de vierde bladzijde (zonder pagineering).

„Die Tafel der natürlichen oder ‖ hyperbolischen Logarithmen bis auf ‖ 48 Decimalstellen ist, ein so wich- ‖ tiges Geschenk für die Integralrech- ‖ nung, dass sie gewis dem Herrn ‖ *Wolfram*, Artillerielieutenant in Dien- ‖ sten Ihro Hochmögenden der Her- ‖ ren Generalstaaten der vereinig- ‖ ten Niederlande, jetzt zu Nimwegen ‖ befindlich, welcher dieselbe mit der ‖ grössten Sorgfalt berechnet und nach- ‖ gesehen hat, in spätesten Andenken ‖ erhalten und unvergesslich machen ‖ wird. Sie ist die Frucht einer sechs- ‖ jährigen höchst mühsamen und be- ‖ schwerlichen Arbeit, und geht von 1 ‖ bis 2200 für alle Zahlen fort, von ‖ 2200 bis 10000 ist sie hingegen nur ‖ für die Prim- und etwas stark com- ‖ ponirte Zahlen berechnet, weil das ‖ Uebrige durch leichtes Addiren kann ‖ gefunden werden."

Wel is waar moge de naam van WOLFRAM niet algemeen

bekend zijn, althans veel minder, dan hij wel verdienen zoude: straks zullen wij zien, dat zijn arbeid in Duitschland wel op prijs werd gesteld SCHULZE, die blijkens de »Kurze Einleitung zum zweyten Bande" met WOLFRAM over de inrichting van den geheelen bundel heeft gehandeld, laat daarop volgen.

»Auf der 258sten ‖ Seite, als der letzten dieser Ta- ‖ fel, kommen einige Zahlen vor, bey ‖ welchen die Logarithmen fehlen, und ‖ der Raum weiss gelassen worden. Die- ‖ ses sind entweder Prim- oder sehr ‖ componirte Zahlen, so mit zu den ‖ 10000 gehören. Da Herr *Wolfram* ‖ vorm Schlusse dieses Werkes wegen ‖ ausgestandener Krankheit die Logarith- ‖ men nicht hat berechnen können, sie ‖ aber nächstens zu completiren geden- ‖ ket, so ist der Raum offen gelassen ‖ worden, um ihm nach Gefallen aus- ‖ zufüllen. Ferner trift man auf der ‖ 259 Seite für die Zahlen der offen ge- ‖ lassenenen (sic) Stellen sowohl als für eini- ‖ ge andere, deren Logarithmen Herr ‖ *Wolfram* nur einmal hat berechnen ‖ können, und welche daher nicht so ‖ zuverlässig als die übrigen sind, die ‖ zum wenigsten auf zwo verschiedene ‖ Arten sind berechnet worden, die ge- ‖ wöhnliche oder briggische Logarith- ‖ men bis auf 42 Decimalstellen berech- ‖ net, an."

Ten opzichte van het ontbreken dezer logarithmen door eene ziekte van WOLFRAM, zien wij verder uit »de Einleitung van den Thesaurus Logarithmorum Completus" 9) van GEORG VEGA in 1794 niets meer, dan hetgeen op blz. XXIX te lezen is.

»Die letzte Tafel dieses Werkes, welche die von Herrn ‖ *Wolfram*, einem holländischen Artillerie-Officier, berech- ‖ neten natürlichen Logarithmen mit 48 Decimalziffern ent- ‖ hält, ist aus der Sammlung der logarithm. trigon. Tafeln ‖ des Herrn *J. C. Schulze*, Berlin 1778. mit Ergänzung der ‖ daselbst abgängigen Stellen und Berichtigung einiger über- ‖ sehenen Fehler abgedruckt."

Maar ik meen ergens gelezen te hebben, dat deze aanvulling der door WOLFRAM eerst overgelaten leemten door van VEGA zelven is geleverd: als dat waar is, zoude daaruit volgen, dat WOLFRAM die niet heeft bewerkt, althans niet heeft in het licht gegeven. Misschien wel is hij bezweken aan de ziekte, die hem belette zijn arbeid volledig te maken voor de tafels van SCHULZE.

4. Doch ook andere Hollanders gaven omstreeks dienzelfden tijd beschouwingen over het berekenen van Logarithmentafels.

De eerste was WILHELM OTTO REITZ, Lector Juris en Rector te Middelburg, geboren den 20sten Juli 1702 te Offenbusch en overleden 22 October 1768 te Middelburg (zooals blijkt uit de Verhandelingen van het Zeeuwsch Genootschap, Dl. I, blz. XLIV): hij was pas den 26sten Juli 1768 lid van dat genootschap geworden. Deze gaf in 1754 zijne „Nieuw gevonde berekening der kunstbreuken" [10]), verdeeld in drie afdeelingen. In de eerste behandelt hij de regels voor de kunstbreuken, dat is de logarithmen van gewone breuken, die hij uitdrukt door de letter *f*, „die het teeken van een *fractio* of breuktal is"; bijv. den logarithmus van 0,000688 schrijft hij 4 *f* 0.8344207, zooals wij zouden schrijven 0.8344207—4. De „TWEEDE AFDEELING. ‖ *Behelzende een lichten en algemeenen Regel* ‖ *om, zoo wel de Somme, als Overschot* ‖ *van twee Kunsttallen te berekenen,*" geeft eerst een zeer zamengestelden regel van JOSEF MUSCHEL DE MOSCHAU uit de Acta Eruditorum van 1696; daarna zijn eigen zeer eenvoudigen regel, om te vinden *Log.* $(a \pm b)$ als *Log.* a en *Log.* b gegeven zijn. De methode in de „DERDE AFDEELING. ‖ *Lichte en gewisse manier om groote Breuk-* ‖ *tallen of Proportiën tot kleinder te bren-* ‖ *gen, die voor het gebruik veel bekwa-* ‖ *mer en nochtans voldoende zyn*" berust op de theorie der gedurige breuken. Ten slotte een „TOEGIFT ‖ van een kunstgreep, om een gegeven getal te ‖ toetsen, of het door 11 juist deelbaar zij."

In het volgende jaar verscheen zijn „Berekening van Kunsttallen" [11]), waarin hij eerst eenige regels geeft van logarithmotechnie, en ook onder andere een regel voor benaderd deelen; en daarop eene tafel der logarithmen voor de getallen 1—1000 (blz. 184—209) met hare eerste differentiën; vervolgens eene „TWEEDE TAFEL" van de Logarithmen van $1 + a . 10^{-n}$, voor $a = 1$ tot 9, $n = 3$ tot 18 (blz. 210—212), waarbij voor $n = 3$ tot 10 de eerste differentiën zijn gevoegd. Alle logarithmen zijn tot in 18 decimalen berekend.

Aan het slot beloofde hij een onderzoek te zullen uitgeven, dat in 1757 verscheen onder den titel „Nieuwe bespiegeling en Ontcijfering der teerlingsche vergelijkingen" [12]), waarin hij

(blz. 279—285) een "TAFEL VAN TEERLINGSCHE VERGELYKINGEN" geeft. Voor alle wortels $z = 0{,}01$ tot $2{,}00$ berekende hij voor de vergelijkingen $z^3 - z = AE$, of $z^3 + z = AE$, de waarden van AE (= *Aequatio*) in zes decimalen. In een "NABERICHT" bespreekt hij de methode van CLAIRAUT in zijne "Elemens d'Algèbre."

Tien jaren later kwam in het licht zijne "Nieuwe oplossing der stelkundige vergelijkingen van de vierde macht, en hierdoor ook van de derde macht" [13]). Hij tracht hierin de herleide vergelijking van de vierde macht $x^4 + axx + bx + c = 0$ aldus te vervormen. $(x^2 + p)^2 = (qx + r)^2$.

Als "Aanhangsel" geeft hij de oplossing van een vraagstuk omtrent de middellijn van Venus, bij haar Loop voorbij de Zon.

Zijne volgende verhandeling "Nieuwe bespiegeling der klootsche figuren, Met de Berekening van derzelver oppervlakte of inhoud", [14]) uitgegeven als "volkomen nieu, || en van myne uitvinding, ... door mynen goeden vriend den Wis- || kunstenaar LAUR. DUNEWEY DE MUNCK, || aangemoedigd", levert eenige stellingen omtrent bolvormige figuren, en wordt gevolgd door een "Byvoegsel omtrent de toover-vierkanten || van effe getallen." Deze waren geconstrueerd door zijnen "Broeder, KAREL KOENRAAD || REITZ, *Hoogleeraar te Harderwijk.*

Eindelijk heeft men nog zijn "Grondig onderwijs in de behandeling der breuktallen, zoo gemeene als decimale of tientallige, benevens de daarafhangende rekeningen" [15]) in 1769, als opus posthumum uitgegeven. Men vindt daarin de behandeling der gewone en tiendeelige breuken, omdat "*noch geenerlei* GRONDIG ON- || DERWIJS *der* DECIMALE *of* TIENTAL- || LIGE REKENINGEN, *en wat 'er ver-* || *der toe behoort of van afhangt, in 't* Neder- || duitsch *uitgegeven zy.*" Onder anderen het "IV. HOOFDSTUK. || BEHELZENDE DE TIENDETAFELS || MET DERZELVER GEBRUIK" (blz 343—351) dat is, herleidingstafels van maten, gewichten, enz. in tiendeelige breuken

5. De arbeid over logarithmotechnie werd voortgezet door MR. KARELL KOENRAAD REITZ: niet den broeder van den voornoemden, Hoogleeraar te Harderwijk, (geb. in 1708 en overleden 13 September 1773), maar den zoon van W. O. REITZ: hij was

Griffier van den Raad van Vlaanderen, te Middelburg. In 1769 kwam uit zijne „Nieuwe Handleiding om den Logarithmus voor eenig gegeven getal naaukeurig te vinden tot veertien letteren boven den index" [16]), waarin hij het gebruik der tweede verschillen verklaart bij het berekenen van logarithmen, en deze aanwendt voor zijne „TAFEL || DER KUNSTTALLEN OF LOGARITHMI || VOOR DE NATUURLYKE GETALLEN || VAN 1000000—1001000. || berekend || TOT XV. LETTEREN BOVEN DE || MERKLETTER OF INDEX" (blz. 455—480), waarin volgens de oudere methode de eerste verschillen tusschen de opeenvolgende logarithmen zijn geplaatst. In dit stuk belooft hij een vervolg: en dit verscheen in 1790 onder den titel „Aanhangsel tot de nieuwe handleiding om den Logarithmus voor eenig gegeven getal naaukeurig te vinden tot veertien letteren boven den index" [17]), waarin hij ook van de derde verschillen gebruik maakt, en deze leert aanwenden bij de logarithmotechnie.

6. Tusschen deze beide mannen, ontmoeten wij nog den naam van DIRK KLINKENBERG, geboren den 15den November 1709 te Haarlem, en op het einde van April 1799 te 's Hage overleden, Ordinaris Klerk ter Secretarye van Holland, en wel in zijne „Korte verhandeling over de Sinus, Tangens, en Secans Logarithmus getallen" [18]), waarin hij eerst de berekening dier logarithmen behandelt en daarna (bladz. 291—307) de „TAFELEN, || TOT GEBRUIK VAN DE || SINUS, TANGENS, || EN || SECANS LOGARITHMEN, || IN DE GEDEELTENS VAN MI- || NUTEN GRAADS" geeft. Deze bevatten voor iedere minuut der acht eerste graden dus voor 1—480 minuten de Log. Sinus en Log. Tangens in zeven decimalen met de verschillen. Daarop volgt (bladz. 308—310) een „TAFEL, dienende om te Corrigeeren de Sinus, || Tangens, en Secans Logarithmus, op Dui- || zendste deelen van Minuten Graads."

Dezelfde KLINKENBERG was niet alleen in de wiskunde zelve, maar ook in de sterrekunde ervaren, zooals blijkt uit zijne onderscheidene verhandelingen.

In 1755 gaf hij eerst een „Kort berigt wegens eene Comeetsterre, die zich in den Jaare 1757 (1758), Volgens het Systema van NEWTON, HALLEY en andere Sterrekundigen, zal vertoonen" [19]); waarin hij eene voorloopige berekening der loopbaan

leverde, en daarop eene „Beschouwing over de Deelen van het Bastion, Volgens een daarover opgegeven Voorstel, van den Hoog-gel: Heere N. YPÉ, Hoogleeraar in de Wiskunde te Franeker" [20]), waarin hij twee tafels leverde voor de centerhoeken van 90 tot 0 graden voor elken graad, met de titels: „I TAFEL, van de grooten der Hoeken, en langten der Lynen van het BASTION, enz. ‖ zynde de Langte der *Defens-linien* AD gelyk BL, op 60, en de *Facen* AF gelyk BZ, ‖ bestendig op het derde deel van dien, naamelyk 20. Roeden genomen. ‖ De nommers, agter de Roeden, zyn *Decimaal fractien*," en vervolgens „II. TAFEL, de hoeken blyven eeven gelyk als in ‖ de I. TAFEL, maar de langten der Lynen, zyn ‖ in zulke Deelen, en *decimaal fractien* uitge- ‖ drukt, waar van de buiten Polygone AB, ‖ bestendig 100. deelen is."

In 1755 ontmoeten wij eerst zijne „Verhandeling over de evenredigheid (of reden) tusschen de Middellyn en tusschen den omtrek van een Cirkel" [21]), waarin hij de berekening door reeksen behandelt. Hij zegt daar (bladz. 155):

„derhalve zal de reex ‖ $\sqrt{12}\times\left(1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{7}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{9}\right\| +$
$+\frac{1}{9}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{27}-\frac{1}{11}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{81}$, enz. de lang- ‖ te van de geheele omtrek der Cirkel uit- ‖ drukken, den Diameter gelyk 1 zynde," en geeft dan de berekening tot 21 decimalen, „op dat blyke, met hoe weinig ‖ moeite men door deezen weg tot zo ver- ‖ re kan komen, als waar toe Mr. L. VAN ‖ CEULEN het zelve door een grooten ‖ en roemwaardigen arbeid gebragt heeft." (blz. 156).

Hieruit zoude blijken, dat KLINKENBERG, vreemd genoeg, niet bekend was met den naderen arbeid van LUDOLF VAN CEULEN (waarvan in het N°. VIII dezer Bouwstoffen gesproken is): en dit wordt bevestigd door hetgeen hij reeds op bladz. 149 had gezegd.

„Daar L. VAN ‖ CEULEN zig vergenoegd had, met zulks ‖ tot twintig of één en twintig Numero's ‖ te brengen."

Op dit stuk volgden in ditzelfde jaar zijne „Verhandeling over de Pegelkunde, zo als dezelve tot grooter volmaaktheid gebragt word door de Fluxie-rekeningen" [22]), waar hij de for-

mu.e gebruikte $\frac{71 \times 2a}{113} \times \left\{ 1\frac{1}{4} c^2 + b \times ({}^2/_3\, d + c) \right\}$; zijn „Vraagstuk, de zee-vaart-kunde betreffende" [23]), in het vorige jaar door JOHNSON in Engeland opgegeven; — dan „Over een meetkundig werkstuk" [24]) betreffende eene zekere grootste waarde of maximum; — eindelijk zijne „Afbeeldinge der Eclipsen, op eene Nieuwe Wijze voorgesteld" [25]), waarin twee maan-eclipsen worden geconstrueerd.

Reeds in 1743 [26]) had KLINKENBERG gewezen op de gelegenheid ter bepaling van den afstand tusschen zon en aarde bij den overgang van Venus voorbij de zon in 1761: en deze arbeid was in de geleerde wereld met belangstelling ontvangen. Toen dus die overgang naderde, schreef KLINKENBERG den 12den November 1760, eerst zijne „Verhandeling, beneffens de naauwkeurige algemeene en byzondere Afbeeldingen van den overgang der planeet Venus voorby de zon, op den 6 Juny 1761 des morgens" [27]) en daarop in 1761 zijne „Verhandeling en Aanmerkingen over verscheide uitrekeningen, en waarnemingen van den overgang van Venus voorby de zon; op den 6den Juny 1761" [28]) met het „Naberícht, behoorende tot die Verhandeling" [29]), waarin hij eene discussie levert van de waarnemingen tijdens dien overgang.

Wij zagen reeds in zijne verhandeling van Noot (19), hoe hij zich met de waarneming van kometen bezig hield: deze arbeid was de aanleiding tot zijne benoeming als correspondent van de Fransche Akademie van Wetenschappen te Parijs. Ook sedert heeft hij zich veel met zulke waarnemingen bezig gehouden, zooals blijkt uit zijne verhandelingen „Observations on the late Comet in September and October 1757" [30]), geplaatst in de Philosophical Transactions van 1758, en „Observations de la Comète de 1759" [31]), opgenomen in de Memoires de l'Académie Royale des Sciences te Parijs, van 1760. Bijna een vierde eeuw later was het KLINKENBERG, die het eerst bewees dat de nieuwe ster Uranus geen komeet was, in zijne „Verhandeling over eene kleine doch ongewoone sterre, dewelke het allereerst in Engeland is ontdekt in de maand Maart 1781" [32]); men vindt ze in het zevende Deel der Verhandelingen van het Bataafsch Genootschap van 1783.

Nog heeft dezelfde wiskundige medegewerkt tot de Rivierkundige stellingen" van hetzelfde Bataafsch Genootschap te Rotterdam: tot dit onderwerp behooren zijne „Nader elucidatie over een poinct van Aanmerking op de achtste en volgende stellingen" [83]) en zijne „Aanmerkingen over de nader Elucidatie" [84]) te vinden in het eerste en tweede deel der Verhandelingen van genoemd genootschap.

AANTEEKENINGEN.

---

1)* Logarithmus || TAFELEN || van || *Sinus, Tangens, en Secants;* || En het gebruik des zelfden in kloot- || sche driehoeken. || Waer door meest alle Astronomische vraeg- || stucken/ door simpele additie en sub- || stractie, konnen opgelost werden. || Met een heel klaer en bescheidelik onderwijs, || en eenige aerdige Voorbeelden verçiert. || *Op nieuws uitgewerkt door* || DIRK REMBRANTS van Nierop, || Liefhebber der Mathematische konsten. || vignette || *Gedrukt tot Harlingen,* || By Hero Galama, Boeckverkoper. in 8°.

In verso van den titel een „Aen den Leser" waaruit blijkt, dat dit boekje in 1671 werd uitgegeven. Dan komt de „Eygenschap deser Tafelen (bladz. 1,2), Verscheyden voorvallen op de kloot- || se driehoecken" (blz. 2—25), „Scheeve Klootsche Driehoeken" (blz. 25—36). Op bladz. 37 (zonder paginatuur) een „'t Besluyt."

Op bladz. 38 beginnen de tafels zonder eigen titel. Zij gelden voor ieder minuut met 6 mantissen: (180 bladzijden zonder pagineering).

Na eene witte bladzijde vindt men

„De Drukfauten die in deze Logarithmus || Tafelen ingeslopen zijn/ bestaen in twaelef || cijfer-lettertjes/ welke de Liefhebbers/ in 't || Werckjen/ aldus gelieven te verbeeteren:" (10 fouten).

2)* Fundamentale onder- || wysinghe/ || *Aengaende* || De Fabrica, ende het veelvoudigh ghebruyck || van het Astrolabium, || Soo *Catholicum,* als *particulier.* || Beschreven || Door Adrianum Metium M. D. eñ Professorem in de || Mathematische consten binnen Franeker. || Vignette: eene meetkundige figuur voor het construeeren van het astrolobium (zie bladz. 4) || Voor Hendrick Louwerens Boeckvercooper tot Amsterdam. || Tot Franeker, || Ghedruckt by Vlderick Balck, geordineerde Boeck- || drucker der E, H. H. Staten van Frieslandt. || Anno 1627. in 4°.

VIII bladz. (zonder pagineering) bevatten na den titel, de opdracht „Aen de Edele, Erentfeste, Acht- || bare, Wyse, Voorsienighe ende seer discre- || te Heeren, de Heeren BEWINTHEBBEREN der Ver-

eenighde ende gheoctroyeerde Oost-Indi- || sche Compaignie deser Nederlanden" (5 bldz.) gedateerd „Ghegheven tot || Franeker den 5. Julij 1627." Daarop een „Tot den goetwillighen Leser" om het aanschaffen van een Astrolabium aan te bevelen. „Beminde Leser so ghij begeerigh zijt om te ver- || staen ende te genieten de vruchten van dese || onse profytelijcke ende ghenoechelijcke Leerin- || ghen; soo ist noodigh dat ghy becomt een Generale als || mede een Particuliere Astrolabium, wel perfect toe- || bereyt, welcke zijn te vercryghen by Hendrick Louwe- || rensz. Boeckvercooper in het Schrijfboeck, ende by Wil- || helmum Jansonium Caesium in de Sonwyser, beyde || wonende op 't Water, tot Amsterdam, en worden by den || anderen seer cierlick toebereyt, in een form van een groot || boeck ofte foliant, om van 't smetten te bewaren, ende zijn seer bequaem te ghebruycken."

Daarna een vers van PIERIUS WINSEMIUS (2 blz.).

A—Aa (blz. 1—190) het werk in vijf deelen. Aan het einde staat: „Eynde deses eersten Tractaets"; waaruit blijkt dat er nog andere „Tractaten" moesten volgen; men heeft dan ook den titel:

Het tweede Tractaet/ || Van de || Proprieteyten, eyghenschappen/ Solutie en || ontslaytinghe der Sphaerische Triangulen. || *Midtsgaders* || Een figuerlijcke aenwysinghe, hoe door de selve alle || Astronomische en Geographische quaestien ofte vraeg- || stucken solveert worden/ alles in drie deelen ver- || vatet. || Door || Dn. Adrianum Metium M. D. ende Profess. ordin. || Vignette: een sphaera armillaria. || Tot Franeker/ || Ghedruckt by Ulderick Balck, geordineerde Boeck- || drucker der E. H. H. Staten van Frieslandt. Anno 1627. in 4°.

In verso van den titel „Psal. 19, vers 1."

Aa—Xx, bladz. 1—168. Het werk in drie deelen. Daarop de titel:

Het derde Tractaet/ || Van 't || Opmaken ende het ghebruyck des par- || ticulieren *Astrolabiums*. || Door || Dn. Adrianum Metium. M. Doct. ende Profess. ordin. || Vignette: een zonnewijzer. || Tot Franeker, || Ghedruckt bij Vlderick Balck, geordineerde Boeck- || drucker der E. H. H. Staten van Frieslandt. || Anno 1627.

Yy—Ddd: bladz. 1—48.

3)* *Mr. Pieter Wils* || VVis-konstige Wercken: || *Bestaende in eenighe Meet-konstighe ende* || *Hemel-klootsche aenteyckeninghen, elck met hare* || *verklaringhen ende bewijsen.* || Tot dienst van de Lief-hebberen der selver konst || t'samen ghestelt. || vignette: eene meetkundige figuur (zie bladz. 93) || Tot AMSTERDAM, || By THOMAS FONTEYN, Boeck-drucker op de Nieu- || we-ziids Voorburghwal, by de Deventer Houtmarckt, in de || Ghekroonde Druckerij. 1654. in 4°.

Na den titel de „*Tot den* LEZER", waarin Gerard Kinkhuyzen mededeelt, dat hij die werken van zijn leermeester Pieter Wils na diens

dood heeft uitgegeven. Die opdracht is gedateerd „In Haerlem den 28 Februarij 1654."

A—T, blz. 1—155, bevat:

Blz. 1—5. Meet-konstighe || Vertooghen || *In hoeck-lijnen, der Boogen.*

Blz. 6—19. Meet-konstighe || Vertooghen. || *In recht-linische Formen.*

Blz. 20—63. Meet-konstigh || Passer-werck.

Blz. 64—82. Aenhangh, || *Bestaende in eenige Wis-konstige stucken.*

Blz. 83—92. Rekeningh || *Der* || Krom-streecken.

Blz. 93—152. Hemel-klootsche || Werck-stucken. || *Sonder kennis der Klootsche drie-* || *hoecken af te veerdighen.*

Blz. 153—155. *Aenteyckeningh,* || op de Metael-waegh.

Van dit werk bezit ik een volkomen gelijksoortig exemplaar, maar waarin als vignette voorkomt eene boekdrukkerij; en daaronder „*t'Haerlem,* Gedruckt by *Thomas Fonteyn*: || Voor de Weduwe van den Autheur Sal. woonende voor || aen in de Dam-straet. 1648. De „Tot den Leser" is gedateerd „*Haerlem den* 12 *Septemb.* 1648", maar heeft ongeveer denzelfden inhoud. Men heeft dus bij het werk van 1654 waarschijnlijk met eene nieuwe titel-uitgave te doen.

4)* *Mathematische Calculatie,* || Dat is, || Wiskonstige Rekening: || Leerende || Het vinden van verscheyden Hemelloopsche || Voorstellen, en dat door de Tafelen *Sinus Tangents* || of *Logarithmus* wiskonstelick uyt te rekenen: || Als oock tuyghwerckelick op een || liniael uyt te passen. || *Almede 't beschrijven en uytrekenen der* Zonwysers: || *zijnde alles seer vermakelick voor de Liefhebbers deser Konst,* || *ende niet min gedienstigh voor Schippers en Stuurlieden.* || Noch is hier by gevoeght *de Wis-konstige Musyka:* || waer in getoont wort de oorsake van 't geluyt, de redens || der Zangh-toonen, en verscheyden dingen tot de || Zangh en Speel-konst behoorende. || Door || het portret van den schrijver met randschrift „dyrck rembrantz van nierop" en het onderschrift „*Liefhebber der Mathematische Konsten*" || t'Amsteldam, || By Gerrit van Goedesbergen, Boeckverkooper || op 't Water, in de Delfsche Bybel. Anno 1659. in 8°.

a, b, bladz. 1—31 (bladz. 32 is wit). In verso van den titel vindt men „Kort inhoud deses Boecks". Dan blz. 3, 4 (zonder pagineering) de „inleydinge," blz. 5—24 „Onderwijs om de Tafelen van || de Logarithmus te maken. || *In de Fransche Tale beschreven door* || edmont wingate." Ten slotte (blz. 25—31) de „Inleydinge" voor het werk zelf.

Dit houdt A—K, blz. 1—167; en is verdeeld in vier deelen.

Bladz. 1—56, Eerste Deel . . . *D'uytrekeninge der Drie-hoecken,* || En dat soo wel recht, als || krom-lijnies.

Bladz. 57—88, Tweede Deel . . . Klootsche Rekeningen: || *Begrijpende* || *Eenige werck-stucken van dese stof.*

Bladz. 89—142, Derde Deel . . . De Beschrijvinghe der || Sonne-wijse

Bladz. 143—167, Vierde Deel . . . Eenige Vraeghstucken: || *En voornamelijck* || Van de Weegh-konst.

Daarop volgt het tweede boekje, met den titel

WIS-KONSTIGE || MUSYKA: || Vertoonende || De oorsaecke van 't geluyt, de || redens der Zanghtoonen telkonstigh uytge- || reeckent, ende het maken en stellen || der Speeltuygen. || *Als mede van der ouden Musijck, en verschey-* || *den gevoelens der selfder: Zijnde alles seer gedienstigh* || *en vermakelick voor* Musikanten, Organisten, || *of andere Instrument-speelders.* || DOOR || vignette: hetzelfde portret als in den vorigen titel; hetzelfde geldt voor de drukplaats en datum. in 8°.

a—e, blz. 1—70 bevat

INLEYDINGE (blz. 3—6). *Kort Begrijp deses Boecks* (blz. 7—10).

Daarop het werk, met twee tafeltjes ingeplakt.

5)* REGULA COS, || OF || ALGEBRA, || Zijnde de alder-konstrijcksten Regel om || het onbekende bekent te maken. || Ofte || Een korte Onderwijsinge/ waer in geleert werdt het Uyt- || trecken der Wortelen/ soo verre men begeeren mach. || De Spetien in || Surdische getallen. || Twee-namige getallen. || Cossische getallen. || De Vergelijckingen van ♃ ♃ ♃ &c met Exempelen daer toe dienende. || DOOR || J. R. BRASSER, geadmitteert Lantmeeter tot HOORN. || Noch || Is hier by ghevoeght de Geometria van Nicolaus Petri || Daventriensis, ende andere Questien van de Algebrae. || Als mede || Eenige Exempelen van Gerrit Evertsz. Backer, School- || meester tot Gracht. || Vignette: een schildpad. || t'AMSTERDAM, || By Gerrit van Goedesbergh, Boeckverkooper op 't Water/ aen de || Nieuwebrugh/ in de Delfsche Bybel. Anno 1663. in 4°.

VIII bladz. bevat titel; de „VOORREDEN || *tot den Konst-lievenden* || LESER" (5 bladz.); dan „Beteeckeninge der Characteren die wy || in desen sullen gebruycken."

A—Nn blz. 1—286 het werk, waarvan de beide laatste bladzijden het „REGISTER" bevat.

Nn—Vv blz. 287—341 heeft tot opschrift: „GEOMETRIA || Van || NICOLAUS PETRI Daventriensis, || Ende andere questien per || ALGEBRAE."

Vv—Aaa blz. 342—370 „Geometria per Cos."

Aaa—Ddd blz. 371—400 „Volgen eenige || EXEMPELEN, || Gemaeckt door || G. E. BACKER, || Schoolmeester tot GRAFT, || Gewesene || Discipel van den voorgaenden Autheur Jacob R. Brasser || van Hoorn, dewelcke met believen en consent van den voor- || noemden Autheur hier zijn by gevoeght: || Daer van || Eenige door den Regel van Drie-en konnen werden op- || gelost; doch vallen meestendeel onder de *Quadraet, Cubicq* || en *Cens-decens Cos:* Als oock eenige onder de || *Polygonaelse* vergelijckingen.

6)* Hetzelfde werk met denzelfden titel tot aan de vignette. Deze is hier eene sphaera amillaria met een engelenkop in het midden, en het bovenschrift „INDEO". || t'AMSTERDAM, || By JACOB VOLCKERTSZ, Boeck-verkooper/ 1672. in 4°.

A—Ddd. bladz. 1—400, als hierboven in Noot (5).

7)* PROEVE || VAN EENE || TAFEL || TER ONTLEDINGE DER || GETALLEN. || DOOR || J. WOLFRAM.

= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE MAATSCHAPPY || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || TWEEDE DEEL || 1755. bladz. 622—624.

8)* JOHANN CARL SCHULZE || wirklichen Mitgliedes der Königl. Preussischen Academie der || Wissenschaften || NEUE UND ERWEITERTE || SAMMLUNG || LOGARITHMISCHER, || TRIGONOMETRISCHER || und anderer || ZUM GEBRAUCH DER MATHEMATIK || UNENTBEHRLICHER || TAFELN. || I. (respective II.) BAND. || BERLIN, 1778. || BEY AUGUST MYLIUS, BUCHHÄNDLER || IN DER BRÜDERSTRASSE, in 8°.

Band I bevat

a—b (24 bladzijden, die elk twee kolommen bevatten, waarvan de eerste het fransch, de tweede het hoogduitsch bevat) „VORREDE" (8 bladz.) KURZE EINLEITUNG || ZUM || ERSTEN BANDE" (6 bladz.) „KURZE EINLEITUNG || ZUM || ZWEYTEN BANDE" (6 bladz.).

A—Kk. bladz. 1—260.

Bladz. 1—187. „TAFEL || der || LOGARITHMEN || aller || natürlichen Zahlen || von 1 bis 101000."

Bladz. 188. Multipla van den Modulus &c.

Bladz. 189—259. Natürliche oder hyperbolische || LOGARITHMEN || bis auf 48 Decimalstellen. || Von || HERRN WOLFRAM || berechnet."

Bladz. 259. „Die componirte Zahlen zu bestimmen, die man neben den Prim- || zahlen nöthig hat, alle componirte Zahlen unter eine Million || aus zween Factoren zu finden."

Blz. 260. „Formeln zur Bestimmung der hyperbolischen Logarithmen der || Sinus und Cosinus bis auf 20 Decimalstellen."

Ll—Qq. 52 bladz. (zonder paginatuur).

„TAFEL || für die || LOGARITHMEN || der || SINUS UND TANGENTEN || kleiner Bögen von 0 Grad bis 2 Grad, || von Secunde zu Secunde berechnet. (44 bladz.).

„TAFEL DER LOGISTAL-LOGARITHMEN" (8 bladz.).

Band II bevat

A—Rr. bladz. 1—319.

Bladz. 1 -261. TAFEL || der || SINUS, TANGENTEN, || SECANTEN || und || deren zustimmenden briggischen und hyperboli- || schen Logarith-

men || für die vier ersten und vier letzten Grade von 10 zu || 10 Secunden; || für den übrigen Theil des Quadranten aber von Minute zu || Minute, nebst dem 6ten Theile der Differenzen || berechnet."

Bladz. 262—263. „Multiplicir-Täflein der Sinus."

Bladz. 264. Verschiedene Reihen.

Bladz. 265. „Verschiedene || sowohl neue als andere nützliche || Tafeln, || welche || in der Mechanik und andern Theilen der || angewandten Mathematik || öfters gebraucht werden."

Bladz. 266—277. Länge der Cirkulbögen für alle Grade || in Theilen des Halbmessers bis auf 27 Decimalstellen.

Bladz. 278—281. Tafel der Potenzen (1 tot 11) aller Wurzeln || so zwischen 0,01 und 1,00 fallen."

Bladz. 282, 283. Tafel der Quadratzahlen aller Wurzeln von 1 bis 1000.

Bladz. 284—287. Tafel der Cubiczahlen aller Wurzeln von 1 bis 1000.

Bladz. 288—291. Tafel der Quadratwurzeln || aller natürlichen Zahlen von 1 bis 1000.

Bladz. 292—295. Tafel der Cubicwurzeln || aller natürlichen Zahlen von 1 bis 1000.

Bladz. 296—297. Tafel zum Einschalten || nach dem Decimal-System.

Bladz. 298—307. Tafels van snelheden, enz.

Bladz. 308—311. Rationale Trigonometrie.

Bladz. 312—319. Verschillende opgaven.

9)*Thesaurus || logarithmorum || completus, || ex || arithmetica Logarithmica, et ex trigonometria || artificiali || Adriani Vlacci || collectus, || plurimis erroribus purgatus, || in novum ordinem redactus, || et || prima post centesimam logarithmorum chiliade, partibus || quibusdam proportionalibus differentiarum, logarithmis sinuum, || cosinuum, tangentium et cotangentium pro primis ac postremis || duobus quadrantis gradibus ad singula minuta secunda, formulis || nonnullis trigonometricis, Wolframii denique || tabula logarithmoru mnaturalium || locupletatus || a || Georgio Vega, || supremo vigiliarum praefecto et professore matheseos in caes. reg. artis || pyrotechnicae cohorte, et societatis regiae scientiarum || Goettingensis sodali correspond. || cum privilegio impressorio privativo sacr. caes. || reg. apost. maiest. || Lipsiae || in libraria Weidmannia. || 1794. in folio.

Ook met den titel,

Vollständige Sammlung || grösserer || logarithmisch-trigonometrischer || Tafeln, || nach || Adrian Vlack's || Arithmetica logarithmica || und || Trigonometria artificialis, || verbessert, neu geordnet und ver-

mehrt || von || Georg Vega, || Major und Professor der Mathematik beym kayserl. königl. Bombardierkorps, und || Correspondenten der königl. grossbr. Gesellschaft der Wissenschaften || in Göttingen. || Mit Röm. kayserl. allergnädigsten Privilegio. || Leipzig, || in der Weidmannischen Buchhandlung. || 1794. in folio.

a—h. Blz. I—XXXII.

A—Lll. Blz. 1—684.

10)* Nieuw gevonde || berekening || der || kunstbreuken, || door || wilhelm otto reitz.

= Verhandelingen || uitgegeeven door de || Hollandse || Maatschappij || der || Weetenschappen || te || Haarlem. || Eerste Deel. 1754. blz. 1—88.

11)* De berekening || van || kunsttallen; || Nader opgehelderd en grootelyks verlicht || door || wilh. otto reitz.

= Verhandelingen || uitgegeeven door de || Hollandse || Maatschappij || der || Weetenschappen || te || Haarlem. || Tweede Deel. 1755. blz. 166—224*. (= 228).

12)* Nieuwe bespiegeling || en ontcijfering der || teerlingsche || vergelykingen || door || wilhelm otto reitz.

= Verhandelingen || uitgegeeven door de || Hollandse || Maatschappij || der || Weetenschappen || te || Haarlem. || Derde Deel. 1757. blz. 289—320*. (= 324).

13)* Nieuwe oplossing || der || stelkundige || vergelykingen || van de || vierde macht, || En hierdoor ook van de || derde macht: || door || wilhelm otto reitz.

= Verhandelingen || uitgegeeven door de || Hollandse || Maatschappij || der || Weetenschappen || te || Haarlem. || Negende Deel. || Derde stuk. || 1767. blz. 1—48, waarvan de vier laatste bladzijden het „Aanhangsel."

14)* Nieuwe || bespiegeling || der || klootsche || figuren, || Met de Berekening van derzelver || oppervlakte || of || inhoud: || door || Mr. wilhelm otto reitz.

Met een Bijvoegsel || omtrent de tooververkanten || van effe getallen. ||

= Verhandelingen || uitgegeeven door de || Hollandse || Maatschappij || der || Weetenschappen || te || Haarlem. || Tiende Deel, Tweede Stuk. 1768. blz. 193—244.

15) GRONDIG ONDERWYS || IN DE BEHANDELING || DER BREUKTALLEN, || ZOO GEMEENE, ALS DECIMALE OF TIEN- || TALLIGE, BENEVENS DE DAARAF- || HANGENDE REKENINGEN: || DOOR || MR. WILH. OTTO REITZ.
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR HET || ZEEUWSCH || GENOOTSCHAP || DER || WETENSCHAPPEN || TE || VLISSINGEN. || EERSTE DEEL. A. 1769. blz. 293—386.

16) NIEUWE HANDLEIDING || OM DEN LOGARITHMUS VOOR EE- || NIG GEGEVEN GETAL NAAUKEURIG TE || VINDEN TOT VEERTIEN LETTE- || REN BOVEN DEN INDEX: || *benevens eene* TAFEL || *der* KUNSTTALLEN *voor* || 1000000—1001000. || berekend || DOOR || MR. K. K. REITZ.
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR HET || ZEEUWSCH || GENOOTSCHAP || DER || WETENSCHAPPEN || TE || VLISSINGEN. || ELFDE DEEL. A. 1786. blz. 423—480.

17) AANHANGSEL || TOT DE || NIEUWE HANDLEIDING || OM DEN LOGARITHMUS VOOR EE- || NIG GEGEVEN GETAL NAAUKEURIG TE || VINDEN TOT VEERTIEN LETTE- || REN BOVEN DEN INDEX: || DOOR || MR. K. K. REITZ.
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR HET || ZEEUWSCH || GENOOTSCHAP || DER || WETENSCHAPPEN || TE || VLISSINGEN. || VEERTIENDE DEEL. A. 1790. blz. 535—576.

18)* KORTE || VERHANDELING || OVER DE || SINUS, TANGENS || EN || SECANS LOGARITHMUS || GETALLEN; || *Met een bygevoegde* TAFEL, *waar door* || *dezelve tot in duizendste, en tiendui-* || *zendste deelen van Minuten boogs* || *gevonden kunnen worden.* || DOOR || D. KLINKENBERG.
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || VIJFDE DEEL. A. 1760. blz. 253—310.

19)* KORT BERIGT, || WEGENS EENE || COMEET-STERRE, || Die zich in den Jaare 1757 of 1758, || Volgens het Systema van NEWTON, || HALLEY, en andere Sterrekun- || digen, zal vertoonen; || DOOR || D. KLINKENBERG. (met twee platen.).
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || TWEEDE DEEL. A. 1755. blz. 275—318.

20)* BESCHOUWING || over de Deelen van het || BASTION. || Volgens een daar over opgegeeven Voorstel, || van den Hooggel. Heer N. YPÉ, Hoog- || leeraar in de Wiskunde te Franeker. || DOOR || D. KLINKENBERG. (met twee tabellen en eene plaat.).
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAAT-

SCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || TWEEDE DEEL. A. 1755. blz. 479—502.

21)* VERHANDELING || OVER DE || EVENREDIGHEID || (OF REDEN) TUSSCHEN DE || MIDDELLYN || EN TUSSCHEN DEN || OMTREK || VAN EEN || CIRKEL; || DOOR || D. KLINKENBERG. || (met eene tabel).
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || DERDE DEEL. A. 1757. blz. 147—157.

22)* VERHANDELING || OVER DE || PEGELKUNDE, || zo als dezelve tot grooter volmaaktheid || gebragt word door de || FLUXIE- || REKENINGEN; || DOOR || D. KLINKENBERG.
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || DERDE DEEL. A. 1757. blz. 231—238.

23)* VRAAGSTUK, || DE || ZEE-VAART-KUNDE || BETREFFENDE, || OPGELOST || DOOR || D. KLINKENBERG.
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || DERDE DEEL. A 1757. blz. 414—418.

24)* OVER EEN || MEETKUNDIG || WERKSTUK; || DOOR || D. KLINKENBERG.
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || DERDE DEEL. A. 1757. blz. 509—517.

25)* AFBEELDINGE || DER || ECLIPSEN || op eene Nieuwe Wyze voorgesteld; || DOOR || D. KLINKENBERG. (met eene plaat.).
= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || DERDE DEEL. A. 1757. blz. 540—547.

26) *D. Klinkenberg*, Beschrijving hoe de afstand der zonne van de Aarde kan gevonden worden door den schijnbaren weg van Venus en Mercurius over de Zon nevens de afbeelding van drie zulke verschijningen, de eerste in November 1742, de tweede in 1753, de derde in 1761. Waar agter de oplossing eener meetkundige Voorstelling. Haarlem. 1743. in 8°.

27)* VERHANDELING, || BENEFFENS DE NAAUWKEURIGE AL- || GEMEENE EN BYZONDERE || AFBEELDINGEN || VAN DEN OVERGANG DER PLANEET ||

VENUS || VOORBY DE || ZON || OP DEN 6 JUNY 1761 DES MORGENS ; || DOOR || D. KLINKENBERG. (met eene plaat.).

= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || ZESDE DEEL. || EERSTE STUK. || A. 1760. blz. 285—326.

28)* VERHANDELING || EN AANMERKINGEN OVER VER- || SCHEIDE UITREKENINGEN, || EN WAARNEEMINGEN || VAN DEN || OVERGANG || VAN || VENUS || VOORBY DE || ZON. || *Op den 6den Juny* 1761. || DOOR || D. KLINKENBERG. (met eene plaat.).

= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE || MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || ZESDE DEEL. TWEEDE STUK. A. 1762. (blz. 874—922.).

29)*NABERICHT, be- || hoorende tot de Verhandeling || en Aanmerkingen over ver- || scheidene Uitrekeningen en || Waarnemingen van den O || VERGANG VAN VENUS VOOR- || BIJ DE ZON, op den 6 Ju- || ny 1761. Door *D. Klinkenberg.*

= VERHANDELINGEN || UITGEGEEVEN DOOR DE || HOLLANDSE MAATSCHAPPIJ || DER || WEETENSCHAPPEN || TE || HAARLEM. || ZESDE DEEL. TWEEDE STUK. || BERICHTEN A. 1762. (blz. 91— 94.).

30) *Observations on the late Comet in* Sep- || tember *and* October 1757; *made at the* || Hague *by* Mr. D. Klinkenberg: *In a* || *Letter to the Rev.* James Bradley, D.D. || *Astronomer Royal, and* F. R. S., *and Mem-* || *ber of the Royal Academy of Sciences at* || Paris. *Translated from the* Low Dutch.

= PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS VOL. L. PART II, for the Year 1758. N°. LIX. pages 483—488

31) OBSERVATIONS *de la Comète de* 1759, *faites en* || *Europe & dans les Indes orientales, recueillies tant* || *de la Correspondance de M. de l'Isle que de la mienne.* ||

A la Haye, par M. DIRCK DE KLINKENBERG, || *Commis au Secrétariat de L. H. P. les Etats Généraux* || *de Hollande & de West-frise; de la Société des Sciences de* || *Hollande, & Correspondent de l'Académie Royale des Sciences de Paris.* ||

Extrait de ses Lettres des 20 *Août* 1759 *&* 24 *Février* 1765.

= HISTOIRE || DE || L'ACADÉMIE || ROYALE || DES SCIENCES. || ANNÉE. M.DCCLX || PARIS. 1766. page 433—439.

32) VERHANDELING, || OVER EENE KLEINE DOCH ONGEWOONE || STERRE, ||

Dewelke het allereerst in ENGELAND is ontdekt in de || Maand *Maart* 1781, en vervolgens in verscheide || Plaatsen in Europa is waargenomen. || *Zijnde het hoofdzaaklijk gedeelte dezer Verhandeling bij wijse eener* || *Memorie gezonden aan de Koninklijke Academie der* || *Weetenschappen te Parijs*, || DOOR DEN || MATHEMATICUS EN LANDMEETER || D. KLINKENBERG, || *Ordinaris Clercq ter Secretarie van Holland; Lid van de Hollandsche Maatschappije* || *der Weetenschappen te* Haarlem, *en van het Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke Wijsbegeerte te* Rotterdam, *mitsgaders Correspondent* || *van de Koninklijke Academie der Weetenschappen te* Parijs.

= VERHANDELINGEN || VAN HET || BATAAFSCH || GENOOTSCHAP || DER || PROEFONDERVINDELIJKE WIJSBEGEERTE || TE || ROTTERDAM. || ZEVENDE DEEL || A. 1783. blz. 1—60.

33) NADER ELUCIDATIE, || over een Poinct van Aanmerking, op || de 98, en volgende der *Rivierkundige* || *Stellingen* van het Bataafsch Genootschap || der Proefondervindelyke Wijsbegeerte || te Rotterdam, aangaande de oorzaaken || van meerder of minder Snelheid van het || Afstroomen der Rivieren, || Door den Landmeeter, D. Klin- || kenberg, als Lid van het voorm.: || Genoodschap, gemaakt en opgegeeven.

= VERHANDELINGEN || VAN HET || BATAAFSCH || GENOOTSCHAP || DER || PROEFONDERVINDELIJKE WIJSBEGEERTE || TE || ROTTERDAM. || EERSTE DEEL. A. 1774. blz. 149—159.

34) AANMERKINGEN, || OVER DE || NADER ELUCIDATIE, || IN HET EERSTE DEEL DEZER || VERHANDELINGEN, || OP PAG. 149—158. DOOR DEN SCHRIJVER VAN DEZELVE, || D. KLINKENBERG.

≡ VERHANDELINGEN || VAN HET || BATAAFSCH || GENOOTSCHAP || DER || PROEFONDERVINDELIJKE WIJSBEGEERTE || TE || ROTTERDAM. || TWEEDE DEEL. A. 1775. blz. 199—208.

BIJDRAGE

TOT DE

NATUURLIJKE GESCHIEDENIS DER WATER-SALAMANDERS.

DOOR

A. W. M. VAN HASSELT.

Reeds ongeveer honderd jaren heeft een tal van natuurkundigen, de voetstappen van SPALLANZANI drukkende, de Salamandriden en andere kruipende dieren tot onderwerp van waarneming en studie gemaakt, zelfs in die mate, dat het veld van onderzoek hier geheel gesloten kon schijnen.

Zeer onlangs nogtans is de literatuur over dit gedeelte der zoölogie weder met eene boeijende verhandeling vermeerderd door de *Beobachtungen an Reptiliën und Amphibiën in der Gefangenschaft*, van FRIEDRICH K. KNAUER, in 1875 te Weenen uitgekomen, en, in de tweede plaats, ben ik zelf, sedert verscheidene jaren, nu en dan, mede in de gelegenheid geweest, om de buitengewone *levenswijze* van eene soort dezer dieren gade te slaan, waardoor ik meen eene niet onbelangrijke bijdrage te kunnen leveren tot den veel besproken *levensduur* der amphibiën.

Eene mijner vrouwelijke nabestaanden, die het individu, waarop ik uwe aandacht eenige oogenblikken wensch te vestigen, gedurende den langen tijd zijner gevangenschap met de meeste zorg heeft opgekweekt, gaf mij, op mijn verzoek, daarover eene mededeeling, welke ik in originali laat voorafgaan.

„In October 1859 verzocht mijn naar Oost-Indië vertrekkende schoonzoon mij, om verder te willen zorg dragen voor een „hagedisje," dat hij, in Mei van dat jaar, op eene wandeling in de omstreken van Delft, half verscholen in een' bolster van eene wilde kastanje, gevonden en sedert verpleegd had. Hij bewaarde het in een gewoon visch-glas, voor de helft met aarde en zand gevuld en hield het met aardwormen in 't leven. In dat glas heb ik het altijd gelaten, alleen op den duur zorgende, somtijds de aarde te ververschen, waarop ik eene kleine graszode had gelegd, die ik in den zomer van tijd tot tijd, om het gras frisch te houden, met eenige druppels water besprenkelde. Bij deze gelegenheid, of als ik de hagedis uit het glas nam, dat zij al spoedig gewillig toeliet, om haar even op de tafel of in den tuin op den grond te zetten, liep zij, die in hare cel anders langzaam en bedaard was in hare bewegingen, meestal heel vlug weg, en moest ik goed oppassen, er bij te zijn, om haar weer op te vangen. Eens slechts heeft zij hare gevangenis weten te ontvluchten, doch is toen, na lang zoeken, terug gevonden in de kolk van een' niet gebruikten schoorsteen. Ik voerde haar, zoo lang ze maar eenigszins, des winters zelfs uit broeikasten of bloempotten, te verkrijgen waren, met niets anders dan kleine pieren. Die nam zij echter alleen als zij springlevend waren. In een deel van den winter bleef zij, soms verscheidene weken, — hoogstens zes, — zonder voedsel, want hoe dikwijls ik ook getracht heb, haar, bij gebrek aan wormen, insekten of stukjes vleesch te geven, die heeft zij nooit willen eten. Dan bleef zij zich ook, korteren of langeren tijd, schuil houden in de aarde, vooral als het hard vroor, eens in een' kouden winter, ruim anderhalve maand, doch anders kwam zij, ook in het late najaar en vroege voorjaar, meest altijd uit den grond of het gras te voorschijn, wanneer ik de aarde met eene breipen omroerde, of aan het glas schudde, of ook als ik dit dicht bij het lamplicht zette. Bij het besprenkelen van het gras heb ik haar nooit zien drinken, en ofschoon ik haar dikwijls de tong zag uitsteken en bewegen, heb ik niet kunnen hooren, dat zij eenig geluid maakte. Wel geloof ik, dat zij mij hoorde, als ik tegen haar sprak, daar zij dan den kop bewoog en mij scheen aan te zien. Groeijen deed zij volstrekt niet; zij is

niets grooter geworden, dan toen ik haar kreeg. Ook in vorm en kleur heb ik geene de minste verandering kunnen bespeuren. Alleen tegen den tijd van het vervellen zag zij er donkerder uit, maar daarna was de groenbruine kleur van den rug en het geel van den buik veel helderder. Dit afleggen van het vel geschiedde vrij geregeld een paar malen in het jaar, nooit meer. Slechts eens heb ik het goed kunnen zien; zij had toen een bruin-zwart ringetje van den kop af over den hals opgerold, en juist als iemand, die met moeite zijne armen uit de jasmouwen trekt, zoo ging zij met de voorpootjes er uit en daarna rolde het vel langzaam verder naar achteren op, tot de achterpooten er één voor één werden uitgetrokken. Hoe het van den staart gleed en waar het huidje, dat ik bewaren wilde, gebleven is, weet ik niet; toen ik even uit de kamer werd geroepen en na eenige minuten terugkwam, was het vervellen geheel gedaan, maar het japonnetje nergens te vinden. Het had in 't geheel ruim twee uren geduurd. In het voorjaar van 1875 begon zij weêr te vervellen, doch dit vorderde niet. Het ging ook ongeregeld, nu hier, dan daar. Overal bleven zwarte, opgedroogde velletjes om en aan het lijf, den hals en de poten zitten, vooral ook achter aan den staart, waarvan toen, met zulk een huid-ringetje, zelfs een stukje afviel. Zij wilde, of kon, ook geen voedsel meer nemen, en als ik haar een wormpje voorhield, hapte zij gedurig mis, of kon het niet inslikken. Die toestand duurde tot in October van dat jaar en werd het diertje hoe langer zoo magerder, en toen, uit vrees, dat het zich anders, als gewoonlijk tegen den kouden tijd, meer en meer in de aarde verschuilen en daar vergaan zoude, in brandewijn verdronken, om het voor mijn schoonzoon te kunnen bewaren."

Kort hierop ontving ik het bedoelde „hagedisje," om het „op te zetten" en te determineeren. Het bleek mij eerst toen, — want ik had het te voren wel meermalen, passim, gezien, half in de aarde of tusschen het gras, maar het nooit zelf in handen gehad, — dat het *geene* hagedis *) was! Het behoorde niet eens tot de, op het land levende, *Lacertinae*,

*) Intusschen wordt het toch in de volksspraak meermalen met den naam van Water-hagedis" bestempeld.

maar tot de familie der *Salamandrida*, en, onder dezen, zelfs niet tot de Land-, maar tot de *Water*-Salamanders!

Het is, namelijk, een, wat de kleurteekening betreft, minder duidelijk, doch voor het overige vrij goed herkenbaar, vrouwelijk (?) exemplaar van den, bij ons zeer gemeenen, *Triton vulgaris* LINN., *cinereus* MERREM, *taeniatus* SCHNEIDER, of *punctatus* LATREILLE, zooals mij ook door ons medelid SNELLEN VAN VOLLENHOVEN en door den heer HORST, adsistent van den hoogleeraar HARTING, bevestigd werd.

Alleen voor het geslacht blijft eenige twijfel over, omdat dit, bij deze dieren, in deze levensperiode vooral, slechts bij uitwendige bezichtiging en zonder anatomisch onderzoek (daar de „lijkopening" mij door de eigenares niet werd toegestaan) moeijelijk of niet te herkennen is. Ik hel intusschen het meest over tot de meening, dat wij hier een wijfje voor ons hebben, omdat OKEN, met sommige andere schrijvers eensluidend, opgeeft, dat „dass *Männchen immer im Wasser* scheint zu blei„ben, da man wenigstens auf *dem Lande* nur *Weibchen* fin„det". *Allgemeine Naturgeschichte*, Amphibiën, 6 Band, S. 456. Overigens zoude ook wel eenige grond bestaan, om aan te nemen, dat ons exemplaar tot het mannelijk geslacht behoort. Immers bezit dit ten duidelijkste een' verbreeden of zijdelings afgeplatten staart. En daarover vind ik, desgelijks bij OKEN, loco citato, opgeteekend, dat, „bei dem Weibchen der Schwanz „*ründlich* (?) ist, der Schwanz aber bei dem Männchen *breit* „bleibt". Intusschen kan deze uitspraak niet zoo voetstoots worden onderschreven. In het algemeen toch wordt, ook door anderen, aangegeven, dat de Tritons, bij een langer verblijf op het land, belangrijke wijzigingen kunnen ondergaan in den bouw van sommige lichaams-deelen. Zoo schrijft DUMÉRIL daarover: „que ces animaux éprouvent alors un changement très „notable, tant pour les couleurs, que pour la conformation des „parties, telles que les crêtes, les organes génitaux, les lobes „des orteils, et surtout la queue". *Histoire naturelle des reptiles*, T. IX, p. 127 *). Daarover intusschen is, bij ons voor-

*) DUMÉRIL voegt daar nog het volgende bij: „Cette altération devient si „notable, qu'elle peut mettre les naturalistes dans l'embarras pour savoir distin„guer, s'ils ont sous les yeux une *Salamandre* ou un *Triton*," l. c. ibidem.

werp, niets opgeteekend geworden, zijnde bij hetzelve, na het voor altijd vaarwel zeggen aan het vochtig element, in „vorm en kleur" geene de minste verandering bespeurd. En wat voornamelijk opmerking verdient, is, dat de vermelde wijzigingen, althans voor den vorm van den *staart* in het bijzonder, niet zoo bepaald schijnen door te gaan, als OKEN beweert, of zoo als, juist omgekeerd, door DUMÉRIL wordt beschreven, wanneer deze zegt: „Lorsque les Tritons sont restés longtemps hors de „l'eau, leur queue *s'arrondit* *) et à peine peut on reconnaître „qu'elle avait été très comprimée", l. c. p. 124. Immers blijkt het tegendeel uit onze waarneming, daar de staart, gedurende eene zoo langs reeks van jaren, niet in het minst is „afgerond", maar tot het einde toe den breeden en platten, oorspronkelijken Triton-vorm heeft behouden.

De bij ons voorwerp gedane, niet onbelangrijke observatie, omtrent den steeds onveranderd gebleven toestand, niet alleen van laatstgenoemd lichaamsdeel, maar ook van den geheelen uitwendigen bouw, de kleurteekening en grootte, kan voorts, — zoo dit noodig ware, — ten bewijze strekken, dat voortaan geene de minste sprake meer mag zijn van de veronderstelling door sommigen vroeger wel eens losweg uitgesproken: dat de *kleine* Triton, de *taeniatus*, bij de langzame metamorphose dezer reptiliën, wellicht slechts als representant van den jeugdigen toestand („das Junge Thier", LEUNIS, *Synopsis der Naturgeschichte des Thierreichs*, 2te Aufl. S. 341) zou te beschouwen zijn van den veel *grooteren* Triton, den *cristatus* Laurenti.

Ook de bekende, doch dikwijls niet zonder overdrijving herhaalde, stelling, dat de kruipende dieren in het algemeen zeer weinig behoefte hebben aan voedsel †), werd in casu, voor *Triton taeniatus* in het bijzonder, niet bevestigd gevonden.

*) Dan naar analogie met dien bij „les véritables salamandres, dites *terrestres*, „ou à queue *arrondie*". Ibidem.

†) Voor de verwante *Siren*, *Amphiuma*, *Proteus* schrijft OKEN: „Man weiss, „dass sie *Jahrelang* ohne Nahrung durchbringen können", l. c. S. 432. Voor *Rana esculenta* deelt KNAUER mede: „Ich halte nun *über ein Jahr* zwei grosse Exem„plare, ohne sie zu füttern, in einem zum Theil mit Erde gefüllten, fast völlig „dunklem Raume, ohne dass ich bisjetzt an diesen Thieren eine Abnahme an „Körper-umfang wahrzunehmen vermöchte" l. c. S. 80.

Gedurende den geheelen tijd zijner gevangenschap is geene langere onthoudings-periode dan telkenjare van hoogstens zes weken achter elkander waargenomen, en kon men hem overigens, het geheele jaar door, met de grootste gretigheid, de toegeworpen verschillende variëteiten van *Lumbricus terrestris* LINN. zien verslinden.

Daarentegen vonden wij wel bevestigd de opgaaf van KNAUER, dat „die Molche in Gefangenschaft den Pfleger erkennen lernen „und sich berühren lassen ohne zu fliehen", l. c. S. 45, daar de onze soms omzag als men hem toesprak en insgelijks meermalen de hem met een pincet voorgehouden wormpjes, als het ware uit de hand, tot zich kwam nemen. Even juist vonden wij zijn vermoeden omtrent het „niet drinken" van deze en andere amphibiën. Wanneer hij echter, ter verklaring daarvan aanvoert, dat dit voor de kikvorschen en water-salamanders waarschijnlijk ook niet noodig is, wegens de rijkelijk plaats grijpende opname van water langs de huid, l. c. S. 34, zoo wordt die uitlegging weersproken door onzen Triton, die voortdurend buiten het water heeft geleefd.

Minder juist is dezelfde waarnemer der levenswijze van deze dieren weder, wanneer hij zegt: „dass sie einmal ans Land ge„gangen im Halbschlafe dahin leben" l. c. S. 51. De voorafgaande beschrijving toch deed onzen *T. taeniatus* geenszins altijd van eene zóó trage natuur kennen. Zelfs verviel deze niet geregeld in den *winterslaap*, die anders aan de amphibiën in de vrije natuur eigen is. Op dit punt bestaat overeenstemming tusschen onze waarneming en die van laatstgenoemden zoöloog, waar hij aangeeft, dat „alle unsere Reptiliën in der Gefangen„schaft, den Winter über, in geheizten Localen, wach erhalten „werden können" l. c. S. 16; wij zagen dat zulks, met uitzondering van slechts eenige weken bij felle winterkoude, ook met ons dier het geval is geweest.

Stem-geluid werd bij onzen Triton nimmer vernomen. KNAUER leert dan ook over deze amphibiën, dat zij, in tegenstelling met de kikvorschachtigen, „fast völlig stumm" zijn, l. c. S. 18; bij de geheel ontwikkelde „Wassermolchen" is volgens hem van eene „vrijwillige stem" geen sprake. Deze opgaaf is nogtans in tegenspraak met OKEN, die uitdrukkelijk, en zelfs bij de drie voorname

Europeesche soorten, telkens spreekt van een' "hellen quäkenden Laut", een' "schnalzenden Ton", en een' "knurrenden Ton" l. c., S. 455—457. Dit schijnt alleen in den jeugdigen of larventoestand het geval te kunnen zijn; aan de oppervlakte van het water wordt dan soms eene luchtbel uitgestooten, onder een "flaauw piepend geluid" *); in dien toestand hoorde KNAUER ook wel eens een' "schwachen quiksenden Ton".

Over de wijze van het vervellen wijkt onze observatie niet af van het bekende; alleen werd niet gezien wat OKEN, voor *T. cristatus*, beweert, dat "zij dit in 't voorjaar om de 2 à 8 dagen doen †), ofschoon hij er, en dit voorzeker zeer juist, bijvoegt: "na de paring minder dikwijls", l. c. S. 459.

Even weinig brachten "locale Verhältnisse, Temperatur, Al-"ter, u. s. w." die "mannigfachen Aenderungen in dem Häu-"tungsacte" teweeg, als waarvan KNAUER, in 't algemeen, gewag maakt, l. c. S. 12. Onze Triton toch verwisselde, al dien tijd, zoowel in zijne jeugdige als oude dagen, vrij geregeld twee malen in het jaar van opperhuid, totdat juist eene „Aenderung" of stoornis van dit proçes de aanleidende oorzaak tot zijnen dood is geworden. Tot toelichting der ook in ons geval gedane waärneming, dat de afgestooten epidermis daarna niet meer te vinden was, zij nog opgemerkt, dat de water-salamanders die dikwijls zelven inslikken. Daarna is meermalen gezien, dat deze onverteerd per anum werd uitgeworpen of eenigen tijd uit dit lichaamsdeel bleef hangen, hetgeen voorheen sommigen tot het dwaalbegrip heeft verleid, dat bij de genoemde dieren ook algemeene desquamatie der mucosa van het darmkanaal plaats grijpt.

Veel meer echter dan in de voorafgaande opmerkingen ligt het zwaartepunt onzer kleine waarneming in het daardoor verkregen bewijs voor de mogelijkheid van het VOORTDUREND *verblijf dezer Triton-soort buiten het water, en in de kennis van hare buitengewone* LONGAEVITEIT.

---

*) Vergelijk het opstel van den heer VERSTER VAN WULVERHORST, *Iets over de salamanders*, in jaarboekje van het Kon. Zool. Gen. Nat. Art. Mag. voor 1859. blz. 123.

†) Dit schijnt werkelijk, doch bepaald gedurende den paartijd, meerdere malen te geschieden, inzonderheid bij de mannetjes.

1°. Was het dan niet bekend, dat de water-salamanders eenen geruimen tijd op het *land* kunnen leven? Ja en neen. Men wist wel, dat de Tritons, even als andere amphibiën, nu eens in het water, dan weder op het land, korter of langer, worden aangetroffen, doch men beschouwde ze toch, in het algemeen, meer bepaald als *water*-dieren. Zoo zegt onder anderen LEUNIS er van: „die Molche sind vorzüglich an's Wasser *gebunden*," l. c. S. 299, ofschoon hij er verder op laat volgen: „nach der „Metamorphose, *können* sie auch an's Land gehen", S. 339. DUMÉRIL spreekt zich ten dezen opzichte zelfs nog veel sterker uit in de stelling: „que la plupart des espèces du genre *Triton* „reste *habituellement* dans l'eau", l. c. p. 124. In meer of minder gelijken zin schrijft OKEN: „die Molche *finden sich* in „stehendem und langsam fliessendem Wasser; nur wenige kriechen „später auf's Trockne", l. c. S. 450. Intusschen beperkt hij den tijd hunner water-periode eenige bladzijden verder binnen deze toevoeging: „dass sie wenigstens den ganzen *Sommer* im „Wasser leben", l. c. S. 454. Bij uitzondering schijnen ook hem voorbeelden bekend te zijn geweest van een „langer" oponthoud dezer dieren buiten het water, evenwel zonder positieve opgaaf omtrent den duur daarvan. Immers zoo vervolgt hij, l. c. S. 456: „Manche Weibchen *verirren* sich auch im Keller, „und kommen *nicht* mehr in's Wasser zurück", doch verzuimt daarbij weder, even als DUMÉRIL, (p. 124), te vermelden, *hoe lang* zij 't op dit dwaalspoor uithielden, met andere woorden, hoe lang dit verblijf met hun leven bestaanbaar is. De regel toch der levenswijze van deze amphibiën, ook bij ons te lande, zoo als die mede door ons geacht medelid, den hoogleeraar SCHLEGEL, in diens *Kruipende dieren van Nederland*, wordt beschreven, is: dat althans de vrouwelijke Tritons (van de mannetjes schijnt dit veel minder zeker te zijn), *jaarlijks* *, na den paringstijd, dikwijls reeds in den vóór-zomer, het poel-, sloot- of moeraswater verlaten, om, op koele, vochtige, donkere

*) Men wist alzoo, dat zij *periodiek* eenige maanden buiten het water konnen doorbrengen, niet, dat zij dit, *onafgebroken*, jaren achtereen, vermochten. Hierin ligt de kern van onze waarneming voor de zoö-biologie.

plaatsen, in holle boomen, in tuinhuizen, in muizengaten, enz. of onder mos, boombladeren, steenen en dergelijken, telken jare op het land te *overwinteren* *). Deze regel schijnt voor onze beide inlandsche soorten, zoowel voor *T. cristatus* als *taeniatus* door te gaan, ofschoon VERSTER (l. c. blz. 124) het onzeker acht, of wel alle wijfjes in den zomer het water verlaten, vermits hij eens, nog in de maand October, een oud wijfje van den laatsten uit eene sloot heeft gevangen. Voor *T. Alpestris* LAURENTI twijfelt OKEN mede daaraan, althans voor dezen leest men bij hem: „wenn man sie aus dem Wasser nimmt, so thun „sie ganz ausser sich, und laufen schnell hin und her, um wieder „darin zu kommen", l. c. S. 457. KNAUER schijnt insgelijks, en zelfs voor onze species vooral, niet te gelooven, dat die zoo goed in 't leven kan worden gehouden, bepaald niet buiten het water, gelijk DUMÉRIL †) en anderen beweren en zoo als thans overtuigend door onze waarneming is bewezen. Ten minste lezen wij bij hem hierover nog de volgende opmerking (die hij echter meer te pas brengt ten bewijze, dat zij minder „taai van leven" §) zijn, dan men meent): „Ich hatte so oft gelesen, dass Wasser„molche *viele Tage lang* ausserhalb des Wassers zuzubringen „im Stande seien, und sich überhaupt durch ein zähes Leben „sondergleichen auszeichnen sollten, musste aber erleben, dass „es mir von mehr als Hundert in einem Wasser-behälter ge„gebenen Kamm- und Teich-molchen (*cristatus* et *taeniatus*) „ausser wenigen im Wasser gebliebenen, nicht bei einem ge„lang, in den ausgetrockneten Körper Leben zu bringen, ob-

---

*) Na het „overwinteren" gaan zij in het voorjaar, wegens de paring, weder te water. Dit althans wordt als regel beschreven. Moet niet ook in dien zin de opgaaf van SCHLEGEL, l. c. blz. 43, worden opgevat, waar hij zegt, dat de wijfjes van *Salamandra taeniata* „daarna het water verlaten, om *verder* op het land te leven"? Zoo niet, dan zou hem de prioriteit van onze would be ontdekking toekomen.

†) Deze zegt er van: „qu'ils sont très vivaces et qu'on peut les conserver en „vie *facilement*" l. c. p. 121.

§) KNAUER brengt hier en op andere plaatsen nog verscheidene andere voorbeelden bij, om aan te toonen, dat de z. g. *levenstaaiheid* der Reptiliën en Amphibiën, tegenover nadeelige uitwendige invloeden, op verre na niet zóó groot is, als door den een' van den ander' wordt nageschreven.

„schon ich die durch ein Versehen ermöglichte Flucht der „Thiere schon am nächsten Tage entdeckte und die zusammen„gesuchten Thier-leichen (*sic!*) sofort wieder in's Wasser brachte", l. c. S. 27.

2°. En wat wist men tot hiertoe van de *longaeviteit* der Tritons? Ofschoon schier bij alle schrijvers over de Reptiliën staat opgeteekend, dat deze niet alleen een zeer taai, maar ook een zeer lang leven bezitten, was deze stelling voor de Tritons nog niet bewezen *. Als hypothese, niet alleen voor de ware reptiliën, maar ook voor de bedoelde en andere amphibiën in het algemeen, stelt KNAUER niet minder dan eene halve eeuw! Met het oog op het groot verschil, dat er bestaat tusschen de pas uit het ei ontwikkelde en de volkomen uitgegroeide dieren dezer orde, en pro rato van hunnen langzamen wasdom, meent hij niet ver van de waarheid te zijn, door collectief, „fur fast *alle* (?) „diese Thiere, ein Alter von mindestens 50 *Jahre* an zu nehmen", l. c. S. 17. OKEN verdubbelt, mede hypothetisch, dit cijfer: „Die „Amphibiën," schrijft hij, „haben ein langes Leben, welches, bei „den *grössern*, vielleicht über 100 *Jahre* dauert, während „welcher Zeit sie *immer* wachsen sollen", l. c. S. 422. Dit laatste nogtans blijkt voor *Triton* niet door te gaan.

Onze, zoo even aangehaalde, reuzen-salamander, of *Salamandra maxima* van SCHLEGEL, nu eens daargelaten, vind ik overigens, bepaald voor de *Tritons,* noch bij dezen noch bij anderen der opgenoemde schrijvers eenig bewijs voor hunne bijzondere longaeviteit. Alleen voor *T. Alpestris* staat bij ERBER, *Die Amphibiën der Oesterreichischen Monarchie*, 1864, S. 711, aangeteekend, dat men hem wel 2 *jaren* in het leven kan houden. Voor deze soort bevestigt KNAUER zulks niet alleen, maar

---

*) Voor de overige kruipende dieren verwijs ik naar de bekende opgaven van OKEN en anderen, bijv. omtrent een exemplaar van *Siren lacertina* LINN., 6 *jaren* oud geworden, en een van *Proteus anguineus* LAUR. van 8 *jaren* enz. enz., maar wensch ik hier vooral te herinneren aan den, zoo uiterst merkwaardigen, reuzen-salamander, — den *Cryptobranchus Japonicus* V. D. HOEVEN, — die bij ons in een der bassins van het Kon. Zoöl. Gen. Natura Artis Magistra te Amsterdam, nog altijd in leven te zien is, en die, als in 1829 door V. SIEBOLD uit Japan naar ons vaderland overgevoerd, volgens welwillende mededeeling van den heer WESTERMAN, thans reeds een' minimum-leeftijd van 47 *jaren* heeft bereikt!

zegt, daarvan (in 1875) zelfs verscheidene exemplaren te bezitten, die reeds 4 *jaren* oud zijn geworden, l. c. S. 31. Het is ook van dezelfde species, dat hij, even als van *T. cristatus*, heeft opgemerkt: „dass sie sich in der Gefangenschaft *am* „*besten* halten”, l. c. S. 31, alzoo juist met uitzondering van onzen *taeniatus*. Die scheen hem veel moeijelijker in 't leven te houden te zijn. Zulks werd mij insgelijks medegedeeld door den heer WESTERMAN en diens conservator SWIERSTRA, voor de inlandsche Tritons, die in den zoölogischen tuin te Amsterdam tot dusverre slecht wilden tieren, en dáár veeltijds hunne gevangenschap niet veel langer dan een drie-tal *maanden* uithielden *).

Voor zoo veel dus de mij bekend geworden gezamenlijke observaties betreft, staat ons voorbeeld der longaeviteit van *T. taeniatus*, onder de kleinere reptiliën, vermoedelijk als unicum daar. Bij overweging toch, dat ons voorwerp, metende ongeveer 6 centimeters, zijn' vollen wasdom had bereikt toen het gevangen werd, dat het sedert niet verder is gegroeid, en daarbij in aanmerking brengende, dat de Tritons (althans voor den *cristatus* staat dit vast) eerst in het 3[de] levensjaar volwassen en tot de paring geschikt zijn, — zoo heeft ons diertje eenen ouderdom van 19 à 20 *jaren* bereikt! (Gevangen in Mei 1859, gestorven of gedood in October 1875 geeft $16\frac{1}{2} + 3 = 19\frac{1}{2}$ jaren).

---

*) Werden zij wellicht, juist op grond van tot de „*water*-salamanders” te behooren, wel altijd voldoende in de gelegenheid gesteld, om zich, desverkiezende ook daarbuiten, op het drooge, te begeven, om zich daar, volgens gewoonte, in het najaar, te kunnen gaan verschuilen?

NOG EEN WOORD

OVER

ASTEROÏDEN-INVLOED OP DE TEMPERATUUR

IN MEI EN FEBRUARI.

DOOR

C. H. D. BUIJS BALLOT.

In de *Comptes Rendus* LXXXII, bl. 480, geeft de inspecteur van den meteorologischen dienst in Frankrijk, de Heer CH. ST CLAIRE DEVILLE, een kort artikel „sur les méthodes en Météorologie, dat mij bijna evenzeer verwondert als zijne vroegere artikelen over allerlei perioden.

De overige meteorologen in Europa kunnen zich niet zoo aan de Fransche voorstellingen gewennen.

Vooreerst wordt de methode van ons geacht medelid DOVE genoemd de oude methode, *de méthode Statique*, omdat hij de gemiddelde temperaturen, telkens van vijf dagen in pentaden vereenigt, welk gebruik door het meteorologisch congres van Weenen uit pieteit jegens dien vader van een nieuw tijdperk, gelijk ik hem in 1847 noemde, *Changements périodiques de température* IIIme partie, bestendigd werd.

Zelf ben ik geen voorstander van die pentaden en heb ik dadelijk van 1849 af de temperaturen van elken dag afzonderlijk gehouden, en voor elken dag afzonderlijk de afwijkingen berekend, omdat ik toen reeds beweerde, dat de veranderingen der weêrsgesteldheid niet voornamelijk op de plaats zelve werden te voorschijn geroepen, maar van rondom en vooral van

boven werden aangebracht, en er dus door winden en andere omstandigheden tijdelijke storingen kunnen worden teweeggebracht, die soms slechts kort duren en geheel onopgemerkt voorbijgaan, als men alleen op pentaden let.

Er zijn echter redenen vóór pentaden aan te brengen, vooral in dien tijd, toen DOVE de argumenten van BRANDES en MAHLMANN verdedigde.

Mij dunkt al behoort DEVILLE ook tot de bestrijders der pentaden, zoo zou toch eenig nadenken hem onmiddellijk de overige onbetaalbare en buitengemeene verdiensten van DOVE hebben voor den geest gebracht.

In elk geval zou ik het minder goed achten de eerste dagen en zoo de tweede dagen enz., door pentaden te vereenigen om te gaan zoeken naar eene *période quinquedienne.*

Het komt mij namelijk voor, en zoo nader ik tot het tweede punt, dat in het algemeen bij vele meteorologen de zucht om perioden, die voor hemellichamen gelden, ook in meteorologie duidelijk weêr te vinden, wel wat groot is, en dat in het bijzonder DEVILLE wat veel naar perioden zoekt, die zelfs niet voor hemellichamen bekend zijn.

Meteorologie moest het voorbeeld geven van goede statistiek en men moet niet vergeten, dat getallen, naar wèlke periode ook in eenige kolommen geplaatst, al zeer moeielijk voor elke kolom dezelfde som zouden geven; dat men dus geen recht heeft om uit eene afwisseling van die sommen dadelijk tot een periodische oorzaak te besluiten, indien niet eene zeer lange reeks van waarnemingen, en die een zeer groot aantal van die perioden omvat, bij terugkeer daarvan hetzelfde geeft.

Het is dus niet daarom dat ik met DEVILLE den arbeid van LEVERRIER waardeer, die door het uitgeven van zijn *Bulletin international* het eerst practisch heeft tot stand gebracht, wat door velen, onder anderen in Holland 1847, 1848 en 1854 was aanbevolen; daarom kan ik ook wel met FAIJE de oorzaken van weêrsverandering zoeken in de hoogere deelen van den dampkring, al blijf ik voor wervelwinden, hagelbuien en cyklonen aan de zijde van REIJE, uit Straatsburg; maar ik kan moeielijk de toekomst der meteorologie uit bovenaardsche streken verwachten.

Misschien past het mij het minst dat te zeggen, omdat niemand meer dan ik getracht heb den invloed van de maan te onderzoeken, en ik zelfs de waarschijnlijkheid van een periode van 27,682 dagen trachtte te betoogen.

Maar die was dan ook zestienhonderd malen teruggekeerd, en voldeed aan verscheiden eischen, terwijl de werking der asteroïden, die naar ERMAN en anderen eens in het jaar in Februari en Mei warmte zouden absorbeeren, nog nauwlijks vijftig malen kan gemeten zijn en dus zeer ligt door andere werkingen scheef kan worden voorgesteld.

Het verschijnsel kan wel geheel aan die laatste werkingen zijn toe te schrijven.

Nog in sterker mate geldt dit van allerlei andere perioden, die door MELDRUM, LOCKIJER en DEVILLE worden voorgeslagen.

Om nu eerst die asteroïden-storing in Mei en Februari juister te kunnen beoordeelen, wil ik ook van Brussel en voor Chiswick dien invloed onderzoeken, op dezelfde wijze als ik dit voor den Helder deed in mijn stukje, *Verslagen en Mededeelingen*, 2e reeks, deel IX, p. 284.

Het *annuaire de l'Observatoire Royal de Bruxelles*, 43 année van E. QUETELET, en het werk van J. GLAISHER, *Reduction of the meteorological observations made at the Royal Horticultural gardens Chiswick in the years* (1826—1869), beiden na mijn genoemd opstel uitgekomen, stelden mij daartoe in staat.

Op overeenkomstige wijze als daar beschreven is heb ik de temperatuur berekend, in de volgende tabel voorgesteld, en wel in de eerste tabel van iedere plaats de gemiddelde temperatuur van negentallen van opeenvolgende dagen.

Men ziet dat er in de opvolging der drietallen nog kleine onregelmatigheden voorkomen in Mei, die op een verkoeling omtrent den 13den wijzen, óf, want dit merkte ik reeds in de *Changements périodiques* op, op een verwarming te voren en daarna, maar uit de negentallen is die onregelmatigheid verdwenen; terwijl toch in andere gedeelten des jaars, vooral in Brussel grootere onregelmatigheden, zelfs in de negentallen zichtbaar voortduren.

In Brussel, meer continentaal gelegen, zijn die onregelmatig-

heden grooter dan te Chiswick en aan den Helder. Het komt mij niet voor, dat zij zóóveel grooter zijn dan de waarschijnlijke fout van de bepaling der temperatuur van een zelfden datum, dat men weêr een bijzondere oorzaak daarvoor zou moeten zoeken, veel minder nog dat men regt zou hebben een bepaalde oorzaak daarvoor aan te nemen. En al is dan de maand Mei 1876, onmiddellijk volgende na den tijd, waarop ik dit stukje in de Akademie bracht, in Europa, vooral in Oostenrijk en Rusland, vrij koud geweest, en zelfs omstreeks den 13den bijzonder koud, toch neig ik niet sterker dan vroeger tot het aannemen van een asteroïden-storing of van eenigen anderen kosmischen invloed. Alleen de bekende door DOVE aangegevene verklaringen kunnen nog worden toegelaten voor die plaatsen, waarvoor de onregelmatigheid beter gebleken is dan voor Emden, den Helder, Utrecht, Maastricht, Brussel en Chiswick. Het ware te wenschen, dat meer algemeen de gang der temperatuur op deze wijze wierd onderzocht.

DAGELIJKSCHE GEMIDDELDE TEMPERATUUR TE
DAGEN VAN 1 JANUARI 18

RIJZING NA 7 JANUARI.

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.
1	2.03	3.87	5.30	7.50	10.80	14.57
2	2.57	3.77	5.40	7.80	11.00	14.87
3	2.47	3.87	5.43	8.13	11.13	14.90
4	2.50	4.17	5.20	8.43	11.20	14.97
5	2.43	4.50	5.10	8.67	11.33	15.03
6	2.23	4.70	5.07	8.83	11.43	15.13
7	2.20	4.60	5.13	8.73	11.37	15.13
8	min. 2.23	4.40	5.03	8.40	11.27	15.20
9	2.40	4.00	4.93	8.13	11.27	15.40
10	2.53	3.67	4.90	8.07	11.40	15.57
11	2.73	3.47	5.10	8.27	11.53	15.60
12	2.80	3.30	5.47	8.27	11.60	15.70
13	2.83	3.43	5.77	8.50	11.63	15.80
14	2.67	3.70	5.93	8.73	11.85	15.97
15	2.57	4.07	6.07	9.07	12.33	15.97
16	2.67	4.10	5.87	9.10	12.67	15.93
17	2.83	3.93	5.77	9.13	12.63	15.80
18	3.00	3.73	5.67	9.17	12.90	15.70
19	2.96	3.63	5.87	9.37	13.10	15.87
20	3.07	3.80	6.00	9.50	13.33	16.23
21	3.20	4.07	5.97	9.70	13.27	16.97
22	3.50	4.30	5.90	9.73	13.30	16.57
23	3.57	4.43	5.87	9.63	13.37	16.43
24	3.67	4.57	5.83	9.60	13.57	16.42
25	3.67	4.77	5.90	9.67	13.57	16.56
26	3.77	4.97	6.27	9.73	13.67	16.67
27	3.73	5.07	6.63	9.87	13.77	[illegible]
28	3.74	5.13	6.83	9.87	13.80	16.67
29	3.77		6.83	10.02	13.83	16.43
30	3.83		6.97	10.37	13.97	16.27
31	3.87		7.20		14.30	

WICK GEMIDDELD UIT DRIETALLEN VAN
31 DECEMBER 1869.

DALING NA 14 JULI.

i.	Augustus.	September.	October.	November.	Decemb.
.0	**17.50**	15.90	12.67	**8.07**	**5.17**
7	**17.60**	15.83	12.50	7.77	**5.13**
07	**17.60**	**15.37**	12.40	7.47	**5.27**
43	**17.53**	**15.37**	11.93	7.37	**5 67**
67	**17.23**	15.33	11.53	7.33	**5 87**
7	**17.20**	**15.40**	11.43	7.27	**5.97**
7	**17.10**	**15.47**	11.40	6.87	**5.70**
0	**17.20**	**15.47**	11.27	6.40	**5.40**
7	**17.20**	15.17	11.17	6.07	**5.10**
7	**17.37**	14.70	**11.30**	5.93	**4.87**
3	**17.47**	14.33	**11.33**	5.90	**4.80**
.67	**17.43**	14.20	11.10	5.87	4.70
.83	**17.17**	14.10	10.80	5.73	**4.77**
xim. .90	**16.93**	14.03	10.63	5.73	**4.90**
.83	16.80	**14.20**	10.37	5.67	**4.90**
.63	16.70	**14 43**	10.10	5.53	**4.83**
.40	16.70	**14 33**	9.90	5.40	4 60
.00	**16.73**	13.97	9.90	5.23	4.40
6.90	**16.83**	13.60	9.83	**5.30**	4.17
.03	16.67	13.47	9.80	**5.53**	4.07
.23	16.47	13.43	**9.87**	**5.73**	4.03
.27	16.20	**13.50**	**10.00**	**5.73**	3.93
.17	16.07	**13.50**	**9.83**	**5.33**	3.77
.03	16.00	13.37	9.37	4.93	3.80
.13	**16.07**	13.20	8.67	4.83	3.17
.33	**16.27**	13.17	8.33	4.77	2.90
.43	**16.37**	13.13	8.03	**4.97**	2 83
.37	**16.17**	**13 17**	7.87	**4.97**	**2.90**
.23	15.93	13.07	7.83	**5.20**	**3.27**
.37	15.67	12.83	**7.93**	**5.23**	**3.33**
	15.57		**8.13**		**3.57**

DAGELIJKSCHE GEMIDDELDE TEMPERATUUR
VAN DAGEN VAN [illegible]

RIJZING NA 6 JANUARI.

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.
1	**2.92**	3.93	5.15	7.59	10.62	14.46
2	2.77	4.03	5.19	7.81	10.84	14.62
3	2 72	4.14	5.21	8.06	10.98	14.78
4	2.58	4.21	5.21	8.22	11.12	14 89
5	2.41	4.23	**5.18**	8.29	11.20	15.03
6	minim. 2.37	**4.19**	**5 14**	8.37	11.28	15.14
7	2.41	**4 14**	**5.08**	8.41	11.32	15.22
8	2.47	**4.12**	**5.08**	8.44	11.38	15.28
9	2.48	**4.00**	**5.14**	**8.41**	11.43	15.41
10	2.52	**3.90**	5.27	**8.42**	11.47	15.50
11	2.54	**3.86**	5.36	8.47	11.54	15.59
12	2.59	**3.79**	5 49	8.49	11.73	15.69
13	2.63	**3.73**	5.51	8.56	11.90	15.77
14	2.74	**3.70**	5.60	8.71	12.07	15.79
15	2.79	**3 70**	5.73	8.83	12.28	15.79
16	2.81	**3.72**	5.83	8.99	12.47	15.87
17	2.86	**3.81**	5.90	9.12	12.67	16.09
18	2.92	**3.96**	5.90	9.31	12.83	16.04
19	3.03	**4.01**	**5.88**	9.40	13.02	16.1[illegible]
20	3.16	**4.06**	**5.88**	9.42	13.13	16.16
21	3.29	**4.12**	**5.82**	9.49	13.24	16.21
22	3.37	4 28	**5.89**	9.59	13.32	16.31
23	3.47	4.40	6.04	9.62	13.46	16.44
24	3.53	4.57	6.14	9.72	13.53	16.5[illegible]
25	3.63	4.78	6.21	9.76	13.56	16.5[illegible]
26	3 70	4.90	6.32	9.86	13.62	**16.51**
27	3.74	5.01	6 48	9.94	13.77	**16.51**
28	3.76	5.11	6.64	10.11	13.88	**16.52**
29	3 80		6.87	10.31	14.02	16.[illegible]
30	**3 78**		7.13	10.46	14.20	16.[illegible]
31	3.82		7.39		14.33	

CHISWICK GEMIDDELD UIT NEGENTALLEN
NUARI 1826—1869.

DALING NA 14 JULI.

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	Decemb.
16.83	**17.47**	15.57	12.59	7.75	**5.37**
16.92	**17.39**	15.44	12.37	7.68	**5.40**
16.97	**17.39**	15.44	12.22	7.62	**5.49**
17.03	**17.36**	15.41	12.00	7.43	**5.51**
17.11	**17.36**	15.38	11.77	7.17	**5.47**
17.20	**17.33**	15.31	11.67	6.93	**5.44**
17.29	**17.33**	15.18	11.54	6.72	**5.41**
17.37	**17.33**	15.04	11.38	6.54	**5.36**
17.40	**17.28**	14.92	11.23	6.40	**5.26**
17.42	**17.21**	14.76	11.17	6.18	**5.11**
17.44	**17.20**	14.61	11.08	6.01	**5.03**
17.49	**17.14**	14.52	10.88	5.87	4.90
17.61	17.08	14.41	10.78	5.73	4.82
maxim. 17.66	17.03	14.23	10.62	5.68	4.77
17.63	16.99	14.12	10.46	5.59	4.67
17.56	16.90	14.04	10.24	5.52	4.59
17.48	16.76	13.94	10.11	5.56	4.52
7.42	16.67	13.87	10.04	5.54	4.44
7.36	16.58	13.84	9.98	5.52	4.31
7.27	16.48	13.77	9.84	5.42	4.14
7.20	16.40	13.59	9.71	5.30	3.91
7.09	16.37	13.43	9.50	5.29	3.76
.10	16.33	13.38	9.32	5.21	3.58
.18	16.28	13.31	9.09	5.21	3.28
.23	16.14	13.29	8.84	5.18	**3.23**
.26	16.09	13.24	8.67	5.10	**3.21**
.24	16.01	13.11	8.44	5.04	3.16
.28	15.93	13.01	8.22	4.99	**3.21**
.33	15.87	12.91	8.08	**5.03**	3.07
.39	15.79	12.77	7.91	**5.16**	2.91
47	15.70		7.82		**2.98**

DAGELIJKSCHE GEMIDDELDE TEMPERATU[…]
VAN DAGEN VA[…]

RIJZING NA 11 JANUARI.

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Ju[…]
1	2.23	3.47	4.57	7.97	10 87	15.7[…]
2	1.83	3.53	4.73	8.33	11.33	16.1[…]
3	1.73	3.50	5.07	8.53	11.77	16.3[…]
4	1.80	3.60	5.20	8.63	11.90	16.3[…]
5	2.03	3.87	5.13	8.67	11.97	16.4[…]
6	2.00	4.23	5 07	8.77	12.07	16.6[…]
7	1.87	4.30	5 07	8.97	12.37	16.8[…]
8	1.57	4.17	4.93	9.03	12.77	17.0[…]
9	1.17	3.70	4.70	8.77	13.03	17.0[…]
10	1.07	3.23	4.60	8.50	13.10	17.0[…]
11	min. 1.20	2.96	4.53	8.43	13.10	16 9[…]
12	1.60	2.90	4.73	8.57	13.20	17.3[…]
13	1.87	2.97	4 97	8.70	13.20	17.5[…]
14	2.07	3.13	5.40	8.93	13.03	17.5[…]
15	1.97	3.40	5.67	9 23	13.00	17.4[…]
16	1.87	3.80	5.97	9 43	13.33	17.5[…]
17	1.93	3 93	6.07	9.43	13.70	17.5[…]
18	2.20	3.87	5.97	9.57	13.87	17.4[…]
19	2.23	3.63	5.77	9.93	13.83	17.3[…]
20	2.03	3.60	5.67	10 37	13.93	17.5[…]
21	2.03	3 60	5.67	10.57	14.13	17.7[…]
22	2.37	3.70	5.80	10.63	14.33	17.8[…]
23	2.93	3.87	5.90	10.60	14 57	17.7[…]
24	3.23	4.17	6.07	10.70	14.60	17.4[…]
25	3.37	4.53	6.13	10.77	14.80	17.4[…]
26	3.40	4.73	6.30	10.97	14.50	17.4[…]
27	3.40	4.80	6.53	11.10	14.77	17.3[…]
28	3.47	4.63	6.77	10.83	15.00	17.3[…]
29	3.50		6.93	10.70	15.53	17.0[…]
30	3.53		7.17	10.63	15.53	16.9[…]
31	3.53		7.53		15.50	

TE BRUSSEL, GEMIDDELD UIT DRIETALLEN JANUARI 1835—1872.

DALING NA 7 AUGUSTUS.

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	Decemb.
16.77	18.13	16.63	13.60	**8.43**	**4.93**
17.07	**18.17**	16.60	13.37	8.10	4.67
17.43	**18.30**	16.60	13.27	7.83	4.60
17.93	**18 50**	**16 63**	13.00	7.57	4.47
18.27	**18 53**	16.60	12.83	7.57	**4.67**
18.53	**18 70**	16.50	12.77	7.50	**4.73**
18.53	18.13	16.43	12.60	7.47	**4.70**
18.37	18 00	**16.47**	12.53	7.23	4.27
18.03	17.97	**16.50**	12.23	6.83	3.80
17.93	**18.10**	16.27	11.93	6.30	3 50
18.23	**18 23**	15.77	11.60	5.90	3.33
18.63	**18 37**	15.27	11.27	5.60	**3.43**
18.97	**18.43**	14.97	11.03	5.53	**3.53**
19.13	**18.57**	14.92	11.00	5.53	**3 80**
19.30	**18.60**	14.90	11.00	**5.73**	**4.00**
maxim. 19.30	**18.57**	**15.10**	10.97	**5 77**	**4.07**
19.17	**18.23**	**15.13**	10.80	**5.77**	**3.83**
18.90	**18.20**	**15.00**	**10.87**	5.47	**3.50**
18.73	**18.13**	14.63	**10.83**	5.13	3.23
18.50	**18.13**	14.30	10.60	4.80	3.00
18.50	**18.00**	14.10	10.20	**4 93**	2.60
18 63	17.77	13.90	10.07	**5.30**	2.33
18.87	17.47	**13.97**	10.07	**5.57**	2.23
18.73	17.27	**13.97**	**10.10**	**5.43**	**2 30**
18.43	17.13	**13.97**	9.77	**5.23**	2.20
18.23	17.13	**13.93**	9.27	**5.17**	**2.23**
18 37	**17.20**	13.80	9.23	**5.33**	**2.30**
18.50	**17.23**	**13.83**	8.83	**5.37**	**2.30**
18 47	**17.17**	**13.93**	8.50	**5.33**	**2.33**
18 30	17.08	13.73	8.13	**5.10**	**2.37**
18.17	16.77		**8.50**		**2.47**

DAGELIJKSCHE GEMIDDELDE TEMPERATU
VAN DAGEN VAN 1 JANUAR

RIJZING NA 7 JANUARI.

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.	Juni.
1	2.12	3.52	4.83	7.84	11.20	15.88
2	2.08	3.65	4.78	8.06	11.33	16.03
3	2.07	3.76	4.92	8.28	11.49	16.14
4	1.97	3.79	4.94	8.52	11.71	16.20
5	1.81	3.86	4.94	8.68	12.02	16.54
6	min. 1.52	3.81	4.94	8.69	12.29	16.66
7	1.58	3.71	4.96	8.70	12.46	16.77
8	1.60	3.66	4.82	8.72	12.61	16.82
9	1.59	3.61	4.86	8.70	12.79	16.99
10	1.60	3.50	4.88	8.72	12.78	17.13
11	1.69	3.41	4.96	8.80	12.97	17.19
12	1.58	3.33	5.03	8.86	13.08	17.24
13	1.60	3.32	5.18	8.88	13.21	17.36
14	1.73	3.33	5.33	8.93	13.28	17.32
15	1.92	3.39	5.46	9.12	13.36	.7138
16	1.99	3.47	5.57	9.36	13.46	17.43
17	2.01	3.56	5.71	9.58	13.57	17.53
18	2.07	3.62	5.77	9.79	13 67	17.53
19	2.16	3.71	5.84	9.89	13.83	17.53
20	2.30	3.80	5.88	10.13	14.07	17.58
21	2.49	3.88	5.90	10.28	14.20	17.53
22	2.66	3.96	5.90	10.43	14.32	17.50
23	2.79	4.07	5.96	10.64	14.33	17.56
24	2.89	4.19	6.09	10.76	14.50	17.51
25	3.07	4.29	6.23	10.78	14.71	17.51
26	3 28	4.39	6.38	10.75	14 87	17.39
27	3.39	4.57	6.59	10.78	15.08	17.24
28	3.46	4.74	6.81	10.78	15.18	17.16
29	3.46		7.07	10.86	15.26	17.16
30	3.49		7.34	11.00	15.48	17.25
31	3.50		7.61		15.63	

BRUSSEL, GEMIDDELD UIT NEGENTALLEN
33 TOT 31 DECEMBER 1872.

DALING NA 16 JULI.

Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	Decemb.
7.34	**18.32**	16.81	13.48	8.17	4.92
7.46	**18.37**	16.73	13.38	8.04	4 89
17.63	**18.33**	16.62	13.22	7.94	4.81
17.76	**18.28**	16.57	13.07	7.82	4.70
17 89	18.26	16.54	12.91	7.63	4 53
18.00	**18.28**	16.53	12 72	7.39	4.38
18.13	18.21	16.44	12.51	7.11	4.22
18.28	**18.24**	16.28	12.32	6.90	4.09
18.40	**18.26**	16.09	12.09	6.66	3.99
18.48	**18.23**	15.89	11.85	6.43	3.91
18.57	**18.22**	15.71	11.71	6.22	3.80
18.66	**18 27**	15.54	11.50	6.06	**3.94**
18.73	**18.31**	15.44	11.31	5.87	3.70
18.84	**18.37**	15.27	11.13	5.73	3.66
18.95	**18 38**	15.06	11.04	5.60	3 42
maxim. 19.00	**18.28**	14.90	10.94	5.48	**3.61**
18.93	**18.38**	14.77	10.80	5.37	**3.54**
18.90	**18.34**	14.67	10 69	**5.38**	3.37
18.89	**18.27**	14.54	10.62	**5.40**	3.21
18.84	17.98	14.47	10.49	**5.38**	3.02
18.76	17.82	14.36	10.39	5.28	2.80
18.60	17.68	14.17	10.22	5.22	2.59
18.54	17.58	13.96	9.98	5 18	2.49
18.54	17.49	13.96	9.86	**5.23**	2.40
18.52	17.38	13.90	9.52	**5 30**	2.28
18.52	17.26	13.83	9.28	**5.36**	2.27
18.47	17.15	13.83	9.28	**5.29**	2.27
18.37	17.04	13.82	9.03	5.18	**2.32**
18.27	16.98	13.63	8.73	5.06	2.21
18.27	16 94	13.57	8.61	5.01	2.17
8.32	16.87		8.39		2.17

VERSLAG

VAN DE

COMMISSIE TOT VOORBEREÏDING DER WAARNEMING VAN DEN VENUS-OVERGANG

OVER DE RAPPORTEN

UIT NED. INDIE

DOOR TUSSCHENKOMST DEN MINISTER VAN MARINE EN KOLONIEN ONTVANGEN,

1°. VAN NEDERLANDSCHE ZEEOFFICIEREN,

2°. VAN DE INGENIEURS METZGER EN WOLDRINGH EN DEN ASSISTENT TEUNISSEN, ALLEN VAN DE GEOGRAPHISCHE DIENST IN N. I.,

BETREFFENDE WAARNEMINGEN VAN DIEN OVERGANG.

Amsterdam, *Februari* 1876.

De Commissie tot voorbereiding der waarneming van den Venus-overgang van 9 December 1874, van de natuurkundige afdeeling der Kon. Akademie van Wetenschappen, ontvangen hebbende de afschriften der rapporten van de kommandeerende officieren van de Nederlandsche oorlogschepen in den O. I. Archipel, en van den luitenant ter zee 2de klasse F. W. HUDIG, te Batavia, betreffende de door hen op uit noodiging van den kommandant der zeemacht volbrachte waarneming van dien overgang, heeft de eer omtrent den inhoud dier rapporten het volgende mede te deelen:

In het geheel hebben aan de waarneming deelgenomen 28 waarnemers, behoorende tot de état majors van 15 schepen, liggende ter reede van 11 plaatsen in den Indischen Archipel, als: Poeloe Bras, Oeleleh, Pedir, Gighen, Telok Semawei, Djollo,

Edi, Tandjong Pandan, Bandjermasin, Boeton en Ternate; gedeeltelijk geschiedden de waarnemingen aan boord, gedeeltelijk aan den wal, nml. te Poeloe Bras door één waarnemer, te Oeleleh, te Djollo, te Edi, verder te Soerabaja door eene commissie van 4 zeeofficieren, en te Batavia door den heer HUDIG.

De meeste dezer waarnemers, d. i. allen, op vier na, hadden geene andere kijkers tot hunne beschikking dan gewone scheepskijkers; slechts de heer SIRKS te Oeleleh gebruikte een Moltenikijker met astronomische oogbuis van, zooals hij opgeeft, 120 malige vergrooting; de heer HUDIG nam te Batavia waar, door een kijker op voet, hebbende eene opening van 65 m.m., de heer DE BRAUW te Tandjong Pandan door een kijker van een Universaal-Instrument, de heer Baron VAN WASSENAER TOT CATWIJCK, te Soerabaja, door een opzettelijk aangekochten astronomischen kijker met 68 m.m opening; deze waarnemingen zouden de eenig zijn, die voor het eigenlijke doel der waarnemingen van den Venus-overgang, namelijk de bepaling van de zonsparallaxis, eenig gewicht in de schaal zouden kunnen leggen, indien niet op veel gunstiger gelegene plaatsen van den Aardbol, en met nog veel volkomener hulpmiddelen, de in- en uitgang was waargenomen.

Om dit nader toe te lichten, herinnert de commissie dat er twee methoden kunnen aangewend worden om uit de waarnemingen van den Venus-overgang de zonsparallaxis af te leiden. Bij de methode van HALLEY wordt de *langere of kortere duur* van den overgang, op verschillende plaatsen waargenomen, daartoe gebruikt, met andere woorden de verlenging en verkorting der verwijling van Venus voor de zonneschijf. Bij de methode von DELISLE daarentegen worden de *versnellingen* en *vertragingen* in aanmerking genomen, die hetzij de *ingang* hetzij de *uitgang* voor verschillende waarnemingsplaatsen ondergaan heeft. Voor de toepassing der methode van HALLEY moet in- en uitgang beide op de waarnemingsplaats zichtbaar zijn, in de keuze der waarnemingsplaats is men dus meer beperkt, daarentegen is eene zeer nauwkeurige bekendheid met de geographische lengte der waarnemingsplaats geen vereischte, voor die der methode van DELISLE wel. Om nu te beoordeelen in hoever de waarnemingen in den indischen archipel, al waren zij

met de volkomenste hulpmiddelen verricht, voor de toepassing van de methode van HALLEY eene bijdrage zouden leveren, zij opgemerkt dat, wanneer wij enkel de binnenste aanrakingen beschouwen, de verlenging van den duur van overgang, door de parallaxis o. a. bedragen heeft:

	Volgens Proctor (the coming transits)	Volg. Naut. Alm.
te Nertschinsk	15^m,6	15^m,1
te Tientsin	13 ,4	12 ,5
te Pekin	12 ,9	12 ,6

en dat de verkorting van den overgang o. a. bedroeg:

	Volgens Proctor (the coming transits)	Volgens N. Alm.
te St. Paul	11^m,3	13^m,2
te Mauritius	9 ,3	. .
te Réunion	9 ,9	9^m,7 (doch hier is de ingang mislukt.)

Door verbinding der gedane waarnemingen te Pekin en St. Paul, beide door fransche commissies uitgevoerd, is reeds een voorloopig resultaat der zonsparallaxis afgeleid, en hiervoor was dus een verschil in de duren van overgang op beide plaatsen van omtrent 24 à 26 minuten beschikbaar.

In den Indischen Archipel of liever voor de waarnemingsplaatsen, waar de in- en uitgang door de Nederlandsche zee-officieren is waargenomen, werd in de meeste gevallen de duur van den overgang vertraagd, doch voor de plaatsen nabij de noordpunt van Sumatra slechts omtrent 2 minuten, voor Ternate nog geen volle 3 minuten. Alleen voor Soerabaja had eene verkorting plaats van 53 sekonden.

Letten wij nu, om de geschiktheid der gedane waarnemingen voor de methode van DELISLE te beoordeelen, op de versnelling of vertraging, die de in- en uitgang op de geschiktste waarnemingsplaatsen op den aardbol gehad heeft, dan vinden wij dat de ingang van Venus door de werking der parallaxis vertraagd werd, volgens PROCTOR:

op Mauritius $10^m,8$,
op St. Paul $10^m,5$,

en versneld:

op de Sandwich eilanden $11^m,2$,

evenzoo werd de uitgang versneld:

op het Campbell eiland $10^m,3$,

en vertraagd:

in Astrakan:	$11^m,6$	
in Alexandrië:	$10^m,0$	
in Suez:	$9^m,8$	
in Nertschinsk	$9^m,8$	
in Dehli:	$9^m,4$	enz.,

terwijl in den Indischen Archipel bij den ingang de grootste vertraging plaats had aan de noordpunt van Sumatra, en wel ten bijdrage van 3,6 minuten, en bij den uitgang de grootste vertraging weder aan de noordpunt van Sumatra plaats vond, en wel ten bedrage van 5 minuten.

Dus bedroeg op de gunstigst gelegene plaatsen in den Indischen Archipel de werking der parallaxis bij den ingang slechts ongeveer $\frac{1}{3}$ en bij den uitgang slechts ongeveer de helft van de grootst waargenomen werking.

Hoe verder oostwaarts, hoe minder de werking der parallaxis nog op in- en uitgang was. Ternate is de eenige waarnemingsplaats, waar eene versnelling van $0^m,7$ bij den ingang plaats had. Te Batavia was de vertraging bij den ingang $3^m,0$, bij den uitgang $2^m,3$, te Soerabaja $2^m,4$, en $1^m,6$, te Tandjong Pandan $2^m,7$ en $2^m,7$. De aangevoerde redenen gelden ook voor de vier waarnemingen, die met betere hulpmiddelen gedaan zijn; zij leiden tot de gevolgtrekking, die trouwens ook vóór den overgang gemaakt is, dat de Indische Archipel niet onder de geschiktste gedeelten van den aardbol behoorde, om den overgang waar te nemen.

Daar nu echter toch op uitnoodiging van den kommandant der zeemacht in O. I. op een betrekkelijk aanzienlijk aantal plaatsen de overgang is waargenomen en wel met verrekijkers,

die alle wel niet veel in vermogen van elkander zullen verschillen, is het niet van alle belang ontbloot, deze waarnemingen op eene andere wijze aan een onderzoek te onderwerpen, en eens na te gaan, wat, bij het waarnemen van eenen overgang van Venus, die verrekijkers, namelijk gewone scheepskijkers kunnen opleveren, welke nauwkeurigheid zij met andere woorden gedogen.

Enkele waarnemers hebben in hunne verslagen vermeld, dat zij hunne kijkers voorzien hadden van gekleurde glazen, een hunner voegt er bij «van een sextant". Zonder twijfel moet aangenomen worden, dat dit door de overige waarnemers ook gedaan is, aangezien het niet mogelijk is, zonder een dergelijk glas in een kijker naar de zon te zien. De meeste waarnemers maken melding, hetgeen ook in de toegezonden instructie verzocht was, van de vervorming, die de schijf van Venus bij de binnenste aanraking schijnt te ondergaan. Voor twee waarnemers scheen de zonnerand bij die aanraking naar binnen, voor twee andere naar buiten gebogen te zijn. De waarnemers te Soerabaja vermelden dat zij zeer weinig, een der waarnemers te Edi, dat hij geene vervorming gezien heeft. De meeste doen hunne beschrijving vergezeld gaan door eene teekening, waaruit te zien is, hoe zich Venus bij de binnenste aanraking voordeed, die teekening komt overeen met de bekende peervormige verlenging, die reeds meermalen is afgebeeld en beschreven. Verscheidene waarnemers maken echter de juiste opmerking, dat de hun ten dienste staande middelen te onvolkomen waren om het verschijnsel juist waar te nemen. In het hierachter gevoegde overzicht is uit de afzonderlijke rapporten datgene aangehaald, wat op de misvorming van de planeet betrekking heeft.

Velen hebben overeenkomstig de instructie aangegeven, zoowel het oogenblik, waarop zij meenden dat eene inwendige aanraking plaats had, zonder dat bij den ingang nog de zonnerand gesloten was, als ook het oogenblik, dat de eerste lichtstreep van den rand zich vertoonde. Het blijkt, dat de aan de zeeofficieren gezonden instructie voor de tweede binnenste aanraking, d. i. het 3e contact, deze onderscheiding niet gemaakt heeft, vandaar dat verschillende waarnemers ook bij deze phase, alleen de blijkbaar uit de instructie ontleende woorden: «eerste

aanraking der randen bij ontmoeting aan de tegenovergestelde zijde der zonneschijf" gebruiken. Het was dus voor de commissie a priori niet op te maken, welk verschijnsel door de waarnemers hierdoor bedoeld werd; het verdwijnen der lichtstreep aan den zonnerand bij de uittrede, of wel het latere oogenblik, waarop eene wiskundige aanraking plaats had der beide cirkelomtrekken, die de schijven van Venus en de zon voorstellen. Slechts twee waarnemers hebben ook hier het tweeledig verschijnsel waargenomen, doch hiervan is de een de heer SIRKS, die met den bovenvermelden Molteni-kijker waarnam, de ander de heer MERCIER. Bij de waarneming van dezen laatsten waarnemer doet zich echter een verschijnsel voor, dat eenigzins twijfelachtig maakt, of hij wel met de noodige onvooringenomenheid heeft waargenomen, daar het tijdsverloop tusschen de twee bedoelde verschijnsels bij de eerste en bij de tweede binnenste aanraking op de sekonde na hetzelfde is, en wel $6^m 10^s$, een een getal, dat ongeveer 3½ maal meer is dan de andere waarnemers gemiddeld bij de intrede hebben gevonden. Bij het nemen der middentallen zijn echter deze resultaten onveranderd mede opgenomen.

In de instructie schijnt verzuimd te zijn aan te dringen op de vermelding van de opening van het objectief en de vergrooting van den kijker, daarentegen wel verzocht opgave van den barometer en thermometer, waarvan de bedoeling de commissie niet recht duidelijk voorkomt. Vandaar dat de rapporten omtrent de gebruikte kijkers geene andere aanwijzing bevatte, dan dat het „gewone scheepskijkers" waren; ten einde nu omtrent opening en vergrooting der gewone scheepskijkers eene vertrouwbare inlichting te ontvangen, vroeg een onzer die aan den verificateur van 's rijks zee-instrumenten, Dr. P. J. KAISER, te Leiden. Met bereidwilligheid voldeed de heer K. aan het gedane verzoek, door van eenige vroeger bij de marine in gebruik zijnde kijkers vergrooting en objectiefsopening te bepalen. Hij vond de volgende vergrootingen

vergrootingen.	openingen.
7,7	4,0 cM.
10,7	4,7 „

vergrootingen.	openingen.
11,4	3,4 cM.
13,7	4,8 "
13,9	4,0 "
14,0	4,8 "
19,7	4,0 "
19,9	3,8 "
32,0	4,7 "
32,0	5,6 "

Met de genoemde benaming zullen dus waarschijnlijk bedoeld zijn kijkers van 3,5 tot 5 centimeters opening en eene 8—14 malige vergrooting. Wel blijkt uit de medegedeelde metingen van den heer KAISER, dat kijkers van omtrent 20 en 32 malige vergrooting bij de marine in gebruik geweest zijn, maar die zullen toch kwalijk "gewone scheepkijkers" genoemd zijn, daar zij stellig te wild zijn om los uit de hand te gebruiken.

In de hierachter gevoegde tabel I is een overzicht gegeven van de in de rapporten medegedeelde waarnemingen. De meeste kolommen vereischen geene toelichting. De derde en vierde bevatten de lengte beoosten Greenwich en de breedte der waarnemingsplaats, zoo als zij in de verslagen vermeld staan. De vijfde kolom vermeldt, uit welke bron deze ligging ontleend is. De rapporten van de heeren OTTEN (Poeloe-Bras) en SWAAN, (Deli) bevatten alleen dat de "aangenomene" lengte en breedte is, zooals vermeld is. Waarschijnlijk zijn de lengten, evenals die van Oeleleh en Pedir, afgeleid door vergelijking met een der door de geographische dienst bepaalde punten (Padang, Sibogha, Sinkel of het eiland Angkâsa, dicht bij den mond der rivier van Atjeh). De waarnemers op de drie meer oostelijk gelegene plaatsen aan de noordkust van Sumatra: Telok Semawei, Djollo en Edi hebben gebruik gemaakt van eene Engelsche zeekaart, doch te Djollo wordt een verschil van 1′ in lengte en 3′ in de breedte aangegeven tusschen de kaart en de eigene bepaling. Ook verschillen de opgaven van de beide aldaar op verschillende schepen gestationneerde waarnemers VAN DROOGE en EHNLE in lengte 2′30″ of 3′30″, naarmate men van de beide

door den heer EHNLE opgegevene lengten, die volgens de kaart of die volgens eigene bepaling neemt. De benaming „eigen bepaling" is echter te onbepaald om eenige schatting te maken aangaande de onzekerheid dier bepaling. Er heerscht dus in deze lengten eenige onzekerheid, die echter, in tijd overgebracht, waarschijnlijk minder bedraagt, dan de onzekerheid der contactwaarnemingen.

De lengten en breedten der 6 laatste of oostelijkste plaatsen zijn waarschijnlijk naauwkeuriger dan de voorgaande. De herkomst is niet opgegeven, maar zij zijn blijkbaar ontleend uit de verslagen van den hoofdingenieur van de geographische dienst of uit de lijst van geographische liggingen in den regeeringsalmanak van Nederl. Indië. De lengte van Batavia is door dezen afgeleid voornamelijk uit sterrebedekkingen door de H. H. DE LANGE, SMITS en hemzelv' waargenomen; de lengte van Tandjong Pandan (de hoofdplaats van het eiland Billiton) uit de chronometer-waarnemingen van wijlen den heer VOSWINKEL DORSELEN; die van Soerabaja, door vergelijking met Batavia, door middel van den telegraaf, uitgevoerd door den hoofdingenieur zelv', met assistentie van den heer JAEGER: de lengte van Bandjermasin en Ternate door reizen met chronometers insgelijks door den hoofdingenieur zelv', die van Boeton door de reis van de H. H. DE LANGE in 1852. De breedten zijn door dezelfde waarnemers met universaal-instrumenten bepaald.

De volgende kolommen vereischen weinig toelichting. Bij de opgave van het 2e contact zijn van elkander gescheiden de wiskundige aanraking en het verschijnen van de eerste lichtstreep; deze zijn aangeduid door de opschriften 2e contact *a* en 2e contact *b*. Bij het 3e contact of de inwendige aanraking bij den uitgang, zijn afzonderlijk gehouden de opgaven, waarbij niet vermeld is, welk verschijnsel bedoeld werd. De kolom, waarin deze opgaven vermeld zijn, draagt tot opschrift: 3e contact. De volgende twee kolommen, die tot opschrift dragen: 3e contact *a* en 3e contact *b*. behelzen even zoo respectivelijk het verbreken der lichtstreep en het geometrisch contact, de volgende kolommen behoeven na het medegedeelde geene nadere verklaring. Dat kijkers van gering vermogen de

misvorming van de planeet bij de inwendige aanrakingen vertoonen, was bekend, en wordt uit de gedane mededeelingen der meeste waarnemers bevestigd; boven is hiervan reeds een en ander gezegd. In de kolom aanmerkingen is datgene medegedeeld, wat van het 3e contact in de rapporten vermeld is en eenige andere opmerkingen, die uit de rapporten ontleend zijn, of waartoe zij aanleiding geven.

De opgegevene tijdstippen nu zijn op de volgende wijs herleid. Eerst werden alle door aftrekking der lengte in tijd beoosten Greenwich herleid tot middelbaren tijd der plaats, daarna werd er nog afgetrokken de vertraging, die de in- of uitgang, ten gevolge der parallaxis ondergaan heeft. Deze is berekend met behulp der formulen in den *Nautical Almanac:*

$-[2{,}5773]\varrho \sin l - [2{,}7049]\varrho \cos l \cos(\lambda + 136°39',9)$, voor het 1e cont.
$-[2{,}6992]\varrho \sin l - [2{,}7462]\varrho \cos l \cos(\lambda + 147°55',7)$, 〃 2e 〃
$+[2{,}8253]\varrho \sin l + [2{,}5265]\varrho \cos l \cos(\lambda - 55°37',8)$, 〃 3e 〃
$+[2{,}7374]\varrho \sin l + [2{,}5014]\varrho \cos l \cos(\lambda - 37°50',9)$, 〃 4e 〃

in welke formulen l de geocentrische breedte en λ de lengte der waarnemingsplaats beoosten Greenwich beteekent. De aldus verkregene getallen zijn in Tabel II verzameld, waar ook de waarde der vertraging (in één geval versnelling) zelve gegeven is; deze is namelijk, met omgekeerd teeken genomen, opgegeven in de kolom „herleiding voor parallaxis."

Door aftrekking zijn nog gevonden de duur van den zwarten drop, de duur van den ganschen overgang (binnenste aanraking) en de tijd, dien de planeet Venus noodig gehad heeft om bij den uitgang den zonnerand te passeeren.

Van al deze kolommen nu zijn in Tabel II de middentallen genomen en de verschillen aangegeven van elke herleide waarneming met het midden. Bij het nemen echter dezer middentallen zijn niet mede opgenomen de resultaten met de sterkere kijkers verkregen en evenmin de op Z. M. stoomschip *Watergeus* stoomende genomene waarnemingen.

Wanneer wij nu, volgens den gewonen regel der methode der kleinste kwadraten de middelbare fouten voor de verschillende contact-waarnemingen afleiden, dan vinden wij:

		Middelb. fout.	Aantal waarn.
voor het 1ste contact		$\pm$ $1^m,5$	3
〃 2de 〃	a	$\pm$ $1^m,4$	9
〃 〃 〃	b	$\pm$ $1^m,7$	15
voor het 3de contact		$\pm$ $1^m,3$	12
〃 〃 〃	a	$\pm$ $1^m,4$	6
〃 〃 〃	b		1
〃 4de 〃		$\pm$ $0^m,9$	16

Men zou hieruit kunnen opmaken, dat het 4de contact zich het gemakkelijkst heeft laten waarnemen; de heer SIRKS merkt ook in zijn rapport op, dat deze waarneming zeer juist waar te nemen was; gedeeltelijk echter kan de kleinheid van de voor dit contact geldende middelbare fout meer een toeval zijn, daar enkele sterk afwijkende waarnemingen de middelbare fouten van de andere contacten vergroot hebben; evenzoo is het bijna zeker, dat de middelbare fout van het 1ste contact te klein is; drie waarnemingen zijn ook trouwens ontoereikend eene middelbare fout met eenige juistheid te bepalen; nemen wij dus allen door elkander, dan komt er voor elke contact-waarneming uit 61 waarnemingen $\pm$ $1^m,35$, een getal, dat, ten gevolge van mogelijke onzekerheden in de ligging van enkele der observatieplaatsen nog iets, doch zeer weinig, te groot kan zijn *).

Uit de middentallen blijkt ook met veel waarschijnlijkheid, dat de waarnemers, die bij het 3de contact niets omtrent de vervorming van het beeld der planeet hebben medegedeeld en alleen spreken van „de aanraking der randen aan de tegenovergestelde zijde der zonneschijf," het contact 3*a* hebben waargenomen; bij de afleiding van den duur van den ganschen overgang is dit ook aangenomen, even als bij de afleiding van het tijdsverloop dat de geheele schijf der planeet noodig had om den zonnerand te passeeren. De resultaten, voor deze 3 duren gevonden, geven de volgende middelbare fouten:

---

*) Voor de overgangen van 1769 vond ENCKE voor de middelb. fout eener waarneming van eene inwendige aanraking 8^s, dus voor de middelb. fout ongeveer 12^s. Bij dien overgang besteedde echter de planeet 18^m om den zonnerand te passeeren, bij dien van 1874 29^m, om dus de middelb. fout tot dezelfde absolute maat te herleiden moet men haar in rede van 18 tot 29 vergrooten, waardoor zij ongeveer 19^s wordt. Bij dezen overgang waren kijkers en spiegelteleskopen van allerlei afmetingen gebruikt geworden; de aangegevene vergrootingen bedroegen 30 tot 180 maal.

Duur van den drop.	$1^m,8$
〃 〃 〃 overgang	$2^m,2$
〃 〃 〃 〃 van ♀ over den zonnerand	$1^m,3$.

Nu is $1^m,35 \sqrt{2} = 1^m,9$, komende dus zeer na met de beide eerste getallen overeen. Hierdoor wordt dus bevestigd, dat de op Greenwich herleide absolute waarnemingstijden zoo goed met elkander overeenstemmen als met den aard der waarnemingen is overeen te brengen, en dat dus de lengten der waarnemingsplaatsen voor ons doel naauwkeurig genoeg bekend zijn.

De in den *Nautical Almanac* voor het middelpunt der aarde, geldende tijden der contacten zijn hieronder op Tabel II ook opgegeven, even als de middens uit de 4 waarnemingen met volkomene kijkers gedaan. Hieruit ziet men, dat gemiddeld met betrekking tot den *Nautical Almanac* waargenomen zijn:

	door de scheepskijkers	door de volkomener kijkers.
Het eerste contact	$5^m,5$ later,	$4^m,5$ later.
〃 tweede 〃 *a*	$1^m,1$ 〃	$2^m,05$ 〃
〃 〃 *b*	$2^m,6$ 〃	$2^m,2$ 〃
〃 derde 〃 *a*	$2^m,5$ vroeger,	$1^m,95$ vroeger.
〃 vierde 〃	$2^m,2$ 〃	$2^m,1$ 〃
de duur van den overgang (binnenste aanraking)		
daarvoor $3_a - 2_b$ nemende	$5^m,2$ korter,	$3^m,9$ korter.
dus *a* 〃 $3_b - 2_a$ 〃	$5,2-4,6=0^m,6$ 〃	?
de duur van den voorbijgang der venusschijf voorbij den zonnerand	$0^m,4$ langer,	$0,^m,4$ 〃

Uit deze verschillen zou men kunnen opmaken, dat volgens de hier behandelde waarnemingen de conjunctietijd van Venus met de zon vrij nauwkeurig in den *Nautical Almanac* is opgegeven, maar dat de door de planeet beschrevene koorde een weinig korter geweest is dan volgens den *Nautical Almanac*, dus dat de planeet iets noordelijker stond.

Wanneer later de waarnemingen zullen zijn bekend geworden, die door de verschillende wetenschappelijke commissies zijn gedaan, zal het mogelijk zijn, niet alleen dit resultaat te toetsen,

maar zal ook meer in bijzonderheden kunnen nagegaan worden, bijv. of contact 2_a dan wel 2_b beter met het wezenlijke contact overeenstemt, zoo als het met meer volkomene hulpmiddelen zou waargenomen zijn.

Mocht het nut, dat de waarnemingen, hierboven behandeld, voor de wetenschap opleveren, om de hierboven genoemde redenen, niet groot zijn, toch geven de meeste der rapporten blijken van de groote zorg, waarmede de waarnemingen verricht en beschreven zijn; zij bewijzen, dat mocht voor dergelijke waarnemingen, doch dan liefst met de volkomenste hulpmiddelen, officieren der Nederlandsche marine worden gekozen, dit korps zeer zeker een aantal leden bezit, wien het niet aan de noodige belangstelling en ontwikkeling ontbreekt, om zich, na behoorlijke voorbereiding, van eene opdracht, strekkende om dergelijke waarnemingen in het belang der wetenschap te doen, met goed gevolg te kwijten.

De Commissie tot voorbereiding, enz.
V. S. M. VAN DER WILLIGEN.
F. J. STAMKART.
H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.
J. A. C. OUDEMANS (*rapporteur.*)

NASCHRIFT.

Daar ons medelid VAN DE SANDE BAKHUYZEN uit de meridiaanwaarnemingen van Venus, tijdens hare laatste doorgangen door den klimmenden knoop gedaan, de correctie wenschte te bepalen, die aan de berekende tijden van de verschillende aanrakingen van Venus en de zon bij den doorgang van 8 December 1874 moet aangebracht worden, en voor de vergelijking van dit resultaat met de waarnemingen, die, welke met groote kijkers volbracht zijn, juist het meest van belang zijn, zoo zijn in de tabellen I en II en in het hieronder volgende overzicht, enz, ook opgenomen de berichten van de ingenieurs bij de geographische dienst in Nederl. Indië E. METZGER en C WOLDRINGH, en den assistent bij die dienst W. G. TEUNISSEN, welke berichten

door de Natuurkundige afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen van Z. Excellentie den Minister van Koloniën ontvangen zijn.

OVERZICHT VAN HETGEEN IN DE RAPPORTEN, UIT NEDERL. INDIË ONTVANGEN, OMTRENT DEN ZWARTEN DROP VERMELD IS.

N°. 1. VAN OORDT, *Vice Admiraal Koopman,* Poeloe Bras, en G. C. OTTEN. „De vormverandering werd waargenomen nadat de planeet halverwege over den rand der zonneschijf was voortgeschreden, fig. 1.” Deze figuur vertoont eene nauwe hals, welke minder donker dan de planeet is aangegeven.

N°. 2. SIRKS, *Metalen Kruis,* Oeleleh. „De tijd van binnenste aanraking bij de intrede is tweemaal geobserveerd, de eerste maal vertoonde die planeet zich op de Zon aldus;” (figuur, aantoonende eene inwendige aanraking van een' kleinen cirkel en een' grooten), „het werd toen juist merkbaar dat de planeet zich niet meer regelmatig over den zonnerand voortbewoog, doch door een' zwarten band aan dezelve verbonden bleef. De tweede maal deed de planeet zich aldus voor, (fig. 2,) op dat oogenblik liet de zwarte band van de Zon los en deed zich nog voor als een zwart puntje op den rand der planeet, dat dadelijk verdween.”

N°. 3. DE RUYTER DE WILDT, *Riouw,* reede van Pedir. „De terugtrekking van den band geschiedde plotseling,” fig. 3. (Wat de wrat beteekent op den zwarten drop, is niet vermeld; wellicht in het oorspronkelijke eene vlek, de teekeningen zijn, evenals de verslagen, door de klerken van het marine-departement te Batavia, blijkbaar met veel zorg, gecopiëerd.)

N°. 4. SWAAN, *Deli,* Gighen, „Eenige sekunden voor dat de lichtstreep werd gezien, was het alsof de planeet aan den rand der zon werd vastgehouden, en daardoor kreeg die even vóór de loslating eene peervormige gedaante. Bij het vormen van den lichtstreep was de planeet plotseling bolrond en geen sprake

HISCHE

Obs... p...	Ope-ning.	Ver-groo-ting.
Poel...	—	—
Oele... (str...	—	120
Pedi...	—	—

meer van eenige misvorming. Bij de intrede alles in omgekeerde volgorde."

N°. 5. DITTLOF TJASSENS. „De misvorming, fig. 4, was zeer duidelijk waar te nemen, de horizontale as der planeet onderging eene zeer merkbare verlenging, zoodat de planeet het voorkomen kreeg van een ei, dat met de punt de zon raakte. . . . . Onmiddellijk nadat de lichtstreep zich vertoonde, verdween de misvorming, en herkreeg de planeet hare nieuwe ronde gedaante."

„De misvorming bij de uittreding was belangrijk minder dan bij de intrede".

N°. 6. VOLCK, *Palembang*, Gighen.

Misvorming bij de 1e binnenaanraking, fig. 5.

„ „ „ 2e „ „ 6.

N°. 7. BUYSKES, *Watergeus*, stoomende. Meldt niets omtrent de misvorming.

N°. 8. MERCIER, *Schouwen*, Telok Semawei. Teekening op zeer kleine schaal, fig. 7, waaruit eene vernauwing te zien is. Bij den uitgang hetzelfde, in omgekeerde volgorde.

N°. 9. VAN DROOGE. *Amboina*, Djolo. „Zoowel de rand der planeet als die der zon kwam mij misvormd voor. De rand van Venus was verbogen naar de zon toe, en die der zon op de plaats der aanraking afgeplat. Of dit laatste echter het gewone gezichtsbedrog is, dat men steeds waarneemt, wanneer men twee kromme lijnen van zeer verschillende kromming elkaar laat aanraken, weet ik niet, ook kan de kijker schuld hebben, maar zooveel is zeker, dat ditzelfde verschijnsel zich niet voordeed bij de tweede inwendige aanraking."

N°. 10. EHNLE, *Bandjermasin*, reede Djolo. 2 teekeningen: op de eerste (fig. 8) is eene vernauwing te zien; op de tweede, fig. 9, is de planeet gepunt, met de punt naar den zonnerand gekeerd, deze teekening geldt voor een oogenblik, kort voordat zich een lichtstreep vertoont.

„De planeet onderging kort voor de tweede aanraking eene

dergelijke misvorming tegen den zonnerand als bij het intreden, doch het was bij lange niet op zulk eene geprononceerde wijze."

N°. 11. BOGAERT, CROMMELIN en DERX, *Timor*, Wal te Edi. „Ingevolge de reeds hierboven aangehaalde missive moesten deze twee oogenblikken duidelijk van elkander te onderscheiden zijn, doch het is ons gebleken, dat het gebruik van gewone zakkijkers voor dergelijke observatiën bepaald onvoldoende moet genoemd worden."

„Daaraan is het ook toe te schrijven dat de misvorming der planeet niet werd waargenomen, dus werd ook van de steeds smaller wordende aanrakingsband niets bespeurd."

N°. 12. HUDIG, *Tijdbalgebouw*, Batavia. „Toen het oogenblik gekomen was, dat de randen elkander moesten loslaten, scheen de zonnerand een weinig inwaarts te buigen fig. 10; van een zwarten band zooals die o. a. ook voorkomt in een artikel van den Engineer van 21 Nov. was geen sprake.

Verder: „Naarmate de planeet den zonnerand naderde, scheen deze laatste weder een weinig in te buigen, terwijl de rand van Venus zuiver rond bleef, fig. 11."

N°. 13. DE BRAUW, KOOPS, STRUICK en KLEINHENS, *Hydrograaf*, Tandjong Pandan.

DE BRAUW. Misvorming, opgehelderd door eene teekening, die eene *vernauwing* aanduidt, fig 12. De misvorming bij den uitgang veel geringer dan bij den ingang.

COOPS meldt omtrent hetzelfde, echter niet dat de misvorming bij den uitgang geringer was dan bij den ingang

STRUICK geeft eene teekening, fig. 13, waarin de planeet peervormig verlengd met het dunne gedeelte naar den zonnerand gekeerd, en de zonnerand zelf eene uitwaartsche buiging vertoont.

„In de figuur zijn de betrekkelijke afmetingen der planeet en daarmede ook die der misvorming te groot geteekend, om te doen zien, dat, naar het mij voorkwam, ook de rand der zonneschijf in de misvorming deelde en op het punt was van aanraking, eene kleine uitwaartsche buiging onderging.

Bij de uittrede . . . . zag ik de misvorming op dezelfde

wijze, zonder dat echter thans de rand der zonneschijf gewijzigd werd."

KLEINHENS. „Venus scheen tot eenige oogenblikken na de binnenaanraking aan te hangen aan den rand der zon.

„Voor de tweede binnenrands-aanraking scheen het alsof zich „daar eveneens een zwarte band vormde tusschen de planeet en „den binnenrand, doch dunner dan des morgens."

N°. 14, STOKHUYZEN. 4 waarnemers. „Bij de eerste binnenaanraking der randen meende een der kleine kijkers misvorming te zien, door den astronomischen kijker (WASS. TOT CATW.) een moment voor de lichtstreep eene kleine uitvloeijing van Venus, te weinig gedefinieerd, om door teekening of beschrijving nader te verduidelijken.

Bij de tweede binnenaanraking ziet de astronomische kijker niets bijzonders, de kleine kijker N°. 2 neemt te $1^u28^m9^s,1$ (dus 15^s vóór de aanraking) eene sikkelvormige uitvloeijing waar, terwijl de andere kleine kijker 2^m voor de aanraking misvorming schijnt te zien."

„Bij de geheele uittrede wordt door den astronomischen kijker een eigenaardig verschijnsel waargenomen.

Venus namelijk heeft op het oogenblik, waarop gestopt wordt, plotseling de zon losgelaten, en is op een kleinen afstand van de zon geheel zichtbaar, de observateur aan optisch bedrag denkende, trekt het oog terug en plaatst het terstond weer voor den kijker, en nog is de planeet zichtbaar in een aschgrauw licht, zoo als wel eens het onverlichte deel der maan wordt gezien: een tweede observateur het feit weder door den astronomischen kijker willende constateeren, is Venus reeds onzichtbaar."

N°. 15. VAN DOORN, *Suriname*, Bandjermasin. „Wat de misvorming aangaat, ... , valt op te merken, dat de waarwaarnemers opgeven, dit werkelijk gezien te hebben. Echter kwam het hun voor dat de vergrooting der kijkers te gering en de omstandigheden voor de waarneming te ongunstig waren, om door middel van eene teekening eenige voorstelling daarvan te geven."

N°. 16. BRUTEL DE LA RIVIÈRE, *Banka*, Makassar. Zeer kort na het zien van de 1e lichtstreep werd door mij waargenomen een verlichte streep op de planeet op ongeveer ²/₃ van van haar middelpunt en de rand het naast aan de rand der zon en eenigen tijd later had die streep zich verplaatst naar de rechterzijde der planeet. De streep was boogvormig en zeer flauw afgeteekend." (Geene teekening).

N°. 17. DE BRUYN, *Bali*, Ternate Geeft teekeningen, die bij den ingang den gewonen vorm vertoonen: namelijk dat in den beginne de zwarte band, die ♀ en ☉ randen vereenigt breed is, later spitser toeloopt. Bij de uittrede omgekeerd. Bij de totale uittreding is een zwart vlekje langs den zonnerand zichtbaar.

N. 18°. METZGER, geogr. ingenieur, Buitenzorg, meldt niets omtrent een' zwarten drop. Gebruikte kijkers: die van STEINHEIL, opening 42 par. lijnen, (95 mM.) brandpuntsafstand 60 p. duimen, (1,624 M.) vergrooting 55 maal. Deze waarnemer beschrijft het door hem geziene als volgt:

„$21^u24^m53^s,52$ werd de omtrek van Venus duidelijk buiten den zonsrand gezien (om den rand van Venus vertoonde zich als het ware om de planeet een heldere zoom. De hoekjes tusschen planeet en zon waren eenigzins donkerder). De lichte kring om Venus helderder dan de zon.

$21^u26^m43^s,24$ vermeende ik de 2e aanraking zeer nabij, overtuigde mij echter te $21^u27^m12^s,47$ dat Venus nog buiten was (zekere waarneming).

$21^u28^m12^s,99$ vertoonde zich een fijne zoom, tusschen Venus en de zon. De planeet scheen eene schaduw te werpen op de zon, die naar den zonsrand en naar boven en beneden helder was, bleeker werd en om $21^u29^m35^s,74$ verdween. Ik nam niet verder waar om mijne oogen niet verder te exponeeren.

Te 22^u26^m was de lichtende kring om Venus circa ¹/₆ straal der planeet breed en vermeende ik lichtende stipjes op de oppervlakte van Venus te zien. Ik nam nu nog twee zonshoogten voor de tijdsbepaling op den pilaar en nam ook te $22^u5.^m$

lichtende puntjes met het voor de tijdbepaling gebruikte universaal-instrument waar. Zij waren te zwak om aan het dradennet te kunnen waargenomen worden.

Den 9^{den} December te 1^u kwam de zon door, en werd te $1^u 5^m 31^s 10$ schaduw tusschen de planeet en den zonsrand gezien.

$1^u 6^m 31^s,91$ de derde aanraking (zekere observatie).

$1^u 7^m 58^s,67$ op den rand van Venus aan de binnenzijde der planeet was eene fijne heldere zoom.

$1^u 8^m 43,^s 55$ waren de hoeken tusschen de planeet en den zonsrand helder en bleven helder tot den uitgang. Te $1^u 12^m 12^s,98$ keek ik naar den helderen kring, die met Venus concentrisch was en vond hem nog altijd helderder dan de zon.

$1^u 15^m 12^s,53$ de hemel veel helderder dan Venus.

$1^u 26^m 25^s,70$ de concentrische cirkel is smaller.

$1^u 31^m 32^s,88$ uitgang nabij, ik begon chronometer te tellen.

$1^u 32^m\ 9^s,78$ was de projectie nog eenigzins zichtbaar en las ik den chronometer nogmaals af

$1^u 32^m 29^s,73$ het is zeer onzeker of nog eenige projectie zichtbaar is.

De tijden zijn gewoonlijk op volle tientallen sekunden opgeteekend en hier medegedeeld, zoo als de reductie ze geleverd heeft voor middelbaren tijd van de waarnemingsplaats.

De cijfers, waarbij sekunden opgegeven zijn, zijn zoo nauwkeurig mogelijk genoteerd, de aanaanrakingen zijn dus nagenoeg te stellen:

1^e aanraking	$21^u\ 2^m 41^s,92$	(veel te laat).
2^e	〃	$21^u 27^m 55^s,00$	(hoogstens 10^s onzeker).
3^e	〃	$1^u\ 6^m 31^s,91$	(zeer zeker).
4^e	〃	$1^u 32^m 29^s,73$	(mogelijk iets te vroeg)."

De afleiding van het hier opgegevene tijdstip voor de tweede aanraking blijkt niet. Het schijnt tusschen $21^u 27^m 12^s,57$ en $28^m 12^s,99$ op eene eenigzins willekeurige wijze ingelascht te zijn. Door ons is het echter aangenomen.

N°. 19. TEUNISSEN, assist. bij de geogr. dienst, Buitenzorg. Gebruikte kijker: van een acht-(par.)-duims universaal instrument van PISTOR en MARTINS, vergrooting 35 maal.

„De eerste uitwendige aanraking werd niet met voldoende zekerheid opgemerkt. Bij de eerste binnenste aanraking deed zich de planeet als eene zwarte schijf voor . . . . Aan beide zijden van het aanrakingspunt vertoonde zich een grauwe zoom, iets donkerder, doch veel overeenkomst hebbende met het aschgrauwe licht der maan. De breedte van dien zoom bedroeg ongeveer twee derde van de middellijn der planeetschijf, fig. 20).

Fig. 21 toont het verschijnsel een oogenblik vóór dat het zonnelicht tusschen de beide randen te voorschijn trad. Daarna was de grauwe tint geheel verdwenen.

Aan den rand der planeet en aan de naar het middelpunt der zon gerichte zijde waren eenige donkere stipjes merkbaar, die circa 45° uit elkander lagen. Zij verdwenen echter weer spoedig. De schijf zelve was niet overal gelijkmatig zwart, doch over het midden vertoonde zich een eenigzins lichte gloed, welke het aanzien had van onregelmatig gevormde vlakken, die nu en dan verdwenen. Het is echter zeer wel mogelijk dat dit verschijnsel aan den kijker moet worden toegeschreven.

Een oogenblik voor de tweede binnenste aanraking werd het volle zonlicht door een dunne wolk onderschept, zoodat de planeet door den kijker van het instrument niet scherp genoeg zichtbaar was om iets aan de randen te onderscheiden. Juist op het oogenblik van aanraking werd het evenwel helder, en vermeende ik weder een smalle, grauwe strook als voren omschreven, te zien.

De tweede buitenste aanraking kon door de min heldere lucht evenmin zeer scherp worden waargenomen."

N°. 20. WOLDRINGH, geogr. ingenieur, Penoengalan. Gebruikte kijker, die van het 10 duims universaal-instrument van REPSOLD; objectief van STEINHEIL; opening 67 mM. vergrooting 51 maal.

„Ten opzichte van het zamenvloeijen der randen en het daardoor misvormen van het beeld der planeet durf ik met zekerheid te melden, dat, zoo zij bestaat, het alsdan zeer gering moet zijn.

Wetende dat in de vorige eeuw dit verschijnsel door sommige observators werd waargenomen, was ik geneigd om soms

Fig. 5



Fig. 6.



Fig. 11.

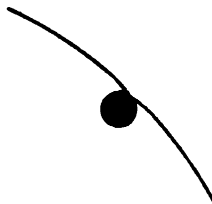
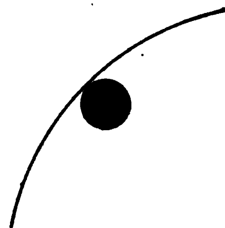


Fig. 16.



20.

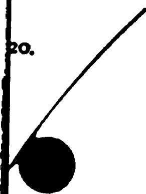
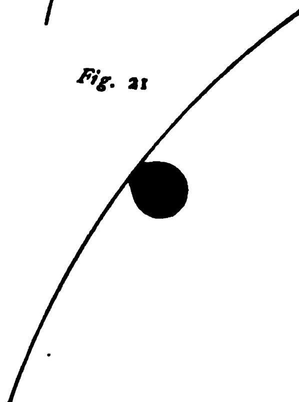


Fig. 21



BEPALING VAN DE FOUT

IN DE

BEREKENDE TIJDEN VAN CONTACT BIJ DEN

OVERGANG VAN VENUS VOORBIJ DE ZON,

OP 8 DECEMBER 1874, UIT MERIDIAANWAARNEMINGEN VAN VENUS.

DOOR

H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.

De waarnemingen van den overgang van Venus voorbij de zon op 8 December 1874, volbracht door officieren der Nederlandsche Marine in Oost-Indië, gaven voor de oogenblikken der verschillende contacten waarden, welke vrij veel afweken van de berekeningen, gebaseerd op de zons- en Venustafels van LEVERRIER, en dus fouten in die tafels deden vermoeden. Eene behoorlijke discussie der waarnemingen van den overgang op verschillende punten der aarde, waaruit de plaats van Venus met zeer hooge juistheid zou kunnen worden afgeleid, is thans nog niet mogelijk; er bleef dus, wilde men de grootte der tafelfouten bepalen, niets anders overig dan ze uit meridiaanwaarnemingen van Venus uit vorige jaren af te leiden.

Zulk een onderzoek is reeds (zie *Monthly Not. of the R. A. S.* Vol. 34, p. 300) door CHRISTIE volbracht, hij vond dat, volgens de waarnemingen te Greenwich in 1872 en 1873, die

fout betrekkelijk groot was, en dat haar invloed op het oogenblik van het eerste contact ongeveer 6 minuten bedroeg. Tegenover deze uitkomst staan echter de waarnemingen van de sterrenwacht te Parijs, eveneens van de jaren 1872 en 1873, gepubliceerd in het *Bulletin international de l'Observatoire de Paris*, 20 *Mai* 1874, welke geen fouten in de Venustafels schijnen te verraden.

Ten einde hieromtrent meerdere zekerheid te verkrijgen is het dus noodig een groot aantal waarnemingen, volbracht aan verschillende sterrenwachten in verschillende jaren, in het onderzoek op te nemen; daar het mij echter alleen te doen was de fouten der tafels van LEVERRIER, tijdens den overgang op 8 December 1874, terwijl Venus in den klimmenden knoop was, te bepalen, heb ik mij beperkt tot de waarnemingen van die planeet in de nabijheid van den klimmenden knoop, volbracht van af 1865, sedert welk jaar de ephemeriden van Venus in de *Nautical Almanac* volgens de tafels van LEVERRIER zijn berekend.

Van vier sterrenwachten kon ik zoodanige waarnemingen vinden en wel van Greenwich in de deelen der *Greenwich Observations*, van Washington in de *Washington Observations*, van Parijs in de *Annales de l'Observatoire de Paris*, Tom. 21, 22 et 23, en in het *Bulletin international de l'Observatoire de Paris*, 20 *Mai* 1874, en van Leiden in de *Astronomische Nachrichten*. In den regel zijn er meerdere plaatsbepalingen van Venus omstreeks den tijd van doorgang door den klimmenden knoop volbracht, in die gevallen heb ik, voor elk der sterrenwachten afzonderlijk, het gemiddelde der daaruit afgeleide verbeteringen van de ephemeride aangenomen als de verbetering geldende voor het gemiddelde der waarnemingstijden.

De zoo verkregen uitkomsten met het oogenblik van doorgang door den knoop zijn in Tabel I opgenomen. De opgegeven correctiën zijn waarneming — tafelwaarde.

TABEL I.

Datum van den knoop-doorgang.	GREENWICH. Gemiddelde datum der waarnemingen.	Aantal waarnemingen.	Δα	Δδ	PARIJS. Gemiddelde datum der waarnemingen.	Aantal waarnemingen.	Δα	Δδ
1865 2 Febr.					28 Jan.	1	0,00	+0,70
15 Sept.	15 Sept.	7	−0,06	+0,20	15,9 Sept.	7	−0,01	+0,82
1866 28 Apr.	27,5 Apr.	6	−0,07	+0,88	24,3 April	8	−0,10	+0,33
17 Dec.	27 Dec.	2	+0,15	+1,03				
1867 21 Juli	26,5 Juli	2	+0,07	−0,35	24,9 Juli	7	+0,25	+0,24
1868 2 Mrt.	3 Mrt.	2	+0,01	+1,41				
12 Oct.	13,5 Oct.	6	−0,05	+0,55				
1870 5 Jan.	3 Jan.	1	+0,01	+2,50				
17 Aug.	16,6 Aug.	5	−0,15	+0,22				
1871 30 Mrt.	28,7 Mrt	6	−0,14	+0,09				
10 Nov.	11,6 Nov.	8	+0,06	+1,10				
1872 22 Juni	22,5 Juni	2	−0,16	+1,35	17,6 Juni	3	−0,07	−0,20
1873 1 Febr.	25 Jan.	3	−0,10	−0,26	26,3 Jan.	3	−0,06	+0,20
14 Sept.	15 1 Sept.	7	−0,10	+0,69	18 Sept.	4	+0,07	+0,92

Datum van den knoop-doorgang.	WASHINGTON. Gemiddelde datum der waarnemingen.	Aantal waar-nemingen.	Δ α	Δ δ	LEIDEN. Gemiddelde datum der waarnemingen.	Aantal waar-nemingen.	Δ α	Δ δ
1865 2 Febr.	1 Febr.	8	$-0^s,02$	$+0'',05$				
15 Sept.	16 Sept.	5	+0,03	+0,08	15,8 Sept.	10	$-0^s,03$	+0,34
1866 28 Apr.					27,0 April	8	−0,13	−0.30
17 Dec.	18 Dec.	3	+0,40	+2,27				
1867 21 Juli	16 Juli	1	−0,09	−0,60				
1868 2 Mrt.					12 Mrt.	1	−0,08	+0,30
12 Oct.	12 Oct.	2	−0,03	−1,92	11 Oct.	1	+0,03	+0,30
1871 30 Mrt.					23,5 Mrt.	4	−0,24	−0,85
1872 22 Juni	20 Juni	1	−0,09	−0,80	24 Juni	2	−0,35	+2,10
1873 1 Febr.					26,5 Jan.	2	−0,07	−0,25
1874 27 Apr.					21,7 Apr.	3	−0.21	+0,17

Alvorens uit deze getallen verdere gevolgtrekkingen af te leiden moeten zij eenige herleidingen ondergaan. In de eerste plaats, zoo de randen der planeet zijn waargenomen, voor eene onjuist aangenomen waarde van den Venusstraal. Te Leiden zijn bij de herleidingen gebruikt de waarden, zoo als zij in de *Nautical Almanac* voorkomen, $S = \frac{8'',305}{\varrho}$, te Greenwich is aan deze waarde eene correctie $+ 0'',392 + 0,027\ S$, te Parijs eene correctie $+ 0'',586 + 0,004\ S$ toegevoegd, terwijl te Washington gebruikt is $S = \frac{8'',546}{\varrho}$. De waarden, die te Greenwich en te Parijs gebruikt worden, berusten beide op een zeer groot aantal waarnemingen; voor den gemiddelden afstand van de planeet verschillen zij dan ook weinig, daar echter de meerderheid der waarnemingen in bovenstaande tabel te Greenwich volbracht zijn, schijnt het mij het rationeelste voor den straal van Venus de waarde aan te nemen, die uit de meri-ridiaanwaarnemingen te Greenwich is afgeleid. Eene tweede correctie moet aan de aangenomen declinatiën worden aangebracht voor een onjuist aangenomen parallaxis; als de meest waarschijnlijke waarde is voor π $8'',90$ aangenomen en hiermede zijn al de waarnemingen herleid.

Eene laatste correctie heeft zijn grond in het verschil tusschen de aangenomen rechte klimmingen der tijdsterren. Te Greenwich en te Leiden zijn de sterren van den *Nautical Almanac* gebruikt; te Parijs zijn aan eenige van deze kleine correctiën aangebracht, waarvan de invloed op het gemiddelde echter verdwijnt; te Washington zijn in 1865 de rechte klimmingen van de *American Ephemeris* gebruikt, terwijl van 1866 tot 1372 aan deze rechte klimmingen correctiën zijn toegevoegd, die in het gemiddelde verdwijnen. Tusschen de rechte klimmingen der sterren in de *American Ephemeris* en in den *Nautical Almanac* bestaan echter verschillen, die in de jaren 1865 tot 1869 gemiddeld $- 0^s,040$, in 1870 $- 0^s,050$, in 1871 tot 1872 $- 0^s,018$ bedragen. Ten einde al de rechte klimmingen te herleiden tot de tijdsterren van den *Nautical Almanac*, zijn dus alleen aan de waarnemingen te Washington deze kleine correctiën toe te voegen.

Nadat de waarnemingen tot een zelfde systeem herleid zijn, moeten die, welke op een zelfden knoopdoorgang betrekking hebben, tot eene uitkomst vereenigd worden; het is daartoe noodig het gewicht der verschillende waarnemingen te bepalen. Ten einde hiertoe te geraken, heb ik ondersteld dat de fout van eene meridiaanwaarneming van Venus bestaat uit twee deelen, een dat voor denzelfden waarnemer, hetzelfde instrument en hetzelfde voorkomen der planeet van den eenen dag tot den anderen verandert, een tweede deel dat een gevolg is van de persoonlijke fout in de opvatting van de planeet, van de rechte klimming der gebruikte tijdsterren en van de wijze, waarop het zenith- of poolpunt bepaald wordt en dat derhalve gedurende eene niet te groote periode voor denzelfden waarnemer als standvastig mag beschouwd worden.

De waarschijnlijke waarde van het eerste deel der fout is bepaald door aan te nemen dat de fout der Venustafels gedurende eene periode van hoogstens 14 dagen kan worden voorgesteld door de formule $a + bt$. Voor elk der sterrenwachten Greenwich, Parijs, Washington en Leiden zijn nu uit de waarnemingen gedurende zulk eene periode de waarden van a en b bepaald en de hieruit berekende fouten met de waargenomene vergeleken. Vijf waarnemingsreeksen tusschen 1865 en 1873 te Greenwich, 5 te Parijs, 5 te Washington en 7 te Leiden, elk gemiddeld 8 waarnemingen bevattende gaven voor de waarschijnlijke waarden e van de fouten in rechte klimming en in declinatie de volgende uitkomsten:

RECHTE KLIMMINGEN.

GREENWICH.		PARIJS.		WASHINGTON.		LEIDEN.	
e	Aantal waarn.	e	Aantal waarn.	e	Aantal waarn.	e	Aantal waarn.
0^s,066	8	0^s,060	8	0^s,042	9	0^s,057	8
0,061	8	0,051	8	0,068	9	0,081	5
0,045	7	0,082	8	0,085	9	0,096	5
0,082	7	0,071	8	0,071	10	0,071	8
0,050	8	0,073	8	0,051	10	0,052	8
						0,038	9
0^s,061	38	0^s,067	40	0^s,064		0,059	8
						0^s,061	51

DECLINATIE.

GREENWICH.		PARIJS.		WASHINGTON.		LEIDEN.	
e	Aantal waarn.	*e*	Aantal waarn.	*e*	Aantal waarn.	*e*	Aantal waarn.
0″,74	8	0″,55	8	0″,39	9	0,57	8
0,76	8	0,51	8	0,44	7	0,63	5
0,46	6	0,36	8	0,69	9	1,23	5
0,49	7	0,51	8	0,51	10	0,57	8
0,76	8	0,63	7	0 47	9	0,34	8
0″,65	37	0″,51	39	0″,51	44	0,63	9
						0,36	8
						0″,58	51

In de *Monthly Notices*, Vol. 29, p 324 komt eene opgaaf voor van de waarschijnlijke fouten der declinatie-waarnemingen te Greenwich, volgens deze zou zij voor sterren op dezelfde declinatie als die, welke Venus gemiddeld had, 0″55 bedragen; de grootere waarde welke boven gevonden is, laat zich gemakkelijk verklaren. Voor de rechte klimmingen van de verschillende sterrenwachten zijn de waarden van *e* zoo weinig verschillend, dat zonder bezwaar voor alle de gemiddelde waarden 0^s,063 mag worden aangenomen. Voor de declinatiën zijn de verschillen grooter, zonder bezwaar kunnen echter voor ons doel ook hier de waarschijnlijke fouten van de vier sterrenwachten gelijk aan het gemiddelde 0″,57 worden gesteld.

Ter bepaling van de waarschijnlijke waarde van het tweede gedeelte der waarnemingsfout is uit zoo veel mogelijk gelijktijdige waarnemingen op twee der sterrenwachten de fout der Venustafels voor denzelfden datum afgeleid, en zijn de verschillen dezer waargenomen fouten opgemaakt na herleiding voor de onjuist aangenomen waarde van den straal van Venus en voor een verschil in het gebruikte aequinoctium.

De gemiddelde waarden dezer verschillen zijn de volgende:

	RECHTE KLIMMING.		DECLINATIE.	
	s		"	
Washington-Greenwich.	— 0,027	(67,63)	— 1,61	(60,63)
Washington-Parijs . . .	— 0,047	(59,60)	— 0,60	(52,57)
Washington-Leiden . .	— 0,025	(52,54)	— 0,92	(49,53)
Parijs-Greenwich. . . .	+ 0,048	(77,63)	— 0,23	(74,62)
Parijs-Leiden.	+ 0,064	(54,55)	— 0,35	(52,54)
Greenwich-Leiden. . . .	— 0,025	(74,74)	+ 0,37	(72,73)

De getallen tusschen haakjes duiden het aantal der waarnemingen van de verschillende sterrenwachten aan, welke bij de bepaling der verschillen zijn gebruikt.

Deze gemiddelde waarden uit waarnemingen van 1865 tot 1872 afgeleid, wijzen heen op standvastige verschillen tusschen de uitkomsten der sterrenwachten, onafhankelijk van de waarnemers, daar in die periode het personeel der observatoren veelvuldige malen gewijzigd is. Daar de catalogi der tijdsterren alle tot een zelfde aequinoctium (dat van de *Nautical Almanac*) zijn gereduceerd, kan hierin niet de oorzaak van de verschillen in R. Kl. gezocht worden, terwijl het ook niet waarschijnlijk is dat het groote verschil, hetgeen de declinatiën te Washington bepaald met die der drie andere sterrenwachten opleveren, in eene fout in de aangenomen poolshoogte moet gezocht worden. Voor verreweg het grootste gedeelte zal de oorzaak dier standvastige verschillen dus in de methode van herleiding der waarnemingen te zoeken zijn; maar welke deze ook zij, er is naar mijne meening geen voldoende grond om eene standvastige correctie aan de waarnemingen van eene der sterrenwachten aan te brengen en men zal het best doen de verschillen tusschen de uitkomsten op de verschillende plaatsen verkregen als toevallige fouten in rekening te brengen.

Noemen wij dan de waarschijnlijke waarde voor het tweede gedeelte der waarnemingsfout, dat voor eene niet te lange periode (10 à 12 dagen) voor denzelfden waarnemer constant

blijft, E en nemen wij deze waarde voor de waarnemingen der vier sterrenwachten gelijk aan, dan zal de waarschijnlijke waarde van eene fout der Venustafels uit het gemiddelde van n waarnemingen van eene sterrenwacht afgeleid, $\sqrt{\left(E^2 + \frac{e^2}{n}\right)}$ bedragen. De waarschijnlijke waarde van de tafelfout voor denzelfden datum aan eene andere sterrenwacht uit n_1 waarnemingen bepaald is dan $\sqrt{\left(E^2 + \frac{e^2}{n_1}\right)}$ en de waarschijnlijke waarde van het verschil der beide tafelfouten $\sqrt{\left(2E^2 + \frac{e^2}{n} + \frac{e^2}{n_1}\right)}$, waarin e n en n_1 bekend zijn.

Voor elk der 6 combinatiën van de vier sterrenwachten zijn nu voor zooveel tijdstippen als mogelijk was die verschillen opgemaakt en hieruit E bepaald. Men vindt dan voor de waarschijnlijke waarde van E de volgende uitkomsten:

	RECHTE KLIMMING.		DECLINATIE.	
Washington-Greenwich. .	0,029 s	(8)	0,91″	(8)
Washington-Parijs. . . .	0,041	(8)	0,47	(8)
Washington-Leiden. . .	0,025	(7)	0,63	(7)
Parijs-Greenwich.	0,054	(9)	0,32	(9)
Parijs-Leiden	0,042	(7)	0,45	(7)
Greenwich-Leiden	0,011	(9)	0,55	(9)
Gemiddelde . .	0,036 s	48	0,55″	48

De getallen tusschen haakjes duiden het aantal verschillen aan, waaruit de waarschijnlijke waarde van E is afgeleid. Het aantal waarnemingen bij het opmaken dezer verschillen gebruikt is in de vorige tabel op pag. 259 aangegeven.

Met de nu gevondene waarden van e en E kan de waarschijnlijke fout en het gewicht van eene bepaling der tafelfout, gebaseerd op de waarnemingen van ééne sterrenwacht worden berekend.

De waarschijnlijke fout van eene waarneming is dan:
in rechte klimming ± $0^s,074$, in declinatie ± 0",81, en zoo wij het gewicht van eene waarneming gelijk één stellen, worden de gewichten van de gemiddelden van meerdere waarnemingen, aan eene sterrenwacht volbracht, voorgesteld door de volgende getallen:

Aantal waarnemingen.	Gewicht van eene rechte klimmingsbepaling.	Gewicht van eene declinatiebepaling.
1	1	1
2	1,6	1,3
3	2,0	1,5
4	2,3	1,6
5	2,5	1,6
6	2,7	1,7
7	2,8	1,7
8	2,9	1,7
9	3,0	1,8
10	3,1	1,8

Gebruik makende van deze gewichten, zijn nu de waarden voor de fouten der tafels voor denzelfden doorgang door den knoop, aan de verschillende sterrenwachten bepaald, tot een gemiddelde vereenigd en in nevensgaande tabellen zamengevoegd. Men vindt hierin de tafelfouten uit Tabel I, nadat de bovenbedoelde herleidingen voor de straal van Venus en voor het verschil in het gebruikte aequinoctium zijn aangebracht, verder hunne gewichten en eindelijk de gemiddelde waarden met het gewicht en den datum, waarvoor zij gelden. De waarneming van den knoopdoorgang in Juli 1867 uit Tabel I is niet in deze tabellen opgenomen daar het zeer groote verschil tusschen de uitkomsten in rechte klimming te

Parijs, Greenwich en Washington verkregen, op eene constante fout heenwijst, die het raadzaam maakt deze waarnemingen geen stemrecht te geven.

TABEL II.

RECHTE KLIMMING.

GREENWICH.		PARIJS.		WASHINGTON.		LEIDEN.		GEMIDDELDE.		
Δ α	Gewicht.	Δ α	Gewicht.	Δ α	Gewicht.	Δ α	Gewicht	Datum.	Δ α	Gewicht.
								1865		
		s 0,000	1,0	s +0,006	2,9			31 Jan	s +0,004	3,9
s −0,060	2,8	−0,010	2,8	−0,096	2,9	s −0,070	3,1	16Sept.	−0,058	11,6
								1866		
−0,070	2,7	−0,100	2,0			−0,090	2,9	26April	−0,086	7,6
+0,150	1,6			+0,337	2,0			22 Dec	+0,254	3,6
								1868		
+0,010	1,6					−0,040	1,0	6 Mrt.	−0,009	2,6
−0,050	2,7			+0,088	2,8	−0,010	1,0	12 Oct.	−0,060	6,5
								1870		
+0,010	1,0							3 Jan.	+0,010	1,0
−0,150	2,5							17Aug.	−0,150	2,5
								1871		
−0,140	2,7					−0,200	2,3	26 Mrt.	−0,168	5,0
+0,060	2,9							12Nov.	+0,060	2,9
								1872		
−0,160	1,6	−0,070	2,0	−0,108	1,0	−0,390	1,6	21 Juni	−0,182	6,2
								1873		
−0,100	2,0	−0,060	2,0			−0,030	1,6	26 Jan.	−0,066	5,6
−0,100	2,8	+0,070	2,3					16Sept.	−0,023	5,1
								1874		
						−0,170	2,0	22April	−0,170	2,0

DECLINATIË.

GREENWICH.		PARIJS.		WASHINGTON		LEIDEN.		GEMIDDELDE.		
Δ δ	Gewicht.	Δ δ	Gewicht.	Δ δ	Gewicht.	Δ δ	Gewicht.	Datum.	Δ δ	Gewicht.
								1865		
		+0″,67	1,0	+0″,34	1,8			31 Jan.	+0″,45	2,8
+0″,36	1,8	+0,80	1,8	+0,24	1,7	−1″,08	1,8	16 Sept.	+0,62	7,1
								1866		
+0,50	1,7	+0,31	1,5			−0,18	1,8	26 April	+0,20	5,0
+2,03	1,3			+2,75	1,5			22 Dec.	+2,42	2,8
								1868		
+1,40	1,3					+1,07	1,0	6 Mrt.	+1,26	2,3
+0,53	1,7			−1,62	1,8	+1,22	1,0	12 Oct.	−0,17	4,5
								1870		
+2,47	1,0							3 Jan.	+2,47	1,0
+0,21	1,7							17 Aug.	+0,21	1,7
								1871		
+0,08	1,7					−0,85	1,6	26 Mrt.	−0,37	3,3
+1,07	1,8							12 Nov.	+1,07	1,8
								1872		
+1,35	1,3	−0,21	1,5	−0,79	1,0	+2,10	1,3	21 Juni	+0,66	5,1
								1873		
−0,28	1,5	+0,16	1,5			−0,25	1,3	26 Jan.	−0,12	4,3
+0,68	1,3	+0,90	1,6					16 Sept.	+0,70	3,4
								1874		
						+0,17	1,5	22 April	+0,17	1,5

De gemiddelde correctiën $\Delta \alpha$ en $\Delta \delta$ zijn door middel der gewone formulen in correctiën $\Delta \lambda$ en $\Delta \beta$ van geocentrische lengte en breedte overgebracht, en uit deze grootheden moeten nu de correctiën der heliocentrische lengten en breedten van Venus worden afgeleid. Daar het niet mogelijk is zoowel de fouten

in de heliocentrische lengte van Venus en van de aarde en van de heliocentrische breedte van Venus als de fouten in de afstanden tot de zon met eenige nauwkeurigheid uit de waarden van $\Delta\lambda$ en $\Delta\beta$ af te leiden, en daarenboven de fouten in de afstanden tot de zon waarschijnlijk zeer gering zullen zijn, heb ik eenvoudig de drie eerste grootheden in de formule voor $\Delta\lambda$ en $\Delta\beta$ opgenomen, welke, daar de heliocentrische breedte altijd gering is, aldus kunnen geschreven worden:

$$\Delta\lambda = \frac{r \cos(\lambda - l)}{\varrho} \Delta l - \frac{R \cos(\lambda - L)}{\varrho} \Delta L = p \Delta l - q \Delta L,$$

waaruit:

$$\Delta l = \frac{1}{p} \Delta\lambda + \frac{q}{p} \Delta L,$$

en:

$$\Delta\beta = \frac{r}{\varrho} \Delta b \ ,$$

waaruit:

$$\Delta b = \frac{\varrho}{r} \Delta\beta \ ,$$

waarin r, l en b de afstand van Venus tot de zon en hare heliocentrische lengte en breedte, R en L de afstand van de aarde tot de zon en de heliocentrische lengte der aarde, ϱ, λ en β de afstand van Venus tot de aarde en hare geocentrische lengte en breedte voorstellen, en $\Delta\beta$, $\Delta\lambda$, Δb en Δl de correctiën van de tafelwaarden van β, λ, b en l.

Bij de berekening van Δl en Δb uit al de vergelijkingen, welke op die wijze uit de waarnemingen zijn afgeleid, kan men twee hypothesen aannemen: 1°. dat in het tijdvak van 1865 –1874 Δl, Δb en Δ L constant zijn, m. a. w. dat de fouten in heliocentrische lengte en breedte van Venus bij den klimmenden knoop niet veranderd zijn en dat de fout in heliocentrische lengte van de aarde in datzelfde tijdvak in al de punten van haar baan standvastig is, 2°. dat die grootheden niet standvastig zijn.

Ik heb aanvankelijk de eerste hypothese aangenomen en bij de berekening van Δl de grootheid Δ L als eene bekende be-

schouwd. Het gewicht van de gevonden waarde van $\Delta\, l$ is dan gelijk aan dat van $\Delta\, \lambda$ vermenigvuldigd met p^2, eveneens is het gewicht van $\Delta\, b$ dan gelijk aan het gewicht van $\Delta\, \beta$ vermenigvuldigd met $\left(\frac{\varrho}{r}\right)^2$.

De zoo gevonden waarden van $\Delta\, l$ en $\Delta\, b$ met hunne gewichten komen voor in de volgende tabel, terwijl daar tevens zijn bijgevoegd de gemiddelde waarden van deze grootheden uit al de bepalingen van 1865—1874.

Datum.	Δ λ.	Δ *l*.	Gewicht van Δ *l*.	Verschil van Δ *l* met het gemiddelde	Δ β	Δ *b*.	Gewicht van Δ *b*.	Verschil van Δ *b* met het gemiddelde.
1865								
31 Jan.	+0″,24	+1″,10—3,77ΔL	0,18	—6,34	+0,38	+0″,47	1,8	+0,42
16 Sept.	—0,98	—3,07—2,14 „	1,18	—1,02	+ 0,35	+0,57	2,7	+0,32
1866								
26 April	—1,18	—2,79—1,44 „	1,27	—0,70	—0,51	+1,16	1,0	—0,27
22 Dec.	+3,29	—1,39+1,28 „	20,00	—0,06	+2,83	+1,10	18,7	—0,21
1868								
6 Mrt.	+0,34	+1,03—2,04 „	0,28	—4,97	+1,22	+1,98	0,9	—1,09
12 Oct.	—0,77	—5,04—5,55 „	0,15	—1,53	—0,47	—0,54	3,4	+1,43
1870								
3 Jan.	+1,00	—3,12+4,12 „	0,10	+3,80	+2,27	+1,64	1,9	—0,75
17 Aug.	—2,10	—5,58—1,65 „	0,35	+1,94	—0,18	—0,36	0,4	+1,25
1871								
26 Mrt.	—2,45	—6,27—1,56 „	0,76	+2,69	+0,51	+1 04	0,8	—0,15
12 Nov.	+0,41	—0,93+3,22 „	0,57	+0,94	+1,34	+0,92	0,4	—0,03
1872								
21 Juni	—2,49	—6,01—1,43 „	1,06	+2,53	+0,78	+1,86	0,9	—0,97
1873								
26 Jan.	—0,96	—4,19—3,36 „	0,29	—0,74	+0,28	+0,35	2,7	+0,54
16 Sept.	—0,57	—1,77—2,11 „	0,53	—2,22	+,065	+1,06	1,3	—0,17
1874								
22 April	—2,29	—5,58—1,44 „	0,34	+2,09	+0,85	+1,94	0,5	—1,05
Gemiddelde		—1″,97+0,58ΔL	27,06			+0″,89	37,4	

Ten einde ook voor Δ L eene waarde te bekomen is van

elk der vergelijkingen $\Delta l = \frac{1}{p} \Delta \lambda + \frac{q}{p} \Delta L$ in bovenstaande tabel de gemiddelde waarde $\Delta l = -1'',97 + 0,58 \Delta L$ afgetrokken en uit de verschillen is met inachtneming der gewichten ΔL gelijk $-0'',75$ gevonden. Derhalve zijn de correctiën der heliocentrische lengte en breedte van Venus in den klimmenden knoop:

$$\Delta l = -2'',41 \qquad \Delta b = +0'',89.$$

De verschillen van deze gemiddelde waarden met die, welke uit elk der afzonderlijke waarden van $\Delta \lambda$ en $\Delta \beta$ (ΔL steeds gelijk $-0'',75$ aannemende) zijn afgeleid, kunnen strekken om de rechtmatigheid der hypothesen, dat Δb, Δl en ΔL in de periode van 1865—1874 constant zijn te toetsen. Zij zijn daartoe in bovenstaande tabel opgenomen. Uit de verschillen van Δb blijkt geene veranderlijkheid van deze grootheid met den tijd, uit de omstandigheid dat voor Δl in de eerste jaren de verschillen alle negatief, in de laatste jaren overwegend positief zijn, zou men echter vermoeden dat de fout in heliocentrische lengte met den tijd veranderd is. Het geringe gewicht van de afzonderlijke bepalingen van Δl (in de helft der gevallen gelijk of kleiner dan 0,35) maakt echter de veranderlijkheid nog zeer onzeker. Ten einde haar nog nader te onderzoeken heb ik, in de onderstelling dat Δb en Δl onveranderd zijn gebleven, uit de bovengenoemde verschillen de waarschijnlijke fout van eene bepaling van $\Delta \lambda$ en $\Delta \beta$ met het gewicht één bepaald.

Men vindt dan:

de waarschijnlijke fout van $Cos.\ \beta\ \Delta \lambda \pm 1'',13$,
de waarschijnlijke fout van $\Delta \beta \pm 0'',69$.

De waarden van $\Delta \beta$ en $\Delta \lambda$ zijn afgeleid uit de waargenomen waarden van $\Delta \alpha$ en $\Delta \delta$, en met groote benadering mag voor de Venus-waarnemingen worden aangenomen dat de waarschijnlijke fouten van de rechte klimming en declinatie gelijk zijn aan die van de daaruit afgeleide lengte en breedte. De waarschijnlijke fouten van eene declinatie en eene rechte klimmingsbepaling van Venus met het gewicht één is vroeger (pag. 261) langs een gansch anderen weg gevonden, en wel:

waarschijnlijke fout in $Cos.\ \delta\ \Delta\alpha \pm 1'',07$,
waarschijnlijke fout in $\Delta\ \delta \pm 0'',81$.

De goede overeenstemming tusschen de beide waarden voor dezelfde waarschijnlijke fouten geven recht om aan te nemen dat, zoo $\Delta\ l$ al veranderlijk is, die veranderlijkheid gering is en niet met eenige zekerheid uit de waarnemingen kan worden afgeleid.

Wil men de tweede hypothese, dat $\Delta\ b$ en $\Delta\ l$ veranderlijk zijn, aannemen, dan is het het beste ter bepaling van die grootheden voor den overgang op 8 Dec. 1874 zich alleen te bedienen van de laatste waarnemingen van 1873 en 1874. Men vindt dan:

$$\Delta\ l = -\ 3'',48 - 2,22\ \Delta\ L,$$
$$\Delta\ b = +\ 0'',78.$$

Δ L is dan de gemiddelde correctie der zonslengte op de tijdstippen voor welke $\Delta\ \lambda$ en $\Delta\ \beta$ bepaald zijn. Om de waarde van die correctie te bepalen heb ik het gemiddelde genomen van al de zonswaarnemingen te Greenwich in 1873 volbracht, waaruit volgt:

$$\Delta\ L = -\ 0'',40.$$

Volgens de tweede hypothese is dus:

$$\Delta\ l = -\ 2'',59,$$
$$\Delta\ b = +\ 0'',78.$$

De correctiën der geocentrische lengte en breedte van Venus op het oogenblik van den overgang op 8 December 1874, zijn:

$$\Delta\ \lambda = -\ 2,725\ \Delta\ l + 3,782\ \Delta\ L,$$
$$\Delta\beta = 2,725\ \Delta\ b,$$

en de correctiën voor het verschil in lengte en breedte van Venus en de Zon zijn na substitutie van Δl en Δb.

	1e Hypothese.	2e Hypothese.
Correctie van λ — L op 8 Dec. 1874	$+ 4'',48$	$+ 5,''94$,
Correctie van β 〃 〃 〃 〃	$+ 2'',43$	$+ 2'',13$.

Uit deze grootheden volgt onmiddelijk de correctie van het verschil in rechte klimming en declinatie van Venus en de zon

en ook de verbetering aan te brengen aan de afstanden van de middelpunten der beide hemellichten bij de verschillende contacten, aannemende dat de positie-hoeken de waarden hebben die in de *Nautical Almanac* zijn aangegeven.

	1e Hypothese.	2e Hypothese.
Correctie R.kl. Venus — R.kl. zon	+ 5″,09	+ 6″,64,
Correctie Decl. 〃 — Decl. 〃	+ 1″,98	+ 1″,52.

Correctie van de afstanden der middelpunten van de zon en Venus:

	1e Hypothese.	2e Hypothese.
	″	″
1e contact	+ 4,87	+ 5,68,
2e 〃	+ 4,69	+ 5,37,
3e 〃	+ 0,78.	— 0,01,
4e 〃	+ 0,25	— 0,67.

Tijdens het 1e en 4e contact is de verandering van de afstand der middelpunten per minuut 2″,34, bij het 2e en 3e contact 1″,98, uit de correctiën der afstanden volgen dus door deeling onmiddellijk de correctiën van de tijden van contact.

Behalve de fouten in de aangenomen rechte klimmingen en declinatiën van Venus en de zon, kunnen ook nog onjuist aangenomen waarden voor de stralen dier beide hemellichten op de tijden der contacten invloed hebben. Het schijnt het meest rationeel voor die stralen de waarden te kiezen door ENCKE (*Mémoires de l'Observatoire de Paris.* Tome VI, pag. 40) uit den overgang van 1761 afgeleid en ook door HIND (*M. N. R. A. S.*, Vol. 35, pag. 39) aangenomen; zij verschillen van de waarden in de *Nautical Almanac* voor 1874 bij de vooruitberekening aangenomen. Men heeft namelijk:

	Uit overgang in 1761.	Volgens *Naut. Alm.*
Venusstraal bij conjunctie	31″,415	32″,1
Zonnestraal 〃 〃	16′13″,38	16′16″,2

De afstanden der centra worden bij het 1e en 4e contact 3″,51, bij het 2e en 3e contact 2″,14 kleiner, waaruit de correctiën voor de contacttijden gemakkelijk kunnen worden be-

paald. Men vindt dus voor de geheele verbetering der contacttijden volgens de *Nautical Almanac*:

	1e Hypothese.			2e Hypothese.		
	I.	II.	I+II.	I.	II.	I+II.
	m	m	m	m	m	m
1e contact.	+2,08	+1,50	+3,58	+2,43	+1,50	+3,93
2e contact.	+2,37	+1,07	+3,44	+2,71	+1,07	+3,78
3e contact.	—0,39	—1,07	—1,46	+0,01	—1,07	—1,06
4e contact.	—0,11	—1,50	—1,61	+0,29	—1,50	—1,21

De getallen onder I beteekenen de verbeteringen der contacttijden in minuten voortspruitende uit de fout in α en δ, onder II de verbeteringen teweeg gebracht door de juistere waarde van de stralen van Venus en de zon aan te nemen, onder I + II komen dan de resulteerende totale verbeteringen voor.

Deze correctiën kunnen nu vergeleken worden met die, welke langs een anderen weg bepaald zijn en wel uit de waarneming der contacten zelve.

De volgende opgaven kan ik hierbij gebruiken:

Waarn. van het 4e cont. te Jassy (*Wiener Sitzungsberichte*), Bd. 71; p. 179 en 185.
〃 〃 3e cont. te Alexandrie (*M.N.R.A.S.*, Vol. 35 p. 89),
〃 〃 3e 〃 te Mokattam (*M.N.R.A.S*, Vol. 35 p. 127),
〃 van de 4 contacten te Peking (*Compt. rendus*, Vol. 80 p. 32),
〃 van het 2e en 3e cont. te St Paul (*Compt. rendus*, Vol. 80 p. 933),
〃 〃 3e en 4e cont. te Réunion (Meded. van prof. OUDEMANS),
〃 in Nederlandsch Indie (Mededeeling door de ministers van Marine en Koloniën).

De correctiën der voorspelde contacttijden afgeleid uit de waarnemingen te Alexandrië en Mokattam zijn reeds door HIND (*M. N. R. A. S.*) opgemaakt, hierbij heeft hij echter aangenomen, dat aan de opgaven in de *Nautical Almanac* reeds de

verbetering voor de stralen van Venus en de zon zijn aangebracht. De correctiën voor de overige waarnemingen zijn eenvoudig uit de opgaven in de *Nautical Almanac* afgeleid, voor Peking en St. Paul met de lengte in de *C. R.*, Vol. 80, pag. 339 medegedeeld, voor Réunion met de lengte uit de *Connaissance des temps*, voor de waarnemingen in Nederlandsch Indie met de lengten door de verschillende waarnemers medegedeeld.

De correctiën der contacttijden zijn volgens deze waarnemingen in de nevensgaande tabel opgenomen:

	Jassy.	Alexandrië.	Mokattam.	Peking.	St. Paul.	Réunion.	Buitenzorg.	Penoengalan.	Waarnemingen van zee-officieren. kleine kijkers.	Waarnemingen van zee-officieren. groote kijkers.	Gemiddelde.
1e cont				+2,70				+2,10	+5,50	+3,85	+3,54
2e „				+2,79	+3,35		+2,30	+3,20	+2,60	+2,20	+2,72
3e „		−1,06	−1,16	−1,57	−1,48	−1,20	−0,20		−2,50	−1,95	−1,39
4e „	−1,32			−1,80		−0,90	−2,40		−2,20	−2,10	−1,79

Het gemiddelde dezer correctiën is in voldoende overeenstemming met de waarden, die uit de meridiaanwaarnemingen zijn afgeleid.

Eene belangrijke contrôle der verkregen uitkomsten kan nog verkregen worden door de waarnemingen van kolonel TENNANT te Roorkee, welke met een altazimuth de plaatsen van zon en Venus omstreeks den tijd van den overgang heeft bepaald.

De uitkomsten dier waarnemingen medegedeeld in de *M. N. R. A. S.*, Vol. 36, pag. 12 geven, zoo de fouten in zons-parallaxe en lengte worden verwaarloosd:

Verbetering Rechte kl. Venus — R. kl. Zon $= + 4'',47 \pm 0'',312$,
„ Decl. „ — Decl. „ $= - 2'',24 \pm 0'',443$.

De waarde voor de rechte klimming sluit binnen de waarschijnlijke fout met die, welke uit de meridiaanwaarnemingen is afgeleid, voor de declinatie is echter het verschil met de door

mij gevonden waarde, 3″,82, veel malen grooter dan met de waarschijnlijke fouten zou overeenstemmen. Ook verkrijgt men met de door TENNANT opgegeven verbeteringen van α en δ waarden voor de verbeteringen der contacttijden, die zeer veel verschillen van die, welke uit de contactwaarnemingen zelve worden afgeleid.

Deze groote verschillen worden echter alle opgeheven, zoo men onderstelt dat het teeken van de correctie in declinatie onjuist is, dan sluiten de uitkomsten van het altazimuth en de meridiaancirkels goed en men heeft eveneens zeer goede overeenstemming tusschen de verbetering der contacttijden uit de altazimuthwaarnemingen en uit de onmiddellijke waarnemingen verkregen, zooals in nevensgaande tabel te zien is. De eerste kolom bevat de uitkomsten uit de contactwaarnemingen, de tweede uit TENNANT's waarnemingen, zooals die zijn opgegeven in M. Not., de derde de uitkomsten uit TENNANT's waarnemingen, zoo men het teeken van de correctie der declinatie omkeert.

	Contactwaarnemingen.	Tennant'swaarnemingen.	
		I.	II.
1e contact.	m + 3,54	m + 2,25	m + 3,00
2e 〃	+ 2,72	+ 1,71	+ 3,30
3e 〃	— 1,39	+ 0,53	— 1,66
4e 〃	— 1,79	0,00	— 1,80

Bij de geringe helling van de loopbaan van Venus kan de betrekkelijk vrij groote fout + 0″,75 in breedte, tegenover de fout — 2″,42 in lengte bij den knoopdoorgang verwonderen. Hoogst waarschijnlijk is echter die fout niet te wijten aan een onjuist aangenomen stand van de vlakte der Venusbaan, doch aan eene font in de aangenomen helling van de ecliptica, waarop OPPOLZER in den 53en Band der *Sitzungsberichte*

der Akademie von Wissenschaften in Wien de aandacht heeft gevestigd.

Leiden, April 1876.

NASCHRIFT.

Prof. AUWERS, uit Berlijn, deelde mij dezer dagen schriftelijk mede, dat volgens eene voorloopige herleiding de correctiën der contacttijden in den *Nautical Almanac* voorkomende, volgens de waarnemingen der verschillende Duitsche expeditiën de volgende waarden hadden:

	Tsjifoe.	Kerguélen.	Auckland.	Mauritius.	Luxor.	Kairo.
1e cont.	+ 3,3	+ 3,0				
2e 〃	+ 3,3	+ 2,8	+ 2,8			
3e 〃	— 1,1	— 1,5	— 1,3	— 1,3	— 0,9	— 0,9
4e 〃	— 1,2	— 1,1	— 1,5.			

Voor de correctiën naar het gemiddelde van al de waarnemingen en uit de berekening volgens de meest waarschijnlijke 1e hypothese verkrijgt men nu:

	Berekening.	Waarneming.
1e contact	+ 3,58	+ 3,41
2e 〃	+ 3,44	+ 2,82
3e 〃	— 1,46	— 1,29
4e 〃	— 1,61	— 1,61

Leiden, Juni 1876.

LA COMMISSION

INTERNATIONALE DU MÈTRE

ET

LA CONFÉRENCE DIPLOMATIQUE DU MÈTRE.

PAR

M. J. BOSSCHA.

Dans sa séance du 24 Décembre 1872 l'Académie Royale des Sciences d'Amsterdam fut informée par le Ministre de l'Intérieur que le Gouvernement français se proposait de faire construire une copie légale du mètre à bouts des Archives et que les Gouvernements étrangers étaient invités à déléguer des savants, qui seraient appelés à prendre part à ces travaux. Le Ministre témoigna le désir de connaître l'opinion de l'Académie au sujet de l'utilité qu'il y aurait à faire représenter les Pays-Bas dans la Commission et il pria en même temps l'Académie de désigner, s'il le croyait convenable, les personnes aux quelles on pourrait confier cette mission.

Le Comité des étalons, institué par l'Académie pour étudier spécialement les questions relatives au mètre et au kilogramme, ayant été consulté par le Président au sujet de la demande du Ministre, déclara qu'au point de vue scientifique une délégation de savants étrangers auprès de la Commission française devait être regardée comme étant à la rigueur superflue, parcequ'il n'existait aucune raison pour ne pas accorder toute confiance aux mesures qui seraient exécutées par les savants français. Comme cependant la nomination d'une Commission internationale avait déjà été décrétée, il importait de prendre en consi-

dération la part que notre pays avait prise à la fondation et à l'introduction du système métrique, auquel se rattachait le souvenir des services rendus par VAN SWINDEN et AENEAE. Sur ce motif le Comité des étalons exprima l'avis que les Pays-Bas ne devaient pas s'abstenir de prendre part à la Commission internationale. L'Académie, adoptant les conclusions du Comité, désigna comme délégués des Pays-Bas MM. F. KAISER et F. J. STAMKART et comme leurs suppléants MM. L. COHEN STUART et J. BOSSCHA.

Par suite de la mort de M. KAISER, survenue en 1872, les Pays-Bas ont été representés à la Commisson internationale du mètre par MM. STAMKART et BOSSCHA.

La conférence diplomatique du mètre, qui a siégé à Paris depuis le 1 Mars jusqu'au 20 Mai 1875, a abouti à une Convention qui de fait a mis fin à l'existence de la Commission internationale du mètre, et notre Gouvernement n'ayant pas cru devoir adhérer à la Convention, la participation des délégués neérlandais au travail entrepris sur l'invitation du Gouvernement français doit être considérée comme terminée.

Les deux délégués, qui représentaient les Pays-Bas dans la Commission du mètre, avaient été désignés par leur Gouvernement pour assister, en qualité de conseillers techniques, M. le baron VAN ZUYLEN VAN NYEVELT, envoyé diplomatique à la conférence: mais M. STAMKART ayant été empêché par cause de maladie, le soussigné a seul pris part aux délibérations des délégués techniques. Il lui reste maintenant de rendre compte à l'Académie des raisons qui ont motivé la cessation du concours des délégués hollandais.

A cet effet il sera nécessaire d'entrer dans quelques considérations au sujet de la Commission internationale du mètre, son origine, sa compétence, son but et ses actes.

Dans le Journal officiel de l'Empire français du 2 Septembre 1869 se trouve inséré un Rapport présenté à l'Empereur par le Ministre de l'Agriculture et du Commerce, M. ALFRED LEROUX. Le Ministre, après avoir rappelé que la Commission internationale géodésique, l'Académie impériale de St. Péters-

bourg, la Commission anglaise des Etalons avaient émis le voeu qu'une commission internationale fût chargée de la construction de nouveaux étalons de longueur, se rapprochant autant que possible au Mètre des Archives, arrive aux conclusions suivantes:

„1°. que la Commission qui devrait représenter la France „dans le travail collectif se composerait de

MM. MATHIEU, membre de l'Institut, président,
général MORIN, membre de l'Institut, directeur du Conservatoire des arts et métiers, vice-président,
LE VERRIER, membre de l'Institut, directeur de l'Observatoire impérial,
LAUGIER, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes,
FIZEAU, membre de l'Institut,
H SAINTE CLAIRE DEVILLE, membre de l'Institut,
général JARRAS, directeur du dépôt de la guerre,
TRESCA, sous-directeur du Conservatoire impérial des arts et métiers, secrétaire.

„2°. que les Gouvernements qui désireraient se procurer des „étalons métriques comparés à ceux des Archives seraient in„vités à déléguer des savants qui seraient appelés à prendre „part aux travaux de la Commission.

„3°. qu'il serait ordonné que l'étalon prototype du mètre en „platine des Archives sera communiqué à la Commission sous „la surveillance et avec le contrôle de M. le directeur géné„ral des Archives de l'Empire pour servir à la comparaison dé„finitive du mètre à traits qu'il s'agit d'établir, et qui reste„rait à la disposition du Ministre de l'agriculture et du com„merce pour servir avec les prototypes aux vérifications inter„nationales."

Les conclusions de ce Rapport ayant été approuvées par l'Empereur ont reçu la valeur légale d'un décret, qui doit être considéré comme l'acte constitutif de la Commission internationale du mètre.

Il en résulte que les invitations envoyées en vertu de ce décret aux Puissances étrangères avaient le même caractère que celles qui vers la fin du siècle dernier, furent adressés aux Etats amis de la France pour concourir à la fondation du système

métrique. On pourrait leur appliquer ce que DELAMBRE disait au sujet des étrangers qui prirent part à la première commission du mètre savoir: qu'ils venaient „pour contribuer de leur travail et de leurs lumières à tirer les conséquences qui devaient fixer de la manière la plus authentique l'unité fondamentale du système des mesures" *). De concert avec la Commission française les membres étrangers formeraient une Commission internationale, qui aurait pour tâche de fixer les nouveaux prototypes, de comparer avec eux les étalons nationaux et de terminer ce travail scientifique avec les moyens qui lui paraîtraient les plus appropriés. Ceux qui acceptaient l'invitation du Gouvernement français devaient être censés avoir approuvé les dispositions fondamentales qui réglaient la composition, le cercle d'action et la compétence de la Commission et qui limitaient l'intervention des Gouvernements à la désignation de délégués scientifiques.

Il était évident d'ailleurs, qu'une ingérence plus prononcée des Gouvernements dans le travail de la Commission eût été, en 1869, beaucoup moins motivée qu'en 1799. En effet, si à cette dernière époque il s'agissait de fonder un nouveau système de poids et mesures, de créer dans la valeur des unités, de leurs multiples et leurs subdivisions l'uniformité si importante pour le commerce et l'industrie, le but de la Commission de 1869 était simplement de construire des copies du mètre de 1799, de manière que leur égalité serait garantie avec la précision exigée dans les mesures géodésiques et les expériences du pendule à secondes. Il serait difficile d'indiquer d'autres expériences pour lesquelles le travail entrepris par la Commission pût être d'un intérêt direct. En réalité, dans l'état actuel des sciences physiques et chimiques on n'a jamais besoin de connaître la longueur d'une barre ou le poids d'une masse jusqu'au cent-millième ou au millionième de sa valeur. L'absence de toute nécessité de garantir jusqu'à cette limite la précision d'un étalon de poids a été la raison pour laquelle, lors de la création de la Commission internationale du mètre, on

*) Base du système métrique, Discours préliminaire, p. 91.

n'avait pas même songé au kilogramme. La construction de copies du kilogramme des Archives a été ajoutée plus tard au programme de la Commission plutôt pour compléter sa tâche que pour satisfaire à un besoin scientifique réel.

Il est évident qu'une précision qu'on peut rarement atteindre dans des recherches scientifiques, qui demande des expériences laborieuses et difficiles, l'emploi d'appareils délicats et d'instruments optiques grossissants, qui exige les soins les plus minutieux pour éviter les erreurs dues à la flexion et pour déterminer les températures, dépasse de bien loin les besoins du commerce et de l'industrie et que par conséquent le travail de la Commission ne présentait aucun intérêt social proprement dit. *)

Mais, si le but immédiat de la Commission internationale ne promettait aucun avantage matériel et ne devait conduire qu'à des résultats d'une application restreinte dans la science même, la convocation des savants de tous les pays pour concourir à la création de nouveaux prototypes ne manquerait pas cependant d'avoir pour les progrès des sciences une importance considérable. La réunion d'astronomes, de géodésistes, de mathématiciens, de mécaniciens, de physiciens, de chimistes de tous les Etats civilisés, où chacun apporterait, avec les connaissances spéciales du domaine de ses études, les qualités particulières qui dans le culte des sciences distinguent les diverses nations, leur concours pour atteindre la plus grande précision dans les mesures qui en sont le plus susceptibles, la variété des problèmes à résoudre, la multiplicité des phénomènes à étudier, les difficultés pratiques à surmonter, — cet ensemble de circonstan-

---

*) Dans une des séances de la conférence diplomatique on a cependant soutenu le contraire. Le procès-verbal rapporte à ce sujet le passage suivant, qui prouve bien quelles singulières idées peuvent exister à cet égard parmi les savants.

„M. le docteur HIRSCH dit que les perfectionnements apportés dans la définition „et dans l'équation des règles métriques intéressent directement le commerce et „l'industrie. Il le prouve en citant ce fait, que les câbles en fil de fer destinés „à la construction, en Russie, d'un pont d'une grande longueur n'ont pu être „employés, parceque les piles sur lesquelles ils devaient reposer avaient été con„struites à une légère distance du point où ils l'auraient été, si les calculs relatifs „à la construction des piles avaient été faites avec la même règle que les calculs „relatifs à la fabrication des câbles. Une faible différence entre les règles em„ployées avait pu produire cette erreur."

ces favorables ne pourrait manquer de profiter à l'avancement de la science. Et sans compter ces avantages indirects, — qu'il eût été difficile de définir d'avance, — l'oeuvre de le Commission devait certainement fournir une donnée de haute valeur pour toutes les sciences de précision, savoir la juste mesure du degré d'exactitude que, dans les déterminations fondamentales, on peut obtenir avec les moyens actuels. Considérée sous ce point de vue la Commissions internationale du mètre, en complétant l'oeuvre de la Commission de 1799 et en s'inspirant de son esprit scientifique, contribuerait pour sa part au progrès de notre époque et pourrait rendre ainsi un juste hommage aux illustres fondateurs du système métrique.

C'est ainsi que l'Académie d'Amsterdam a envisagé la Commission du mètre. Considérant que dans un travail purement scientifique il ne convenait pas de demander des garanties de neutralité politique ou de faire valoir des motifs empruntés à des rivalités nationales, elle a voulu constater qu'on pourrait confier le travail aux savants français, mais elle a déclaré en même temps que la participation de délégués hollandais était justifiée et même commandée par le caractère international de l'entreprise et par le souvenir de la première Commission du mètre.

A peine commencé le travail de la Commission fut interrompu par la guerre de 1870. La première réunion de la Commission avait été convoquée pour le 4 Août 1870. L'absence de plusieurs membres étrangers et la marche rapide des évènements mirent fin aux délibérations, sans qu'on eût pu prendre des résolutions définitives. On se borna à instituer un *Comité des recherches préparatoires*, qui étudierait les questions à soumettre à la Commission dans une réunion plus complète. Le Comité ne put s'assembler avant le 2 Avril 1872: la première réunion générale de la Commission eût lieu bientôt après, le 24 Septembre de cette même année.

Dans cette réunion la Commission internationale du mètre avait à prendre des résolutions sur des questions de deux ordres différents. Il s'agissait de fixer d'abord les principes scientifiques du travail commun et de régler ensuite sa répartition entre les membres de la Commission.

La discussion relative aux questions scientifiques conduisit

à une conformité de vues remarquable. Presque toutes les propositions rédigées par des commissions spéciales furent adoptées à l'unanimité ou à de très fortes majorités. Au sujet de l'organisation du travail au contraire une division regrettable ne tarda pas à se manifester. Pour en saisir la portée il est nécessaire de remonter à son origine et d'entrer dans quelques détails sur un projet qui fut la cause des dissentiments.

Dans une des séances du Comité des recherches préparatoires M. le docteur HIRSCH, délégué de la Suisse, avait proposé la fondation d'un établissement international permanent qui serait chargé de continuer et d'étendre les opérations de la Commission. Il semblait utile au délégué suisse „de prévoir dès à „présent une organisation plus complète et plus stable des organes „internationaux, tant au point de vue de l'accomplissement direct „de la construction et des comparaisons qu'au point de vue „plus large de l'intérêt métrologique, qui se lie si intimement „à ceux de toutes les sciences de précision."

Invité à faire connaître plus clairement la base scientifique de sa proposition, M. HIRSCH développa les considérations suivantes, que nous extrayons textuellement des Procès-Verbaux. „Au point de vue pratique on rencontre à chaque pas de gran„des difficultés dans l'introduction du système métrique, par „exemple en ce qui concerne les mesures agraires et les mesu„res de capacité. La question des mesures alcoométriques inté„resse un mouvement de commerce considérable et ce serait la „mission du Bureau de s'en saisir le plus tôt possible. Voilà „deux points entre beaucoup d'autres qui sont d'un intérêt „saisissant.

„Au point de vue scientifique on n'a pour citer les questions „les plus urgentes qu'un extrême embarras du choix. Dans „les recherches physiques et géodésiques les savants des divers „pays sont constamment arrêtés lorsqu'il s'agit d'exprimer les „derniers résultats de longs et pénibles travaux, faute de pou„voir se procurer les équations exactes de leurs unités de lon„gueur et de poids.

„Les mesures géodésiques faites en Allemagne, en Russie, en „Italie, en France etc. ne peuvent être combinées entre elles „pour la même raison.

„De nombreuses observations du pendule ont été faites en „Suisse, elles sont exprimées en unités de l'échelle de REPSOLD, „mais on ne peut pas en indiquer les résultats définitifs, ni les „combiner avec ceux des observations faites en d'autres pays, „puisqu'on ne connaît pas la valeur exacte de cette unité en „millimètres.

„De nombreux travaux de physique et de chimie, parmi les „plus importants, tels que ceux de M. REGNAULT, par exemple, „auraient une toute autre portée, si les savants de tous les „pays pouvaient en exprimer les valeurs numériques en leurs „unités usuelles.

„Au point de vue des instruments enfin, niera-t-on que les „constructeurs soient réduits à ne pouvoir indiquer les correc- „tions de leurs plus importantes créations?

„L'état actuel est suspensif et choquant, et ce sera un cri „de joie de la part de tous les savants et de tous les con- „structeurs, lorsqu'ils apprendront la fondation du Bureau que „nous proposons".

A la suite de la discussion de cette proposition le Comité des recherches préparatoires prit la résolution suivante:

„Le Comité, sans s'occuper des détails d'exécution, admet en „principe qu'il y a lieu de porter à la connaissance de la Com- „mission internationale l'utilité de la création avant la fin de „ses opérations, d'un bureau international des poids et mesures „à Paris, entretenu aux frais communs des Etats intéressés sous „la direction d'un comité permanent et la haute surveillance de „la Commission internationale dans ses réunions périodiques. „Tous les membres qui la composent sont priés de se faire, sur „cette question, une opinion avant la réunion prochaine et de „se munir au besoin des instructions de leurs Gouvernements."

Les délégués neérlandais de la Commission internationale du mètre, ayant reçu communication de cette résolution par l'envoi des procès-verbaux du Comité, eurent donc à examiner la valeur des arguments par lesquels M. HIRSCH avait pris à tâche de prouver l'utilité de l'institution proposée.

Nous ne sommes pas parvenus à découvrir dans les considé- rations de M. HIRSCH des raisons suffisantes pour motiver la création d'un institut international des poids et mesures, scien-

tifique et permanent. Un pareil établissement nous parut plutôt contraire aux véritables intérêts de la science.

Ce que M. HIRSCH, au point de vue pratique, avait présenté comme étant d'un intérêt saisissant nous semblait être entièrement étranger au but de la Commission. Même en laissant de côté la question de savoir *si réellement on rencontre à chaque pas de grandes difficultés dans l'introduction des unités métriques de surface et de volume,* nous estimions que ces difficultés n'avaient certainement aucun rapport avec la précision des prototypes recherchée par la Commission. S'il arrivait que dans un pays quelconque les étalons fondamentaux fussent traités avec une négligence telle, qu'il pût en résulter une incertitude, sensible dans la pratique, sur la vraie grandeur d'un hectare ou le volume d'un litre, un bureau international serait certainement impuissant à rémédier à cet état de choses, qui ne pourrait être corrigé que par une meilleure administration du service d'étalonage du pays en question.

Quant aux mesures alcoométriques, qui servent à déterminer le rapport de la quantité d'alcool contenue dans un mélange au poids de ce mélange même, elles sont évidemment indépendantes de l'unité de poids employé et n'ont par conséquent aucune relation ni avec les prototypes, ni avec le système métrique.

Les raisons développées par M. HIRSCH au point de vue pratique nous parurent donc manquer de fondement sérieux. Les considérations scientifiques presentées en second lieu ne nous parurent guère plus concluantes.

Evidemment on exagérait l'influence que la réforme des prototypes devait avoir sur le progrès actuel des sciences chimiques et physiques. Il est absolument inexact de dire que les travaux de chimie et de physique, tels que ceux de M. REGNAULT, gagneraient en portée par une meilleure définition des unités de longueur et de poids. Dans la grande majorité des cas les recherches quantitatives en physique et chimie ont pour objet l'évaluation numérique de rapports entièrement indépendants des unités employées. S'agit-il de déterminer avec la plus grande précision possible des constantes, dans les dimensions desquelles entre l'unité de longueur ou de masse, l'exactitude qu'on peut

atteindre est limitée par des difficultés bien autrement grandes que celles qui résulteraient de la mesure d'une longueur ou d'un poids. Les recherches de M. REGNAULT, citées par M. HIRSCH, sont particulièrement propres à le prouver. Dans la longue suite de ses célèbres travaux sur les dilatations du mercure et des gaz, la compressibilité des gaz et des liquides, la tension des vapeurs, les chaleurs spécifiques, la détente des gaz et la vitesse du son, l'éminent physicien n'a jamais eu besoin de connaître le poids absolu des matières employées. Quant à la longueur absolue de ses échelles, ce n'est que dans deux catégories de ses expériences qu'elle aurait pu affecter le résultat final, savoir: dans celles sur la vitesse du son et dans la détermination des températures et des tensions de la vapeur. Dans les premières M. REGNAULT ne prétendra certainement pas être arrivé à une exactitude dépassant le décimètre, c'est-à-dire d'environ $\frac{1}{1000}$. Il serait impossible d'admettre que les échelles de M. REGNAULT fussent incorrectes à ce degré. Quant aux mesures de température, pour déterminer le point 100 de l'échelle centigrade on a besoin de connaître la pression barométrique en millimètres de mercure. Les tensions des vapeurs sont exprimées dans la même mesure. Personne assurément, quelque peu au courant de ses expériences, ne supposera que les erreurs possibles des échelles de longueur employées puissent entrer en ligne de compte vis-à-vis des erreurs inévitables résultant d'autres causes.

Mais, en admettant même qu'une uniformité plus grande des étalons métriques que celle qui existe actuellement pût être aussi nécessaire aux sciences physiques et chimiques qu'elle est désirée par les géodésistes, l'utilité d'une institution centrale, qui continuerait à fonctionner après que la Commission internationale aurait terminé sa tâche, n'était pas prouvée.

En effet c'est précisément pour obtenir la plus grande uniformité possible que la Commission fut instituée. Chaque nation entrerait en possession de prototypes construits et vérifiés dans les mêmes conditions en employant les meilleurs moyens actuels. Ces nouveaux prototypes distribués, aucune mesure géodésique ne pourrait plus rester incertaine à cause d'un doute possible sur la vraie valeur de son unité fondamentale, aucune

échelle divisée par l'artiste le plus celèbre n'aurait plus besoin d'une correction qui devrait rester inconnue faute de prototypes exacts. Reconnaître que pour obtenir l'uniformité scientifiique des poids et mesures il serait nécessaire de fonder un bureau métrologique permanent, que là seulement on pourrait trouver, pour des comparaisons ultérieures, les garanties d'une précision suffisante, c'est admettre que les prototypes des divers pays ne pourront jamais trouver l'usage auquel ils sont destinés en premier lieu, parcequ'en dehors du bureau il ne se rencontrerait ni des mains assez habiles ni des moyens suffisants pour les mettre en oeuvre.

Si les arguments de l'auteur de la proposition ne nous prouvèrent pas l'utilité d'un bureau permanent, d'autre part nous estimions que cet établissement ne serait pas sans présenter quelques dangers.

En général, la centralisation des moyens de recherches scientifiques a l'inconvénient d'entraver le développement de l'initiative particulière. Cependant l'histoire de la science a fait voir jusqu'ici que le progrès des connaissances humaines est favorisé bien plus par les efforts énergiques et persévérants des individus livrés à leur propre inspiration et obligés de se créer leurs propres ressources que par l'action d'institutions plus ou moins grandioses où les forces de chaque individu doivent se plier à une méthode uniforme, et aux traditions de l'établissement. On peut même soutenir que les services rendus par ces institutions sont dûs bien plus à l'impulsion du savant qui les dirige ou qui y travaille en toute liberté qu'à la richesse de leurs moyens matériels. C'est seulement dans des cas relativement rares que l'objet des recherches par son étendue rend inévitable la concentration de tous les moyens disponibles, comme cela arrive dans les observatoires astronomiques. Évidemment les comparaisons des mètres et des kilogrammes ne remplissent pas cette condition. Les installations qu'elles exigent ne dépassent aucunement les moyens de nos laboratoires actuels et ne sont certainement pas de nature a demander la coopération, tout-à-fait extraordinaire, des Gouvernements de tous les pays civilisés. Or, c'est précisément dans ce genre de recherches que le travail indépendant, entrepris pas plusieurs observateurs dans des lieux

différents offre une valeur exceptionnelle. En effet, une des grandes difficultés qu'on rencontre dans les mesures absolues est située dans l'évaluation du degré d'exactitude réellement atteint. Le seul critérium dont à cet effet on puisse se servir, savoir la concordance des résultats, est défectueux tant qu'on ne compare entre elles des observations faites dans des circonstances diverses par des observateurs différents, condition indispensable pour découvrir les erreurs constantes et personnelles. Trop souvent on regarde la conformités des résultats obtenus dans des conditions identiques, comme donnant la mesure de la précision qu'on a réellement atteinte. Il arrive même, que par le désir d'obtenir des déterminations qui paraissent satisfaisantes on se laisse séduire a rechercher l'identité des conditions d'observation pour assurer la plus grande conformité possible des résultats numériques. C'est là une erreur grave, qui entrave, peut être plus qu'on ne l'admet généralement, le progrès des expériences de précision, en substituant l'illusion à la vérité.

A ce point de vue la tendance qui se manifesta dans le but d'assurer dans la suite ce qu'on a appelé *l'unification et le perfectionnement du système métrique*, c'est-à-dire l'égalité des prototypes du mètre et du kilogramme, par la fondation d'un bureau central, où se feraient dans la suite toutes les comparaisons, nous parut préjudiciable aux véritables intérêts de la science, parcequ'elle expose à créer une unité factice. Personne, en effet, ne niera que des comparaisons de deux étalons faites à Paris, à Berlin et à Londres par des observateurs différents, qui ignorent les résultats obtenus ailleurs, méritent plus de confiance, que trois comparaisons également concordantes faites dans le même local, avec les mêmes instruments et par le même observateur.

L'inconvénient que nous venons de signaler paraîtra plus grave encore, si l'on considère qu'il s'agit de fonder une institution dont la raison d'être consisterait uniquement dans la supériorité des mesures qui y seraient effectuées et dont le directeur et le comité surveillant seraient les chefs responsables. Les circonstances exceptionnelles dans lesquelles l'institut métrologique serait fondé et entretenu dans la suite, la

participation des divers Gouvernements et leur représentation dans l'administration de l'établissement par les chefs du service d'étalonage de quelques pays ne pourraient manquer d'investir l'institut d'un caractère officiel et de lui prêter une espèce d'infaillibilité. Certes ce bureau international d'étalonage, à supposer qu'il voulût abuser de son autorité, serait impuissant à perpétuer indéfiniment des erreurs, parceque la science libre finira toujours par découvrir la vérité; il n'en reste pas moins vrai cependant que le caractère officiel de l'institut pourrait causer des difficultés sérieuses et des conflits regrettables.

Telles ont été les considérations qui nous donnèrent des doutes au sujet du profit que la science pourrait tirer de l'institution projetée. Or, pour pouvoir conseiller à notre Gouvernement de contribuer à un établissement scientifique permanent il nous aurait fallu une conviction bien arrêtée, que les dépenses qu'il entraînerait seraient largement compensées par les services considérables qu'il rendrait à la science. Le progrès incessant nécessitant des moyens de recherches de plus en plus dispendieux dans toutes les branches de la science rend de plus en plus fréquentes les demandes de secours matériels faites au trésor public. Appelés à donner notre avis sur l'utilité de dépenses demandées dans un but spécial, notre responsabilité, tant envers ceux qui nous honorèrent de leur confiance, qu'à l'égard de la science même, nous imposait la plus grande circonspection pour que notre jugement ne fût pas faussé par la prédilection qu'on est porté naturellement à accorder à la branche des sciences qui est l'objet de notre étude spéciale.

Cependant, nous avions à tenir compte du fait que la fondation du bureau permanent avait été proposée par des savants. Il convenait d'admettre que nous n'avions pas suffisamment saisi leur pensée et que la discussion du projet dans le sein de la Commission internationale et surtout la marche des travaux entrepris mettrait en lumière des raisons plus concluantes en faveur de l'institut proposé. Il nous parut donc désirable d'ajourner la décision à l'époque ou la tâche de la Commission serait accomplie, lorsque les nouveaux étalons auraient été construits et distribués entre les divers Etats. Les instructions données

par le Gouvernement aux délégués néerlandais furent conformes à ces considérations.

Lorsque dans les séances de la Commission générale le projet de M. HIRSCH fut mis en délibération, il apparut bientôt que l'auteur et ses partisans apportèrent plus d'insistance pour obtenir la réalisation de leurs voeux. On ne se borna plus à proposer la fondation d'un bureau permanent avant la fin des opérations de la Commission; cette fois on demanda de régler l'organisation du travail de la Commission en partant de la fondation préalable de l'institut métrologique. La vérification des prototypes, que le décret impérial du 2 September 1869 avait confiée à une commission française, assistée de savants étrangers, deviendrait dans la pensée de l'auteur de la proposition le premier objet de la mission du bureau. Dans la suite ce bureau serait chargé des comparaisons des prototypes internationaux avec les prototypes des divers pays, de la comparaison des thermomètres, de la confection et de la vérification des étalons que d'autres pays pourraient demander à l'avenir, des comparaisons des nouveaux prototypes métriques avec les autres mesures employées dans les différents pays et dans les sciences, de la comparaison des étalons et des échelles de précision qui seraient envoyés soit par des Gouvernements, soit par des sociétés savantes ou même par des artistes et des savants, enfin de toutes les recherches que la Commission ou son comité exécutif demanderaient dans l'intérêt de la métrologie.

Cette proposition qui tendait à substituer au but simple et rigoureusement défini de la Commission internationale du mètre une mission compliquée et illimitée, qui en même temps transporta une partie des devoirs des membres de cette commission au directeur du bureau, placé sous la surveillance d'un comité exécutif, rencontra une résistance sérieuse surtout de la part des membres français.

Les discussions de la Commission n'avaient pu que confirmer les delégués néerlandais dans leur opinion défavorable à l'égard du bureau. Non seulement aucun argument nouveau n'avait été produit pour démontrer son utilité, mais il apparût de plus en plus que leurs objections étaient partagées par plusieurs de leurs collègues. Dans un memorandum imprimé, M. AIRY,

l'astronome royal de l'Angleterre, avait déconseillé la fondation d'un bureau permanent en déclarant que l'organisation proposée lui paraissait une machine compliquée et sans utilité réelle. d'Après le célèbre astronome »les différents Etats étant »en possession d'étalons considérés comme d'égale valeur, ce ne »pourrait être que dans le cas de quelque accident extraordinaire »survenu à l'étalon d'un Etat qu'il y aurait lieu de recourir »à quelque autorité ayant qualité pour rémédier à cet accident, »mais on arriverait au moyen d'une simple demande faite par »cet Etat pour obtenir les comparaisons avec l'étalon interna»tional français ou avec tout autre étalon international au même »résultat que par le mécanisme d'un bureau international. On »finirait par reconnaître soit involontairement, soit même vo»lontairement que l'existence du bureau serait tombée dans »l'oubli" Deux autres astronomes, MM. LE VERRIER et OTTO STRUVE partagèrent cette opinion. d'Autre part la crainte qu'on n'attribuât une trop grande portée à l'oeuvre de la Commission fut confirmée par les avis de quelques membres qui crurent devoir conseiller de garder une juste mesure dans les résolutions de la Commission. C'est ainsi que M. STAS, dans une discussion au sujet du kilogramme avait dit »qu'il convient »de voir les choses avec le caractère de simplicité qu'elles com»portent et sans exagération." Il ajoutait que dans la plupart des travaux de physique les données numériques n'ont le plus souvent à exprimer que des rapports, de sorte qu'elles resteraient les mêmes avec une unité différente, qu'en tous cas il en est ainsi dans tous les travaux chimiques. M. PÉLIGOT de son côté avait appuyé ces considérations et à cette occasion M. HILGARD, répondant à une objection de M. WILD, fit remarquer que bien peu de constantes physiques sont réellement connues ou déterminées à un dix-millième près, donnant à entendre ainsi que l'extrème précision qu'on recherchait ne trouverait que rarement son application dans la science.

Mais si la discussion du projet de M. HIRSCH ne fit connaître en faveur du bureau permanent aucun argument scientifique nouveau, par contre l'auteur fit valoir une raison d'une nature différente. Le délégué suisse déclara que dans le cas où le bureau permanent ne serait pas adopté, quelques grandes

Puissances, représentant une population de plus de cent millions d'âmes, cesseraient toute participation aux travaux de la Commission.

Cette déclaration mit fin à toute discussion, devenue impossible du moment que dans une assemblée scientifique on voulût faire entrer en ligne de compte l'importance politique des Etats et obtenir une décision par d'autres moyens que le raisonnement.

Le président, M. OTTO STRUVE, leva la séance.

Le désir d'arriver à une solution de cette question, qui ne mettrait pas en danger la coopération de tous les membres de la Commission, eut cependant pour effet que dans la séance suivante on vota en bloc et sans discussion une série de résolutions, qui réglaient l'organisation du travail commun. d'Après ces résolutions il serait partagé entre deux commissions savoir: *la section française*, comprenant tous les membres français, et *le comité permanent*, composé de douze membres appartenant tous à des pays différents. La première serait chargée de la confection des nouveaux prototypes, du tracé des mètres et de la comparaison des nouveaux prototypes avec ceux des Archives. Le Comité prêterait son concours à la section française, mais aurait pour tâche plus spéciale de surveiller et d'éffectuer les comparaisons des nouveaux prototypes entre eux.

Quant au bureau permanent on ferait connaître au Gouvernement français les voeux de la Commission concernant sa fondation, afin que les Gouvernements de tous les pays intéressés fussent invités par la France à conclure un traité pour créer cet établissement.

L'adoption, à l'unanimité des membres votants. de l'ensemble de ces propositions eût l'inconvénient de tenir cachée la véritable opinion de la majorité au sujet de bureau permanent. Dans le but de le constater les délégués néerlandais déclarèrent avant le vote qu'en adoptant les propositions ils n'entendirent pas donner leur approbation au bureau projeté. Tout en se déclarant opposés à la fondation de cet établissement ils estimèrent qu'en ayant égard à la disposition actuelle des esprits il pouvait être convenable et utile de soumettre la question aux Gouvernements des pays représentés. Les délégués de la Belgique et de la Grèce s'abstinrent de voter en donnant pour

motif qu'ils ne pouvaient approuver quelques unes des propositions.

Dans sa séance du 12 Octobre 1872 la Commission procéda à la désignation des membres du Comité permanent. Après que MM. STRUVE et TRESCA eurent déclaré qu'ils ne pourraient accepter aucun suffrage, le résultat du vote, auquel prirent part 34 votants, fut le suivant:

MM.	FOERSTER.	34 voix.
	IBANEZ	34 "
	BOSSCHA.	33 "
	HERR.	33 "
	WILD.	32 "
	WREDE.	31 "
	HILGARD.	29 "
	MORIN.	29 "
	CHISHOLM.	27 "
	BROCH.	26 "
	STAS	26 "
	HUSNY BEY.	18 "
	HIRSCH.	16 "
	GOVI	12 "
	etc.	

Les douze premiers membres furent en conséquence déclarés composer le Comité permanent.

Un incident, qui s'était passé dans une des séances précédentes fut probablement la cause pour laquelle l'Italie n'était pas représentée dans le Comité.

Parmi les Etats, qui en 1869 avaient reçu du Gouvernement français l'invitation d'envoyer des délégués à la Commission internationale du mètre, figuraient les Etats Pontificaux. Le R. P. SECCHI, l'astronome du Collège romain, avait représenté ce Gouvernement à la première réunion de 1870. Après la guerre les Etats Pontificaux avaient cessé d'exister, ce qui cependant n'avait pas empêché le Gouvernement français d'inviter M. SECCHI à venir se joindre de nouveau à la Commission internationale en 1872. Dans la liste contenant les noms des

délégués et les pays qu'ils représentaient, le R. P. SECCHI avait été désigné comme suit:

Saint-Siége: le R. P. SECCHI, directeur de l'observatoire du Collège romain.

Cette désignation donna lieu à la déclaration suivante, lue dans la séance du 10 Octobre par M. le marquis, général RICCI, l'un des savants italiens:

„Sur la liste des délégués des différents Etats représentés „dans cette Commission, liste qui a été lue à la séance géné„rale du 24 Septembre et insérée dans le procés-verbal, le „révérend père SECCHI est désigné comme représentant du Saint„Siége. d'Après cette déclaration la Commission a accordé au „père SECCHI une voix dans les votations par Etats *).

„Notre Gouvernement, considérant que le Saint-Siége n'est „plus qu'un pouvoir spirituel, et non pas un Etat dans le droit „public européen, vient de nous ordonner, à mon collègue et à „moi, de ne prendre part à aucun acte dans lequel le père „SECCHI figurerait comme délégué du Saint-Siége.

„Nous ne pouvons considérer le père SECCHI, d'après nos „instructions, que comme un savant illustre, dont nous som„mes heureux d'avoir pu nous assurer le concours personnel et „les conseils, dans les questions scientifiques que la Commission „avait à traiter.

„Nous déclarons, par conséquent, que nous ne pouvons plus „prendre part à aucune délibération, tant que durera cet état „de choses."

M. le général MORIN après cette déclaration s'était exprimé en ces termes:

„Messieurs, j'éprouve des regrets que vous partagerez cer„tainement, en apprenant que deux de nos plus éminents col„lègues, qui nous ont donné tant de preuves de leur savoir et „de leur bienveillance, sont obligés, pour obéir à des ordres „impératifs, de se séparer de nous.

„Je ne me permettrai, à ce sujet, aucune réflexion, mais je „ne puis m'empêcher d'exprimer l'étonnement et la douleur que

*) Ce mode de votation, prévu pour le cas où il serait demandé par trois membres, n'a jamais été appliqué par la Commission.

„je ressens, en voyant des considérations étrangères à la science
„envahir son domaine, au moment même où vous poursuivez
„l'accomplissement d'une de ces oeuvres les pas civilisatrices.
„Espérons que cette séparation ne sera plus définitive et que
„dès nos premières réunions nos collègues viendront reprendre
„leur place parmi nous."

Quoique le vote pour l'élection du Comité permanent se fît par la majorité absolue des membres présents, les délégués italiens avaient cru devoir s'abstenir. Il est à présumer que plusieurs votes ont été guidés par la pensée, que la nomination d'un délégué italien dans le Comité n'aurait aucun effet.

A l'exception de M. HILGARD, qui n'avait pu retarder son départ jusqu'à la clôture de la session de la Commission, les membres du Comité s'assemblèrent immédiatement pour se constituer et pour procéder à la nomination de son bureau.

Après la clôture de la réunion de 1872 la Section française s'est aussitôt mise à l'oeuvre pour accomplir la tâche que la Commission lui avait confiée. On étudia les méthodes d'analyse chimique et de séparation des métaux choisis par la Commission pour la confection des nouveaux prototypes, les moyens de fondre des masses considérables de platine et d'iridium, les procédés mécaniques propres à obtenir des barres homogènes présentant le profil assez compliqué adopté par la Commission, l'application dans les comparateurs de moyens optiques assez puissants pour permettre de mesurer avec certitude des longueurs d'un dix-millième de millimètre. Les recherches et les expériences entreprises par les savants français pour surmonter les nombreuses difficultés, que présentait l'accomplissement des conditions imposées par la Commission, ont produit des résultats qui, en dehors des services rendus au travail de la Commission, constituent un progrès réel.

Les travaux du Comité permanent ne devaient commencer que lorsque la Section française aurait accompli sa tâche en mettant à la disposition du Comité les prototypes construits et comparés aux étalons des Archives. Cependant il avait a prêter son concours à la Section française lorsque celle-ci lui demanderait ses conseils. Tant pour satisfaire à la demande des membres français, que pour se conformer à la résolution, qui prescri-

vait une réunion annuelle, le Comité s'assembla pour la première fois en Octobre 1873.

Mais déjà à cette époque il était devenu évident que les efforts tentés dans les dernières séances de la Commission générale pour ramener l'entente n'avaient produit aucun effet durable.

Le Gouvernement français avait rempli le voeu de la Commission en invitant les divers Gouvernements à se concerter au sujet de la fondation d'un bureau permanent. Cinq Gouvernements seulement, l'Allemagne, l'Autriche-Hongrie, l'Espagne, la Russie et la Suisse avaient donné en principe leur adhésion à ce projet. Ils s'étaient déclarés disposés à s'associer aux travaux d'une conférence appelée à examiner la question. Deux d'entre eux cependant, l'Allemagne et l'Autriche, n'avaient consenti à prendre part à la conférence qu'en présupposant que tous les autres Gouvernements représentés dans la Commission adhéreraient en principe à la création du bureau. Ils s'étaient réservés de plus de faire des propositions relatives au siége, à l'organisation et à la direction du bureau.

En dehors de ces cinq Puissances tous les autres Gouvernements s'étaient déclarés opposés au bureau ou n'avaient pas répondu à l'appel du Gouvernement français.

En présence de cette diversité de vues le Gouvernement français n'avait pu convoquer la conférence. Le projet du bureau paraissait donc abandonné définitivement.

Dans cet état de choses les partisans du bureau recoururent de nouveau au moyen qui en 1872 fut sur le point de produire la dissolution de la Commission du mètre. MM. FOERSTER, WILD et HERR ne prirent pas part aux réunions du Comité, déclarant qu'ils n'y étaient pas autorisés tant que la création du bureau permanent ne serait pas adopté en principe. M. WILD donna même à entendre que le Comité permanent, pour pouvoir fonctionner légalement, avait besoin d'être reconnu officiellement par les Gouvernements.

Les membres du Comité, tout en regrettant l'absence de leurs collègues, jugèrent qu'ils n'avaient qu'à poursuivre le mandat qui leur avait été confié par la Commission et qu'ils avaient tous accepté en se constituant immédiatement comme Comité permanent. Se trouvant en nombre suffisant pour dé-

libérer valablement, le Comité s'occupa des questions qui lui avaient été soumises par la Section française. Il en agit de même lorsque, en 1874, les abstentions des trois membres cités se renouvelèrent.

Il y eut lieu cependant de se préoccuper de la situation fâcheuse qui menaçait de compromettre de nouveau l'oeuvre de la Commission. Le Comité regarda comme son devoir de ne rien négliger pour rétablir le commun accord de tous les membres. L'occasion de faire une démarche dans ce but se présenta bientôt.

En effet, pour accomplir sa tâche le Comité avait besoin de moyens pécuniaires. Il est vrai que la Section française, disposant d'un crédit ouvert par le Gouvernement français, se trouverait à la fin de ses travaux en possession d'une collection d'instruments et d'appareils, qui pourraient être utilisés dans les expériences et les comparaisons du Comité, et que l'excédant probable de ce crédit pourrait encore fournir des moyens supplémentaires peut-être à la rigueur suffisants, mais pour plus d'une cause cette solution ne parut pas désirable.

D'une part il était peu convenable que le Comité, qui représentait plus spécialement l'élément étranger, appelé à assister les membres français, disposât pour ses travaux des fonds alloués par le Gouvernement français. De plus, au point de vue scientifique, les comparaisons des étalons entre eux auraient d'autant plus de valeur comme moyen de contrôle, qu'elles seraient faites dans des conditions plus différentes de celles des mesures exécutées par la Section française. Lors même qu'une installation différente de celle des comparaisons primitives avec les étalons des Archives ne pourrait avoir réellement sur l'efficacité du contrôle une influence suffisante pour motiver les frais considérables qu'elle entraînerait, la prudence conseillait de donner satisfaction à ceux qui manifestaient une certaine défiance à l'égard des mesures de contrôle qui ne seraient pas complètement indépendantes des travaux des collègues français. Un doute quelconque, — et même le prétexte d'un doute, — sur la valeur réelle du résultat final des opérations de la Commission devait être écarté dès le principe.

Pour entrer en possession des moyens nécessaires à l'accom-

plissement de sa tâche le Comité dut donc recourir aux Gouvernements mêmes qui désiraient obtenir des prototypes. La convocation d'une conférence diplomatique, dans le but de pourvoir aux frais du Comité, fournirait l'occasion de réunir de nouveau les délégués de la Commission du mètre comme conseillers techniques adjoints aux représentants politiques des Gouvernements. N'y avait-il pas lieu d'espérer que les hommes politiques, en faisant respecter la base des premières transactions internationales, et les hommes de science, en se rendant compte de la véritable portée du travail entrepris, trouveraient le moyen de faire aboutir la construction de copies du mètre et du kilogramme et la conservation des nouveaux prototypes dans des conditions de garantie raisonnables et acceptables pour tous?

La suite des évènements n'a pas réalisé cet espoir.

Le Comité permanent dans sa séance du 3 Octobre 1873 prit la résolution suivante: —

„Le Comité permanent, après avoir pris connaissance du rap-„port étendu que lui a adressé la Section française sur l'état „d'avancement de ses travaux, jugeant qu'il n'est pas convenable „que la France supporte seule les frais de cette oeuvre com-„mune, pense qu'il est de son devoir de provoquer la forma-„tion d'une conférence diplomatique, qui prendrait les dispo-„sitions nécessaires pour mettre le Comité à même d'effectuer „les nombreuses comparaisons qui lui incombent; cette confé-„rence assurerait, en outre, la conservation des étalons proto-„types internationaux et l'exécution des comparaisons ultérieures „des mètres et des kilogrammes dont les différents Gouvernements „pourraient faire la demande.

„En conséquence, le Comité décide que son bureau s'adres-„sera au Gouvernement français dans le but d'obtenir la pro-„chaine convocation à Paris de cette conférence."

Dans la réunion de 1874 le Comité reçut communication de plusieurs ré.onses favorables faites à l'invitation que le Gouvernement français, se conformant au voeu du Comité, avait adressée aux Etats intéressés. d'Autre part le rapport de la Section française sur les travaux accomplis depuis la dernière réunion du Comité donnait à penser que l'époque n'était pas

éloignée où le Comité pourrait commencer les comparaisons des nouveaux prototypes.

Le Comité considéra que dans l'état d'avancement des travaux de la Section française celle-ci n'avait plus besoin du concours du Comité. Son unique mission serait donc désormais d'exécuter les recherches scientifiques qui lui avaient été confiées et pour lesquelles il fallait pouvoir disposer des moyens qu'on avait demandés à la conférence diplomatique. Il pria le Gouvernement français de procéder à la convocation définitive de la conférence en ajoutant que le Comité, pour se réunir de nouveau, attendrait qu'il eût reçu notification des décisions de la conférence.

La conférence diplomatique se réunit en effet à Paris le 1er Mars 1875. Elles se composait des Ministres des Affaires étrangères et de l'agriculture et du commerce de France, assistés de MM. DUMOUSTIER DE FRÉDILLY, directeur du commerce intérieur et JAGERSCHMIDT, sous-directeur au ministère des Affaires étrangères, et des Envoyés Diplomatiques, résidant à Paris, à l'exception de ceux de l'Angleterre, de l'Espagne, du Pérou, de la Turquie et du Vénézuéla. Ces Etats furent représentés respectivement par MM. CHISHOLM, le général IBANEZ, DE RIVERO, HUSNEY BEY et ACOSTA, membres de la Commission du mètre. La plupart des Envoyés Diplomatiques étaient assistés par des délégués techniques, tous membres de la Commission internationale, à l'exception de M. DUMAS, l'un des délégués techniques de la France, de M. VIGNAUD, délégué des Etats-Unis, et de M. DELYANNI, secrétaire de la légation de la Grèce. MM. CRAMPON, consul de France de première classe et RICHE, membre du comité des experts au ministère de l'agriculture et du commerce, fonctionnaient comme secrétaires.

Dans la première réunion de la conférence diplomatique il fut résolu, sur la proposition de M. le duc DECAZES, de confier à une commission spéciale de délégués techniques le soin de procéder à un travail préliminaire qui servirait de base aux résolutions. Cette commission était composée de MM. FOERSTER, HERR, STAS, MORIN, HOLTEN, IBANEZ, VIGNAUD, PÉLIGOT, DUMOUSTIER DE FRÉDILLY, JAGERSCHMIDT, CHISHOLM, DELYANNI, GOVI, BOSSCHA, DE RIVERO, WILD, WREDE, BROCH, HIRSCH, HUSNEY

BEY et ACOSTA. Le Comité permanent s'y trouvait represeuté par tous ses membres, à l'exception de M. HILGARD.

Cette commission, dont la présidence avait été confiée à M. DUMAS, se réunit pour la première fois le 4 Mars. Le Président posa tout d'abord la question du bureau international permanent en invitant les délégués à faire connaître à ce sujet les intentions de leurs Gouvernements. Le délégué allemand, appelé le premier à communiquer ses instructions, déclara que la fondation du bureau était la condition de la participation ultérieure de son Gouvernement à toute entreprise commune au sujet des poids et mesures. Il donna à entendre que déjà en 1872, — lors des premières réunions de la Commission internationale après la guerre de 1870, — il était muni des mêmes instructions. Les délégués de l'Espagne, de l'Italie et de la Suisse firent connaître que leurs Gouvernements adhéraient au principe d'un pareil établissement. M. WILD, absent, avait communiqué par écrit, que ses instructions étaient conformes à celles du délégué allemand. Les délégués du Danemark, de la Grèce, des Etats-Unis, du Portugal, de la Turquie, du Vénézuéla, de la Suède et de la Norvège et du Pérou se réservèrent de se prononcer au moment où le projet aurait été étudié. M. CHISHOLM, au contraire, déclara que le Gouvernement britannique ne prendrait aucune part à la création d'un bureau permanent, entendant participer seulement aux travaux qui furent l'objet spécial de la Commission du mètre convoquée en 1870. Le délégué des Pays-Bas fit observer que son Gouvernement, en se faisant représenter dans la Commission internationale, n'avait pu prévoir qu'il dût être jamais question de procéder à la création d'un établissement international, scientifique et permanent. Son Gouvernement n'avait eu que l'intention de concourir à la construction des prototypes. Ce délégué n'était donc pas autorisé par ses instructions à adhérer à la création d'un bureau, qui dans l'opinion des hommes de science de son pays n'aurait pas d'utilité. Dans leur pensée les prototypes internationaux, une fois adoptés, pourraient être confiés à la garde du Gouvernement qui avait pris l'initiative de leur construction.

Les délégués de tous les Etats représentés à l'exception de celui de la Belgique, qui était absent, ayant ainsi répondu à

l'appel du Président, celui-ci déclara que le Gouvernement français se rallierait à l'opinion adoptée par la Commission spéciale.

Les opinions des Gouvernements paraissant ainsi très opposées, on décida que les délégués se réuniraient à titre individuel, par groupe d'opinion, pour présenter en même temps leurs divers projets.

Il n'y eut que deux groupes distincts. Dans le premier, celui des partisans du bureau, se réunirent MM. FOERSTER (Allemagne), HERR (Autriche-Hongrie), IBANEZ (Espagne), VIGNAUD (Etats-Unis), GOVI (Italie), WILD (Russie) et HIRSCH (Suisse). Le second groupe comprenait MM. CHISHOLM (Angleterre), HOLTEN (Danemark), DELYANNI (Grèce), BOSSCHA (Pays-Bas), DE RIVERO (Pérou), MORIN (Portugal et Brésil), HUSNEY BEY (Turquie), baron WREDE (Suède). M. BROCH assistait aux réunions de l'un et de l'autre groupe, tandisque les délégués de la France, après la declaration faite au nom de leur Gouvernement, crurent devoir s'abstenir.

Les projets des deux groupes, désignés dans la suite par le numéro du groupe auquel ils appartenaient, furent présentés dans la seconde séance de la Commission des délégués, celui du premier groupe par le délégué italien, celui du second par le délégué néerlandais.

Il apparut alors que la question du bureau n'était pas la seule, sur laquelle des opinions étaient divisées, ni peut-être la plus grave.

Le projet n°. 2, répondant à l'objet de la conférence indiquée dans la demande du Comité permanent et dans la circulaire par laquelle le Gouvernement français avait convoqué les représentants des divers Etats, proposait soit de demander au ministère des travaux publics de France, soit de louer un bâtiment pour servir aux comparaisons du Comité, de couvrir les frais de ces travaux par des contributions des Etats intéressés, calculées d'après les chiffres approximatifs de leur population et d'autoriser le Comité à se faire assister dans ses travaux par des savants ou des artistes de son choix.

Dans le but de donner satisfaction à ceux qui croyaient devoir demander des garanties de neutralité pour le dépôt des

prototypes, le projet n°. 2 portait de plus que les étalons internationaux seraient déposés dans un local spécial et ne seraient accessibles qu' avec le consentiment d'une Commission formée de trois membres du corps diplomatique résidant à Paris. Dans ce local seraient gardés les instruments qui avaient servi aux travaux de la Commission Ce dépôt serait placé sous l'autorité d'un directeur, il pourrait servir en tous temps à des vérifications et des comparaisons. Le directeur cependant ne serait responsable que de la conservation des prototypes et des instruments.

Cette deuxième partie du projet dépassait évidemment les limites dans lesquelles plusieurs membres croyaient devoir renfermer l'action commune. Ils estimèrent cependant qu'il convenait de faire ces concessions dans le but de faciliter de leur côté, autant que possible, un accord général.

Le rapporteur était autorisé de plus à déclarer que les membres du second groupe reconnaissaient qu'il conviendrait d'adjoindre au Comité permanent soit un délégué de chacun des pays qui n'y était pas encore représenté, soit les deux délégués qui dans la séance de la séance de la Commission du mètre du 12 Octobre 1872 avaient recueilli le plus grand nombre de suffrages (p. 289).

Le projet n°. 1 proposait la fondation à Paris d'un Institut international des poids et mesures, ayant la même mission et les mêmes attributions que celles de la proposition de M. HIRSCH (p. 286). Il serait placé sous la haute direction et sous la surveillance du Comité permanent, qui serait complété par l'adjonction de MM. HIRSCH et GOVI et prendrait le nom de Commission internationale des poids et mesures. L'institut serait établi dans un bâtiment spécial. Le projet déterminait le nombre de salles, leur destination et jusqu'à la nature et le nombre des principaux instruments. Il fixait les frais d'installation de l'institut à 400000 francs et le budget des dépenses annuelles à 75000 francs pour la première periode, c'est-à-dire jusqu'à la distribution des étalons, et à 50000 francs pour la période postérieure. Le premier de ces budgets annuels pourrait cependant être porté à 100000 francs. Les deux tiers environs des dépenses annuelles seraient absorbés par les traitements du directeur

(15000 francs), du secrétaire du Comité (6000 francs)' de deux adjoints (6000 francs chacun) et du personnel de service.

Mais en dehors des clauses réglant les conditions du travail futur le projet n°. 1 en contenait d'autres qui se rapportaient au travail déjà accompli. On proposait, en effet, de faire approuver par la conférence diplomatique les décisions scientifiques de la Commission internationale du mètre, sous réserve des modifications que l'expérience pourrait conseiller dans l'avenir. Cependant il n'appartiendrait plus à la Commission elle-même de juger, quels seraient ces conseils, ni quelles seraient ces modifications. En effet l'article 3 du projet portait que *l'ancienne Commission du mètre serait dissoute.* Sa place serait occupée par la nouvelle Commission des poids et mesures, qui ne serait autre que le Comité permanent complété par les deux nouveaux membres. Lorsque les nouveaux prototypes seraient terminés et comparés par cette commission les Gouvernements contractants enverraient de nouveaux délégués qui formeraient une conférence générale pour sanctionner et distribuer les prototypes Cette conférence s'assemblerait dans la suite tous les six ans en vue de favoriser *la propagation et le perfectionnement du système métrique,* la Commission des poids et mesures se réunirait tous les deux ans dans le même but, tandisque le bureau international continuerait à travailler à cette tâche dans l'intervalle de ces réunions.

Dans la troisième séance ces deux projets furent discutés sans résultat apparent. Dans le cours du débat M. CHISHOLM déclara que dans le cas où la Commission internationale de 1872 viendrait à être dissoute, les instructions qu'il avait reçues de son Gouvernement ne lui permettraient pas de continuer à prendre part à aucune délibération.

La discussion n'amenant aucun rapprochement, on résolut sur la proposition de M. le Président de faire imprimer de nouveau les deux projets. Cette fois les articles seraient classés dans un même ordre méthodique et mis en regard l'un de l'autre. L'ordre méthodique à suivre serait celui d'une convention, ayant pour but principal la création d'un bureau international dont les attributions seraient celles demandées par les auteurs du projet n°. 1.

La nouvelle ordonnance qui devait en résulter pour les

deux projets avait l'inconvénient qu'elle pourrait facilement faire illusion. La ressemblance superficielle de quelques articles dut détourner l'attention des divergences principielles. Or, l'histoire de la Commission internationale du mètre depuis 1872 n'avait que trop bien prouvé qu'il fallait se méfier d'une apparence d'entente qui, au lieu de mettre fin aux difficultés, ne ferait que les reléguer à une époque où leur effet serait plus fâcheux. Le délégué des Pays-Bas, rapporteur du 2me groupe, se crut donc obligé d'appuyer dans la quatrième séance sur les dispositions au sujet desquelles les deux projets se trouvaient en opposition. Il releva spécialement trois points fondamentaux, savoir:

1°. Le cercle d'action de l'institution qui devra survivre à la Commission internationale et au Comité permanent;
2°. La position faite à la Commission internationale et au Comité permanent;
3°. La question de savoir jusqu'à quel point il convient d'introduire dans une convention diplomatique ou dans un règlement administratif, qui en ferait partie, des clauses d'ordre scientifique.

Au sujet du premier point il importait de faire remarquer que dans la pensée des auteurs du projet n°. 1 l'action de l'institut embrasserait la métrologie entière. l'Institut chargé des mesures de longueur, de volume et de poids anciens et modernes de tous les pays, de la comparaison des thermomètres, de la vérification des règles géodésiques dominerait toutes les sciences de précision sur lesquelles il ne pourrait manquer d'exercer une certaine autorité. Le directeur se trouverait sous le poids d'une responsabilité scientifique jusqu'ici sans exemple. Cependant il devrait consentir à travailler sous la haute direction et la surveillance d'un Comité de quatorze membres disséminés sur différents points du globe, à Washington, à St. Pétersbourg, à Christiania, à Constantinople, à Stockholm, à Madrid, etc.

Le projet n°. 2, au contraire, laissait la responsabilité des comparaisons futures à chacun des savants ou des artistes qui voudrait profiter des instruments réunis au dépôt pour venir y faire des recherches.

Quant au second et au troisième points, l'ardeur apportée

au règlement du travail avait évidemment conduit les auteurs du projet n°. 1 à des dispositions dont ils n'avaient pas mesuré la portée. En proposant la dissolution de la Commission générale et la concentration de ces pouvoirs dans le futur Comité des quatorze, ils avaient oublié quc douze membres de ce Comité siégeaient en ce moment dans la Commission des délégués techniques, dont ils formaient la majorité. Iraient-ils demander à la conférence diplomatique la destitution de MM. STRUVE, AIRY, MILLER, VON LANG, RICCI, SECCHI, KRUSPER, DE SZILY, DE JOLLY, MAUS et STAMKART, et de tous les membres français, leurs anciens collègues et mandants?

Les clauses d'ordre scientifique n'avaient-elles pas la même tendance? En ratifiant les décisions de la Commission de 1872 on s'arrogeait évidemment le droit de les désapprouver ou de les amender. Les représentants diplomatiques assurément ne s'attribueraient pas la compétence de décider si la Commission avait bien fait de vouloir construire les prototypes en platine iridié, de réunir les 250 kilogrammes de platine dans une même coulée, d'adopter pour les mètres le profil en X, de prescrire la détermination des dilatations entre telles et telles limites de température. Ils s'en rapporteraient au jugement des délégués techniques qui leur étaient adjoints. L'effet pratique de cette clause serait donc que les délégués techniques approuveraient et sanctionneraient les décisions de la Commission générale. Les délégués techniques pouvaient-ils convenablement proposer une mesure qui les plaçât au dessus de la Commission du mètre?

Ces observations furent l'objet d'une discussion qui se termina par la résolution de confier aux deux rapporteurs, assistés de M. JAGERSCHMIDT, la tâche de s'entendre sur un seul projet combiné.

Quoique la discussion n'eût eu d'autre résultat que de prouver que les vues des deux groupes ne pouvaient se concilier, il ne parut pas impossible de s'entendre en formulant un projet qui laisserait à chacun des deux partis la liberté de poursuivre le but commun selon ses propres vues. En admettant que les clauses, qui tendaient à supprimer la Commission du mètre ne seraient pas maintenues par le premier groupe, il ne resterait qu'à résoudre la question du bureau permanent. Mais déjà les mem-

bres du second groupe avaient reconnu que pour les travaux du Comité permanent il était désirable de louer ou de faire construire un bâtiment spécial, ils avaient admis que ce local serait convenablement approprié et muni des instruments nécessaires. Il était évident dès-lors que jusqu'à la fin du travail de la Commission du mètre les deux groupes pourraient marcher de concert. Le caractère permanent de l'établissement ne devrait se prononcer qu'au moment où le but primitif de la Commission aurait été atteint. Ce serait alors qu'une division entre les représentants des divers Etats deviendrait inévitable: ceux qui désireraient borner leur participation aux objets immédiats de la Commission pourraient se retirer; les partisans d'un bureau permanent trouveraient dans l'établissement qui aurait servi aux travaux de la Commission les moyens de satisfaire leurs désirs.

Pour obtenir une transaction sur la base indiquée il fallait cependant demander aux membres du second groupe une nouvelle concession. En effet, le local et les installations, qui dans leur pensée suffiraient aux travaux de la Commission, étaient loin de répondre aux projets beaucoup plus vastes des partisans d'un institut métrologique international et permanent. Pour assurer à ceux-ci l'accomplissement de leurs voeux il fallait donc se résoudre à des dépenses d'installation beaucoup plus considérables que ne le comportaient les vues des membres du second groupe. Mais il n'était plus douteux qu'il ne restait d'autre moyen pour arriver à une solution, et le rétablissement de la concorde dans une assemblée scientifique, trop chèrement achetée s'il fallût sacrifier les intérêts de la science ou les droits de collègues absents, ne le serait certainement pas en accordant quelques milliers de francs au dessus du nécessaire.

Un résumé de ces principes rédigé en quelques articles fut discuté par les deux rapporteurs et soumis aux membres du groupe n°. 1.

La transaction proposée, qui laissait intacts les droits de la Commission internationale ne fut pas acceptée.

Les moyens de ramener l'entente étaient évidemment épuisés. Le programme dressé par l'un des rapporteurs fut transformé par les soins de M. JAGERSCHMIDT en un projet de convention ayant les formes usuelles d'un acte diplomatique, et présenté par lui comme un nouveau projet n°. 2 dans la cin-

quième séance, après avoir reçu l'approbation des membres du second groupe. Les membres du groupe n°. 1 de leur côté avaient remanié leur projet dont une nouvelle rédaction fut lue par M. HIRSCH. Dans la nouvelle forme du projet n°. 1 la fondation du bureau permanent fut présentée comme l'objet principal de la convention. Les articles concernant la composition et les attributions du nouveau Comité et de la Conférence qui tenaient la première place dans le projet primitif étaient relégués dans un règlement annexé à la convention. La présidence de la Conférence qui s'assemblerait tous les six ans, et qui dans la première réunion sanctionnerait le travail du nouveau comité, fut dévolue au président en exercice de l'Académie des sciences à Paris. La suppression de la Commission internationale, quoique adoucie dans la forme, subsistait. La ratification par la Conférence diplomatique des dicussions scientifiques de la Commission internationale, sous réserve des modifications que l'expérience pourrait conseiller, fut également maintenue.

Une discussion de ces deux projets ne pouvait plus avoir aucune utilité. Lorsque dans la sixième séance personne ne répondit à l'appel du Président qui invita les membres à présenter les observations suggérées par l'étude des deux projets, M. DUMAS fit connaître la pensée du Gouvernement français.

Le système métrique étant un système essentiellement scientifique, le Gouvernement français admettait que l'établissement dont on proposait la fondation, eût un caractère scientifique d'ordre supérieur, qu'il serait permanent, international et neutre, pour rendre possibles tous les travaux que la propagation du système métrique et les progrès des sciences pourraient réclamer. Le bureau, d'après les vues du Gouvernement français devait être naturellement placé sous la surveillance et la direction d'un Conseil, Comité ou Commission, composé de savants délégués à cet effet par les Etats fondateurs. De plus il lui semblait utile que de loin en loin ces Etats fondateurs déléguassent à un Conseil supérieur, composé d'hommes éminents dans la science, le soin de procéder à l'examen des questions que le bureau ferait surgirt. Partant de ces considérations le Gouvernement français se ralliait au projet n°. 1.

Il est à remarquer que dans cette déclaration aucune allusion

ne fut faite à la suppression de la Commission du mètre. De plus le délégué français en concluant que le Gouvernement français admettait la fondation d'un bureau permanent ne fit pas connaître les raisons qui l'avaient conduit à ne pas adhérer au nouveau projet n°. 2. Ce dernier en effet ne donnait pas seulement toute liberté de procéder à la fondation du bureau et à assurer sa permanence, mais il offrait de plus l'avantage de ne pas éloigner les Etats qui ne croyaient pas devoir participer à une action illimitée et de leur permettre de continuer leur coopération au travail de la Commission dans les conditions offertes en 1869 par le Gouvernement français lui-même.

Le délégué des Pays-Bas fit observer que le but poursuivi par le Gouvernement français pouvait être atteint en adoptant le projet n°. 2; que ce projet contenait en réalité le règlement des points essentiels sur lesquels tous les Etats paraissaient d'accord, de sorte qu'il pouvait être signé par tous les Etats représentés à la conférence, tandis que le projet n°. 1 plaçait en dehors du concours international les Etats qui ne croyaient pas devoir coopérér à un institut métrologique permanent. Ce fut le délégué allemand qui répondit à cette observation en déclarant „que le projet n°. 2 ne pouvait être signé par ceux des „délégués dont les instructions excluent tout ajournement ul„térieur dans la constitution de l'organisation internationale „permanente des poids et mesures."

Comme le projet n°. 2 ne comportait aucun ajournement de la fondation du bureau et que même dans le but d'assurer aux partisans de ce bureau la réalisation immédiate de leurs voeux les membres du groupe n°. 2 avaient concédé une installation du bureau à leurs yeux beaucoup trop dispendieuse, la réponse du délégué allemand équivalait évidemment à un „non possumus."

La déclaration de la France fit pencher la balance du côté du projet n°. 1. Déjà la Belgique, jusqu'ici très opposée au bureau, avait fait connaître par l'organe de son délégué qu'elle y adhérait, sans donner aucune raison de ce revirement. De son côté M. le baron WREDE se vit obligé de déclarer que quoique son opinion personnelle le portât à appuyer le projet du second groupe, il avait lieu de penser que

l'adhésion du Gouvernement français au projet n°. 1 determinerait celle de la Suède et de la Norvège.

Dans la deuxième séance de la Conférence diplomatique le projet n°. 1 fut adopté par quatorze des Etats représentés savoir:

l'Allemagne,
l'Autriche-Hongrie,
la Belgique,
le Brésil,
la Confédération Argentine,
l'Espagne,
les Etats-Unis,
la France,
l'Italie,
le Pérou,
la Russie,
la Suède et la Norvège,
la Suisse,
le Vénézuéla.

Cinq, savoir:

le Danemark,
la Grande Bretagne,
la Grèce,
le Portugal,
la Turquie,

se réservèrent de faire connaître ultérieurement leur décision.

Un seul, les Pays-Bas, déclara adhérer au projet n°. 2. M. le baron VAN ZUYLEN DE NYEVELT, en faisant cette déclaration, fit ressortir de nouveau que ce projet était la seule base possible à l'entente générale de tous les Etats représentés à la Conférence.

Cette fois, cette protestation resta sans aucune réponse.

Les Pays-Bas cependant ne furent pas longtemps à rester seuls dans leur position négative vis-à-vis de la convention. Dans la troisième séance de la Conférence M. CHISHOLM communiqua, que d'après les instructions qu'il venait de recevoir, le Gouvernement anglais adopterait le projet n°. 2. La Grèce

ne signa pas la convention formulée d'après le projet n°. 1, le Brésil se retira avant la ratification de la Convention, qui a été réalisée jusqu'ici de la part des 12 Etats suivants:

l'Allemagne,
l'Autriche-Hongrie,
la République Argentine,
le Danemarc,
l'Espagne,
la France,
l'Italie,
le Pérou,
la Russie,
la Suède et la Norvège,
la Suisse,
la Turquie.

Le dernier article des dispositions transitoires de la Convention autorisait le nouveau Comité des poids et mesures à se constituer immédiatement. Les membres du Comité se réunirent le 19 Avril à l'exception de MM. CHISHOLM et BOSSCHA. Ceux-ci se trouvèrent désignés, par les Puissances signataires d'une Convention à laquelle leur Gouvernement n'avait pu participer, comme membres d'un Comité pour diriger et surveiller un établissement institué par les Hautes Parties contractantes mais auquel leurs pays ne contribueraient pas. Ils ne crurent pas devoir siéger dans le nouveau Comité, à moins de nouvelles instructions de leurs Gouvernements respectifs.

Dans la première séance du Comité M. le général IBANEZ fût élu président et M. HIRSCH secrétaire du Comité.

Dans la deuxième, M. GOVI fut désigné comme le directeur du bureau.

Quelques mois plus tard MM. CHISHOLM et BOSSCHA ayant été invités par une lettre circulaire du secrétaire du Comité, à faire connaître, comme membres du Comité, leur avis sur l'interprétation d'un article de la convention du mètre, ils répondirent, qu'en vertu des instructions qu'ils avaient reçues de leurs Gouvernements, ils étaient empêchés d'accepter le mandat de membre du Comité.

L'ancienne Commission internationale ayant été dissoute et remplacée par le Comité, la participation des Pays-Bas à la construction des nouveaux prototypes se trouve ainsi terminée.

Dans l'exposé que nous venons de donner des circonstances qui ont conduit à ce résultat, nous nous sommes bornés à faire connaître, en général, les causes apparentes qui ont éloigné de plus en plus la Commission internationale de son but primitif. Même en laissant de côté plusieurs détails instructifs, il nous paraît cependant évident que notre retraite ne peut-être qu'approuvée par l'Académie des Pays-Bas. En effet quand on compare l'esprit dans lequel en 1875 on a compris la participation de délégués étrangers au travail entrepris par la France à celui qui animait les savants étrangers en 1799, et si l'on considère que les avantages que la science pourrait tirer du concours d'un grand nombre de savants de tous les pays ont été considérablement amoindris par la dissolution de la Commission et l'exclusion de plusieurs de ses membres les plus éminents, on reconnaîtra que les motifs donnés par l'Académie pour conseiller la participation des Pays-Bas à la Commission du mètre ne s'appliqueraient plus ni au but modifié de la coopération internationale ni à la nouvelle organisation du travail scientifique.

NOTICE

SUR LES GENRES ET SUR LES ESPÈCES

DES CHÉTODONTOÏDES DE LA SOUSFAMILLE DES TAURICHTHYIFORMES.

PAR

P. BLEEKER.

La sousfamille des Taurichthyiformes se compose de tous les Chétodontoïdes à écailles cténoïdes imbriquées et à surface lisse, à dents aux mâchoires plurisériales très-minces et indivisées, à orifices branchiaux séparés par un isthme, à branches de la mâchoire inférieure intimement liées ensemble et horizontalement immobiles, à peau gulaire bien distincte ou séparée de la peau préventrale et à dorsale indivisée. Elle ne comprend que les genres Chaetodon, Taurichthys (ou Heniochus) et Chelmon des auteurs modernes.

Le genre Chaetodon, tel qu'il figure dans les ouvrages de LINNÉ, de BLOCH et de LACEPÈDE, comprend trois familles, les Chétodontoïdes, les Acanthuroïdes et les Pomacentroïdes, et puis encore quelques membres d'autres familles fort différentes. Le genre fût beaucoup simplifié par CUVIER, déjà en l'an 1817, mais resta à l'état de genre composé même dans la grande Histoire naturelle des poissons. M. GÜNTHER ne comprend le genre pas autrement que CUVIER et VALENCIENNES.

La pluralité générique du type ne pouvait cependant pas manquer d'être senti.

SWAINSON, en 1839, en sépara le Chaetodon strigatus Langsd. sous le nom générique de Microcanthus, genre parfaitement

naturel et représentant même un groupe distinct. KAUP, en 1860, reconnût le même genre et lui appliqua le nom de Therapaina, qui est donc identique avec celui de Microcanthus.

SWAINSON crût voir un autre genre dans le Chaetodon ephippium CV. à cause du rayon prolongé de la dorsale, et le nomma Rabdophorus. KAUP eût la même idée en fondant son genre Linophora sur le Chaetodon auriga Forsk. Les deux auteurs avaient droit de voir dans ces espèces des types distincts, de valeur sousgénérique, mais ils auraient dû les établir sur d'autres caractères, celui d'un rayon prolongé de la dorsale n'étant qu'un caractère d'âge.

En 1848 M. GUICHENOT sépara une autre espèce, le Chaetodon trifascialis QG., sous le nom de Megaprotodon, genre qui est parfaitement valide. KAUP, en 1860, reconnût le même type et, l'établissant sur le Chaetodon triangularis Rüpp., le nomma Eteira. Ces deux genres sont donc identiques comme le sont aussi leurs espèces types, qui ne se distinguent pas du Chaetodon strigangulus Sol.

Deux autres genres fûrent proposés par KAUP sous les noms de Coradion et de Citharoedus. Le Coradion, limité à l'espèce type, le Chaetodon chrysozonus K.V.H., et au Chaetodon melanopus CV. me paraît maintenant devoir être maintenu, et les deux premières espèces Kaupiennes de Citharoedus, les Chaetodon Meyeri et ornatissimus, constituent en effet un type de valeur sousgénérique auquel le nom de Citharoedus pourrait être continué.

Moi-même j'ai proposé le genre Parachaetodon pour l'espèce, que CUVIER et VALENCIENNES crûrent un Platax et qu'ils publièrent sous le nom de Platax ocellatus.

Je sépare encore le Chaetodon truncatus Kner, rapporté par M. GÜNTHER au genre Chelmon, mais qui est d'un type distinct que je nomme Chelmonops.

Le Chaetodon polylepis enfin, espèce dont la place naturelle est entre les Coradion et les Taurichthys, mérite, lui-aussi, d'être érigé en genre distinct. Pour moi c'est le genre Hemitaurichthys.

Je réunis les nombreuses espèces restantes sous la dénomination générique de Tetragonoptrus, le nom de Chaetodon revenant de droit aux Pomacanthus des auteurs modernes, et celui

de Sarothrodus proposé par M. GILL pour remplacer celui de Chaetodon, étant devancé de plus d'un siècle par le nom créé par KLEIN, qui admit comme prémière espèce de son Tetragonoptrus le Chaetodon striatus L.

Ces espèces cependant présentent encore de telles différences dans la forme du corps et des nageoires, dans la forme, la distribution et la formule des écailles et dans la composition de la nageoire dorsale, qu'on y verra une fois sans doute plusieurs genres. J'indiquerai ces types ci-dessous, en ne les considérant provisoirement que comme des sousgenres.

Les genres Heniochus et Taurichthys n'en font qu'un seul. Aussi les trouve-t-on déjà réunis dans le Catalogue de M. GÜNTHER.

Le Chelmon au contraire, est encore un genre composé. C'est à juste titre que M. GILL en a séparé le Chelmo aculeatus Poey (Chelmo pelta Günth.) comme type d'un genre distinct, qu'il a intitulé Prognathodus et auquel appartient aussi le Chelmon longirostris CV.

La sousfamille se compose donc des genres Chelmon, Prognathodus, Taurichthys, Hemitaurichthys, Chelmonops, Coradion, Parachaetodon, Tetragonoptrus (avec les sousgenres Citharoedus, Rabdophorus, Tetragonoptrus, Chaetodontops, Hemichaetodon, Lepidochaetodon, Linophora, Oxychaetodon et Gonochaetodon) et Megaprotodon.

Les genres sont nettement distincts par les caractères qu'on trouve dans la composition des mâchoires, dans la ligne latérale, dans la composition de la nageoire dorsale, et dans la formule, la forme et le mode de distribution des écailles. L'exposé suivant résume les principaux caractères des genres et des sousgenres.

Phalanx 1. CHELMONINI.

Maxillae elongatae in tubum angustum majore parte clausum productae. Dentes maxillis valde breves; vomerini nulli. Linea lateralis basin caudalis attingens. Squamae regulariter rotundatae mediis lateribus subhorizontaliter seriatae. Analis spinis 3.

CHELMON Cuv. = Chelmo Günth.

Corpus subrhomboideum. Squamae supra lineam lateralem in series 55 circ. transversas dispositae. Pinna dorsalis spinosa dorsali radiosa multo brevior spinis 9 postrorsum longitudine accrescentibus. — Spec. typ. *Chelmon rostratus* Cuv.

PROGNATHODUS (Prognathodes) Gill.

Corpus ovali-subrhomboideum. Squamae supra lineam lateralem in series 40 ad 75 transversas dispositae. Pinna dorsalis spinosa dorsali radiosa multo longior spinis 12 vel 13 praemedianis ceteris longioribus. — Spec. typ. *Prognathodus aculeatus* Poey = Chelmo pelta Günth.

Phalanx 2. TAURICHTHYINI.

Maxillae breves non in tubum productae. Analis spinis 3 vel 4.

a. Dorsalis spinosa dorsali radiosa brevior. Corpus rhomboideum. Squamae regulariter rotundatae mediis lateribus subhorizontaliter seriatae supra lineam lateralem in series 50 ad 60 transversas dispositae. Analis spinis 3.

PARACHAETODON Blkr.

Dorsalis spinosa dorsali radiosa plus quadruplo brevior spinis 6 subcontiguis postrorsum longitudine accrescentibus. Dentes, maxillis bene evoluti, vomerini. Rostrum breve. Linea lateralis sub dorsali radiosa desinens. — Spec. typ. *Parachaetodon ocellatus* Blkr = Platax ocellatus CV.

CHELMONOPS Blkr.

Dorsalis, spinosa dorsali radiosa minus duplo brevior spinis 11 postrorsum longitudine valde accrescentibus, radiosa acuta margine posteriore subverticali. Orbitae antice spinulosae. Rostrum valde acutum. Dentes maxillis bene evoluti. Linea lateralis pinnam caudalem attingens. — Spec. typ. *Chelmonops truncatus* Blkr = Chaetodon truncatus Kner = Chelmo truncatus Günth.

Coradion Kaup.

Dorsalis spinosa dorsali radiosa minus duplo brevior, spinis 8 ad 10. Maxillae brevissimae, ore minimo, dentibus rudimentariis. Vomer edentulum. Linea lateralis basin pinnae caudalis attingens. — Spec. typ. *Coradion chrysozonus* Kaup.

b. Dorsalis spinosa dorsali radiosa vix ad plus duplo longior spinis 10 ad 16.

aa. Linea lateralis basin pinnae caudalis attingens. Corpus rhomboideum. Os valde parvum. Squamae regulariter rotundatae mediis lateribus subhorizontaliter seriatae. Analis spinis 3.

Taurichthys CV = Heniochus CV = Diphreutes Cant. = Henjochus Kaup.

Dorsalis spinis 11 vel 12, 4ª producta posterioribus multo longiore. Squamae supra lineam lateralem in series 50 ad 65 dispositae. — Spec. typ. *Taurichthys varius* CV.

Hemitaurichthys Blkr.

Dorsalis spinis 12 (vel 10?), 4ª non producta sequentibus breviore. Squamae supra lineam lateralem in series 70 (ad 90?) dispositae. — Spec. typ. *Chaetodon polylepis* Blkr.

bb. Linea lateralis sub dorsali radiosa desinens.

Tetragonopterus Klein = Chaetodon Cuv. (nec Art.) = Rabdophorus Swns. = Citharoedus Kp = Sarothrodus Gill = Tholichthys Günth.

Corpus ovale vel subrhomboideum. Dentes maxillis bene evoluti. Squamae trunco supra lineam lateralem in series 30 ad 55 transversas dispositae. Dorsalis spinosa dorsali radiosa vix ad duplo fere longior spinis 11 ad 16. — Spec. typ. *Chaetodon striatus* L.

Subgenera sequentia distinguenda, ex parte forsan in genera erigenda.

Citharoedus Kaup. — Corpus orbiculato-rhomboideum. Squa-

mae regulariter rotundatae lateribus subhorizontaliter seriatae, trunco in series 55 circ. transversas dispositae. Rostrum obtusum. Dorsalis spinis 12 parte spinosa radiosa paulo longiore, radiosa obtuse rotundata. — Spec. typ. *Citharoedus Meyeri* Kaup.

Rabdophorus Swns. — Corpus ovale. Squamae regulariter rotundatae, trunco in series 40 ad 50 transversas dispositae. Dorsalis spinis 12 ad 16 parte spinosa radiosa multo ad duplo fere longiore. — Spec. typ. *Rabdophorus ephippium* Swns.

Tetragonoptrus Klein. — Corpus subrhomboideum. Squamae regulariter rotundatae, trunco in series 40 ad 55 transversas dispositae Series squamarum lateribus subhorizontales vel parum oblique postrorsum adscendentes. Dorsalis spinis 12 ad 14, parte spinosa parte radiosa multo minus duplo longiore, radiosa obtusa. — Spec. typ. *Chaetodon striatus* L.

Hemichaetodon Blkr. — Corpus orbiculato-subrhomboideum. Squamae regulariter rotundatae, trunco in series 45 circ. transversas dispositae. Series squamarum longitudinales dimidio trunci inferiore postrorsum valde descendentes. Dorsalis spinis 12. — Spec. typ. *Chaetodon capistratus* Bl.

Chaetodontops Blkr. — Corpus orbiculato-subrhomboideum. Squamae regulariter rotundatae, trunco in series 40 ad 50 transversas dispositae. Series squamarum lateribus longitudinales postrorsum valde adscendentes. Dorsalis, spinis 12 vel 13 (rar. 14), spinosa radiosa multo minus duplo longior, radiosa obtuse rotundata. — Spec. typ. *Chaetodon collaris* Bl.

Lepidochaetodon Blkr. — Corpus orbiculato-subrhomboideum. Rostrum breve. Squamae trunco antice obtusangulatim rotundatae sequentibus multo majores. Series squamarum trunco antice longitudinales irregulares, transversae valde conspicuae non angulatae. Squamae trunco in series 35 ad 45 transversas dispositae. Dorsalis spinis 12 vel 13 (rar. 14). — Spec. typ. *Chaetodon unimaculatus* Bl.

Linophora Kaup — Corpus subrhomboideum. Rostrum acutum. Squamae trunco antice et medio obtusangulatim rotundatae sequentibus multo majores. Series squamarum trunco antice et medio longitudinales irregulares, transversae conspicuae non angulatae. Squamae trunco in series 30 ad 45 transversas dispositae. Dorsalis spinis 13 (rarissime 11, 12, 14). — Spec. typ. *Linophora auriga* Kaup.

Oxychaetodon Blkr — Corpus subrhomboideum. Rostrum valde acutum. Squamae trunco antice, medio et postice obtusangulatim rotundatae. Series squamarum trunco longitudinales irregulares, transversae valde conspicuae non angulatae. Squamae trunco in series 35 circ. transversas dispositae. Dorsalis spinis 12 vel 13. — Spec. typ. *Chaetodon lineolatus* QG.

Gonochaetodon Blkr. — Corpus rhomboideum. Rostrum breve. Squamae trunco antice, medio et postice obtusangulatim rotundatae. Series squamarum trunco longitudinales irregulares, transversae valde conspicuae obtusangulae. Squamae trunco in series 32 ad 35 transversas dispositae. Dorsalis spinis 11. — Spec. typ. *Chaetodon triangulum* K.V.H.

MEGAPROTODON Guich. = Eteira Kaup.

Corpus ovale. Dentes, maxillis bene evoluti, vomerini nulli. Squamae trunco obtusangulatim rotundatae, in series 23 ad 25 transversas obtusangulas dispositae. Dorsalis spinosa dorsali radiosa duplo ad plus duplo longior spinis 14, radiosa acutangula. Analis spinis 4. — Spec. typ. *Megaprotodon strigangulus* Blkr = Megaprotodon bifascialis Guich.

Les espèces de Taurichthyiformes sont assez nombreuses, mais on les a beaucoup trop multipliées. L'énumeration simple en porterait le chiffre à plus de cent, mais plus d'un quart de ces espèces n'étant que nominales, il n'en reste de bien établies qu'un peu plus de 70.

La liste suivante énumère les espèces connues rapportées aux genres et aux sousgenres indiqués ci-dessus, en tant que j'ai été à même de constater leurs affinités par autopsie et par les données fournies par les auteurs. Ces données cependant, pour plusieurs espèces, laissant beaucoup à désirer, surtout parce qu'il n'y est pas tenu compte des formules, de la forme et de la mode de distribution des écailles, il est probable que quelques espèces de Tetragonoptrus ne s'y trouvent pas rapportées à leurs vrais sousgenres.

De quelques autres espèces énumerées ci-dessous il reste incertain si elles sont valides ou non, question dont la solution reste à des recherches ultérieures. C'est ainsi que les Chaeto-

don melanopterus Guich. et le Chaetodon tau-nigrum CV pourraient bien n'être que des variétés du Tetragonoptrus trifasciatus, que le Sarothrodus nigrirostris Gill ne soit pas distinct du Tetragonoptrus fasciatus, que le Tetragonoptrus xanthurus Blkr soit identique avec le Chaetodon Mertensi CV; — et il est prouvé que les Tholichthys ne sont que le très-jeune âge d'espèces de Tetragonoptrus et que par conséquent les espèces indiquées sous cette dénomination générique ainsi que la forme tholichthyoïde publiée par M. POEY sous le nom de Sarothrodus amplexicollis pussent bien n'être que les très-jeunes d'espèces plus longtemps connues.

D'après l'état actuel de la science le Catalogue des Taurichthyiformes est à dresser à-peu-près comme suit.

Chelmon rostratus Cuv. = Chaetodon rostratus L. = Chelmo marginalis Rich.

Prognathodus aculeatus Poey = Chelmo aculeatus Poey = Chelmo pelta Günth. = Prognathodes pelta Gill.

〃 *longirostris* Blkr = Chaetodon longirostris Brouss. = Chelmon longirostris CV.

Parachaetodon ocellatus Blkr = Platax ocellatus CV. = Chaetodon, Sarothrodus, Tetragonoptrus et Parachaetodon oligacanthus Blkr.

Chelmonops truncatus Blkr = Chaetodon truncatus Kner = Chelmo truncatus Günth.

Taurichthys macrolepidotus Blkr = Chaetodon macrolepidotus et acuminatus L. = Chaetodon bifasciatus Shaw = Heniochus macrolepidotus et acuminatus CV. = Diphreutes macrolepidotus Cant. = Chaetodon mycterizans Gron.

〃 *monoceros* Blkr = Heniochus monoceros CV.

〃 *chrysostomus* Blkr = Chaetodon chrysostomus Park. = Heniochus permutatus E. Benn. = Heniochus chrysostomus CV. = Heniochus melanistion et Diphreutes chrysostomus Blkr.

〃 *varius* CV. = Taurichthys viridis CV. = Diphreutes varius et viridis Blkr = Heniochus varius Günth.

Hemitaurichthys polylepis Blkr = Chaetodon zoster Benn.? = Chaetodon et Tetragonoptrus polylepis Blkr.

" ? *sexfasciatus* Blkr = Chaetodon sexfasciatus Rich.

Coradion chrysozonus Kaup. = Chaetodon chrysozonus et labiatus K. V. H. = Chaetodon enneacanthus CV. = Chaetodon guttatus Gron. = Tetragonoptrus chrysozonus Blkr.

" *melanopus* Blkr = Chaetodon melanopus CV. = Tetragonoptrus melanopus Blkr = Chaetodon festivus Desj. ?

Tetragonoptrus (*Citharoedus*) *Meyeri* Blkr = Chaetodon Meyeri Bl.Schn. = Holacanthus flavo-niger Lac. = Citharoedus Meyeri Kp. = Tetragonoptrus Meyeri Blkr.

" (") *ornatissimus* Blkr = Chaetodon ornatissimus Sol. = Chaetodon ornatus Gr. = Citharoedus ornatissimus Kp = Tetragonoptrus ornatissimus Blkr.

" (*Rabdophorus*) *Blackburni* Blkr = Chaetodon Blackburni Dess.

" (") *Fremblii* Blkr = Chaetodon Fremblii Benn. = Chaetodon Frehmlii CV.

" (") *ephippium* Blkr = Chaetodon ephippium et principalis CV. = Chaetodon Garnoti Less. = Rabdophorus ephippium Swns. = Linophora ephippium et principalis Kaup = Tetragonoptrus ephippium Blkr.

" (") *semeion* Blkr = Chaetodon semeion Blkr.

" (") *leucopleura* Blkr = Chaetodon leucopleura Playf.

" (") *Bennetti* Blkr = Chaetodon Bennetti CV. = Chaetodon vinctus Benn. = Coradion Bennetti Kp = Sarothrodus et Tetragonoptrus Bennetti Blkr.

" (") *speculum* Blkr = Chaetodon speculum K.V.H. = Chaetodon spilopleura Rwdt = Citharoedus speculum et spilopleura Kp = Chaetodon zanzibarensis Plfr = Tetragonoptrus speculum et zanzibarensis Blkr.

" (") *trifasciatus* Blkr = Chaetodon trifasciatus Mungo Park = Chaetodon vittatus Bl.Schn. =

Chaetodon austriacus Rüpp. = Citharoedus vittatus et austriacus Kp. = Sarothrodus et Tetragonoptrus vittatus Blkr.

Tetragonoptrus (*Rabdophorus*) *melanopterus* Blkr = Chaetodon melanopterus Guich. an = Var. spec. praeced.?

" (") *tau-nigrum* Blkr = Chaetodon tau-nigrum CV. = Citharoedus tau-nigrum Kp = an Var. Tetrag. (Rabd.) trifasciati?

" (") *plebejus* Blkr = Chaetodon plebejus L.Gm.

" (" ?) *luctuosus* Blkr = Chaetodon luctuosus CV. = Citharoedus luctuosus Kp.

" (*Tetragonoptrus*) *striatus* Blkr = Chaetodon striatus L. = Sarothrodus striatus Poey.

" (") *humeralis* Blkr = Chaetodon humeralis Günth.

" (") *modestus* Blkr = Chaetodon modestus Schl.

" (") *mitratus* Blkr = Chaetodon mitratus Günth.

" (") *dichrous* Blkr = Chaetodon dichrous Günth.

" (") *xanthocephalus* Blkr = Chaetodon xanthocephalus Benn.

" (") *flavirostris* Blkr = Chaetodon flavirostris Günth.

" (") *trichrous* Blkr = Chaetodon trichrous Günth.

" (") *quadrimaculatus* Blkr = Chaetodon quadrimaculatus Gr.

" (") *robustus* Blkr = Chaetodon robustus Günth. (an potius Lepidochaetodon?)

" (") *sedentarius* Blkr = Chaetodon et Sarothrodus sedentarius Poey = Chaet. gracilis Günth.

" (") *maculocinctus* Blkr = Sarothrodus maculocinctus Gill.

" (") *sanctae Helenae* Blkr = Chaetodon sanctae Helenae Günth.

Tetragonoptrus (*Tetragonoptrus*) *punctato-fasciatus* Blkr = Chaetodon punctato-fasciatus CV. = Chaetodon punctato-lineatus Gron. = Citharoedus punctato-fasciatus Kp = Tetragonoptrus punctato-fasciatus Blkr = Chaetodon multicinctus Garr.

" (") *miliaris* Blkr = Chaetodon miliaris QG. = Chaetodon citrinellus Brouss. = Chaetodon guttatissimus Benn. = Tetragonoptrus citrinellus Blkr.

" (") *octofasciatus* Blkr = Chaetodon octofasciatus Bl. = Chaet octolineatus Gron. = Citharoedus octofasciatus Kp = Tetragonoptrus octofasciatus Blkr.

" (*subg. dub.*?) *Klunzingeri* Blkr = Chaetodon guttatissimus (?) Klunz.

" (") *osseus* = Tholichthys osseus Günth. spec. dubia.

" (") *lunulatus* = Chaetodon lunulatus QG.

" (") *Layardi* = Chaetodon Layardi Blyth.

" (") *ataeniatus* = Sarothrodus ataeniatus Poey.

" (*Hemichaetodon*) *capistratus* Blkr = Chaetodon capistratus Bl. = Sarothrodus capistratus Poey.

" (*Chaetodontops*) *collaris* Blkr = Chaetodon collare Bl. = Chaet. superbus Brouss. = Chaet. reticulatus CV. = Chaet. praetextatus Cant. = Ch. viridis Blkr = Chaet. unifasciatus et parallelusGron. = Citharoedus collaris Kp.

" (") *aureus* Blkr = Chaetodon aureus Schl. (nec Bl.).

" (") *ocellatus* Blkr = Chaetodon ocellatus et bimaculatus Bl. = Sarothrodus bimaculatus Poey.

" (" ?) *amplexicollis* = Sarothrodus amplexicollis Poey (an juven. spec. praeced?).

" (") *selene* Blkr = Chaetodon et Tetragonoptrus selene Blkr.

" (") *pelewensis* Blkr = Chaetodon pelewensis Kner.

" (") *nigrirostris* Blkr = Sarothrodus nigrirostris Gill; — an = spec. sequens?

Tetragonoptrus (*Chaetodontops*) *fasciatus* Blkr. = Chaetodon fasciatus Forsk. = Chaet. flavus Bl. Schn. = Pomacentrus lunula Lac. = Chaet. lunula et biocellatus CV. = Chaet. ocellatus, Sarothrodus lunula et Tetragonoptrus fasciatus, lunula et biocellatus Blkr = Chaet. Wiebeli Kp.

" (") *melanotus* Blkr = Chaetodon melanotus Bl.Schn. = Chaet. dorsalis Rwdt = Chaet. marginatus Ehr. = Chaetodon Abhortani CV = Tetragonoptrus melanotus et dorsalis Blkr

" (" ? ?) *pulcher* = Chelmo pulcher Steind.

" (" ?) *Dayi* Blkr = Tholichthys osseus Günth. ? Day (species dubia).

" (*Lepidochaetodon*) *unimaculatus* Blkr = Chaetodon unimaculatus Bl. = Citharoedus unimaculatus Kp = Tetragonoptrus unimaculatus Blkr.

" (") *Kleini* Blkr = Chaet. Kleini Bl. = Chaet. melastomus et melammystax Bl.Schn. = Chaet. flavescens Benn. = Chaet. virescens CV. = Citharoedus melastomus Kp = Tetragonoptrus melastomus Blkr.

" (") *melanopoma* Blkr = Chaetodon melanopoma Playf.

" (*Linophora*) *auriga* Blkr = Chaetodon auriga Forsk. = Chaetodon setifer Bl. = Pomacentrus setifer Lac. = Chaetodon nesogallicus et sebanus CV. = Chaetodon lunaris Gron. = Linophora auriga Kp = Sarothrodus auriga et Tetragonoptrus auriga et nesogallicus Blkr.

" (") *vagabundus* Blkr = Chaetodon vagabundus L. = Chaetodon pictus Forsk. = Chaetodon decussatus CV. = Tetragonoptrus vagabundus Blkr.

" (") *Rafflesi* Blkr = Chaet. Rafflesi Benn. = Chaetodon princeps et Sebae CV. = Sarothrodus et Tetragonoptrus Rafflesi Blkr.

" (") *Mertensi* Blkr = Chaetodon Mertensi CV. (an et Günth. et Day?) = Chaetodon chrysurus Desj. = Citharoedus Mertensii Kaup.

" (") *xanthurus* Blkr = Chaetodon et Tetragonoptrus chrysurus Blkr (an = Tetragonoptrus (Linophora) Mertensi Blkr?

Tetragonoptrus (*Oxychaetodon*) *lineolatus* Blkr = Chaetodon lineolatus QG. = Chaetodon lunatus Ehr. = Chaetodon oxycephalus et Talli et Tetragonoptrus oxycephalus Blkr.

〃 (〃) *falcula* Blkr = Chaetodon falcula Bl. = Pomacentrus falcula Lac. = Chaetodon ulietensis CV. = Chaetodon dizoster CV.? = Tetragonoptrus falcula et ulietensis Blkr.

〃 (〃) *mesoleucus* Blkr = Chaetodon mesoleucus Forsk. (nec Bl.) = Chaetodon hadjan Bl.Schn.

〃 (〃) *semilarvatus* Blkr = Chaetodon semilarvatus Ehr.

〃 (〃) *ocellicauda* Blkr = Chaetodon ocellicauda CV.

〃 (〃) *nigripinnis* Blkr = Chaetodon nigripinnis Pet.

〃 (*Gonochaetodon*) *triangulum* Blkr. = Chaetodon triangulum, goniphoron et gonipheron K.V.H. = Chaetodon baronessa et karraf CV. = Chaetodon larvatus Ehr. = Citharoedus triangulum Kp = Sarothrodus et Tetragonoptrus baronessa Blkr.

Megaprotodon strigangulus Blkr = Chaetodon strigangulus Sol. = Chaetodon trifascialis et Taunayi QG. = Chaetodon bifascialis et Leachii CV. = Eteira triangularis, Taunayi et Leachii Kp = Sarothrodus et Tetragonoptrus striangulus Blkr.

La Haye, Janv. 1876.

OVER HET

BETREKKELIJK AANTAL BOTSINGEN,

DAT EEN MOLEKUUL ONDERGAAT, WANNEER HET ZICH BEWEEGT DOOR BEWEGENDE MOLEKULEN OF DOOR MOLEKULEN, DIE MEN ONDERSTELT STIL TE STAAN;

ALSMEDE OVER DEN

INVLOED VAN DE AFMETINGEN DER MOLEKULEN

VOLGENS DE RICHTING DER RELATIEVE BEWEGING OP HET AANTAL DIER BOTSINGEN.

DOOR

J. D. VAN DER WAALS.



Tot het zoeken van bovengenoemde verhouding wordt men gebracht, door dat de rechtstreeksche vraag naar het aantal stooten, dat een molekuul ondervindt, als het zich door bewegende molekulen beweegt tot moeielijkheden aanleiding geeft. In de onderstelling dat de andere molekulen stilstaan, wordt dat aantal botsingen gemakkelijk gevonden. Heeft men dit laatste aantal, dan behoeft nog slechts de vraag beantwoord worden, die wij ons voorgenomen hebben te beantwoorden, om het aantal botsingen te kennen, dat inderdaad door een molekuul per sekonde wordt ondergaan.

Die vraag is reeds beantwoord door MAXWELL en door CLAUSIUS bij verwaarloozing van de afmeting der molekulen volgens de richting der relatieve beweging — en dan nog komen zij tot verschillende uitkomsten. CLAUSIUS vindt, dat de gevraagde

verhouding in dat geval gelijk is aan $\frac{4}{3}$, — MAXWELL daarentegen $= \sqrt{2}$.

Men wordt er dus toegebracht te onderzoeken, welke waarde als de ware is aan te merken. Uit de navolgende berekeningen zal de juistheid van MAXWELL's uitkomst $\sqrt{2}$ op nieuw blijken. Ofschoon in hoofdzaak de weg door MAXWELL aangewezen gevolgd is, heb ik toch gemeend in andere opzichten daarvan te moeten afwijken, vooreerst omdat ik wilde onderzoeken of ook door voortzetting van de berekening, waar CLAUSIUS ze eindigde, toen hij de waarde der gevraagde verhouding op $\frac{4}{3}$ bepaalde, MAXWELL's uitkomst kan gevonden worden, en ten tweede omdat de berekening van den invloed der afmeting der molekulen volgens de richting der betrekkelijke beweging een eenigzints anderen weg noodzakelijk maakte.

§ 1. Noemen wij met MAXWELL *) $f(x)\,dx$ het gedeelte van een aantal molekulen, dat een snelheid heeft, zoodanig dat de ontbondene dier snelheid volgens de X-as een waarde heeft tusschen x en $x + dx$, dan moet

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1.$$

Om den vorm van $f(x)$ te bepalen, kan men aldus te werk gaan:

Het aantal molekulen, waarvan de ontbondene der snelheid zoowel tusschen x en $x + dx$, y en $y + dy$, z en $z + dz$ ligt is, als n voorstelt het aantal bevat in het volume

$$n f(x) f(y) f(z)\, dx\, dy\, dz$$

Zoo deze molekulen te gelijker tijd den oorsprong verlieten, zouden zij na een sekonde, dus te gelijker tijd, bevat zijn in een element der ruimte $dx\,dy\,dz$, gelegen om een punt P, waarvan de coördinaten zijn x, y en z.

---

*) *Phil. Mag.*, XIX, pag. 19 (1860).

Lag dat punt op de X-as, op een afstand r van den oorsprong, dan zou de factor van $d\,x\,d\,y\,d\,z$ gelijk zijn aan

$$n\,f(r)\,f(0)^2.$$

Ligt het ergens anders in de ruimte, maar op even grooten afstand van den oorsprong, dan moet die factor even groot gevonden worden, omdat volgens alle richtingen de wet der snelheid dezelfde is; dus moet

$$f(x)\,f(y)\,f(z) = f\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right) . f(0)^2$$

en dus ook

$$f(x)^3 = f(0)^2\,f(x\sqrt{3}) \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,\,(I).$$

Dachten wij het punt P in het X Y-vlak, dan vinden wij

$$f(x)\,f(y)\,f(0) = f(0)^2\,f\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)$$

of

$$f(x)^2 = f(0)\,f(x\sqrt{2}) \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,\,(II).$$

Zoeken wij nu eerst welke functie aan het kenmerk (I) voldoet. Zij *Nep. log* $\left[f(x)\right] = \varphi(x)$, dan volgt uit (I)

$$3\,\varphi(x) = 2\,\varphi(0) + \varphi(x\sqrt{3})$$
$$3\,\varphi'(x) = \sqrt{3}\,\varphi'(x\sqrt{3})$$
$$\varphi''(x) = \varphi''(x\sqrt{3}) \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,\,(1).$$

Denken wij nu twee assen loodrecht op elkander, en nemen wij op een dier assen abscissen gelijk aan *Nep. log* x, en voegen daarbij ordinaten gelijk aan $\varphi''(x)$, dan drukt vergelijking (1) uit, dat de aldus geconstrueerde lijn een periodieke functie zal voorstellen, waarvan de periode gelijk aan $\frac{1}{2}$ *Nep. log* 3 is.

Zoeken wij op dezelfde wijze, welke functie aan het kenmerk (II) voldoet, dan vinden wij

$$\varphi''(x) = \varphi''(x\sqrt{2}) \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,\,(2)$$

en dus dat de hierboven gedachte lijn, behalve de periode $\frac{1}{2}$ *Nep. log* 3, ook een periode $\frac{1}{2}$ *Nep. log* 2 zou moeten hebben. Die 2 voorwaarden zijn met elkander in strijd, tenzij die lijn een rechte zij evenwijdig aan de as, of met andere woorden $\varphi''(x)$ moet constant zijn.

Lichtelijk wordt nu gevonden, dat

$$f(x) = Ce^{-\frac{x^2}{\alpha^2}}$$

zal moeten zijn. Het negatieve teeken voor x^2, omdat de functie een afnemende zal moeten zijn. De beteekenis van α, die ingevoerd is moeten worden om de functie homogeen te maken, zal later blijken. De waarde van C wordt uit de voorwaarde $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ gevonden n.l. $C = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}}$.

§ 2. Deze vorm bekend zijnde wordt uit hetzelfde aantal molekulen, bevat in het element der ruimte om P, ook gemakkelijk de wet der snelheden gevonden.

De hoeveelheid $n f(x) f(y) f(z)\,dx\,dy\,dz$ is namelijk gelijk aan $\frac{n}{\alpha^3 \pi \sqrt{\pi}} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} r^2\,dr \sin\varphi\,d\varphi\,d\theta$, als wij het element der ruimte in de gewone polaire gegevens uitdrukken — φ de hoek tusschen de Z-as en den voerstraal naar P, en θ de hoek tusschen de X-as en de projectie van dien voerstraal op het XY-vlak. In dezen vorm ziet men het aantal molekulen, dat gelijktijdig den oorsprong verliet, de richting (φ, θ) volgde, en na 1 sekonde op een afstand van den oorsprong was aangekomen liggende tusschen r en $r + dr$. Integreerende naar θ, tusschen 0 en 2π vinden wij $\frac{2n}{\alpha^3\sqrt{\pi}} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} r^2\,dr \sin\varphi\,d\varphi$ voor het aantal, dat een hoek φ met de Z-as makende op een afstand tusschen r en $r + dr$ aangekomen was; en integreerende naar φ tusschen de grenzen 0 en π vinden wij $\frac{4n}{\alpha^3\sqrt{\pi}} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} r^2 dr$ voor het aantal wier snelheid tusschen r en $r + dr$ ligt. Volgens de wijze van

afleiding is er dus alleen spraak van positieve snelheden en moet dus $\int_0^\infty \frac{4}{\alpha^3 \sqrt{\pi}} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} r^2 \, dr = 1$ zijn.

§ 3. Daar $r^2 e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}}$ een maximumwaarde vertoont voor $r = \alpha$, is de beteekenis van α gevonden, en wel stelt zij voor de snelheid, die het meest voorkomt. Voor $r = 0$ en $r = \infty$ is $\frac{r^2}{1} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} = 0$ gelijk te wachten was.

Zoeken wij de gemiddelde snelheid, dan vinden wij door $\frac{4\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{r^2}{\alpha^2} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} \frac{dr}{\alpha} \cdot \frac{r}{\alpha}$ haar waarde gelijk aan $\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$. Voor de middenwaarde van het quadraat der snelheid levert $\frac{4\alpha^2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{r^4}{\alpha^4} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} \frac{dr}{\alpha}$ de waarde $\frac{3}{2}\alpha^2$. Voor de som van de levende kracht dus $\frac{3}{4}\alpha^2 \Sigma m$. Schrijven wij $\frac{3}{4}\alpha^2 \Sigma m = \frac{1}{2} V^2 \Sigma m$, door V, even als CLAUSIUS dit doet, verstaande de snelheid, die als alle molekulen die hadden, dezelfde levende kracht zou opleveren als de werkelijk voorhanden snelheid, dan is $\alpha = V\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Zoo vinden wij bijv. voor zuurstof, waarvoor CLAUSIUS V gelijk 461 Meter opgeeft, als waarde van de snelheid die het meeste voorkomt 376 Meter; de gemiddelde snelheid $\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$ gelijk aan 425 Meter.

§ 4. Gaan wij er nu toe over het aantal botsingen te zoeken, dat de molekulen gemiddeld per sekonde ondergaan, vooreerst ook nog bij verwaarloozing van de afmeting volgens de richting der beweging, in de 3 volgende gevallen:

a. Dat een molekuul zich beweegt door zelf niet bewegende molekulen; *b* dat een molekuul alleen in rust verkeert te midden van bewegende molekulen; en *c* het aantal stooten, dat een

molekuul ondervindt, als het zich beweegt te midden van bewegende molekulen.

a. Het gemakkelijkst vinden wij in dit geval de uitkomst, als wij het bewegende molekuul, dat wij den bolvorm toekennen, ons als mathematische figuur voorstellen, die dus in haar beweging door de aanwezige molekulen niet wordt gestoord. Beschrijven wij om de lijn, die het middelpunt van het molekuul volgt, als as een cilinder met een grondvlak dat tot straal heeft de diameter s van het molekuul, dan zullen al de in dien cilinder aanwezige molekulen door het bewegende worden ontmoet. In een sekonde dus een aantal $n \pi s^2 v$, als n het aantal molekulen in de eenheid van volume, en v de snelheid van het bewegende molekuul voorsteIt. Het oogenblik van ontmoeting rekenen wij dan, als het bewegende middelpunt de projectie is van elk zich in genoemden cilinder bevindend molekuul Deze beschouwing komt overeen met het zich voorstellen van de molekulen als schijven loodrecht op de richting der beweging. Daar het bewegend molekuul alle mogelijke snelheden zou kunnen bezitten, moeten wij de middenwaarde der snelheid invoeren, en vinden wij dus in geval (*a*)

$$N = n \pi s^2 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}.$$

b. Denken wij nu het beschouwde molekuul zelf stil, dan kunnen wij om een bol met tweemaal zoo grooten straal als het molekuul heeft, ombullende cilindervlakken beschrijven, wier assen alle mogelijke richtingen aangeven. Gaan wij nu eerst het aantal stooten na te wijten aan de molekulen, wier snelheid tusschen v en $v + dv$ ligt Dat aantal bedraagt $\frac{4n}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha}$.

Van dat aantal beweegt zich een gedeelte $\frac{\sin \varphi \, d\varphi}{2} \frac{d\theta}{2\pi}$ evenwijdig aan de as van een cilinder, die een richting (φ, θ) heeft, en de zin dier beweging kunnen wij naar het stilstaande punt gericht denken. Geven wij zulk een cilinder, die een grondvlak πs^2 heeft, een hoogte $v\,dt$, dan zullen allen, die indien cilinder volgens de as gericht zijn, in den tijd dt het stilstaande molekuul bereiken. Dat aantal bedraagt

$$n \pi s^2 v\, dt \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{2} \frac{d\theta}{2\pi}.$$

Voor het geheele aantal stooten in 1 sekonde vinden wij dan even als in geval (*a*) $n \pi s^2 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$, zoodat dus deze twee gevallen in dit opzicht als gelijkwaardig mogen beschouwd worden.

c. Het derde geval kunnen wij tot het tweede terug brengen, als wij de relatieve beweging der andere molekulen ten opzichte van het beschouwde molekuul invoeren.

Laat het molekuul, dat wij beschouwen, een snelheid v hebben, en de snelheid der anderen door u worden voorgesteld; de zin dier richting steeds naar het molekuul gericht gerekend. De hoek tusschen de snelheden zij φ; dan is de relatieve snelheid $= \sqrt{v^2 + u^2 + 2uv \cos\varphi}$, en geven wij de andere molekulen deze snelheid, dan mogen wij het molekuul zelf tot rust gebracht denken. Gaan wij verder te werk zooals ingeval (*b*), dan vinden wij, dat het molekuul met de snelheid v een aantal botsingen per sekonde ondergaat, gelijk aan

$$n \pi s^2 \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \int_0^\pi \sqrt{v^2 + u^2 + 2uv\cos\varphi}\; \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi}.$$

Nu is de waarde van $\int_0^\pi \sqrt{(v^2 + u^2 + 2uv\cos\varphi)}\, \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{2}$ verschillend, naargelang wij $u < v$ of $u > v$ onderstellen. In het eerste geval vinden wij $v + \frac{u^2}{3v}$, in het tweede $u + \frac{v^2}{3u}$. Bovenstaande integraal wordt dus in twee anderen gesplitst:

$$n \pi s^2 \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^v \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \left(v + \frac{u^2}{3v}\right) + \int_v^\infty \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \left(u + \frac{v^2}{3u}\right) \right\}$$

en dus voor de middenwaarde van het aantal botsingen van een molekuul per sekonde:

$$N = n\pi s^2 \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \left\{ \int_0^v \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \left(v + \frac{u^2}{3v}\right) + \int_v^\infty \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \left(u + \frac{v^2}{3u}\right) \right\}$$

Deze integraal kan op de volgende wijze gevonden worden.

Denken wij ons twee onderling loodrechte assen, waarop wij u en v als coördinaten uitzetten, dan kunnen wij elk gedeelte bijv.

$$\int_0^\infty \int_v^\infty \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \cdot \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \left(u + \frac{v^2}{3u}\right). \,^{*)}$$

beschouwen als een lichamelijken inhoud tusschen het U V vlak begrepen en een oppervlak, dat tot vergelijking heeft

$z =$ de factor van $du\, dv$.

Uit de waarde der grenzen voor u nl. $u = \infty$ en $u = v$ volgt, dat de integraal zich moet uitstrekken boven deelen van het U V vlak, liggende tusschen de U as en een lijn, die den hoek tusschen de U as en de V as midden doordeelt; terwijl de grenzen van v van 0 tot ∞ aantoonen, dat de integraal zich over dat geheele achtste gedeelte van het U V vlak uitstrekt. Voeren wij polaire coördinaten in, nemende $u = r \cos \psi$ en $v = r \sin \psi$, dan wordt de beschouwde inhoud gelijk aan:

$$\alpha \int_0^\infty \int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{r^6}{\alpha^6} \frac{dr}{\alpha} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} \left(\sin^2 \psi - \frac{2}{3} \sin^4 \psi\right) \cos \psi \, d\psi.$$

Voor het andere gedeelte van de integraal van N, vinden wij door $\cos \psi$ en $\sin \psi$ met elkander te verwisselen:

$$\alpha \int_0^\infty \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} \frac{r^6}{\alpha^6} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} \frac{dr}{\alpha} \left(\cos^2 \psi - \frac{2}{3} \cos^4 \psi\right) \sin \psi \, d\psi$$

---

*) De transformatië, die ik deze integraal heb doen ondergaan om de waarde er van te berekenen, is voor dit gedeelte van N niet noodzakelijk — wel schijnt zij mij noodzakelijk toe voor het andere gedeelte.

de grenzen van u gelijk 0 en v zijnde, moet dit deel der integraal over het andere gedeelte van het quadrant worden uitgestrekt.

Zet men in de laatste integraal $\psi = \frac{1}{2}\pi - \psi'$, dan wordt zij

$$\alpha \int_0^\infty \int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}} \frac{r^6}{\alpha^6} \frac{dr}{\alpha} \left(sin^2 \psi' - \frac{2}{3} sin^4 \psi' \right) cos\, \psi'\, d\, \psi'$$

en vindt men dus voor beide gedeelte van N even groote waarde.

Elk dezer integralen heeft een waarde gelijk aan $\frac{2\sqrt{\pi}}{16}\sqrt{2}$, zoodat wij vinden:

$$N = n\pi s^2 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2}.$$

Deze uitkomst vergelijkende met die ingeval (a) en (b) verkregen, vindt men MAXWELL's uitkomst $\sqrt{2}$ voor de verhouding van het aantal botsingen in genoemde veronderstellingen.

§ 5. Ofschoon MAXWELL dus een grootere coëfficient vindt, waarmede de uitkomst in de onderstelling (a) en (b) moet vermenigvuldigd worden om de uitkomst in de onderstelling (c) te vinden dan CLAUSIUS geeft, zal toch het aantal botsingen, volgens MAXWELL berekend, kleiner zelfs gevonden worden, dan CLAUSIUS ze zou moeten vinden, als hij nl. steeds voor de middenwaarde van v die zou nemen, welke uit de gemiddelde levende kracht volgt.

Immers volgens MAXWELL's uitkomst is $N = n\pi s^2 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2}$,

en zooals wij vroeger zagen is $\alpha = V\sqrt{\frac{2}{3}}$, als V de door CLAUSIUS opgegeven snelheid beduidt; bijgevolg

$$N = n\pi s^2 \frac{4}{3} V\sqrt{\frac{3}{\pi}}.$$

Wij vinden dus slechts $\sqrt{\frac{3}{\pi}} = 0,979$ van het aantal, dat gevonden zou worden, als wij al de molekulen een gelijke snelheid, berekend uit de gemiddelde levende kracht, zouden toegekend hebben; in dat geval nl. is de factor dan ook zooals CLAUSIUS dien stelt niet $\sqrt{2}$ maar $\frac{4}{3}$.

§ 6. Op den gemiddelden weg tusschen twee botsingen zal het verschil der factoren $\sqrt{2}$ en $\frac{4}{3}$ zich in zijn volle waarden doen gevoelen.

Wat wij door gemiddelden weg verstaan ingeval (a) is gemakkelijk in te zien. Het stelt de middenwaarde voor van de wegen, die een zelfde molekuul, dat onveranderde snelheid zou behouden, zou afleggen tusschen twee opvolgende botsingen. Daar het aantal botsingen $n\pi s^2 v$ per sekonde bedraagt, moet $n\pi s^2 v l = v$ of $l = \frac{1}{n\pi s^2}$ zijn. Dachten wij de snelheid veranderlijk, dan zouden wij toch tot dezelfde uitkomst komen. Bedenken wij nl. dat de kans, dat de snelheid van een molekuul op een gegeven oogenblik tusschen v en $v + dv$ ligge, even groot is, als dat gedeelte van de aanwezige molekulen, waarvan de snelheid tusschen v en $v + dv$ ligt, bedraagt. Volgens de regelen der waarschijnlijkheidsrekening ondervindt het dus indertijd dt een aantal botsingen $\frac{4n}{\sqrt{\pi}} \pi s^2 \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} v dt$. Is l_1 de gemiddelde weg, dan moet l_1 gelijk zijn aan den weg in dien tijd afgelegd gedeeld door het aantal stooten. Die weg bedraagt evenzoo volgens de waarschijnlijkheidsrekening

$$\frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} v dt$$

of

$$l_1 = \frac{1}{n\pi s^2}.$$

Door gemiddelden weg in geval (*b*) zouden wij moeten verstaan den weg, dien een molekuul gemiddeld aflegt tusschen het oogenblik, waarop een vorige botsing plaats greep, en het oogenblik, waarop het zelf het stilstaande molekuul ontmoet. Het komt mij twijfelachtig voor of wij dezelfde waarde zouden vinden als ingeval (*a*). Maar die uitkomst is voor het volgende niet noodig, en ga ik dus verder met stilzwijgen voorbij.

Voor den gemiddelden weg in onderstelling (*c*), waarbij wij weder hetzelfde verstaan als in onderstelling (*a*), vinden wij

$$l_3 = \frac{1}{n \pi s^2 \sqrt{2}}.$$

Elk molekuul nl. ondervindt gemiddeld $n \pi s^2 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2}$ stooten en legt gemiddeld $\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$ weg af.

Volgens CLAUSIUS zou dit zijn:

$$l_3 = \frac{1}{n \pi s^2 \frac{4}{3}}.$$

§ 7. Gaan wij er nu toe over den invloed te bepalen van de afmetingen der molekulen volgens de richting der relatieve beweging op het aantal botsingen.

In mijn proefschrift: „Over de continuiteit van den gas- en vloeistof-toestand" heb ik er opmerkzaam opgemaakt, dat dit tot hiertoe was verzuimd geworden, en heb ik een poging beproefd dien invloed te berekenen. En ofschoon ik erkennen moet, dat de wijze, waarop ik daar heb voorgesteld, hoe ik tot mijn resultaat gekomen ben, aanleiding tot gegronde kritiek geeft, is dat resultaat toch zooals de heer D. J. KORTEWEG aantoont, volkomen juist.

Eerst nu is door CLAUSIUS (*Ann. der Physik und Chemie von* POGGENDORFF. Ergänz. Band VII, Stück 2 pag 242 enz.) een arbeid medegedeeld, waarin hij, misschien onbekend er mede, dat dit reeds vroeger verricht was, den invloed der

dikte der molekulen op het aantal botsingen nagaat. CLAUSIUS vindt echter een tweemaal zoo grooten invloed als ik had gevonden. Daarom heb ik het noodig geacht de zaak nog eens van naderbij te beschouwen. Ik heb de bevestiging gevonden van mijn vroeger resultaat, op een wijze, die ik hier mededeel, al komt zij ook in sommige opzichten overeen met die van den heer KORTEWEG.

In § 4 hebben wij ingeval (c) gevonden, dat een molekuul met een snelheid v van de molekulen met een snelheid tusschen u en $u + du$ volgens een richting (φ, θ) ten opzichte der lijn volgens welke de snelheid u geschiedt, een aantal stooten ontvangt, aangegeven door de uitdrukking

$$\frac{4 n \pi s^2}{\sqrt{\pi}} \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \sqrt{v^2 + u^2 + 2 uv \cos\varphi} \frac{\sin\varphi \, d\varphi}{2} \frac{d\theta}{2\pi}.$$

Dit zou bij verwaarloozing der dikte in den tijd van een sekonde plaats grijpen; wij zullen nu zien, in hoever die tijd verkort wordt door de dikte in rekening te brengen. Zoeken wij daartoe de verkorting van den relatieven weg, die het gevolg is van het toekennen van afmetingen volgens de richting der relatieve beweging. Denken wij het eene molekuul in rust gebracht, dan hebben wij vroeger het oogenblik van botsing gerekend, als het bewegend molekuul de projectie was van het stilstaand op de richting der in dit geval relatieve beweging; of met andere woorden, als het middelpunt van het bewegend molekuul was aangekomen in een middenvlak loodrecht op de relatieve beweging; en de verkorting van den relatieven weg is dus de een of andere ordinaat van een bolvormig oppervlak, concentrisch met het tot rust gebrachte molekuul en met een straal gelijk aan den diameter van het molekuul — die ordinaat steeds loodrecht staande op het vroeger genoemde middenvlak. Gemiddeld bedraagt die verkorting $\frac{2}{3} s$, gelijk uit den inhoud van den halven bol blijkt, daar de kans, dat een molekuul dat middenvlak zou treffen in zeker punt, voor alle punten even groot is. Maar die $\frac{2}{3} s$ is de verkorting van den relatieven weg, en daarvan komt een gedeelte gelijk aan

$$\sqrt{\frac{u}{(v^2 + u^2 + 2\, u\, v \cos\varphi)}}$$

voor rekening van het botsende molekuul en een gedeelte gelijk aan

$$\sqrt{\frac{u}{(v^2 + u^2 + 2\, u\, v \cos\varphi)}}$$

voor het andere, zoodat dus voor elken stoot, die op het laatste molekuul plaats grijpt een gemiddelde verkorting van den weg gevonden wordt voor het botsende molekuul gelijk aan

$$\frac{2}{3} s \sqrt{\frac{u}{(v^2 + u^2 + 2\, uv \cos\varphi)}}$$

Dit gesommeerd voor alle botsingen geeft

$$\frac{2}{3}\, s\, \pi\, n s^2 \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \int_0^\pi \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi}$$

en de waarde van die integraal is

$$\frac{2}{3} n\, \pi\, s^3 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}.$$

Daar deze waarde onafhankelijk is van de snelheid v, zal zij voor elk molekuul gelden. Dezelfde waarde zal men ook vinden, als wij voor het tot rust gebrachte molekuul zoeken, hoeveel weg het om het vroeger gevonden aantal botsingen $n\, \pi\, s^2 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2}$ te ontvangen minder behoeft af te leggen, nu wij de dikte in rekening brengen. Zonder de dikte moest het een weg $\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$ afleggen om genoemd aantal botsingen te ontvangen; nu $\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} - \frac{2}{3} n\, \pi\, s^3 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$. In omgekeerde reden, waarin die wegen tot elkander staan, zal het aantal botsingen zich verhouden in een gelijken tijd ondervonden. Die verhouding bedraagt

$$\frac{1}{1 - \frac{2}{3} n\, \pi\, s^3}$$

of als v het uitwendig volume voorstelt, en b_1 het volume der daarin bevatte molekulen, zooals ik vroeger daarvoor had opgegeven

$$\frac{v}{v - 4b_1}.$$

Clausius vindt voor die verhouding

$$\frac{v}{v - 8b_1}.$$

§ 8. Misschien is het niet van nut ontbloot na te gaan, op welke wijze Clausius tot zijn uitkomst komt, en te zien wat aanleiding geeft tot het vinden van den factor 8. Clausius denkt zich *één* bewegend molekuul, en de anderen in rust. Dat bewegende molekuul herleidt hij tot een punt, terwijl hij de anderen tweemaal zoo grooten straal geeft. Dan beweegt zich een punt in een ruimte, die met 8 maal het volume der molekulen verminderd is. En werkelijk, als het geval zich zoo voordeed, dat een molekuul zich beweegt te midden van *vaststaande*, na den stoot ook nog *stilstaande* molekulen, dan was de uitkomst van Clausius gewettigd. Maar op twee verschillende wijzen kan men inzien, dat voor het geval, zooals het zich in de werkelijkheid voordoet, slechts de helft van 8 zal moeten genomen worden. Vooreerst, als wij bedenken, dat bij een stoot, als beide molekulen bewegen, wat natuurlijk het gewone geval is, de verkorting van den weg, zooals Clausius die beschouwt, niet geheel op rekening van een der beide molekulen mag geschoven worden; dat dus wat Clausius aan een molekuul toeschrijft voor 2 samen geldt. En ten tweede — zelfs al rekenden wij alle molekulen voor een oogenblik stil te staan op een enkel na, dat wij lieten bewegen, dan nog zullen wij de helft van 8 vinden, als wij nl. de molekulen niet bovendien nog als *vaststaande* beschouwen; en nu moge het al geoorloofd zijn de molekulen voor een oogenblik stil te laten staan, wij mogen dan toch niet zonder krachten aan te brengen, die de zaak geheel van aard zouden doen veranderen, ze ook als *vast* denken, waarbij zij op een andere wijze de wetten van terugkaatsing zouden volgen, dan als wij na ze de beweging ontnomen te hebben ten minste de bewegelijkheid nog

toelaten. Laten wij de stilstaande molekulen hun bewegelijkheid, dan zal een botsend molekuul na den stoot zich bewegen volgens een raaklijn aan het punt waar het stilstaand molekuul getroffen werd. Immers de normale component der snelheid wordt door het stilstaande molekuul geheel overgenomen; alleen de tangentieele component blijft behouden. Daaruit volgt dat aan het begin van elken nieuwen weg geen afstand door de botsing verloren gaat, terwijl volgens CLAUSIUS voorstelling zoowel bij het begin als bij het eind een zekere weg zou verloren gaan. Vandaar dan ook, dat CLAUSIUS het dubbel vindt van wat gevonden moest worden.

§ 9. Vatten wij den inhoud samen, dan is gebleken:

a. dat MAXWELL terecht voor de verhouding tusschen het aantal botsingen, dat een molekuul ontvangt, als het zich beweegt door bewegende of te midden van in rust gedachte molekulen, de waarde $\sqrt{2}$ geeft, als wij de afmeting der molekulen verwaarloozen volgens de richting der relatieve beweging.

b. dat zoo wij die afmeting in rekening brengen het aantal botsingen voor een bewegend molekuul te midden van bewegende molekulen nog vermenigvuldigd moet worden met $\frac{v}{v - 4\, b_1}$. Het gemiddeld aantal botsingen bedraagt dus per sekonde voor elk molekuul, als α de meest-voorkomende snelheid is, en A dat gedeelte van het schijnbaar volume dat door de molekulen wordt ingenomen:

$$N = n\, \pi\, s^2\, \frac{2\, \alpha \sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{1 - 4\, A}$$

of als wij de gemiddelde snelheid uit de levende kracht berekend V noemen

$$N = n\, \pi\, s^2 \frac{4}{3}\, V \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cdot \frac{1}{1 - 4\, A}.$$

c. dat de waarde, die CLAUSIUS (POGG. *Ann.* Ergänz. Band VII Stück 2 pag. 250) voor den gemiddelden weg tusschen 2 botsingen opgeeft, nl. „Die mittlere Weglänge eines Mole„cüls verhält sich zu einem Achtel seines Durchmessers wie

„der von den Wirkungs-sphären der Molecüle frei gelassene „Theil des Raumes zu dem Theile des Raumes, welcher von „Wirkungs-sphären der Molecüle wirklich ausgefüllt wird" in twee opzichten onjuist is. Volgens CLAUSIUS is

$$\frac{l}{\frac{1}{8}s} = \frac{v(1-8A)}{b_1}$$

Hier is gevonden:

$$\frac{l}{\frac{1}{8}s} = \frac{v(1-4A)}{b_1 \frac{3}{4}\sqrt{2}}.$$

Deze formule moet slechts gelden, zoolang de kans, dat meer dan 2 molekulen tegelijk botsen, gelijk 0 mag gerekend worden met betrekking tot de kans dat slechts twee met elkander in botsing komen. Terwijl daarenboven ondersteld is, dat het volume van een molekuul door den stoot geen verandering ondergaat, of als die plaats heeft, die verandering onafhankelijk is van de snelheid van het botsende molekuul.

's Hage, 17 Dec. 1875.

OVER HET

AANTAL BOTSINGEN EN DEN GEMIDDELDEN BOTSINGS-AFSTAND

IN GASMENGSELS.

DOOR

J. D. VAN DER WAALS.

---

§ 1. Laat een volume, gelijk aan de eenheid, twee soorten van molekulen bevatten. De eerste groep, die wij de groep A zullen noemen, zij bepaald door de waarde α voor de snelheid, die het meest bij hen voorkomt, of door $\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$ voor de gemidddelde snelheid, of $\alpha\sqrt{\frac{3}{2}}$ voor de middenwaarde van het kwadraat hunner snelheden. Diezelfde grootheden zijn voor de groep B gelijk aan β, $\frac{2\beta}{\sqrt{\pi}}$ en $\beta\sqrt{\frac{3}{2}}$. Het aantal molekulen der groep A zij n en der groep B zij n_1 — dan stellen wij ons voor het aantal botsingen te bepalen, dat elk der molekulen ondergaat (a) van de molekulen van zijn eigen stelsel, (b) van die van het andere stelsel; en verder de gemiddelde lengte van den weg te bepalen, die tusschen twee opvolgende botsingen wordt afgelegd, ook met inachtneming van de afmeting volgens de richting der betrekkelijke beweging. Met verwaarloozing van die afmeting is die vraag reeds behandeld geworden door MAXWELL in zijn beroemd geworden verhandeling (Phil. Mag. XIX). Het in rekening brengen van die afmeting maakte een eenigszins afwijkende wijze van behandeling noodzakelijk.

§ 2. Kiezen wij een molekuul der groep A. Daar wij weder mogen aannemen, *) dat voor elke richting door een willekeurig punt gaande, de wet der snelheden dezelfde is, zal, wat ook overigens de waarde van α en β voor elk der stelsels bepaalt, het aantal molekulen der groep A, dat een snelheid heeft tusschen v en $v + dv$, door de wet van MAXWELL gegeven worden, nl.

$$n \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha}.$$

Noemen wij u de snelheid der andere molekulen van het zelfde stelsel, dan zal, zooals vroeger is aangetoond, het aantal stooten, dat een molekuul der groep A van de molekulen van zijn eigen stelsel ontvangt door de volgende integraal gegeven worden.

$$N_{11} = n \pi s^2 \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{u^2}{\alpha^2} e^{-\frac{u^2}{\alpha^2}} \frac{du}{\alpha} \times$$

$$\int_0^\pi \sqrt{v^2 + u^2 + 2uv\cos\varphi}\, \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi}$$

of

$$N_{11} = n \pi s^2 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2}.$$

§ 3. Op soortgelijke wijze wordt aangetoond, dat het aantal stooten, dat een molekuul der groep A van de molekulen der groep B ontvangt, wordt aangegeven door:

$$N_{12} = n_1 \pi \left(\frac{s + s_1}{2}\right)^2 \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{u^2}{\beta^2} e^{-\frac{u^2}{\beta^2}} \frac{du}{\beta} \times$$

$$\int_0^\pi \sqrt{v^2 + u^2 + 2uv\cos\varphi}\, \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi}.$$

*) Zie een vorig opstel over den botsings-afstand in een homogeen gas.

Deze integraal wordt teruggebracht tot:

$$n_1 \pi \left(\frac{s+s_1}{2}\right)^2 \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \times$$

$$\left\{\int_0^v \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{u^2}{\beta^2} e^{-\frac{u^2}{\beta^2}} \frac{du}{\beta}\left(v + \frac{u^2}{3v}\right) + \int_v^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{u^2}{\beta^2} e^{-\frac{u^2}{\beta^2}} \frac{du}{\beta}\left(u + \frac{v^2}{3u}\right)\right\}$$

Zoeken wij de waarde van elk der twee gedeelten van N_{12}, bijv. van het eerste gedeelte:

$$\int_0^\infty \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \int_0^v \frac{u^2}{\beta^2} e^{-\frac{u^2}{\beta^2}} \frac{du}{\beta}\left(v + \frac{u^2}{3v}\right).$$

Daartoe voeren wij twee nieuwe veranderlijken in, gegeven door de vergelijkingen $u = \beta x$ en $v = \alpha y$; de grenzen voor x worden $x_1 = 0$ en $x_2 = \frac{\alpha}{\beta} y$, en de grenzen van y van 0 tot ∞.

Wij verkrijgen dan:

$$\int_0^\infty y^2 e^{-y^2} dy \int_0^{\frac{\alpha}{\beta}y} x^2 e^{-x^2} \left(\alpha y + \frac{\beta^2 x^2}{3\alpha y}\right) dx.$$

Nemen wij twee onderling loodrechte assen, waar langs wij x en y als coördinaten uitgezet denken, dan kunnen wij de laatste integraal als een lichamelijken inhoud beschouwen, begrepen tusschen het XY-vlak en een oppervlak, dat tot vergelijking heeft:

$$z = y^2 e^{-y^2} x^2 e^{-x^2} \left(\alpha y + \frac{\beta^2 x^2}{3\alpha y}\right).$$

Door het invoeren van polaire coördinaten, door $x = r\cos\psi$ en $y = r\sin\psi$ te stellen, vinden wij:

$$z = r^5 e^{-r^2}\left(\alpha \sin^2\psi \cos^2\psi + \frac{\beta^2}{3\alpha}\cos^4\psi\right)\sin\psi.$$

De grenzen voor x, n.l. 0 en $\frac{\alpha}{\beta}y$, toonen aan, dat de integraal zich moet uitstrekken boven deelen van het X Y-vlak, liggende tusschen de Y-as en een lijn, waarvan de vergelijking is:

$$y = \frac{\beta}{\alpha} x.$$

Hieruit vinden wij de grenzen van ψ, n.l. $\psi_1 = \mathrm{Bg}\, tg \frac{\beta}{\alpha}$ en $\psi_2 = \frac{\pi}{2}$; terwijl de grenzen van y van 0 tot ∞ aantoonen, dat r eveneens van 0 tot ∞ zal moeten genomen worden. Wij hebben dus te bepalen:

$$\int_0^\infty r^6 e^{-r^2} dr \int_{\mathrm{Bg}\, tg \frac{\beta}{\alpha}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\alpha \sin^2 \psi \cos^2 \psi + \frac{\beta^2}{3\alpha} \cos^4 \psi\right) \sin \psi d\psi.$$

Door substitutie van $\psi' = \frac{\pi}{2} - \psi$, neemt het den vorm aan:

$$\int_0^\infty r^6 e^{-r^2} dr \int_0^{\mathrm{Bg}\, \sin \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}} \left(\alpha \sin^2 \psi' \cos^2 \psi' + \frac{\beta^2}{3\alpha} \sin^4 \psi'\right) \cos \psi' \, d\psi'$$

en dus gelijk aan:

$$\frac{15}{16}\sqrt{\pi} \cdot \frac{2}{15\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \cdot \frac{\alpha^6+3\alpha^4\beta^2}{(\alpha^2+\beta^2)^2} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{2\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\sqrt{\pi}} \frac{\alpha^6+3\alpha^4\beta^2}{(\alpha^2+\beta^2)^3}$$

Op gelijke wijze vinden wij voor het andere gedeelte van N_{11} n.l. voor

$$\int_0^\infty \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \int_v^\infty \frac{u^2}{\beta^2} e^{-\frac{u^2}{\beta^2}} \frac{du}{\beta} \left(u + \frac{v^2}{3u}\right)$$

de waarde

$$\frac{\pi}{16} \cdot \frac{2\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\sqrt{\pi}} \frac{3\alpha^2\beta^4+\beta^6}{(\alpha^2+\beta^2)^3}$$

of

$$N_{1,2} = n_1 \pi \left(\frac{s + s_1}{2}\right)^2 . \frac{2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\sqrt{\pi}}.$$

§ 4. Wij vinden dus voor elk molekuul der groep A, bij verwaarloozing der afmeting volgens de relatieve beweging per sekonde een aantal botsingen gelijk aan

$$N_1 = n \pi s^2 \frac{2\alpha\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} + n_1 \pi \left(\frac{s + s_1}{2}\right)^2 \frac{2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\sqrt{\pi}}$$

en voor elk molekuul der groep B

$$N_2 = n_1 \pi s_1^2 \frac{2\beta\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} + n \pi \left(\frac{s + s_1}{2}\right)^2 \frac{2\sqrt{\alpha + \beta^2}}{\sqrt{\pi}}.$$

En de gemiddelde weg tusschen twee botsingen voor een molekuul der groep A is in die onderstelling gegeven door

$$\frac{1}{l_1} = n \pi s^2 \sqrt{2} + n_1 \pi \left(\frac{s + s_1}{2}\right)^2 . \sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2}}$$

en voor die van groep B

$$\frac{1}{l_2} = n_1 \pi s_1^2 \sqrt{2} + n \pi \left(\frac{s + s_1}{2}\right)^2 \sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2}}.$$

Het totaal aantal botsingen in een sekonde bedraagt voor de molekulen der eerste groep onderling $\frac{1}{2} n^2 \pi s^2 \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2}$, voor die der tweede groep onderling $\frac{1}{2} n_1^2 \pi s_1^2 \frac{2\beta}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2}$. Het aantal botsingen der ongelijksoortige molekulen bedraagt $n n_1 \pi \left(\frac{s + s_1}{2}\right)^2 \frac{2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\sqrt{\pi}}$.

Wil men weten, hoeveel malen per sekonde een nieuwe weg begint, dan moet het dubbel der vorige grootheden genomen worden.

§ 5. Wij zullen er nu toe over gaan den invloed te bepalen op deze grootheden, als wij de afmeting volgens de betrekkelijke beweging in rekening brengen. Daartoe zullen wij moeten bepalen, hoeveel weg er in dat geval minder moet afgelegd worden voor hetzelfde aantal botsingen, dan bij verwaarloozing dier afmeting. Gaan wij dit na voor de botsingen der ongelijksoortige molekulen. Bij elken stoot behoeft er dan gemiddeld een relatieve weg gelijk aan $\frac{2}{3}\frac{s+s_1}{2}$ minder afgelegd te worden. Voor het eene molekuul bedraagt dus de verkorting van den weg voor elken stoot

$$\frac{2}{3}\frac{s+s_1}{2}\cdot\frac{v}{\sqrt{v^2+u^2+2uv\cos\varphi}},$$

voor het andere

$$\frac{2}{3}\frac{s+s_1}{2}\frac{u}{\sqrt{v^2+u^2+2uv\cos\varphi}}.$$

Voor een aantal stooten gelijk aan

$$nn_1\pi\left(\frac{s+s_1}{2}\right)^2\int\frac{4v^2}{\sqrt{\pi}\alpha^2}e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}\frac{dv}{\alpha}\int\frac{4u^2}{\sqrt{\pi}\beta^2}e^{-\frac{u^2}{\beta^2}}\frac{du}{\beta}\sqrt{v^2+u^2+2uv\cos\varphi}$$

bedraagt dus de gezamenlijke verkorting

$$\frac{2}{3}nn_1\pi\left(\frac{s+s_1}{2}\right)^2\frac{2(\alpha+\beta)}{\sqrt{\pi}}.$$

Zoeken wij die verkorting voor de botsingen der molekulen van groep A onderling, dan vinden wij $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}n^2\pi s^2\frac{4\alpha}{\sqrt{\pi}}$, en voor die van groep B onderling $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}n_1^2\pi s_1^2\frac{4\beta}{\sqrt{\pi}}$. Terwijl er dus bij verwaarloozing der dikte voor het toen bepaalde aantal botsingen een gezamenlijke weg gelijk aan $n\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}+n_1\frac{2\beta}{\sqrt{\pi}}$

moest afgelegd worden, behoeft er bij inachtneming dier dikte slechts een weg gelijk aan

$$n\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}+n_1\frac{2\beta}{\sqrt{\pi}}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}n^2\pi s^3\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}n\ \pi s\ \frac{2\beta}{\sqrt{\pi}}-\frac{2}{3}nn_1\pi\left(\frac{s+s_1}{2}\right)^3\frac{2(\alpha+\beta)}{\sqrt{\pi}}$$

te worden afgelegd om hetzelfde aantal botsingen te doen plaats grijpen. Dus in minder tijd hetzelfde aantal botsingen of in 1 sekunde een aantal botsingen gelijk aan

$$\frac{\frac{1}{2}n^2\pi s^2\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}\sqrt{2}+nn_1\pi\left(\frac{s+s^1}{2}\right)^2\frac{2\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\sqrt{\pi}}+\frac{1}{2}n_1{}^2\pi s_1{}^2\frac{2\beta}{\sqrt{\pi}}\sqrt{2}}{1-\frac{2}{3}n\pi s^3\frac{n\alpha}{n\alpha+n_1\beta}-\frac{2}{3}n_1\pi s_1{}^3\frac{n_1\beta}{n\alpha+n_1\beta}-\frac{2}{3}nn_1\pi\left(\frac{s+s_1}{2}\right)^3\frac{\alpha+\beta}{n\alpha+n_1\beta}}.$$

Voor $s = s_1$ gaat de noemer over in $1-\frac{2}{3}(n+n_1)\pi s^3$, en bij verschil in de waarde van s en s_1 zal $1-\frac{2}{3}n\pi s^3-\frac{2}{3}n_1\pi s_1{}^3$ als benaderde waarde kunnen gelden, dus het volume verminderd met 4 malen het volume der molekulen.

§ 6. Op de volgende wijze kan gevonden worden, aan welke voorwaarde de waarden van α en β moeten voldoen, opdat de twee stelsels in den stationairen toestand kunnen verkeeren, waarin wij ze ondersteld hebben.

Als twee molekulen met de massa m en m_1 botsen, en hun snelheden v en u met de normaal op het gemeenschappelijk raakvlak hoeken φ en ψ maken, dan zal volgens de eigenschappen van volkomen veerkrachtige botsende lichamen, de snelheid na de botsing gevonden worden, bijv. voor het molekuul met de massa m door de vergelijking:

$$v'^2=v^2-\frac{4m_1}{(m+m_1)^2}\left[mv^2\cos^2\varphi-m_1u^2\cos^2\psi-(m-m_1)uv\cos\varphi\cos\psi\right].$$

Bij elke botsing dus van een molekuul der groep A met een van groep B verliest het eerste molekuul een hoeveelheid levende kracht.

$$V = \frac{2mm_1}{(m+m_1)^2}\left\{mv^2\cos^2\varphi - m_1u^2\cos^2\psi - (m-m_1)uv\cos\varphi\cos\psi\right\}$$

Onderzoeken wij, wat de gemiddelde waarde van deze uitdrukking wordt, als wij bij gegeven waarde van u en v, aan φ en ψ de hun in dat geval mogelijke waarden toekennen. Natuurlijk zouden wij een fout begaan, als wij alle richtingen van u en v met de normaal op het raakvlak bij de botsing als even waarschijnlijk rekenden. Behalve van de grootte van u en v zal de middenwaarde van V afhangen van den hoek, die beider richtingen met elkander maken. Wij kunnen die middenwaarde op de volgende wijze vinden; een eenvoudige figuur, waarvan wij de constructie echter aan den lezer overlaten, zij ons daarbij behulpzaam. Trekken wij uit zeker punt O, de lijnen OA en OB die den hoek θ insluiten. Nemen wij OA $= v$ en OB $= u$, zoodat die lijnen in richting en grootte de snelheden der botsende molekulen voorstellen. Trekken wij uit B de lijn BC evenwijdig en gelijk aan v, maar in tegengestelden zin, dan zal OC de betrekkelijke beweging van het tweede molekuul ten opzichte van het eerste voorstellen. Denken wij om O een bolvormig oppervlak geconstrueerd, met een middenvlak loodrecht op de betrekkelijke beweging, dan zal slechts de eene helft van dat bolvormig oppervlak punten bevatten, die, met O vereenigd, mogelijke standen van de normaal van de botsing aangeven, ten minste zoo lang u en v en θ onveranderd blijven. Die punten liggen over dat halve bolvormige oppervlak zoodanig verdeeld, dat hunne projectiën op genoemd middenvlak gelijkmatig verspreid liggen.

Nemen wij nu het punt, waar de betrekkelijke beweging den bol snijdt tot pool, en het door u en v gebrachte vlak tot eerste meridiaan, de poolsafstand γ en de lengte δ noemende, dan wordt de kans dat de normaal bij de botsing den stand (γ, δ) inneemt, voorgesteld door

$$\sin\gamma\, d\,\sin\gamma\, d\delta$$

en wij hebben dus te bepalen

$$\int_0^{2\pi} d\delta \int_0^1 \frac{2mm_1}{(m+m_1)^2}\left[mv^2\cos^2\varphi - m_1u^2\cos^2\psi - (m-m_1)uv\cos\varphi\cos\psi\right]\sin\gamma\, d\sin\gamma$$

wat wij niet doen kunnen, dan na alvorens φ en ψ in γ en δ te hebben uitgedrukt. Noemen wij daartoe de punten, waarin de lijnen OA, OB en OC den bol snijden a, b en c; verder de bogen ac en bc α en β, dan vinden wij uit den sphérischen driehoek tusschen a, c en eenig punt P van den bol, waarheen wij de normaal juist gericht denken,

$$\cos\varphi = \cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma\cos\delta$$

en evenzoo

$$\cos\psi = \cos\beta\cos\gamma + \sin\beta\sin\gamma\cos\delta.$$

Deze waarden in vorenstaande integraal gesubstitueerd, vindt men, daar

$$\int_0^1 \sin\gamma\, d\sin\gamma \int_0^{2\pi} \cos^2\varphi\, d\delta = \frac{\pi}{4}(2 - \sin^2\alpha)$$

$$\int_0^1 \sin\gamma\, d\sin\gamma \int_0^{2\pi} \cos^2\psi\, d\delta = \frac{\pi}{4}(2 - \sin^2\beta)$$

$$\int_0^1 \sin\gamma d\sin\gamma \int_0^{2\pi} \cos\varphi\cos\psi d\delta = \frac{\pi}{4}(2\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta) = \frac{\pi}{4}(2\cos\theta - \sin\alpha\sin\beta)$$

$$\pi\frac{mm_1}{(m+m_1)^2}\left\{\left[m v^2 - m_1 u^2 - (m - m_1)\, u v \cos\theta\right] - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2}\left[m v^2 \sin^2\alpha - m_1 u^2 \sin^2\beta - (m - m_1) uv \sin\alpha\sin\beta\right]\right\}$$

Deze uitdrukking wordt, daar

$$m v^2 \sin^2\alpha - m_1 u^2 \sin^2\beta - (m - m_1)\, u v \sin\alpha\sin\beta = 0$$

is, vereenvoudigd tot

$$\pi\frac{m m_1}{(m+m_1)^2}\left\{m v^2 - m_1 u^2 - (m - m_1)\, u v \cos\theta\right\}.$$

Daar de kans, dat in den tijd dt een molekuul der eerste groep met een snelheid v, botst tegen een der 2de groep met een snelheid u, terwijl die snelheden den hoek θ insluiten, volgens het voorgaande gelijk is aan

$$dt n_1 \pi \left(\frac{s+s_1}{2}\right)^2 \frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{v^2}{\alpha^3} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} dv \frac{4}{\alpha\sqrt{\pi}}\frac{u^2}{\beta^2} e^{-\frac{u^2}{\beta^2}} \frac{du}{\beta} \sqrt{v^2+u^2-2uv\cos\theta}\, \frac{\sin\theta d\theta}{2}$$

hebben wij nog, als wij willen zoeken dat gemiddelde verlies aan levende kracht van een molekuul van groep A, de waarde te bepalen van

$$\int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{v^2}{\alpha^3} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{u^2}{\beta^2} e^{-\frac{u^2}{\beta^2}} \frac{du}{\beta} \int_0^\pi \sqrt{(v^2+u^2-2uv\cos\theta)}\, \frac{\pi m m_1}{(m+m_1)^2} \times$$

$$\left\{ m v^2 - m_1 u^2 - (m - m_1)\, uv\cos\theta \right\} \frac{\sin\theta\, d\theta}{2}.$$

Deze integraal laat zich op soortgelijke wijze vinden, als wij hiervoor reeds gevolgd zijn.

In enkele trekken zullen wij den loop der bewerking en de volgorde der uitkomsten vinden.

Wij zullen weder moeten onderscheiden het geval $v > u$ en $v < u$.

Is $v > u$, dan levert de integratie naar θ

$$\frac{\pi}{2}\frac{m m_1}{(m+m_1)^2}\left\{ 2m\left(v^3 + \frac{2}{3} vu^2 - \frac{1}{15}\frac{u^4}{v}\right) - \frac{8}{3} m_1 \left(vu^2 + \frac{1}{5}\frac{u^4}{v}\right)\right\}$$

Is $v < u$ daarentegen

$$\frac{\pi}{2}\frac{m m_1}{(m+m_1)^2}\left\{ \frac{8}{3} m\left(uv^2 + \frac{1}{5}\frac{v^4}{u}\right) - 2 m_1 \left(u^3 + \frac{2}{3} uv^2 - \frac{1}{15}\frac{v^4}{u}\right)\right\}$$

Voor $v > u$ moet dus gezocht worden

$$\int_0^\infty \frac{v^2}{\alpha^2} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \frac{dv}{\alpha} \int_0^v \frac{u^2}{\beta^2} e^{-\frac{u^2}{\beta^2}} \frac{du}{\beta} \left\{ 2m\left(v^3 + \frac{2}{3} vu^2 - \frac{1}{15}\frac{u^4}{v}\right) - \frac{8}{3} m_1 \left(vu^2 + \frac{1}{5}\frac{u^4}{v}\right)\right\}$$

Voor $v < u$ daarentegen

$$\int_0^{\infty}\frac{v^2}{\alpha^2}e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}\frac{dv}{\alpha}\int_v^{\infty}\frac{u^2}{\beta^2}e^{-\frac{u^2}{\beta^2}}\frac{du}{\beta}\left\{\frac{8}{3}m\left(uv^2+\frac{1}{5}\frac{v^4}{u}\right)-2m_1\left(u^3+\frac{2}{3}uv^2-\frac{1}{15}\frac{v^4}{u}\right)\right\}$$

Na in de eerste dezer integralen $v = \alpha x$ en $u = \beta y$, en daarna $x = r\cos\varphi$ en $y = r\sin\varphi$ te substueeren, wordt zij

$$\int_0^{\infty} r^8 e^{-r^2}dr\int_0^{\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}}\sin^2\varphi\left\{2m\left(\alpha^3\cos^4\varphi+\frac{2}{3}\alpha\beta^2\cos^2\varphi\sin^2\varphi-\frac{1}{15}\frac{\beta^4}{\alpha}\sin^4\varphi\right)\right.$$
$$\left.-\frac{8}{3}m_1\left(\alpha\beta^2\cos^2\varphi\sin^2\varphi+\frac{1}{5}\frac{\beta^4}{\alpha}\sin^4\varphi\right)\right\}d\sin\varphi.$$

Die zelfde substituties herleiden de andere tot

$$-\int_0^{\infty} r^8 e^{-r^2}dr\int_0^{\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}}\sin^2\psi\left\{2m_1\left[\beta^3\cos^4\psi+\frac{2}{3}\beta\alpha^2\sin^2\psi\cos^2\psi-\frac{1}{15}\frac{\alpha^4}{\beta}\sin^4\psi\right]\right.$$
$$\left.-\frac{8}{3}m\left(\beta\alpha^2\cos^2\varphi\sin^2\psi+\frac{1}{5}\frac{\alpha^4}{\beta}\sin^4\psi\right)\right\}d\sin\psi.$$

De waarde van de eerste dezer integralen is gelijk aan

$$\int_0^{\infty} r^8 e^{-r^2}dr\left\{\frac{16\,m\,\alpha^2}{105\sqrt{(\alpha^2+\beta^2)}^7}\left[\alpha^8+4\alpha^6\beta^2+6\,\alpha^4\beta^4\right]-\right.$$
$$\left.-\frac{16\,m_1\,\beta^2}{105\sqrt{\alpha^2+\beta^2}^7}\left[\alpha^8+4\,\alpha^6\beta^2\right]\right\}.$$

De waarde der tweede wordt gevonden door α en β, m en m_1 met elkander te verwisselen in de eerste en ze negatief te nemen, dus

$$\int_0^{\infty} r^8 e^{-r^2}dr\left\{\frac{16\,m\,\alpha^2}{105\sqrt{\alpha^2+\beta^2}^7}\left[\beta^8+4\beta^6\alpha^2\right]-\right.$$
$$\left.-\frac{16\,m_1\,\beta^2}{105\sqrt{\alpha^2+\beta^2}^7}\left[\beta^8+4\beta^6\alpha^2+6\,\alpha^4\beta^4\right]\right\}.$$

De som levert

$$\int_0^\infty r^8 e^{-r^2} dr \, \frac{16}{105} \frac{m\alpha^2 - m_1\beta^2}{\sqrt{(\alpha^2+\beta^2)}} \left[\alpha^8 + 4\alpha^6\beta^2 + 6\alpha^4\beta^4 + 4\alpha^2\beta^6 + \beta^8\right]$$

of

$$\int_0^\infty r^8 e^{-r^2} d r \, \frac{16}{105} \sqrt{\alpha^2+\beta^2+} \left\{ m\alpha^2 - m_1\beta^2 \right\}.$$

Het verlies aan levende kracht voor een molekuul der groep A tengevolge zijner botsingen met de molekulen van groep B, bedraagt dus in den tijd dt

$$dt \, n_1 \pi \left(\frac{s+s_1}{2}\right)^2 . \frac{2\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\sqrt{\pi}} . \pi \frac{2mm_1}{(m+m_1)^2}\left(m\alpha^2 - m_1\beta^2\right)$$

of

$$dt \, N_{12} \; 2\pi \frac{mm_1}{(m+m_1)^2}\left(m\alpha^2 - m_1\beta^2\right).$$

Stellen wij de middenwaarde der levende kracht van de molekulen van groep A door $\frac{1}{2}\overline{mv^2}$ en van groep B door $\frac{1}{2}\overline{m_1 v_1^2}$ voor, dan wordt de laatst gevonden uitdrukking

$$dt \, N_{12} \; \frac{4}{3}\pi \frac{mm_1}{(m+m_1)^2}\left(\overline{mv^2} - \overline{m_1 v_1^2}\right).$$

Voor het doen voortduren van den ondersteld en stationairen toestand is dus noodig en voldoende, dat de gemiddelde levende kracht van een molekuul der beide stelsels gelijk zij.

's Hage, 29 December 1875.

OVER DE BEREKENING

VAN DEN

GEMIDDELDEN BOTSINGSAFSTAND DER GAS-MOLECULEN,

MET IN ACHTNEMING VAN AL HUNNE AFMETINGEN.

DOOR

D. J. KORTEWEG.

§ 1. De gemiddelde botsingsafstand der moleculen is door CLAUSIUS (POGG. *Annal.* S. 353. Bd. 100) berekend onder de volgende onderstellingen;

1°. dat de beweging der moleculen naar alle richtingen evenzeer plaats hebbe:

2°. dat de afmetingen der moleculen klein blijven in vergelijking met hunne onderlinge afstanden;

3°. dat hunne snelheden onderling gelijk zijn.

Bij deze berekening en bij die van MAXWELL zijn zooals door VAN DER WAALS in zijn akademisch proefschrift „over de continuïteit van den gas- en vloeistoftoestand" is opgemerkt, wel de afmetingen der moleculen loodrecht *op* de richting hunner betrekkelijke beweging, maar niet die *in* de richting dier beweging in rekening gebracht.

In het volgende nu wenschen wij eene poging te wagen om èn de derde aangevoerde beperkende omstandigheid te laten vervallen, èn de moleculen als bollen in rekening te brengen.

§ 2. Indien de verschillende moleculen verschillende snelheden bezitten, dan is het aantal per eenheid van volume van

Willen wij dan ten slotte tot de berekening der gevraagde waarschijnlijkheid overgaan, dan moeten wij beginnen met de verschillende stelsels te onderscheiden en te vragen naar de waarschijnlijkheid eener botsing met het stelsel (v, ϵ, ψ), gedurende den tijd dt.

Daartoe merken wij op, dat de moleculen van dit stelsel de betrekkelijke snelheid:

$$\sqrt{v^2 + c^2 + 2vc\cos\epsilon} \dots\dots\dots\dots (7)$$

bezitten.

Brengen wij derhalve door het middelpunt M een vlak loodrecht op de richting dezer betrekkelijke beweging, dus evenwijdig met de schijven van de moleculen van het stelsel, dan zullen per eenheid van oppervlakte — in den tijd dt — zooveel moleculen door dit vlak gaan als begrepen zijn in een cylinder met die eenheid van oppervlak tot basis en tot hoogte:

$$\sqrt{v^2 + c^2 + 2vc\cos\epsilon} \,.\, dt \dots\dots\dots (8)$$

Het aantal dier moleculen bedraagt dus blijkens (6)

$$\frac{\sqrt{v^2 + c^2 + 2vc\cos\epsilon} \,.\, \sin\epsilon \,.\, dU_v \,.\, d\epsilon \,.\, d\psi \,.\, dt}{4\pi}; \,. \,(9)$$

bovendien echter gaan door dit vlak moleculen van andere stelsels.

Wordt nu de tijd dt klein genoeg genomen, dan zal men — lettende op de tweede onderstelling van § 1 — mogen aannemen, dat de sporen, welke al deze moleculen bij hunnen doorgang door het vlak achterlaten, de gaten die zij er als het ware inslaan, nergens elkander bedekken. In dat geval nemen de moleculen van het stelsel (v, ϵ, ψ) een gedeelte van het vlak weg dat tot inhoud heeft:

$$\frac{\varrho^2\sqrt{v^2 + c^2 + 2vc\cos\epsilon} \,.\, \sin\epsilon \,.\, dU_v \,.\, d\epsilon \,.\, d\psi \,.\, dt}{4} \,. \,(10)$$

en de kans dat het punt M op zulk een gedeelte ligt en dat

er dus botsing plaats heeft, bedraagt evenveel als de formule (10) aanwijst.

§ 4. Wil men thans de totale kans van botsing kennen, dan moet deze uitdrukking voor alle stelsels gesommeerd worden, d. w. z. geïntegreerd naar ψ, ϵ en v. Stellen wij die totale kans derhalve voor door:

$$\alpha_c \,.\, dt \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \quad (11)$$

dan is:

$$\alpha_c = {}^1/_4\,\varrho^2 \int_{v=0}^{v=\infty} d\,U_v \int_0^{\pi} d\epsilon \int_0^{2\pi} \sqrt{v^2+c^2+2vc\cos\epsilon}\,.\,\sin\epsilon\,.\,d\psi \quad (12)$$

Van deze integraties laat zich de eerste gemakkelijk uitvoeren en men vindt:

$$\alpha_c = \frac{1}{2}\,\varrho^2\,\pi \int_{v=0}^{v=\infty} d\,U_v \int_0^{\pi} \sqrt{v^2+c^2+2\,vc\cos\epsilon}\,.\,\sin\epsilon\,.\,d\epsilon \,. \quad (13)$$

maar ook de tweede is uitvoerbaar want

$$\int_0^{\pi} \sqrt{v^2+c^2+2vc\cos\epsilon}\,.\,\sin\epsilon\,.\,d\epsilon = \frac{1}{3vc}\left\{(c+v)^3 \pm (c-v)^3\right\} \quad (14)$$

waarbij een verschillend teeken moet gekozen worden naar gelang $v \lesseqgtr c$.

Door deze omstandigheid wordt men genoodzaakt de integratie naar v in twee tempo's te verrichten, zoodat: *)

$$\alpha_c = \frac{1}{3}\varrho^2\pi\left[\int_{v=0}^{v=c}\left(3\,c+\frac{v^2}{c}\right)dU_v + \int_{v=c}^{v=\infty}\left(3\,v+\frac{c^2}{v}\right)d\,U_v\right] \,. \quad (15)$$

*) Stelt men dat alle moleculen een gelijke snelheid c bezitten dan is $dU_v = U$ en men vindt:

$$\alpha_c = \frac{4}{3}\rho^2 \,.\, c \,.\, \pi \,.\, U.$$

§ 5. Daar nu de kans van botsing in den tijd dt blijkens (11) gelijk is aan $\alpha_c \, . \, dt$, zoo is die dat er geene botsing plaats vind:

$$1 - \alpha_c \, . \, dt \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

maar — dewijl dt oneindig klein is — mag daarvoor zonder de minste fout geschreven worden:

$$e^{-\alpha_c . dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Daaruit volgt dan onmiddellijk volgens de wetten der samengestelde waarschijnlijkheid dat de kans dat er *gééne* botsing plaats grijpt in den tijd:

$$t = n \, dt \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

volkomen naauwkeurig wordt voorgesteld door:

$$\left(e^{-\alpha_c dt}\right)^n = e^{-\alpha_c . t} \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

§ 6. Stelt nu:

$$P = d\,U_c \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

het aantal moleculen voor 't welk in de eenheid van volume zich op een gegeven oogenblik met eene snelheid tusschen c en $c + dc$ voortbeweegt, dan blijven daarvan gedurende den tijd t een aantal van:

$$P \, . \, e^{-\alpha_c . t} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

ongebotst. De tijd $t + dt$ wordt daarentegen slechts door:

$$P \, . \, e^{-\alpha_c (t + dt)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Neemt men daarentegen aan dat alle moleculen in rust zijn behalve het molecuul M, dan is $v = 0$ en $dU_v = U$. Men vindt dan:

$$\alpha_c = \rho^2 \, . \, c \, . \, \pi \, . \, U.$$

Beide uitkomsten verhouden zich als $\frac{4}{3}$: 1, welk cijfer ook door CLAUSIUS aangegeven is.

moleculen ongebotst doorgebracht, zoodat er dus tot botsing geraken in den kleinen tijd dt:

$$P \,.\, e^{-\alpha_e t}\left(1 - e^{-\alpha_e . dt}\right) = P \,.\, \alpha_e \,.\, e^{-\alpha_e . t} \,.\, dt \quad . \ (23)$$

Ieder van deze legt echter — ten opzichte van het vaste assenstelsel — in dien tijd t een weg van ct af, de som van al deze wegen bedraagt dus:

$$P \,.\, c \,.\, \alpha_e \,.\, e^{-\alpha_e . t} \,.\, t \,.\, dt \, \ldots\ldots\ldots \ (24)$$

§ 7. Thans is evenwel het oogenblik gekomen om de onjuiste onderstelling — ingevoerd in § 3 — te verwijderen en de schijven op nieuw door bollen te vervangen. Het gevolg daarvan zal niet zijn dat de aard der botsingen verandering ondergaat, want eenig molecuul M 't welk zijn weg voortzettende eenige schijf zoude bereikt hebben zal onfeilbaar vóór dien tijd het oppervlak van den bol die wij er thans voor in de plaats zetten bereiken. Alle moleculen M zullen dus tot botsing geraken met dezelfde moleculen wier schijven wij ondersteld hebben dat door hunne middelpunten werden doorsneden; maar al deze botsingen zullen iets vroeger plaats hebben, d. w. z. de wegen zullen worden bekort. Nemen wij aan, dat het punt M door het boloppervlak bereikt wordt terwijl de afstand tot de schijf nog y bedraagt, dan zal de weg door het molecuul waarbij dit oppervlak behoort — *ten opzichte van* M *als stilstaand punt* — beschreven bekort worden met y. Dewijl echter de snelheid van deze betrekkelijke beweging blijkens (7) bedraagt:

$$\sqrt{v^2 + c^2 + 2vc \cos \varepsilon}$$

zoo zal de tijd t, welke tot aan deze botsing verloopt, bekort worden met:

$$\frac{y}{\sqrt{v^2 + c^2 + 2vc \cos \varepsilon}} \, \ldots\ldots\ldots \ (25)$$

derhalve de weg ct welke in dien tijd door het molecuul M wordt afgelegd met: *)

$$\frac{yc}{\sqrt{v^2 + c^2 + 2\,vc\cos\varepsilon}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

---

*) De stelling dat de weg ct welke het molecuul M zoude doorloopen indien de bollen door schijven vervangen waren met de grootheid (26) moet worden verkort, blijkt ook door beschouwing der figuur (1). Zij namelijk M het molecuul 't welk zich met de snelheid c, N dat 't welk zich met de snelheid v beweegt, dan construeere men de betrekkelijke snelheid NR van N ten opzichte van M. Loodrecht daarop plaatste men het vlak van de schijf die het molecuul N vervangen zal. De loodlijn MM' uit M op het oogenblik der botsing op het vlak van de schijf neergelaten is dan y.

Bedenkt men nu dat deze schijf zich ten opzichte van M beweegt in eene richting overeenkomende met MM' met eene snelheid:

$$NR = \sqrt{v^2 + c^2 + 2\,vc\cos\varepsilon}$$

dan ziet men oogenblikkelijk dat de botsing van het punt M met de schijf een tijd:

$$\frac{y}{\sqrt{v^2 + c^2 + 2\,vc\cos\varepsilon}}$$

meer vereischt dan de botsing der beide bollen met elkander. In die korte tijd zoude echter M ten opzichte van het vaste assen-stelsel een weg:

$$\frac{yc}{\sqrt{v^2 + c^2 + 2\,vc\cos\varepsilon}}$$

afleggen, en daarmede moet dus de weg ct worden bekort.

Dit geldt voor iedere botsing met het stelsel (r, ε, ψ); dewijl echter onder de moleculen waarvan in formule (24) sprake is, botsingen met alle stelsels voorkomen zoo zal in de eerste plaats moeten worden onderzocht hoeveel van die botsingen voor rekening van ieder dier stelsels komen.

Daartoe behoeven wij slechts terug te gaan tot formule (10) welke de waarschijnlijkheid van botsing in den korten tijd dt met het stelsel (v, ε, ψ) aanwijst, en op te merken dat aan het eind der t secunden nog — blijkens formule (21) —

$$\mathrm{P} \,.\, e^{-\alpha_0 . t}$$

moleculen ongebotst aanwezig zijn. In den korten tijd dt zullen er dus van deze:

$$\frac{\varphi^2 \,.\, \mathrm{P} \,.\, e^{-\alpha_0 . t} \,.\, \sqrt{v^2 + c^2 + 2vc\cos\varepsilon} \,.\, \sin\varepsilon \,.\, d\mathrm{U}_v \,.\, d\varepsilon \,.\, d\psi \,.\, dt}{4} \quad (27)$$

met het stelsel (r, ε, ψ) tot botsing geraken.

§ 8. Voor al deze moleculen moet nu de uitdrukking (26) gesommeerd worden, ten einde op die wijze de som der correcties te vinden die ten hunnen behoeve aan de formule (24) moeten worden aangebracht. Die som bedraagt dus:

$$\frac{c}{\sqrt{v^2 + c^2 + 2\,v\,c\cos\varepsilon}} \, \Sigma y \; \ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

waarbij voor Σy in rekening mag gebracht worden de gemiddelde waarde van y vermenigvuldigd met het aantal termen aangewezen door (27). Daar echter op gelijke gedeelten van het oppervlak der vroegere schijf ten allerduidelijkste evenveel punten M passeeren zullen zoo is die gemiddelde waarde gelijk aan:

$$\frac{\int y \,.\, d\mathrm{O}}{\mathrm{O}}$$

waarin O het oppervlak van de vroegere schijf aanwijst.

Voert men nu in de hoek φ welke eene straal van de bol

met de normaal op de schijf maakt, en beschouwt men dien hoek als onafhankelijk veranderlijke dan is:

$$dO = 2\pi\varrho \sin\varphi \,.\, d\,\varrho \sin\iota$$

en

$$y = \varrho \cos\varphi$$

derhalve:

$$\frac{\int y\, dO}{O} = \frac{2\pi\varrho^3 \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos^2\varphi \,.\, d \,.\, \sin\varphi}{\varrho^2\pi} = \frac{2}{3}\varrho \,. \,. \,. \quad (29)$$

Met behulp van die gemiddelde afstand wordt nu gevonden voor de som van al de correcties die voor de botsingen met het stelsel $(v,\ \varepsilon,\ \psi)$ moeten worden aangebracht:

$$\frac{1}{6}\varrho_3 \,.\, P \,.\, e^{-\alpha_v t} \,.\, c \,.\, \sin\varepsilon \,.\, dU_v \,.\, d\varepsilon \,.\, d\psi \,.\, dt \quad . \,. \,. \,. \quad (30)$$

en die som uitgestrekt over alle stelsels bedraagt dus:

$$\frac{1}{6}\int_{v=0}^{v=\infty} d \,.\, U_v \int_0^{\pi} d\varepsilon \int_0^{2\pi} \varrho^3 \,.\, P \,.\, e^{-\alpha_v t} \,.\, c \,.\, \sin\varepsilon \,.\, d\psi\, dt \,. \,. \,. \quad (31)$$

Al deze achtereenvolgende integraties zijn uitvoerbaar, waarbij men opmerke dat:

$$\int_{v=0}^{v=\infty} d \,.\, U_v = U \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \quad (32)$$

Wij vinden dan als uitkomst:

$$\frac{2}{3}\varrho^3 \,.\, \pi \,.\, P \,.\, c \,.\, U \,.\, e^{-\alpha_v t} \,.\, dt \,. \,. \,. \,. \,. \,. \quad (33)$$

zoodat voor de som van de wegen in § 6 vermeld en door de formule (24) aangegeven, in rekening moet worden gebracht, na aanbrenging der correctie :

$$P \, . \, c \, . \, \alpha_c \, . \, e^{-\alpha_c t} \, . \, t \, dt - \frac{2}{3} \varrho^3 \pi \, . \, P \, . \, c \, . \, U \, . \, e^{-\alpha_c t} \, . \, dt \, . \quad (34)$$

§ 9. Sommeeren wij eindelijk deze uitdrukking naar t van *nul* tot *oneindig* dan vinden wij voor de som van *alle* wegen — geteld van af een gegeven oogenblik tot aan de eerste botsing — afgelegd door de P moleculen welke de snelheid c bezitten:

$$\frac{Pc}{\alpha_c} - \frac{2}{3} \varrho^3 \pi \, . \, \frac{Pc}{\alpha_c} \, . \, U \, \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

of liever :

$$\frac{Pc}{\alpha_c} \left(1 - \frac{2}{3} \varrho^3 \, . \, \pi \, . \, U\right) \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

Voeren wij eindelijk in het volume A 't welk ingenomen wordt door *alle* moleculen te samen, welke zich in de eenheid van volume bevinden, dan is :

$$A = \frac{1}{6} \varrho^3 \, . \, \pi \, . \, U \, \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

en dan mag voor de uitdrukking (36) geschreven worden:

$$\frac{Pc}{\alpha_c} (1 - 4 A) \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (38)$$

of eindelijk blijkens (20)

$$\frac{c}{\alpha_c} (1 - 4 A) \, . \, d U_c \ldots \ldots \ldots \quad (39)$$

§ 10. Dit is nu de som van *alle* wegen afgelegd door de moleculen welke de snelheden c bezitten. Wil men die som

voor *alle* moleculen kennen, dan integreere men nog naar c van af $c = 0$ tot $c = \infty$. Deze totale som bedraagt dus:

$$(1 - 4A) \int_0^\infty \frac{c \, . \, dU_c}{\alpha_c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (40)$$

Zij is uitgestrekt over alle moleculen die zich in de eenheid van volume bevinden. De gemiddelde weg is derhalve:

$$\frac{1 - 4A}{U} \int_0^\infty \frac{c \, . \, dU_c}{\alpha_c} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (41)$$

Dit is dan echter nog slechts het gemiddelde van den weg door ieder der moleculen van af een gegeven oogenblik tot aan de eerste botsing afgelegd. Het gemiddelde van den weg sedert de laatste botsing tot aan het gegeven oogenblik afgelegd is klaarblijkelijk even groot. Immers deze gemiddelde weg zoude verkregen worden door plotseling de snelheid van alle moleculen om te keeren; maar dewijl zich naar iedere richting evenveel moleculen bewegen, zoude daardoor in den bewegingstoestand volstrekt geene verandering ontstaan.

De gevraagde gemiddelde botsingsafstand wordt dus aangewezen door de formule:

$$\frac{2(1 - 4A)}{U} \int_0^\infty \frac{c \, . \, dU_c}{\alpha_c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (I)$$

waarbij dan blijkens (15) α_c berekend wordt uit:

$$\alpha_c = \frac{1}{3} \varrho^2 \pi \left[\int_0^c \left(3c + \frac{v^2}{c}\right) dU_v + \int_c^\infty \left(3v + \frac{c^2}{v}\right) dU_v \right] . \; . \quad (II)$$

Uit deze formule volgt nu:

De afmeting der moleculen volgens de richting hunner be-

trekkelijke beweging wordt in rekening gebracht door de — met verwaarloozing van deze afmeting — gevonden botsingsafstand te vermenigvuldigen met de eenheid verminderd met viermaal het volume van alle moleculen in de éénheid van volume vervat.

Deze factor is derhalve standvastig, op welke wijze de verschillende snelheden ook over de moleculen mogen zijn verdeeld, en wat ook de gemiddelde snelheid moge zijn. Zij kan dus alleen in zooverre van de temperatuur afhankelijk zijn als deze misschien het volumen der moleculen vergroot.

§ 11. Wenschen wij voorts eenig denkbeeld te verkrijgen van de grootte van dezen gemiddelden afstand, dan kunnen wij op het voorbeeld van CLAUSIUS de berekening, aangewezen door de formules (I) en (II) uitvoeren voor het bijzonder geval dat alle moleculen zich met gelijke snelheden voortbewegen. Men stelle dan $v = c$ en verandere in overeenstemming daarmede de verschillende integraties in sommaties, waarbij natuurlijk de beide integraties van formule (II) door eene enkele sommatie moeten vervangen worden. Men vindt dan:

$$a_{c} = \frac{4}{3} c \, U \varrho^{2} \pi \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (42)$$

en dus voor den gemiddelden botsingsafstand:

$$\frac{\frac{3}{2}(1 - 4\,A)}{U \varrho^{2} \pi} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (43)$$

Voert men hier den afstand λ in, die de verschillende moleculen bij cubische plaatsing ten opzichte van elkander zouden hebben, waarbij dus:

$$U = \lambda^{3} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (44)$$

dan vindt men:

$$\frac{3}{2}(1 - 4\,A)\frac{\lambda^{3}}{\varrho^{2}\pi} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (45)$$

't geen in overeenstemming is met de formule in § 35 in het proefschrift van VAN DER WAALS aangegeven, *mits* men bedenke, dat deze dáár den gemiddelden botsingsafstand *na* een gegeven oogenblik aangeeft, welke dus de helft bedragen moet van de onze.

§ 12. Wat nu betreft het meer algemeene geval dat de moleculen geene bollen zijn, duidelijk is het dat daardoor de gemiddelde botsingsafstand verandering ondergaat. Immers bij gegeven volume is het duidelijk dat de bol de kleinste botsingskans bezit. Blijft dus de som van de volumina van alle moleculen in de eenheid van volume en hun aantal standvastig dan zal door het aanwezig zijn van een anderen dan den bolvorm die botsingsafstand meer verkort worden. In de coëfficiënt:

$$1 - 4A \qquad (46)$$

waarmede vermenigvuldigd moet worden om de afmetingen volgens de bewegingsrichting in rekening te brengen, zal voorts geene verandering komen dan dat de coëfficiënt 4 verandering ondergaat, dewijl thans de gemiddelde y wel voor alle moleculenstelsels standvastig is, maar niet meer dezelfde waarde als bij den bol bezit. In hoofdzaak blijft echter de stelling geformuleerd van het einde van § 10, waarheid.

Breda, 11 November 1875.

BEREKENING

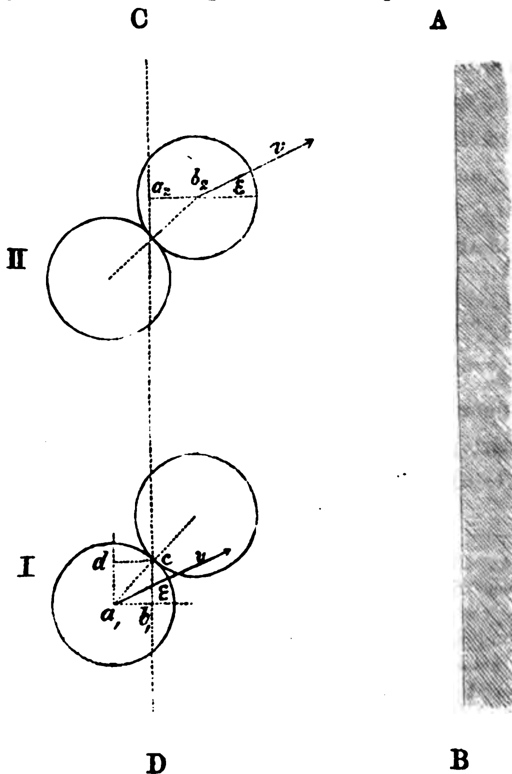
VAN DE

VERMEERDERING WELKE DE SPANNING VAN EEN GAS TENGEVOLGE VAN DE BOTSINGEN DER MOLECULEN ONDERGAAT.

DOOR

D. J. KORTEWEG.

§ 1. Het is misschien geoorloofd zooals door Dr. VAN DER WAALS is geschied uit de vermindering van den botsingsafstand onmiddellijk tot de vermeerdering der spanning te besluiten, door nam. beide grootheden aan elkander omgekeerd evenredig te stellen. In ieder geval zal het echter zijn nut hebben eene afleiding van die vermeerdering der spanning onafhankelijk van de bepaling van den botsingsafstand te beproeven.



Laat daartoe in fig. 1 A B de wand voorstellen waartegen de botsingen plaats vinden. Bij iedere botsing tusschen twee molekulen zal dan door het aanrakingspunt van beiden een vlak C D gebracht kunnen worden evenwijdig aan A B; aan welk vlak wij den naam van botsingsvlak geven zullen. In dit vlak echter of althans op oneindig kleinen afstand daarvan zullen dan — in een eindig tijdsverloop t — bovendien een groot aantal andere botsingen plaats vinden.

Beschouwen wij nu de moleculen van een zeker stelsel (v, ε, ψ) 't welk zich naar den wand heenbeweegt — waarbij de lijn loodrecht op het vlak A B als X-as dienst doet — dan zullen bij al de botsingen die in het vlak C D plaats vinden, een zeker aantal moleculen zooals in (II) in dit stelsel in, en een even groot aantal zooals in (I) uit dit stelsel *uit*treden

Nu hebben echter in den regel de moleculen die *in*treden hun middelpunt *rechts*, en die welke *uit*treden hun middelpunt *links* van het vlak C D, de eersten liggen dus gemiddeld dichter bij het vlak A B dan de laatsten, m. a. w. door de botsingen wordt — wat de nadering der moleculen tot het vlak A B betreft — afstand uit gespaard *. Wenscht men nu te weten *hoeveel* de som bedraagt van dien uitgespaarden afstand voor alle moleculen van het stelsel (v, ε, ψ) gedurende den tijd dt in de eenheid van volume, dan behoeft men slechts te berekenen:

$$\Sigma a_1 b_1 + \Sigma a_2 b_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

waarbij de sommatie moet worden uitgestrekt eensdeels over alle botsingen waarbij moleculen *uit*, andersdeels over alle botsingen waarbij moleculen *in* het gegeven stelsel treden.

§ 2. Denken wij ons na verloop van den tijd dt plotse-

*) Men moet zich de zaak dus zoo voorstellen: ieder denkbeeldig botsingsvlak ontvangt als 't ware ieder oogenblik een groot aantal moleculen uit allerlei richtingen en van allerlei snelheden, tevens werpt het een even groot aantal uit. Die welke het ontvangt, worden echter reeds opgehouden eer hun middelpunt het botsingsvlak bereikt, die welke het uitwerpt vertrekken daarentegen reeds dadelijk op eenigen afstand vóór het botsingsvlak in de richting, waarin ze voort zullen blijven gaan. Het is duidelijk dat daardoor afstand wordt uitgespaard

ling het vlak A B naar de andere zijde van C D verplaatst, terwijl bovendien op datzelfde oogenblik alle snelheden van alle molekulen omgekeerd worden, dan moeten noodzakelijk alle *uit*tredingen, die gedurende den tijd dt plaats hadden als *in*tredingen terugkeeren en omgekeerd. Evenwel is de totale bewegingstoestand van het gas volkomen onveranderd gebleven en de som $\Sigma a_2 b_2$ voor de nieuwe *in*tredingen kan dus met de som $\Sigma a_1 b_1$ voor de oude niet verschillen; daaruit volgt dus oogenblikkelijk:

$$\Sigma a_1 b_1 = \Sigma a_2 b_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

en de te zoeken som der uitgewonnen afstanden wordt dus voorgesteld door:

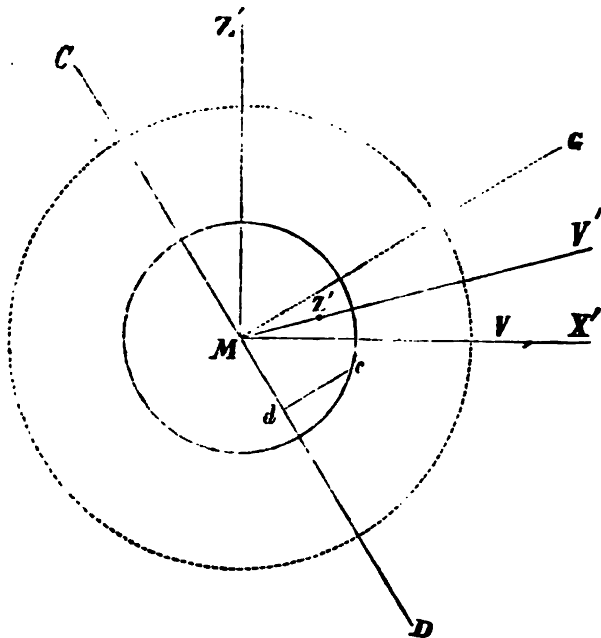
$$2 \Sigma a_1 b_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

of ook, als wij uit het aanrakingspunt c een loodlijn neerlaten op het vlak evenwijdig aan het vlak A B door het middelpunt van het uittredende molecuul aangebracht:

$$2 \Sigma cd \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

§ 3. Stelt nu dus P het aantal moleculen voor behoorende tot het stelsel (v, ε, ψ) dan komt het er slechts op aan voor dit getal moleculen alle botsingen met de overige moleculen na te gaan, bij iedere botsing uit het aanrakingspunt een loodlijn neer te laten op een vlak gaande door het middelpunt en makende een hoek $90° - \varepsilon$ met de bewegingsrichting en eindelijk al deze loodlijnen te sommeeren.

Ten einde die sommatie te kunnen verrichten zal het wederom noodig zijn de overige moleculen in stelsels te verdeelen. Er is echter geene enkele reden waarom men die stelsels identiek zoude moeten maken met die, welke bij de assen in fig. I aangewend behooren. Wij kiezen dan ook een geheel ander assen-stelsel O′ X′ Y′ Z′, waarin wij de O′ X′-as in de bewegingsrichting van het stelsel (v, ε, ψ) kiezen en het Z O′ X′ vlak loodrecht op het vlak C D in fig. 1, 't welk de hoek $90° - \varepsilon$ met die bewegingsrichting maakt.



§ 4. Zij dus nu M (fig. II) één uit het getal der P genoemde moleculen en dus v zijne snelheid, c het aanrakingspunt van eenige botsing en dus cd de loodlijn neergelaten op het vlak CD, overeenkomen met het vlak CD van fig. 1, dan moet dus bepaald worden:

$$\Sigma\, cd.$$

Ten einde daartoe te geraken beschouwen wij weder voorloopig alleen de botsingen met het stelsel (v', ε', ψ') — bepaald ten opzichte der nieuwe assen en 't welk in de eenheid van volume een aantal

$$P' = \frac{\sin\varepsilon' \,.\, d\,U_{v}' \,.\, d\varepsilon' \,.\, d\psi'}{4\pi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

moleculen bevat.

Het aantal A' der botsingen van de P moleculen die wij beschouwen met de moleculen van dit stelsel bedraagt derhalve blijkens formule (9) van de voorafgaande verhandeling:

$$A' = \frac{1}{4} \cdot \rho^2 . P . \sqrt{v^2 + v'^2 + 2vv' \cos \varepsilon} \; . \sin \varepsilon' . dU_v \; . d\varepsilon' . d\psi' . dt \quad (6)$$

en indien derhalve de gemiddelde waarde y van cd voor al deze botsingen bekend ware, dan zoude de uitgewonnen afstand voorgesteld worden door:

$$A' y \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Wij moeten dus voorloopig onze aandacht bepalen bij die gemiddelde afstand y.

§ 5. Zij daartoe M V′ of liever V′ M de richting van de schijnbare beweging der moleculen van het stelsel (v', ε', ψ') ten opzichte van het gegeven molecuul M, 't welk in rust wordt gebracht. Bepalen wij dan die richting M V′ op de gebruikelijke wijze door de hoeken ε_0 en ψ_0 dan is:

$$\sin \varepsilon_0 = \frac{v' \sin \varepsilon'}{\sqrt{v^2 + v'^2 + 2\,vv' \cos \varepsilon'}}, \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

$$\cos \varepsilon_0 = \frac{v' \cos \varepsilon' + v}{\sqrt{v^2 + v'^2 + 2\,vv' \cos \varepsilon'}} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

$$\psi_0 = \psi' \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Brengen wij verder een (in de figuur niet geteekend) vlak aan loodrecht op die schijnbare snelheid en vervangen wij weder het molecuul M door een met dubbele straal beschreven bol en alle overige moleculen door punten, dan zal iedere doorgang van zulk een punt door het vergrootte oppervlak met eene botsing overeenkomen en de waarschijnlijkheid van ieder elementje van dit oppervlak om getroffen te worden is evenredig met zijne projectie op het zooeven aangebrachte vlak.

Nu ligt echter bij iedere botsing het aanrakingspunt juist op de helft van den straal uit M naar het middelpunt van het botsende molecuul getrokken en wij vinden dus dat de waarschijnlijkheid van een elementje van het *niet* vergrootte oppervlak om getroffen te worden evenzeer evenredig is met zijne

projectie op het vlak loodrecht op M V', maar dan is de gemiddelde afstand van de aanrakingspunten der botsingen tot een willekeurig vlak gelijk aan dienzelfden afstand voor een zwaartepunt, dat op de volgende wijze verkregen wordt· men geve aan ieder elementje op het halve bolloppervlak dat M V' als as bezit eene massa evenredig met zijne projectie op het vlak loodrecht op M V'.

Dit zwaartepunt Z' gelegen op M V' werd evenwel reeds in de vorige verhandeling bepaald. Het ligt op twee derde van den straal van den halve bol; derhalve is

$$MZ' = \frac{1}{3}\varrho \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

en om de waarde van y te vinden zal het voldoende zijn den afstand van dit punt Z' tot het vlak C D te vinden, m. a. w. M Z' te projecteeren op de normaal M G van het vlak C D.

Ten einde daartoe te geraken projecteeren wij M Z' aanvankelijk op ieder der drie assen, waarbij gevonden wordt:

$$\text{op } MX' : MZ' \,.\, cos\,\varepsilon_0$$

$$\text{op } MY' : MZ' \,.\, sin\,\varepsilon_0 \,.\, sin\,\psi_0$$

$$\text{op } MZ' : MZ' \,.\, sin\,\varepsilon_0 \,.\, cos\,\psi_0$$

vervolgens moeten wij ieder dezer projecties op M G projecteeren en de som nemen, waarbij men dus vindt.

$$y = MZ' cos\,\varepsilon_0 \,.\, cos\,\varepsilon - MZ' sin\,\varepsilon_0 \,.\, cos\,\psi_0 \,.\, sin\,\varepsilon \quad . \quad (12)$$

of:

$$y = \frac{1}{3}.\,\varrho\,.\left\{cos\,\varepsilon_0 \,.\, cos\,\varepsilon - sin\,\varepsilon_0 \,.\, cos\,\psi_0 \,.\, sin\,\varepsilon\right\} \quad . \quad . \quad (13)$$

of blijkens (8) en (9):

$$y = \frac{1}{3}\varrho \frac{(v + v' cos\,\varepsilon')\, cos\,\varepsilon - v' sin\,\varepsilon' \,.\, cos\,\psi' \,.\, sin\,\varepsilon}{\sqrt{v^2 + v'^2 + 2vv' cos\,\varepsilon'}} \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

zoodat de som van alle bij de botsingen met het stelsel (v', ε', ψ') uitgewonnen afstanden bedraagt blijkens (6) en (7)

$$\frac{1}{12} \cdot \varrho^3 . P . \{(v+v'\cos\varepsilon')\cos\varepsilon . \sin\varepsilon' - v'^2 . \sin^2\varepsilon' . \cos\psi' . \sin\varepsilon\} dU_v . d\varepsilon . d\psi . dt \quad (15)$$

welke uitdrukking nu geïntegreerd moet worden ten opzichte van ψ' van 0 tot 2π, ten opzichte van ε' van 0 tot π, ten opzichte van v' van 0 tot α. Op die wijze verkrijgt men de som van alle afstanden uitgewonnen bij alle botsingen van het stelsel (v, ε, ψ).

§ 6. De eerste integratie levert:

$$\frac{1}{6} \pi \varrho^3 . P . (v+v' \cos\varepsilon') . \cos\varepsilon . \sin\varepsilon' . dU_v . d\varepsilon' . dt \quad . \ (16)$$

de tweede

$$\frac{1}{6} \pi \varrho^3 . P . \cos\varepsilon . v . d . U_{v_1} . dt \quad \ldots\ldots \ (17)$$

de laatste eindelijk;

$$\frac{1}{3} \pi \varrho^3 . P . U . \cos\varepsilon . v . dt \quad \ldots\ldots \ (18)$$

of:

$$2 A P . v . \cos\varepsilon . dt \quad \ldots\ldots\ldots \ (19)$$

waarin A wederom het volume der moleculen voorstelt.

Nu is dus: zie § 4.

$$\Sigma\, cd = 2 A P v \cos\varepsilon . dt \quad \ldots\ldots\ldots \ (20)$$

en de som van alle afstanden door de botsingen uitgespaard is dus:

$$2 \Sigma\, cd = 4 A . P . v . \cos\varepsilon . dt \ldots\ldots \ (21)$$

De som echter van alle afstanden waarmede de P moleculen

van het stelsel (v, ε, ψ) het vlak AB in den tijd dt naderen, is echter ten duidelijkste:

$$P \, . \, v \cos\varepsilon \, . \, dt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

ten einde dus hetzelfde aantal botsingen met het vlak AB te verkrijgen, behoeven de moleculen in plaats van een weg als in (22) slechts een weg:

$$P \, v \cos\varepsilon \, (1 - 4\,A) \, dt \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

af te leggen, m. a. w. het aantal botsingen van dit stelsel vermeerdert in de verhouding:

$$1 - 4\,A : 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

dewijl nu die verhouding voor alle stelsels hetzelfde is, zullen alle botsingen van ieder soort met het vlak AB in die rede vermeerderd worden, diezelfde vermeerdering ondergaat dan echter ook de drukking, en noemen wij D de drukking die men zonder de onderlinge botsing der moleculen vinden zoude, en D, de ware drukking, die zich werkelijk vertoont, dan is:

$$D' = \frac{D}{1 - 4\,A}.$$

O V E R

LICHTABSORPTIE VOLGENS DE THEORIE VAN MAXWELL.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

1. CLERK MAXWELL heeft in 1865 *) het eerst de hypothese uitgesproken, dat licht een electrisch verschijnsel is, bestaande uit golven, die zich in het electromagnetische veld volgens bepaalde wetten voortplanten. Hij kwam hierop in 1868 terug †) en gaf in zijne Treatise on Electricity and Magnetism in 1873 een meer uitvoerig overzicht zijner theorie, waarbij hij tevens de door FARADAY in 1845 ontdekte werking van magneten op gepolariseerd licht ter sprake bracht.

Wij willen bij een enkel punt zijne theorie nader stilstaan, namelijk bij voortplanting van electrische trillingen in lichamen, die, hoewel vatbaar voor electrische polarisatie, tevens geleidbaarheid voor dijnamische electriciteit bezitten. — Wat MAXWELL hiervan zegt is betrekkelijk zeer weinig; slechts een paar bladzijden zijn aan dit onderwerp gewijd (art. 798—803 van zijn genoemd werk).

Toch zijn deze beschouwingen in hooge mate belangrijk. MAXWELL bespreekt zeer kortelijk het verband tusschen doorschijnendheid en geleidbaarheid, merkt op dat de meeste doorschijnende lichamen goede isolatoren zijn, terwijl de goede geleiders het licht niet

*) Phil. Trans. 1865.
†) „ „ 1868.

doorlaten. Al heeft de wet, volgens welke de ondoorschijnendheid toeneemt naarmate de geleidbaarheid grooter wordt, vele uitzonderingen, zij is toch eene groote steun voor MAXWELL's theorie; immers bij geleiders zullen de electrische trillingen tot electrische stroomen aanleiding geven, waarbij de electrische energie in warmte wordt omgezet, zoodat de electrische of lichtgolving door het lichaam wordt geabsorbeerd.

De verklaring voor electrolyten is zoo duidelijk niet; deze laten een stroom door en toch zijn de meeste doorschijnend. — MAXWELL geeft kortelijk aan hoe dit bezwaar wellicht zou kunnen uit den weg geruimd worden, doch dit gedeelte vereischt eene zeer diepe en ingrijpende studie, waarmede wij ons thans niet zullen inlaten.

Wij willen thans alleen de absorptie van licht door geleiders aan rekening onderwerpen en daardoor verder analyseren. De zeer weinige rekeningen, die MAXWELL over dit punt gaf mogen als uitgangspunt dienen.

2. Onderstellen wij dat eene vlakke electrische golf zich binnen een lichaam voortplant in de richting der x-as en de trillingen in het yz-vlak loodrecht op de richting van voortplanting plaats hebben; zij stelle (en dit is voor het onderzoek algemeen genoeg) een bundel rechtlijnig gepolariseerd licht voor binnen een lichaam, waarvan het electrisch inducerend vermogen K, de geleidbaarheid C zijn — noemen wij V de voortplantingsnelheid der golf, λ de golflengte, voeren wij kortheidshalve de grootheid $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ in en zij eindelijk μ het magnetisch inducerend vermogen der middenstof, waarin de trillende beweging plaats vindt.

Ten einde de bewegingsvergelijkingen te verkrijgen, zoeken wij twee uitdrukkingen voor de stroomsterkte w, der electrische beweging evenwijdig aan de z-as; wij merken tevens op, dat bij de richting, die wij aan de voortplanting der vlakke golf gaven, alle voorkomende grootheden functien van x en t, onafhankelijk van y en z zijn.

De vergelijkingen van art. 616 (wij zullen de notaties van MAXWELL behouden) geven ons dan

$$4\pi w = \frac{d\beta}{dx}, \text{ terwijl } \beta = \frac{1}{\mu} b = \frac{1}{\mu}\frac{dH}{dx}$$

dus

$$-4\pi\mu w = \frac{d^2 H}{dx^2}$$

De tweede waarde voor w wordt geleverd door de vergel. van art. 611, zij geven

$$w = CR + \frac{1}{4\pi} K \frac{dR}{dt}$$

of daar (598)

$$R = -\frac{dH}{dt}$$

$$-4\pi\mu w = 4\pi\mu C \frac{dH}{dt} + \mu K \frac{d^2 H}{dt^2};$$

de bewegingsvergelijking wordt dan

$$\frac{d^2 H}{dx^2} = \mu K \frac{d^2 H}{dt^2} + 4\pi\mu C \frac{dH}{dt}$$

dat is, als wij $\mu K = a^2$ en $2\pi\mu C = b^2$ stellen,

$$\frac{d^2 H}{dx^2} = a^2 \frac{d^2 H}{dt^2} + 2b^2 \frac{dH}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

3. Trachten wij deze vergelijking te voldoen door eene periodische functie van den vorm

$$H = A e^{-px} \cos k (x - Vt) ,$$

waarbij dan A de amplitude der trilling aan den oorsprong voorstelt — wij hebben daartoe, zoo wij kortheidshalve

$$H' = A e^{-px} \sin k (x - Vt)$$

stellen,

$$\frac{dH}{dx} = -pH - kH'$$

$$\frac{d^2H}{dx^2} = p^2 H + 2pkH' - k^2 H$$

$$\frac{dH}{dt} = kVH'$$

$$\frac{d^2H}{dt^2} = -k^2 V^2 H$$

deze waarde in (1) gesubstitueerd geven,

$$p^2 H + 2pkH' - k^2 H = -a^2 k^2 V^2 H + 2 b^2 k V H';$$

zal dit ten allen tijde doorgaan, zoo wordt

$$2pk = 2b^2 k V \text{ en } p^2 - k^2 = -a^2 k^2 V^2$$

of $\quad p = b^2 V \quad$ en $\quad a^2 k^2 V^2 + b \;\; V^2 = k^2$

dat is
$$V^2 = \frac{k^2}{a^2 k^2 + b^4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$= \frac{4\pi^2}{4\pi^2 \mu K + 4\pi^2 \mu^2 C^2 \lambda^2}$$

$$= \frac{1}{\mu K + \mu^2 C^2 \lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2a$$

de integraal der vergelijking (1) wordt dus

$$H = A e^{-2\pi\mu C V x} \cos k (x - Vt), \quad \ldots (3)$$

waarin V door de vergelijking (2) of (2*a*) bepaald wordt. Die uitdrukking voor de snelheid (2*a*) is zeker belangrijk genoeg; zij doet ons zien, dat in eene middenstof, zoo als wij hebben

aangenomen, de snelheid van voortplanting afhankelijk is van de golflengte, van het electrisch en magnetisch inducerend vermogen en van de geleidbaarheid. Hoe uiterst belangrijk dit resultaat ook zij, het zou meerdere waarde voor ons hebben zoo wij iets naders omtrent het verband, dat tusschen de grootheden μ, K en C bestaat wisten. — Daarvan zal het afhangen of de lichttheorie van MAXWELL door de formule (2a) al dan niet de dispersie verklaren kan. — Een onderzoek omtrent dit punt voor verschillende lichamen zou dus van het meeste belang zijn. Wat de grenswaarden van V betreft, voor isolatoren, waar dus C = 0, wordt

$$V^2 = \frac{1}{\mu K} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2b)$$

MAXWELL vond dat voor lucht $\sqrt{\frac{1}{\mu K}}$ met de snelheid van het licht overeenstemt en dit schijnt hem op het denkbeeld van overeenstemming tusschen electrische en lichttrillingen te hebben gebracht. In lichamen zonder electrische polarisatie wordt K = 0 dus

$$V^2 = \frac{1}{\mu^2 C^2 \lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots (2c)$$

dat is, de snelheid omgekeerd evenredig aan de golflengte en aan de geleidbaarheid. — Deze laatste uitkomst is zooals MAXWELL (art 803) opmerkt, hoe zonderling zij schijnen moge, in volmaakte overeenstemming met het resultaat, dat eene middenstof van zeer groote geleidbaarheid de verbreiding van magnetische kracht volledig belet.

4. Bepalen wij thans de energie, die de eenheid van volume van ons lichaam bij dezen trillingsvorm bezit De algemeene formulen van MAXWELL (art. 638) geven, daar bij trillingen in de richting der z-as P, Q, F en G nul zijn, terwijl H alleen functie van x en t is,

$$a = 0 \quad b = -\frac{dH}{dx} \qquad c = 0$$

$$\alpha = 0 \quad \beta = -\frac{1}{\mu}\frac{dH}{dx} \quad \gamma = 0$$

zoodat de electrostatische energie E (de potentiele energie van de middenstof) en de electromagnetische energie T (de actuele energie) beide voor de volumeeenheid genomen, worden uitgedrukt door de formulen:

$$E = \frac{1}{2} R h \qquad T = \frac{1}{8 \pi \mu} b^2;$$

daar nu $h = \frac{K}{4\pi} R$ en $R = -\frac{dH}{dt}$, terwijl b boven gegeven is, volgt

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{K}{8\pi}\left(\frac{dH}{dt}\right)^2 \\ T &= \frac{1}{8\pi\mu}\left(\frac{dH}{dx}\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

In ons geval, waar

$$H = A\, e^{-px} \cos k\,(x - V\,t),$$

volgt uit de boven gevonden waarden

$$\frac{1}{V}\frac{dH}{dt} + \frac{dH}{dx} + pH = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

voor isolatoren, waar $p = 0$ en $V^2 = \frac{1}{\mu K}$ geeft (4) terstond

$$K\left(\frac{dH}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\mu}\left(\frac{dH}{dx}\right)^2,$$

dat is, ingevolge (3)

$$E = T,$$

zoodat bij dezen electrischen trillingsvorm beide energien in gelijk bedrag aanwezig zijn, zooals wel te verwachten was.

Zulks houdt eerst op zoodra het lichaam electriciteit geleidt en C dus niet nul is; wij hebben dan ingevolge (4)

$$\left(\frac{dH}{dx}\right)^2 = \left(\frac{1}{V}\frac{dH}{dt} + p\,H\right)^2$$

$$= (\mu K + \mu^2 C^2 \lambda^2)\left(\frac{dH}{dt}\right)^2 + \frac{2p}{V} H \frac{dH}{dt} + p^2 H^2$$

dus

$$\frac{1}{8\pi\mu}\left(\frac{dH}{dx}\right)^2 = \frac{K}{8\pi}\left(\frac{dH}{dt}\right)^2 + \frac{1}{8\pi\mu}\left\{\frac{b^4}{k^2}\left(\frac{dH}{dt}\right)^2 + \frac{2p}{V} H \frac{dH}{dt} + p\,H^2\right\} \quad (5)$$

of

$$T = E + \Delta \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Weldra zal blijken, dat Δ eene positieve grootheid is, zoodat T altijd meer dan E bedraagt.

Bij het berekenen van E, T en Δ voor ons geval merken wij op, dat deze grootheden periodische functiën van t zijn. Bepalen wij hunne gemiddelde waarden voor een trillingstijd en merken wij daartoe op, dat wanneer $e^{-px} = U$ gesteld wordt, zoowel

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau H^2\,dt = \frac{A^2 U^2}{\tau}\int_0^\tau \cos^2 k(x - Vt)\,dt = \frac{1}{2} A^2 U^2$$

als

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau H'^2 dt = \frac{A^2 U^2}{\tau}\int_0^\tau \sin^2 k(x - Vt)\,dt = \frac{1}{2} A^2 U^2$$

terwijl

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau HH' dt = \frac{A^2 U^2}{2\tau}\int_0^\tau \sin 2k(x - Vt)\,dt = 0.$$

Nu volgt

$$\frac{1}{8\pi\mu}\left(\frac{dH}{dx}\right)^2 = \frac{1}{8\pi\mu}\left\{p^2 H^2 + 2pk\,HH' + k^2 H'^2\right\}$$

dus

$$T = \frac{A^2}{16\pi\mu}(k^2 + p^2)\, U^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

Verder is

$$\frac{K}{8\pi}\left(\frac{dH}{dt}\right)^2 = \frac{K}{8\pi}k^2\, V^2\, H'^2,$$

zoodat

$$E = \frac{A^2}{16\,\pi\mu}\,\mu K\, k^2 V^2\, U^2;$$

doch wegens ($2a$) is,

$$\mu K \,.\, k^2 V^2 = k^2 - 4\pi^2\mu^2\, C^2\, V^2 = k^2 - p^2$$

dus

$$E = \frac{A^2}{16\pi\mu}(k^2 - p^2)\, U^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Voor Δ volgt, zoowel uit het verschil van (7) en (8), als door directe berekening volgens (5)

$$\Delta = \frac{A^2}{8\,\pi\mu}\, p^2\, U^2\,; \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9)$$

voor de som W der beide energiën volgt nog,

$$W = \frac{A^2}{8\,\pi\,\mu}\, k^2\, U^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (10)$$

5. Schrijven wij de dus verkregen resultaten nog eenmaal in gewijzigden vorm, terwijl wij

$$\frac{k^2}{8\,\pi\,\mu} = \frac{n}{2\,\mu\,\lambda^2} = \frac{1}{\sigma}$$

stellen. Wij vinden dan

$$\left.\begin{aligned} T &= \frac{A^2}{2\sigma} \cdot \left\{1 + \frac{p^2}{k^2}\right\} U^2 \\ E &= \frac{A^2}{2\sigma} \cdot \left\{1 - \frac{p^2}{k^2}\right\} U^2 \\ \triangle &= \frac{A^2}{\sigma} \cdot \frac{p^2}{k^2} U^2 \\ W &= \frac{A^2}{\sigma} \cdot U^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

Hieruit blijkt nu, dat in de geleiders T steeds grooter dan E is; hun verschil Δ moet dan waarschijnlijk aan het optreden van stroomen in de middenstof worden toegeschreven.

De uiterste gevallen geven nu:

1°. Als het lichaam een volmaakte isolator is, dus $C = 0$ en daardoor ook b en $p = 0$, terwijl $U = 1$

$$T = \frac{A^2}{2\sigma}$$

$$E = \frac{A^2}{2\sigma}$$

$$\triangle = 0, \; W = E + T = \frac{A^2}{\sigma}.$$

2°. Als er geene electrische polarisatie bestaat, zal wegens (2*c*)

$$V = \frac{1}{\mu C \lambda}$$

dus

$$p = b^2 V = 2\pi\mu C V = \frac{2\pi}{\lambda} = k$$

en wij vinden voor volkomen geleiders

$$T = \frac{A^2}{\sigma} U^2$$

$$E = 0$$

$$W = \Delta = T = \frac{A^2}{\sigma} U^2$$

Is dan Δ aan electrische stroomen toe te schrijven, zoo volgt, dat, terwijl bij isolatoren al het licht wordt doorgelaten, dit bij volmaakte geleiders geheel wordt geabsorbeerd en het geheele bedrag der energie in stroomen wordt omgezet.

6. Tot het algemeene geval overgaande, zal wanneer wij de energie van het licht, dat is die van de electrische trillingen door L, die der electrische stroomen door S aanduiden,

$$W = L + S,$$

waarin dan

$$L = 2E = \frac{A^2}{\sigma} \left\{ 1 - \frac{p^2}{k^2} \right\} U^2 \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

$$S = \Delta = \frac{A^2}{\sigma} \cdot \frac{p^2}{k^2} U^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Wegens den factor

$$U^2 = e^{-2px} = e^{-2b^2 Vx} = e^{-4\pi\mu CVx},$$

heeft er van beide energien voortdurend verlies plaats.

Noemen wij het verlies aan energie van polarisatie (dat bij L behoort) δ_1, dat wegens stroomen (dat bij S behoort) δ_2, zoo is het totale verlies voor de volume eenheid

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 ;$$

stellen wij nu

$$1 - U^2 = U'^2,$$

zoo is het verlies wegens polarisatie

$$\delta_1 = \frac{A^2}{\sigma} \left\{ 1 - \frac{p^2}{k^2} \right\} U'^2 ;$$

het verlies wegens electrische stroomen

$$\delta_2 = \frac{A^2}{\sigma} \cdot \frac{p^2}{k^2} U'^2$$

dus, daar

$$U'^2 = 1 - U^2 = 1 - e^{-2px}$$

$$= 2px - 2p^2 x^2 + \text{enz.},$$

wordt terwijl δ_1 over geleiders nul, daar dau $p = k$, voor niet geleiders, dewijl dan $p = 0$ zoowel

$$\delta_1 = 0 \text{ als } \delta_2 = 0$$

Voor geringe waarden van x zijn δ_1 en δ_2 bij benadering aan x evenredig.

Waarschijnlijk zijn de waarden δ_1 en δ_2, die beiden een verlies aan electrische energie voorstellen, een gevolg van warmte-ontwikkeling; waaruit dan zou volgen, dat de electrische polarisatie, behalve in het geval van volmaakte isolatoren, steeds van warmte ontwikkeling vergezeld is.

Uit onze formules volgt nog, dat terwijl de lichtenergie kleiner wordt voor trillingen met grooter golflengte en de energie S, die, wegens het optreden der stroomen, hieraan complementair is, deze laatste te kleiner wordt als λ grooter is.

Daar het verlies evenredig aan de overeenkomstige energie is, volgt dat wat beide energien L en S betreft, dezelfde wetten voor het verlies gelden.

Het hier gezegde geldt vooral in het geval, dat

$$\frac{p}{k^2} = \frac{b^4}{a^2 k^2 + b^4};$$

is b gering, zooals bij slechte geleiders het geval is, zoo neemt $\frac{p^2}{k^2}$ toe als λ grooter wordt, doch hare absolute waarde is zeer gering, zoodat bij slechte geleiders zoowel de lichtenergie als haar

verlies onafhankelijk zijn (althans bij benadering) van de golflengte.

Hetzelfde geldt in dit geval voor de energie, die op stroomen betrekking heeft.

Bij lichamen, wier polarisatie gering is wordt $\frac{p^2}{k^2}$ ongeveer gelijk een, ook dan zijn L en S onafhankelijk van de golflengte; L nadert dan echter tot nul.

7. Onderzoeken wij eindelijk de verhouding van het doorgelaten tot het invallende licht bij eene plaat, wier dikte l is.

Daar de amplitude op den afstand $l = AU = Ae^{-pl}$, geven de formulen (11) en (12) voor deze verhouding

$$r = \frac{L}{E+T} = \frac{L}{W} = \left\{1 - \frac{p^2}{k^2}\right\} U^2,$$

dat is

$$r = \left(1 - \frac{p^2}{k^2}\right) e^{-2pl}, \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

waarvoor wij nog kunnen schrijven

$$r = \frac{a^2 k^2}{a^2 k^2 + b^4} e^{-2pl} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14a)$$

Uit deze betrekking volgt dadelijk, dat die verhouding bij volmaakte isolatoren, waar $b = 0$, één is, dat dus al het licht wordt doorgelaten, terwijl bij volmaakte geleiders, waar $a = 0$ is, niets wordt doorgelaten alles geabsorbeerd.

Wanneer wij in de laatste formule a, b, p en k door hunne waarden vervangen volgt eene hoogst merkwaardige betrekking voor de verhouding van het doorgelaten tot het in de plaat dringende licht

$$r = \frac{K}{K + \mu C^2 \lambda^2} \cdot e^{-4\pi\mu CVl}; \quad \ldots\ldots \quad (14b)$$

hieruit blijkt duidelijk hoe de absorptie door de grootheden K, μ, C en λ bepaald wordt.

Wat de invloed van λ betreft, zoo zien wij dat deze bij isolatoren niet bestaat, dat bij andere lichamen trillingen van grootere golflengte onder overigens gelijke omstandigheden het meest worden geabsorbeerd.

Intusschen zal men omtrent dit punt eerst nader kunnen oordeelen als wellicht latere onderzoekingen een algemeen verband tusschen de in (14*b*) voorkomende physische constanten of althans hunne juiste waarden hebben doen kennen.

Utrecht, Mei 1876.

DESCRIPTION DE QUELQUES ESPÈCES INÉDITES DE

POMACENTROÏDES

DE L'INDE ARCHIPÉLAGIQUE.

PAR

P. BLEEKER.

Pomacentrus melanochir Blkr.

Pomac. corpore oblongo compresso altitudine $2\frac{1}{5}$ ad $2\frac{1}{3}$ in ejus longitudine absque, $3\frac{1}{4}$ ad $3\frac{1}{3}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; capite $4\frac{1}{3}$ ad 4^{3} in longitudine corporis: linea rostro-frontali convexa; oculis diametro $2\frac{1}{3}$ ad 3 in longitudine capitis; squamis capite superne usque inter nares extensis; rostro oculo plus duplo breviore; ossibus suborbitalibus alepidotis edentulis; osse praeorbitali oculi diametro triplo vel plus triplo humiliore incisura mediocri ab ossibus suborbitalibus ceteris distincto postice non spinaeformi; dentibus maxillis biseriatis, serie externa apice compressis truncatis, serie interna serie externa brevioribus; dentibus pharyngealibus, superioribus seriebus internis obtusiusculis aliquot exceptis conicis acutis curvatis, inferioribus corpore ossis et crure anteriore conicis obtusiusculis cruribus lateralibus biseriatis rectiusculis serie posteriore ceteris longioribus subsubulatis; maxilla inferiore alepidota; praeoperculo juvenilibus non ad vix aetate provectioribus leviter denticulato, limbo posteriore alepidoto, limbo inferiore squamato, squamis supra limbum inferiorem longitudinaliter triseriatis serie superiore ceteris majoribus; operculo angulo spinula plana; squamis trunco 28 circ. in serie longitudinali, 12 vel 13

in serie transversa quarum 3 vel 3½ supra lineam lateralem sub spina dorsi anteriore; linea laterali sub radiis dorsalibus anterioribus interrupta; pinna dorsali parte spinosa parte radiosa paulo plus duplo longiore spinis postrorsum longitudine sensim accrescentibus, membrana inter singulas spinas incisa lobata; dorsali radiosa dorsali spinosa multo altiore, acutangula radiis postmedianis ceteris longioribus; pectoralibus obtusiuscule rotundatis capite non vel vix brevioribus; ventralibus acutis radio 1° producto capite longiore; anali radiosa forma longitudine et altitudine dorsali radiosae subaequali; caudali capite conspicue longiore, profunde emarginata lobis valde acutis superiore inferiore longiore; colore corpore violascente-fusco, inferne dilutiore, capite violascente-aurantiaco; iride purpurescente margine pupillari aurea; squamis capite et trunco plurimis macula oblonga transversa nitente-margaritacea; pinnis pectoralibus aurantiacis basi macula magna fusca; pinnis ceteris fuscis vel aurantiaco-fuscis.

B. 6. D. 13/12 ad 13/14. P. 2/15 vel 2/16. V. 1/5. A. 2/13 vel 2/14. C. 1/13/1 et lat. brev.

Hab. Bali (Boleling); Flores (Larantuca); Timor; Buro (Kajeli); Amboina; in mari.

Longitudo 11 speciminum 45‴ ad 74‴.

Rem. Cette espèce présente le système de coloration et les écailles préoperculaires trisériales des Pomacentrus violascens et taeniurus, qui en sont les plus voisins, mais elle est distincte par l'absence d'écailles mandibulaires, sousorbitaires et au limbe postérieur du préopercule, ainsi que par la couleur brune de la caudale. Les rayons de la dorsale y sont généralement en nombre supérieur et l'anale y est soutenue par au-moins un ou deux rayons de plus. La largeur de la tache pectorale peut faciliter encore la diagnose.

Pomacentrus dimidiatus Blkr.

Pomac. corpore oblongo compresso, altitudine 2⅓ ad 2½ in ejus longitudine absque, 2⅘ ad 3 in ejus longitudine cum pinna caudali; capite 4 ad 4 et paulo in longitudine corporis; linea rostro-frontali valde obliqua rectiuscula vel convexiuscula; oculis

diametro 3 ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine capitis; squamis capite superne usque inter vel ante nares extensis; rostro declivi vix convexo aetate provectioribus oculo non breviore; ossibus suborbitalibus alepidotis conspicue serratis; osse praeorbitali oculi diametro juvenilibus plus duplo aetate provectioribus minus duplo humiliore, incisura profunda ab ossibus suborbitalibus ceteris distincto, inferne antice plus minusve emarginatò postice serrato vel in spinam desinente; dentibus maxillis biseriatis integris serie externa apice compressis rotundato-truncatiusculis non contiguis, serie interna serie externa conspicue brevioribus; maxilla inferiore antice alepidota postice squamata; praeoperculo conspicue serrato, limbo posteriore alepidoto, limbo inferiore squamato, supra limbum inferiorem squamis longitudinaliter biseriatis serie superiore ceteris majoribus; operculo angulo spinula plana; squamis trunco 28 circ. in serie longitudinali, 13 vel 14 in serie transversa quarum 3 vel $3\frac{1}{2}$ supra lineam lateralem; linea laterali sub radiis dorsalibus anterioribus interrupta; pinna dorsali parte spinosa parte radiosa paulo plus duplo longiore spinis postrorsum longitudine sensim accrescentibus, membrana inter singulis spinas sat profunde incisa lobata; dorsali radiosa dorsali spinosa altiore acutiuscule rotundata radiis mediis ceteris longioribus; pectoralibus obtusiuscule rotundatis capite paulo brevioribus; ventralibus acutis radis 1° leviter producto capite paulo longiore; anali radiosa forma, longitudine et altitudine dorsali radiosae subaequali radiis postmedianis ceteris longioribus; caudali capite non vel vix longiore, sat profunde emarginata, lobis rotundatis superiore inferiore longiore; colore capite superne et dorso nigricante vel fusco, capite inferne, lateribus medio et inferne caudaque aurantiaco; iride rosea vel purpurescente margine pupillari aurea; vittis 2 rostro-nuchalibus coeruleis vel margaritaceis; regione supra-operculari guttula fuscescente; pinna dorsali spinosa fusca; pinnis ceteris aurantiacis vel flavis, pectoralibus macula nulla; — *juvenilibus* (specim. longit. 50‴ ad 58‴) genis et operculis margaritaceo guttulatis; dorsali ocello nigro coerulescente vel margaritaceo annulato spinam penultinam inter et radium 3^m vel 4^m; iride vittula coerulescente percursa; squamis trunco interdum stria transversa margaritacea.

B. 6. D. 13/13 ad 13/15. P. 2/15. V. 1/5. A. 2/13 ad 2/15. C. 1/13/1 et lat. brev.
Hab. Amboina; Timor; in mari.
Longitudo 4 speciminum 50‴ ad 90.‴

Rem. Le système de coloration de cette espèce rappelle celui du Pomacentrus notophthalmus Blkr (= Pom. melanotus Blkr), mais elle est d'un groupe différent et même fort voisine du Pomacentrus trilineatus Ehr., dont cependant elle est distincte non seulement par les détails de la coloration, mais aussi par son profil rostro-frontal oblique et par les écailles bisériales au-dessus limbe préoperculaire inférieur.

PARAGLYPHIDODON Blkr.

Dentes maxillis biseriati integri compressi. Os pharyngeale inferius triangulare. Corpus ovale. Ossa suborbitalia et praeoperculum edentula. Rostrum squamatum. Maxilla superior non vel vix protractilis. Squamae trunco 28 circ. in serie longitudinali. Series squamarum 1½ vel 2 lineam lateralem inter et lineam dorsalem sub spina posteriore. Linea lateralis trunco tubulis simplicibus notata. Pinnae; dorsalis spinis 13 et radiis 12 ad 16 mediis vel praemedianis ceteris longioribus; analis radiis 12 ad 15; caudalis parum vel mediocriter emarginata lobis non productis.

Rem. Le genre comprend les Glyphidodon bonang, melanopus, Behnii, xanthurus, melas, xanthonotus, oxyodon, et l'espèce inédite suivante.

Paraglyphidodon oxycephalus Blkr.

Paraglyph. corpore oblongo compresso, altitudine 2 ad 2 et paulo in ejus longitudine absque, 2¾ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; capite 4 circ. in longitudine corporis; oculis diametro 2½ circ. in longitudine capitis; linea rostro-nuchali valde obliqua inferne recta; squamis capite superne usque inter

nares extensis; ossibus suborbitalibus posterioribus alepidotis; osse praeorbitali oculi diametro plus duplo humiliore antice tantum squamato, inferne obtusangulo antice emarginato; rostro non convexo oculo duplo circ. breviore, apice ante oculi partem inferiorem sito: maxilla superiore vix protractili sub oculi margine antoriore desinente; maxilla inferiore squamata; dentibus maxillis serie externa apice truncatis subcontiguis, serie interna serie externa multo gracilioribus sed non ad paulo brevioribus; dentibus pharyngealibus pluriseriatis acutis, superioribus curvatis, inferioribus osse triangulari gracili margine posteriore valde concavo cruribus gracilibus insertis rectiusculis, corpore ossis et crure anteriore conicis, cruribus lateralibus bi-vel uniseriatis acicularibus; praeoperculo limbo posteriore alepidoto, limbo inferiore squamato, squamis supra limbum inferiorem longitudinaliter biseriatis; operculo angulo spinula rudimentaria; squamis trunco 28 circ in serie longitudinali, 13 circ. in serie transversa quarum 3 supra lineam lateralem sub spina dorsi anteriore; linea laterali sub spina dorsali posteriore interrupta; pinna dorsali basi sat dense squamata, parte spinosa parte radiosa duplo circ. longiore, spinis mediocribus postrorsum longitudine sensim accrescentibus, membrana inter singulas spinas sat profunde incisa; dorsali radiosa dorsali spinosa altiore acutiuscule rotundata radiis praemedianis ceteris longioribus; pectoralibus acutiusculis capite non vel vix brevioribus; ventralibus acutis radio 1° producto capite paulo longiore; anali spina 2ª capite absque rostro sat multo breviore, parte radiosa longitudine et altitudine dorsali radiosae subaequali obtuse rotundata radiis mediis ceteris longioribus; caudali capite non vel vix longiore, sat profunde emarginata lobis acutiusculis superiore inferiore vix longiore; colore corpore pinnisque flavescente: iride aurea.

B. 6. D. 13/12. P. 2/14 vel 2/15. V. 1/5. A. 2/12 vel 2/13. C. 1/13/1 et lat. brev.

Hab. Buro (Kajeli); Timor; in mari.

Longitude 4 speciminum 28‴ ad 60‴.

Rem. Le Paraglyphidodon oxycephalus est nettement caractérisé par les écailles des sousorbitaires postérieurs, par les dents intermaxillaires et mandibulaires externes larges et tronquées et

par les 12 rayons à la dorsale. Il se fait remarquer aussi par le profil rostro-nuchal fort oblique et par les couleurs uniformes et jaunâtres du corps et des nageoires.

Chromis *) *lepidolepis* Blkr.

Chrom. corpore oblongo-ovali compresso, altitudine 2 et paulo in ejus longitudine absque, $2\frac{5}{8}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{3}$ circ. in ejus altitudine; capite $4\frac{3}{5}$ circ. in longitudine corporis, paulo altiore quam longo; oculis diametro $2\frac{1}{3}$ circ. in longitudine capitis; linea rostro-frontali convexa; squamis capite superne usque ante nares extensis; osse praeorbitali oculi diametro plus duplo humiliore; rostro convexo oculo plus duplo breviore apice ante oculi partem inferiorem sito; maxilla superiore mediocriter protractili, sub oculi parte anteriore desinente; dentibus maxillis serie externa ceteris conspicue longioribus conicis curvatis non antrorsum directis; dentibus pharyngealibus pluriseriatis acutis vel acutiusculis, superioribus curvatis, inferioribus osse gracili margine posteriore valde concavo insertis corpore ossis et crure anteriore conicis acutis et acutiusculis, cruribus lateralibus uniseriatis rectiusculis acicularibus; praeoperculo margine posteriore vix concavo denticulis minimis scabriusculo, limbo posteriore alepidoto, limbo inferiore squamato, squamis supra limbum inferiorem basi superne squamulatis longitudinaliter biseriatis; operculo angulo spinula rudimentaria; squamis trunco basi squamulatis 28 circ. in serie longitudinali, 13 in serie transversa quarum 3 supra lineam lateralem sub spina dorsi anteriore; squamis mediis lateribus paulo altioribus quam longis; linea laterali sub radiis dorsalibus anterioribus interrupta; pinna dorsali tota basi sat dense squamata, parte spinosa parte radiosa minus triplo longiore spinis mediocribus sat validis anterioribus 4 ceteris brevioribus, sequentibus subaequilongis, membrana inter singulas spinas parum vel mediocriter incisa; dorsali radiosa dorsali spinosa altiore obtusiuscule rotundata radiis mediis ceteris longio-

*) *Chromis* Cuv. = Heliases CV. = Heliastes Günth.

ribus; pectoralibus obtusiuscule rotundatis capite paulo brevioribus; ventralibus acutis radio 1° producto capite paulo longiore; anali spina 2ª valida capitis parte postoculari multo longiore, parte radiosa forma longitudine et altitudine dorsali radiosae subaequali; caudali capite longiore, sat profunde emarginata, lobis acutis superiore inferiore longiore; colore corpore superne fuscescente, inferne dilutiore; iride purpurescente; pinnis dorsali et anali fuscis parte radiosa postice aurantiacis; pinnis pectoralibus, ventralibus et caudali aurantiacis, ventralibus antice, caudali superne et inferne basique fuscis.

B. 6. D. 12/11 vel 12/12. P. 2/16. V. 1/5. A. 2/10 vel 2/11. C. 1/13/1 et lat. brev.

Hab. Timor; in mari.

Longitudo speciminis unici 67'''

Rem. Cette espèce est nettement caractérisée par les petites écailles sur la base des grandes, par les 12 épines dorsales, par la dorsale épineuse squammeuse à 12 épines et par les petites dents du bord préoperculaire postérieur.

Chromis insulindicus Blkr.

Chrom. corpore oblongo-ovali, altitudine 2⅓ in ejus longitudine absque, 3 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 2½ circ. in ejus altitudine; capite 4¼ circ. in longitudine corporis, aeque alto circ. ac longo; oculis diametro 3 circ. in longitudine corporis, aeque alto circ. ac longo; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis; linea rostro-frontali convexiuscula; squamis capite superne usque inter nares extensis; osse praeorbitali oculi diametro triplo circ. humiliore; rostro convexo oculi multo breviore, apice ante pupillae partem inferiorem sito; maxilla superiore mediocriter protractili sub oculi parte anteriore desinente; dentibus maxillis serie externa ceteris conspicue longioribus acutis; dentibus pharyngealibus pluriseriatis acutis, superioribus curvatis, inferioribus osse gracili margine posteriore valde concavo insertis corpore ossis et crure anteriore conicis acutiusculis cruribus lateralibus uniseria-

tis rectiusculis subacicularibus; praeoperculo margine posteriore rectiusculo laevi, squamis supra limbum inferiorem longitudinalibus tri-vel subtriseriatis; operculo angulo spinula parva; squamis trunco basi non squamulatis, 27 vel 28 in serie longitudinali, 12 circ. in serie transversa quarum 3 supra lineam lateralem sub spina dorsi anteriore; squamis mediis lateribus paulo altioribus quam longis; linea laterali sub radiis dorsalibus anterioribus interrupta; pinna dorsali tota basi squamata, parte spinosa parte radiosa plus triplo longiore, spinis mediocribus mediis quam anterioribus et posterioribus conspicue longioribus, membrana inter singulas spinas sat profunde incisa; dorsali radiosa dorsali spinosa paulo altiore obtusiuscule rotundata radiis praemedianis ceteris longioribus; pectoralibus et ventralibus acutis radio 1° producto subaequilongis capite paulo longioribus; anali spina 2ª capite absque rostro multo breviore, parte radiosa dorsali radiosa conspicue longiore et non vel vix humiliore obtusangula radiis postmedianis ceteris longioribus; caudali capite longiore profunde incisa lobis valde acutis superiore inferiore longiore; colore corpore superne olivascente, inferne dilutiore vel margaritaceo; iride pinnisque flavescentibus.

B. 6. D. 14/9 vel 14/10. P. 2/16. V. 1/5. A. 2/10 vel 2/11
C. 1/13/1 et lat. brev.

Hab. Amboina; in mari.

Longitudo speciminis unici 93'''.

Rem. Cette espèce est la seule insulindienne du genre connue à 14 épines dorsales. Par ce nombre, ainsi que par celui des rayons de la dorsale et de l'anale, elle est voisine du Chromis chromis Cuv. (l'espèce type du genre) mais celui-ci est distinct par son corps plus trapu, par la dorsale épineuse et l'anale noires et par la caudale à bordure supérieure et inférieure noire.

La Haye, Décembre 1876.

OVER DE ONTWIKKELINGSGESCHIEDENIS

VAN

Tetrastemma varicolor. OERSTED.

EENE BIJDRAGE TOT DE KENNIS

DER

NEMERTINEN.

DOOR

C. K. HOFFMANN.



Tijdens mijn verblijf aan het zoologische station der Nederlandsche Dierkunde Vereeniging, dat gedurende de zomermaanden van dit jaar aan den Helder was gevestigd, ben ik in de gelegenheid geweest, de ontwikkelingsgeschiedenis na te gaan van *Tetrastemma varicolor*, eene worm die tot de groep der *Nemertina enopla* behoort, d. i. tot die groep van Nemertinen, die in haar slurp een priemtoestel bezitten.

Verscheidene exemplaren van deze soort van worm werden herhaalde malen gevangen bij het dreggen onder de kust van Texel, waar zij tusschen wier en andere zeeplanten haar verblijf houden. De meeste der gevangen exemplaren waren geslachtsrijp. De ontwikkelingsgeschiedenis werd zoowel bestudeerd aan eijeren, die kunstmatig als aan die welke natuurlijk bevrucht waren. Vooral om de eerste stadien der ontwikkeling na te gaan, werden kunstmatig bevruchte eieren gebruikt, omdat men daar natuurlijk met veel meer nauwkeurigheid den juisten tijd

der bevruchting weet. Die kunstmatige bevruchting gelukt bij *Tetrastemma* zeer gemakkelijk; men behoeft slechts in een schaaltje met zeewater een paar mannelijke en vrouwelijke exemplaren midden door te knippen. Door de hevige spiercontractiën die onmiddellijk op deze kunstbewerking volgen, worden de geslachtsprodukten uitgeperst en men behoeft dan slechts het zeewater — waarin zich de beiderlei geslachtsprodukten bevinden — een weinig te schudden of met een glazen staafje om te roeren, om de spermatozoiden met de eieren in aanraking te brengen. De meeste eieren worden dan bevrucht en beginnen zich regelmatig te ontwikkelen.

De bevruchting vindt buiten het moederlijk organisme plaats. Men kan dit uit het volgende feit besluiten Wanneer men namelijk de eieren, die door het wijfje zijn gelegd, onmiddelijk nadat zij buiten het moederlijk organisme zijn getreden, verwijdert en in een afzonderlijk schaaltje met zeewater bewaart, dan ziet men, dat die eieren zich niet verder ontwikkelen, maar gewoonlijk na eenigen tijd te gronde gaan.

De eieren worden elk afzonderlijk gelegd en niet zooals bij vele andere Nemertinen tot snoeren vereenigd.

De geslachtsrijpe eieren van *Tetrastemma varicolor* hebben een diameter van 0,2 Millm. De dooier is uiterst fijn, maar zeer donker gegranuleerd. Elk ei bevat eene groote kern (diameter = 0,065 Mm.), die door haar lichtgegranuleerden inhoud zeer duidelijk van de donkergegranuleerde dooiermassa zich onderscheidt. Een kernmembraan is in natuurlijken toestand niet te zien. Alleen aan eieren, die onder het compressorium gedrukt zijn, en waar de kern uit het ei is gedreven, kan men aan de kern een uiterst fijne, hyaline membraan waarnemen. In geen enkele eicel vertoonde zich een kernlichaampje in de kern. Elk ei is omgeven door een vlies. Ik wil dit vlies, met den indifferenten naam van het „omhullende vlies" bestempelen, omdat het ten minste tot nu toe, niet met zekerheid bekend is of dit vlies als chorion, dan wel als „dooiervlies" moet beschouwd worden. In de uitstekende monographie van E. VAN BENEDEN *) leest men ten minste „Dans le

*) E. VAN BENEDEN, Recherches sur la composition de l'oeuf etc. Mémoires couronnés publiés par l'Académie Belgique T. XXIV, 1867—1870.

Tetrastemma (obscurum) les différents oeufs sont entourés d'une enveloppe propre, mais il nous serait impossible de dire, si cette membran doit être considerée comme un chorion, ou si elle est une membrane vitelline." Dit vlies is aan den rand voorzien van franjevormige aanhangsels, die zoo uiterst fijn en doorzichtig, zijn, dat zij alleen bij vrij sterke vergrooting kunnen worden waargenomen. (fig. 1). Bij bevruchte eieren zitten tusschen de plooien of vrije ruimten dier franjevormige aanhangsels talrijke spermatozoiden. Eenige dier spermatozoiden moeten het omhullende vlies doorboren, bij bevruchte eieren werden ten minste tusschen dit vlies en de dooier talrijke spermatozoïden aangetroffen.

De spermatozoïden zijn uiterst klein en zeer bewegelijk, het staarteinde vertoont zich ook bij de sterkste vergrooting slechts haarfijn.

De eerste veranderingen, die men aan het bevruchte ei waarneemt, bestaan in een volkomen verdwijnen van de kern. De kern die eerst eene bijna zuivere ronde gedaante heeft, begint van vorm te veranderen, de randen worden meer of minder ingesneden, de inhoud vervloeit en na een half uur is de kern volkomen verdwenen. (fig. 2).

Het verdwijnen van de kern als een der eerste veranderingen in het bevruchte ei, is in den laatsten tijd door een groot aantal waarnemers aan eieren der meest verschillende diersoorten bevestigd. Zoo b. v. om van vroegere waarnemers niet te gewagen door AUERBACH *) bij *Nematoden* (Strongylus auricularis en Ascaris nigrovenosa), door KLEINENBERG †) bij *Hydra*, door KOWALEVSKY §) bij *Beroë*; door GREEFF **) en E. VAN BENEDEN ††) bij *Asteracanthion rubens*; door METSCHNI-

---

*) AUERBACH. Organologische Studiën, 2 Heft 1874.

†) KLEINENBERG. Hydra. Eine anat-entwicklungs-geschichtl. Unters 1874.

§) KOWALEVSKY. Entwickelungs-geschichle der Rippenquallen. Mémoires de l'Academie de St. Petersbourg. T. X, N. 4 1866.

**) GREEFF. Ueber das Verschwinden des Keimbläschens und Keimflecks bei Asteracanthion rubens. Sitzb. der Gesellschaft zur Beförd der gesamm. Naturw. in Marburg. N 5, 1876.

†† E. VAN BENEDEN. Contributions à l'histoire de la vésicule germinative et du premier noyau embryonnaire. Bulletin de l'Acad. royale de Belgique 2m Serie T. XLI. Jan. N. 1, 1876.

KOFF *) bij *Medusen* en *Siphonophoren;* door FLEMMING †) bij *Najaden* (Anadonta en Unio); door SCHENK §) bij *Serpula;* door BÜTSCHLI **) bei *Nematoden* (Cuculanus, Tylenchus, Cephalobus, Rhabditis, Diplogaster) en bij *Slakken* (Succinea Pfeifferi en Lymnaeus auricularis); door STRASSBURGER ††) bij *Phallusia mamillata;* door SELENKA §§) bij *Cucumaria doliolum;* door RABL ***) bij *zoetwaterpulmonaten*; door JHERING †††) bij *Helix*; door FOL §§§) bij *Pteropoden* en *Geryoniden;* door O. HERTWIG ****) bij *Toxopneustes lividus*, enz.

Maar niet alleen aan bevruchte, ook aan onbevruchte eieren van *Tetrastemma varicolor* verdwijnt de kern korten tijd nadat het ei is gelegd (gewoonlijk na een half uur à een uur), wanneer met het slechts in een schaaltje met zeewater bewaart, terwijl het ei zelf na eenigen tijd te gronde gaat. GREEFF ††††) heeft bij Asteracanhion eene dergelijke waarneming gedaan.

Gelijktijdig met het verdwijnen van de kern treden er amoe-

---

*) METSCHNIKOFF. Studien über die Entwickelung der Medusen und Siphonophoren.
Zeitschrift f. wissensch. Zoologie. Bd. XXIV, 1874.

†) FLEMMING. Studien in der Entwickelungsgeschichte der Najaden.
Wiener Sitzberichte, LXXI, 1875; IIIt Abth. Feb. Heft.

§) SCHENK Entwickelungsvorgänge im Eichen von Serpula.
Wiener Sitzb., Bd. LXX, 1874; III Abth.

**) BÜTSCHLI. Vorläufige Mittheilungen über Untersuchungen betreffend die ersten Entwickelungsvorgänge im befrucht. Ei von Nematoden und Schnecken.
Zeitschrift für wiss. Zoologie, Bd. XXV, p. 201.

††) STRASSBURGER. Sur la formation et la division dez Cellules. Ed. fr. 1876.

§§) SELENKA. Embryologie von Cucumaria doliolum.
Sitzb der physik-medic Societät zu Erlangen 1875.

***) RABL. Zur Ontogernie der Süsswasser-Pulmonaten.
Jenaische Zeitschrift, Bd. IX 1875, pag. 195.

†††) JHERING. Ueber die Entwickelungsgeschichte von Helix.
Jenaische Zeitschrift, Bd. IX 1875, pag. 299.

§§§) FOL. Die erste Entwickelung des Geryoniden-eies.
Jenaische Zeitschrift, Bd. VII 1873, pag. 471.
FOL. Sur le développement des Ptéropodes.
Archives de zoologie experimentale, Tom. IV, p. 104, 1874.

****) O. HERTWIG. Beiträge zur Kenntniss der Bildung, Befruchtung und Theilung des thierischen Eies.
Morphol. Jahrb. I, p. 347, 1875.

††††) R. GREEFF. Ueber den Bau der Echinodermen 4te Mitth.
Sitzungsb. der Gesellschaft zur Beförd. gesamm. Naturw, N. 1, 1876.

boide bewegingen in den dooier op. De dooier begint zich saam te trekken en verwijdert zich meer en meer van het omhullende vlies, om na korten tijd zijne vroegere gedaante wederom aan te nemen. Na eenige oogenblikken van rust, beginnen de verschijnselen van samentrekking op nieuw. Gelijktijdig worden een of twee kleine lichaampjes uitgeperst. Deze lichaampjes gewoonlijk onder den naam van „Richtungsbläschen" bekend, worden in de eerste ontwikkelingstadien van het dierlijke ei zeer veelvuldig aangetroffen en zijn door een groot aantal waarnemers gezien en afgebeeld. Over den oorsprong der richtingsblaasjes heerscht voortdurend nog verschil van meening.

Zoo b. v. heeft BÜTSCHLI *) door een zeer nauwkeurig onderzoek trachten aan te toonen, dat bij *Wormen* en *Slakken* de richtingsblaasjes niets anders zouden zijn dan de uit de dooiermassa uitgedreven kern. De zeer donker gegranuleerde dooiermassa belette mij om met zekerheid het ontstaan der richtingsblaasjes bij *Tetrastemma* na te gaan. Steeds vond ik twee van zulke lichaampjes.

Ook over het ontstaan der karyolitische figuren, die door een aantal waarnemers zoo als b. v. AUERBACH †), BÜTSCHLI §), STRASBURGER **), FLEMMING ††), FOL §§) en andere aan eieren van verschillende diergroepen bij het deelingsproces zijn gezien, kan ik bij *Tetrastemma* niets mededeelen. De oorzaak daarvan moet ik voornamelijk hieraan toeschrijven, dat de dooier bij de eieren van *Tetrastemma* zoo donker gegranuleerd is en de eieren daardoor dus volkomen ondoorzichtig zijn, terwijl elke poging om het ei onder het compressorium te drukken

---

*) BÜTSCHLI. Studien über die ersten Entwickelungsvorgänge der Eizelle, die Zelltheilung und die Conjugation der Infusorien. 1876.

†) AUERBACH, l. c.

§) BÜTSCHLI, l. c.

**) STRASBURGER, l. c.

††) FLEMMING, l. c.

§§) FOL, l. c.

gewoonlijk mislukt, doordien het omhullende vlies scheurt en de ei-inhoud uittreedt.

Wanneer de „Richtungsbläschen" zijn uitgeperst, dan begint zich op de oppervlakte van den dooier eene ondiepe insnoering te vertoonen, die na eenige oogenblikken weder verdwijnt, om na eene korte pauze op nieuw terug te komen. Somtijds herhaalt zich dit eenige keeren achter elkander.

Eindelijk wordt de insnoering blijvend, wordt dieper en dieper, totdat ten slotte het ei in twee gelijke helften is verdeeld, hetgeen gewoonlijk een uur na de bevruchting plaats vindt. In geen der beide deelstukken was een kern te zien (fig. 3). Ook aan eieren die onder het compressorium gedrukt waren, gelukte het niet een kern zichtbaar maken. Op de deeling in tweeën volgt een stadium van rust. Dit stadium is echter van korten duur. Weldra begint elk der beide deelstukken dezelfde verschijnselen te vertoonen, als voor korten tijd het nog onverdeelde ei, totdat ten slotte elk deelstuk in twee volkomen gelijke helften is verdeeld en het ei dus nu uit vier volkomen gelijke splijtingsbollen bestaat. Elk dezer vier splijtingsbollen herhaalt dezelfde verschijnselen, maar de deeling begint thans sneller te geschieden en binnen twee uur heeft zich het ei in acht gelijke deelen verdeeld (fig. 5). Zoo spoedig er acht splijtingsbollen zijn, is in elk der deelstukken wederom een kern zeer duidelijk te zien. Deze kern onderscheidt zich even als in het nog onbevruchte ei, door haar licht gegranuleerden inhoud zeer duidelijk van het donker gegranuleerde protoplasma der splijtingsbollen.

De deeling herhaalt zich nu regelmatig verder, binnen 3 uur zijn er 64 deelstukken ontstaan, totdat ten slotte na voortdurend voortgezette deeling het ei in het zoogenaamde moerbeistadium overgaat (fig. 6). Na het moerbeistadium beginnen de splijtingsbollen die aan de peripherie gelegen zijn wederom eenigszins meer eene gelijkmatige en effen oppervlakte te vormen. Dit geschiedt voornamelijk door de meerdere of mindere cylindervormige gedaante, die de buitenste laag der splijtingsbollen aanneemt. Aan de vrije oppervlakte dier splijtingsbollen ontwikkelen zich uiterst fijne trilharen, terwijl aan het vooreinde een bundel van zeer lange, maar uiterst fijne haren ontstaat.

Het embrijo begint zich thans binnen het omhullende vlies te bewegen en rekt zich meer of min in longitudinale richting, zoodat het daardoor eene meer of minder eivormige gedaante aanneemt. Ten slotte breekt het door het omhullende vlies heen en begint een vrij en zelfstandig leven. Eene instulping was tot op het oogenblik, waarop het embrijo het omhullende vlies doorbreekt en een vrij leven begint, niet waar te nemen, zoodat een Gastraea-vorm hier dus niet wordt aangetroffen. Zoo spoedig de embrijonen vrij zijn, begeven zij zich gewoonlijk naar de oppervlakte van het zeewater en naar die zijde van het glazen vat, dat naar het licht is gekeerd. Ongeveer 24 uur na de bevruchting zijn de embrijonen gewoonlijk reeds zoover ontwikkeld, dat zij het omhullende vlies doorbreken en zich vrij in het zeewater bewegen (fig. 7).

Om de verdere ontwikkeling der embrijonen met eenig goed gevolg te bestudeeren, bleek al zeer spoedig de noodzakelijkheid om in verschillende richtingen dwarse doorsneden door de embrijonen te moeten vervaardigen. Dit was daarom te meer noodig, omdat de embrijonen volkomen ondoorzichtig waren en eene instulping zich nergens liet waarnemen.

Om echter met eenig goed gevolg, dwarse doorsneden in verschillende richtingen door zulke teedere embrijonen te kunnen vervaardigen, was het noodzakelijk om ze van te voren kunstmatig te verharden. De volgende handelwijze heeft mij de beste resultaten gegeven. Met eene fijne pipet, werden 30 à 40 embrijonen, zoo voorzichtig mogelijk, uit het glazen vat, waarin zij tot ontwikkeling gekomen zijn, opgezogen en in een reageerkelk met zoo weinig mogelijk zeewater geïsoleerd. Daarop werden zij overgoten met een mengsel van gelijke deelen osmiumzuur van 0,5 pCt. en bi-chrom. pot. van 3 pCt. Dit mengsel heeft mij uitstekende diensten bewezen, want niet alleen dat daardoor het uiterst teedere weefsel der embrijonen eene snijbare consistentie verkrijgt, maar bovendien wordt het door osmiumzuur zwart gekleurd. Na een half uur werd het

mengsel afgegoten, de zoo verharde en zwart gekleurde embrijonen met gedistilleerd water afgewasschen en dan in absoluten alcohol gebracht. Vervolgens kwamen zij eenige minuten in gerectificeerde terpentijn om dan in paraffin te worden ingesloten. Met behulp van het Leijser'sche microtoom konden dan de fijnste coupes door de zoo behandelde embrijonen worden vervaardigd. Aangezien de embrijonen zoo uiterst klein waren — nauwelijks hadden zij $^1/_8$ Mill. diameter — gingen bij de zoo even aangegeven verschillende handelwijzen, meer dan de helft verloren. Gelukkig kon ik over een zeer groot aantal embrijonen beschikken, zoodat ik toch in de gelegenheid was talrijke coupes te kunnen vervaardigen.

De eerste veranderingen die men aan de vrij levende embrijonen waarneemt, bestaan in eene differentieering der aan de peripherie gelegen splijtingsbollen tot eene regelmatige laag van cellen — die het ectoderm of buitenste kiemblad vormen. Het protoplasma van de cellen van dit ectoderm, is aan de peripherie — waar de trilharen ontspringen — meer donker gegranuleerd, terwijl het naar binnen gekeerde gedeelte dier cellen uiterst licht gegranuleerd is en een groote, bijna volkomen hyaline kern bevat. Op de cellen van dit buitenste kiemblad die ééne enkele laag vormen, volgen dan de nog niet gedifferentieerde splijtingsbollen, die het lichaam van het embrijo geheel opvullen. Dit is, zoowel aan coupes in longitudinale als in transversale richting genomen, volkomen duidelijk waar te nemen. Van eene instulping of van de ontwikkeling van een darmkanaal is in dit stadium hoegenaamd nog niets te zien (zie fig. 8 en fig. 9). De differentieering van de buitenste laag splijtingsbollen tot eene regelmatige cellenlaag, tot het ektoderm of buitenste kiemblad is niet alleen aan doorsneden, maar ook aan levende embrijonen zeer duidelijk te zien, vooral wanneer zij voorzichtig en zeer zacht onder het compressorium worden gedrukt (zie fig. 7).

Na 5—6 dagen, wanneer de bundel van lange trilharen aan het vooreinde van het lichaam nog volkomen duidelijk zichtbaar is, ontwikkelen zich aan het achtereinde 1—2 lange, uiterst dunne stijve haren of borstels. Maakt men in dit stadium door de embrijonen dwarsche doorsneden, dan ziet men

dat de overige splijtingsbollen ook langzaam tot regelmatige cellenlagen zich beginnen te differentieeren.

Dwarsche doorsneden toch leeren, dat op de buitenste laag of het ektoderm, eene laag van lange, min of meer smalle, cylindervormige cellen volgt, die eveneens slechts eene enkele laag vormen en het middelste kiemblad of mesoderm daarstellen, terwijl daarop een laag van platte meer donker gegranuleerde cellen volgt, die het entoderm of binnenste kiemblad vormen. Binnen deze laag van het entoderm liggen nu de nog overgeblevene splijtingsbollen, die zich niet differentieeren, maar in vettige degeneratie overgaan en zoo tot voeding van het embrijo dienen (fig. 10).

In dit stadium kan men aan het embrijo dus drie kiembladen onderscheiden, het buitenste kiemblad, het ektoderm of huidblad, het middelste kiemblad, het mesoderm of spierblad en het binnenste kiemblad, het entoderm of darmklierblad.

Onderzoekt men in dit stadium nog levende embrijonen onder het microscoop dan kan men zich gemakkelijk overtuigen, dat de vroegere, elkander volkomen gelijkende splijtingsbollen thans zich tot cellen gedifferentieerd hebben die duidelijk drie verschillende lagen vormen. Een darmwand gevormd door de cellen van het entoderm is zeer goed te zien. De darmholte, die met eene in vettige degeneratie verkeerende masse gevuld is, afstammende van die splijtingsbollen, die geen deel aan den opbouw van het embrijo genomen hebben, staat nog niet met den buitenwereld in communicatie, mond- en anusopening hebben zich nog niet gevormd.

Op den zesden dag beginnen zich de lange zweepvormige haren aan het vooreinde van het lichaam, alsmede de lange dunne, stijve haren aan het achterste lichaamseinde terug te vormen, aan het voorste lichaamseinde ontwikkelen zich aan de rugzijde één paar, later twee paar kleine pigmentvlekken, die aan het lichaam dezelfde plaats innemen als de beide paren oogen bij het volwassen dier. Of den zevenden dag breekt de mondopening van binnen naar buiten open, korten tijd later op dezelfde wijze de anus-opening en het jonge individu gelijkt nu reeds in gedaante geheel op het moederdier (fig. 11).

De ontwikkeling is bij *Tetrastemma varicolor* dus eene di-

recte. Ook door andere schrijvers wordt aangegeven, dat de soorten van het geslacht *Tetrastemma* zich direct ontwikkelen, dit is zonder metagenesis. Zoo b. v. lezen wij bij METSCHNIKOFF *) in zijne „Entwickelung der Echinodermen und Nemertinen" het volgende met betrekking tot de ontwikkeling van een *Tetrastemma* door hem in Napels waargenomen: „die Segmentation ist eine totale, die Zellen sind kuglig und eine Segmentationshöhle ist nicht vorhanden. Die Zellen lagern sich in zwei Massen, deren weitere Entwickelung der Undurchsichtigkeit halber nicht zu verfolgen gewesen sei. Der Darm wird nicht eingestülpt, sondern aus der centralen Masse der Embryonalzellen herausgebildet." Hoe kort die mededeeling van METSCHNIKOFF ook zijn moge, zoo stemt zij toch in hoofdzaak volkomen overeen met het resultaat door mij verkregen. DIECK †) die de ontwikkelingsgeschiedenis van *Cephalothrix Galatheae*, eene eveneens tot de *Nemertinen* behoorende worm in Messina heeft nagegaan, vond ook bij deze soort, de uitwendige cellenlaag, het ektoderm, aan de vrije oppervlakte met cilien bezet, terwijl reeds vroeger het entoderm door differentieering eener tweede, binnenste cellenlaag ontstaan is. Inwendig bevindt zich in het embrijo eene holte, die gevuld is „mit einem granulösen Inhalte", dien hij als de rest der voedingsdooier (Deutoplasma VAN BENEDEN) beschouwt. Eerst veel later breekt van binnen naar buiten de mondopening door en nog later op dezelfde wijze de anusopening. Maar *Cephalothrix* onderscheidt zich van *Tetrastemma*, doordien bij den eerstgenoemde de ontwikkeling niet direkt plaats vindt, aangezien bij *Cephalothrix* het oude wimperkleed wordt afgestooten om voor een nieuw plaats te maken, dat zich reeds onder het oude wimperkleed heeft aangelegd.

Over de verdere ontwikkeling kan ik slechts tot mijn leed-

*) E. METSCHNIKOFF. Mémoires de l'Acad impériale des sciences de St. Petersbourg. Bd XIV, 1870.

†) G. DIECK. Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Nemertinen. Jenaische Zeitschrift, Bd 8, 1874, p. 500.

wezen zeer weinig mededeelen, doordien het grootste gedeelte van het materiaal was verbruikt en het ongunstige weder mij belette om voor nieuwen voorraad te zorgen. Wat ik heb kunnen waarnemen deel ik hier mede:

Ongeveer even onder de plaats waar het onderste paar pigmentvlekken gelegen is, begint op den 7 à 8 dag de ektodermlaag sterk te prolifereeren zooals aan dwarse doorsneden zeer duidelijk zichtbaar was. Uit deze binnenwaarts gekeerde verdikking van het ektoderm ontwikkelt zich het zenuwstelsel. In het voorste gedeelte van het lichaam zendt het darmkanaal aan de rugzijde een breed verlengsel uit, dat zich van lieverlede van den darm meer begint af te snoeren en tot slurp wordt, ten minste tot het klierachtige gedeelte van den slurp. Op die plaats, waar het darmkanaal zich begint af te snoeren ontstaat het eerst eene sterke woekering van het mesoderem, waaruit zich de spieren voor den slurp zullen ontwikkelen, terwijl korten tijd daarna ook de andere cellen van het middelste kiemblad zich beginnen te vermenigvuldigen en zoo de huidspierzak doen ontstaan. Op welke wijze de slurp naar buiten doorbreekt weet ik niet, of hier, evenals bij de vorming van de mondopening de slurp van binnen naar buiten doorbreekt, dan wel of aan het vooreinde van het lichaam eene instulping ontstaat, die dan naar binnen doorbreekt en zoo met het van de darm afgesnoerde slurpgedeelte zich vereenigt, kan ik niet aangeven. Van bloedvaten en geslachtsorganen was in dit stadium nog niets te zien.

Wanneer wij de hier verkregen resultaten kort samenvatten dan vinden wij:

1. Bij Tetrastemma varicolor verdwijnt de kern in het bevruchte ei volkomen. Hetzelfde vindt ook plaats bij het niet bevruchte ei.

2. De deeling is eene volkomene en regelmatige.

3. Uit de in den beginne elkander volkomen gelijkvormige splijtingsbollen ontwikkelen zich drie kiembladen, ektoderm, mesoderm en entoderm De overige splijtingsbollen, die de centrale massa vormen' en binnen het entoderm zijn gelegen, gaan in vettige degeneratie over en dienen zoo het embrijo tot voeding.

4. Het ektoderm, dat zich het eerst differentieert, bedekt zich regelmatig met trilharen. Aan het vooreinde van het embrijo ontstaat een bundel van zeer lange en uiterst dunne zweepharen en aan het achtereinde 1—2 lange, stijve haren.

5. Uit het ektoderm ontwikkelt zich de epidermis en het zenuwstelsel; uit het mesoderm, de huidspierzak, de spieren voor den slurp en met groote waarschijnlijkheid ook het bloed en het bloedvatenstelsel; uit het entoderm het darmkanaal en in het voorste lichaamseinde door afsnoering van het entoderm, het klierachtig gedeelte van den slurp.

6. De mond- en anusopening vormen zich niet door instulping, maar breken van binnen naar buiten door. Eene Gastraea-vorm komt bij *Tetrastemma varicolor* dus niet voor.

7. De ontwikkeling van *Tetrastemma* varicolor is eene directe.

8. Op den vijfden à zesden dag der ontwikkeling beginnen zich de zweepvormige haren aan het voorste lichaamseinde alsmede de 1—2 lange stijve haren aan het achterlichaamseinde zich terug te vormen en vertoonen zich het eerst de oogvlekjes.

VERKLARING DER FIGUREN.

r. Richtingsblaasje.
m. Omhullend vlies.
ek. Ektoderm.
mes. mesoderm.
en. entoderm.
o. mond.
a. anus.

Fig. 1. Nog onbevrucht ei van Tetrastemma varicolor. Hartnack Obj. 5.

Fig. 2. Bevrucht ei, waarin de kern verdwenen is. Zeiss. Obj. BB.

Fig. 3. Ei in tweeën gedeeld. Zeiss. Obj. BB.

Fig. 4. Ei in vier splijtingsbollen verdeeld. Zeiss. Obj. BB.

Fig. 5. Ei in acht splijtingsbollen verdeeld. Zeiss. Obj. BB.

Fig. 6. Moerbeistadium. Zeiss. Obj. BB.

Fig. 7. Embryo op het eine van den tweeden dag. Zeiss. Obj. BB.

Fig. 8. Dwarse doorsnede door een embryo van den 4n dag. Hartnack Obj. 8.

Fig. 9. Sagittale doorsnede door een embryo van den 4n dag. Hartnack Obj. 8.

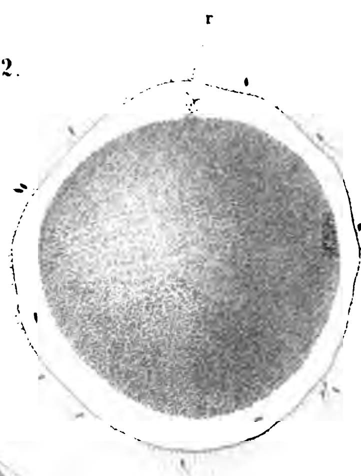
Fig. 10. Dwarse doorsnede door een embryo van den 6n dag. Hartnack Imers. 10.

Fig. 11. Jong individu op den 7n dag. Hartnack Obj. 4.

NB. Alle figuren zijn met het teekenprisma nageteekend.

7

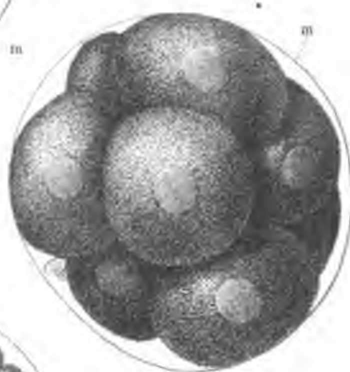
2.



4.



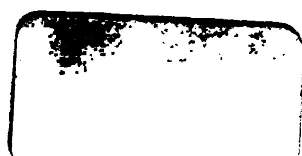
5.



6.







DESCRIPTION DE QUELQUES ESPÈCES INÉDITES DE

POMACENTROÏDES

DE L'INDE ARCHIPÉLAGIQUE.

PAR

P. BLEEKER.

Pomacentrus melanochir Blkr.

Pomac. corpore oblongo compresso altitudine 2$\frac{1}{4}$ ad 2$\frac{1}{3}$ in ejus longitudine absque, 3$\frac{1}{4}$ ad 3$\frac{1}{3}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; capite 4$\frac{1}{3}$ ad 4$\frac{2}{3}$ in longitudine corporis: linea rostro-frontali convexa; oculis diametro 2$\frac{1}{2}$ ad 3 in longitudine capitis; squamis capite superne usque inter nares extensis; rostro oculo plus duplo breviore; ossibus suborbitalibus alepidotis edentulis; osse praeorbitali oculi diametro triplo vel plus triplo humiliore incisura mediocri ab ossibus suborbitalibus ceteris distincto postice non spinaeformi; dentibus maxillis biseriatis, serie externa apice compressis truncatis, serie interna serie externa brevioribus; dentibus pharyngealibus, superioribus seriebus internis obtusiusculis aliquot exceptis conicis acutis curvatis, inferioribus corpore ossis et crure anteriore conicis obtusiusculis cruribus lateralibus biseriatis rectiusculis serie posteriore ceteris longioribus subsubulatis; maxilla inferiore alepidota; praeoperculo juvenilibus non ad vix aetate provectioribus leviter denticulato, limbo posteriore alepidoto, limbo inferiore squamato, squamis supra limbum inferiorem longitudinaliter triseriatis serie superiore ceteris majoribus; operculo angulo spinula plana; squamis trunco 28 circ. in serie longitudinali, 12 vel 13